

**REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO
DOCTORADO EN EDUCACIÓN**

**MODELO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE
DE LAS MATEMÁTICAS CON MATERIALES DIDÁCTICOS
MANIPULABLES, EN ALUMNOS DEL CICLO DE EDUCACIÓN BÁSICA
PRIMARIA**

**Tesis como requisito parcial de grado para optar al título de doctor en
educación**

**Autor: Jorge Eliecer Gutiérrez
Uribe**

Tutora: Moraima Esteves

Bucaramanga, 23 de mayo de 2022

**REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO**

**MODELO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE
DE LAS MATEMÁTICAS CON MATERIALES DIDÁCTICOS
MANIPULABLES, EN ALUMNOS DEL CICLO DE EDUCACIÓN BÁSICA
PRIMARIA.**

**Tesis de grado que se presenta como requisito parcial para optar al título de
doctor en educación**

**Autor: Jorge Eliecer Gutiérrez
Uribe**

Tutora: Moraima Esteves

Bucaramanga, 3 de mayo de 2022

ACEPTACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de tutora de la tesis de investigación: modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables en alumnos del ciclo de la educación básica primaria, presentado por JORGE ELIÉCER GUTIÉRREZ URIBE, en el seminario de tesis, considero que dicha tesis reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En la Ciudad de Rubio, a los 19 días del mes de noviembre de 2021

Dra. Moraima Esteves

C.C.: 5596653

DEDICATORIA

Al poder divino.

A mi madre Merceditas, quien durante su existencia siempre consideró en su hijo a un docente.

A mis hijos, quienes forjan su destino desde el conocimiento y dedican sus vidas para el bien social,

Al conocimiento por su transformación constante.

AGRADECIMIENTOS

A la *UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR*, por su contribución y oportunidad para mi formación profesional.

A la *DRA. MORAIMA ESTEVES*, quien, como tutora siempre mantuvo su compromiso, oportunidad, paciencia, y eficaces orientaciones en mi proceso formativo académico.

A todos y cada uno de los *DOCENTES* que a partir de su conocimiento contribuyeron a mi formación profesional.

CONTENIDO

	pp
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTOS.....	v
LISTA DE CUADROS.....	viii
LISTA DE GRÁFICOS.....	ix
LISTA DE TABLAS.....	x
RESUMEN.....	xii
INTRODUCCIÓN.....	1
MOMENTO I	
PROBLEMA	
Planteamiento del problema.....	10
Propósitos de la investigación.....	27
Justificación.....	29
MOMENTO II	
MARCO TEÓRICO	
Antecedentes.....	31
Bases teóricas.....	45
La didáctica.....	45
La didáctica a través del tiempo.....	46
La didáctica de las matemáticas.....	46
Didáctica fundamental y la matemática.....	49
Concepción de la didáctica de la matemática, enfoque sistémico.....	49
Aprendizaje y enseñanza: Teoría de situaciones didácticas.....	50
Trasposición didáctica.....	50
El proceso de enseñanza y el pensamiento constructivista.....	51
Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.....	53
Problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.....	54
Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática.....	54
Conexiones matemáticas.....	55
Los estilos de aprendizaje.....	56
Recursos educativos y el rendimiento escolar.....	57
Uso de material didáctico para el aprendizaje de las matemáticas.....	58
Las tecnologías de la comunicación e información y las matemáticas.....	59
Los manipulables en la enseñanza de las matemáticas.....	60
Marco legal.....	61
Lineamientos para educación en casa y en presencialidad.....	62
Trabajo académico en casa.....	66

Educación presencial bajo el esquema de alternancia.....	72
MOMENTO III	
MARCO METODOLOGICO	
Enfoque de investigación.....	75
Paradigma.....	76
Método.....	77
Escenario.....	77
Informantes clave.....	79
Técnicas e instrumentos para la recolección de información.....	80
Validez y confiabilidad de instrumentos.....	81
Análisis de la información.....	81
Diseño de la investigación.....	82
Validación de la información.....	82
Categorías de análisis.....	82
MOMENTO IV	
INTERPRETACIÓN DE LA REALIDAD DESDE LOS HALLAZGOS	
Categorización.....	110
Estructuración.....	121
Triangulación.....	124
Contrastación.....	128
MOMENTO V	
TEOTIZACIÓN	
Interpretación de los hallazgos.....	133
MOMENTO VI	
ESTRUCTURA DEL MODELO DIDÁCTICO	
Presentación.....	140
Propósitos.....	141
Justificación.....	141
Fundamento filosófico	143
Principios.....	143
Contexto.....	144
Fundamentos psicológicos	150
Fundamentos pedagógicos	152
Fundamentos matemáticos.....	162
Validación del modelo.....	179
MOMENTO VII	
CONSIDERACIONES FINALES	
.....	185
REFERENCIAS	188

ANEXOS

ANEXO A Carta de participación como informante.....	193
ANEXO B Guion de entrevista.....	194

LISTA DE CUADROS

1. Reprobación escolar del ciclo de educación básica primaria del sector oficial del municipio de Piedecuesta.....	6
2. Deserción escolar del ciclo de educación básica primaria del sector oficial del municipio de Piedecuesta.....	10
3. Evolución de la didáctica en las matemáticas.....	46
4. El proceso de enseñanza y aprendizaje desde el pensamiento constructivista	52
5. Categorización del estudio	72

LISTA DE GRÁFICOS

1: Ubicación del municipio de Piedecuesta en el contexto departamental y nacional.....	79
2: Categoría inicial. Didáctica de las matemáticas.....	85
3: Categoría inicial. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	87
4: Categoría inicial. Material didáctico.....	88
5. Categorías iniciales y emergentes Informante 1. Docente licenciado con énfasis en matemáticas.....	110
6. Categorías iniciales y emergentes Informante 2. Docente licenciado con énfasis en matemáticas.....	111
7. Categorías iniciales y emergentes Informante 3. Docente licenciado en matemáticas.....	112
8. Categorías iniciales y emergentes Informante 4. Docente licenciado en matemáticas.....	113
9. Categorías iniciales y emergentes Informante 5. Docente licenciado en matemáticas.....	114
10: Infograma del informante 1.....	123
11: Infograma del informante 2.....	122
12: Infograma del informante 3.....	123
13: Infograma del informante 4.....	123
14: Infograma del informante 5.....	124
15: Modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables, en alumnos del ciclo de educación básica primaria.....	138
16: Estructura del modelo didáctico.....	139

LISTA DE TABLAS

1. Instituciones educativas del sector oficial del municipio de Piedecuesta.....	78
2. Categorías iniciales y subcategorías	84
3. Entrevista Informante 1. Docente licenciado con énfasis en matemáticas	90
4. Entrevista Informante 2. Docente licenciado en matemáticas	94
5. Entrevista Informante 3. Docente licenciado en matemáticas	98
6. Entrevista Informante 4. Docente licenciado en matemáticas	101
7. Entrevista Informante 5. Docente licenciado en matemáticas.....	105
8. Descripción general del referente teórico y de las categorías emergentes. Didáctica de las matemáticas	115
9. Descripción general del referente teórico y de las categorías emergentes. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	117
10. Descripción general del referente teórico y de las categorías emergentes. Material didáctico.....	119
11. Triangulación de la Entrevista en Profundidad. Categoría Inicial: Didáctica de las matemáticas.....	125
12. Triangulación de la Entrevista en Profundidad. Categoría Inicial: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	126
13. Triangulación de la Entrevista en Profundidad. Categoría Inicial: Material didáctico.....	127
14. Matriz de Contrastación de la Categoría 1: Didáctica de las matemáticas.....	129
15. Matriz de Contrastación de la Categoría 2: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	130
16. Matriz de Contrastación de la Categoría 3: Material didáctico.....	131

**REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO**

DOCTORADO EN EDUCACIÓN

**MODELO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE
DE LAS MATEMÁTICAS CON MATERIALES DIDÁCTICOS
MANIPULABLES, EN ALUMNOS DEL CICLO DE EDUCACIÓN BÁSICA
PRIMARIA**

**Tesis de investigación como requisito parcial de grado para optar al título de
doctor en educación**

Autor: Jorge Eliécer Gutiérrez Uribe

Tutora: Dra. Moraima Esteves

Fecha: noviembre, 2.021

RESUMEN

La presente tesis de investigación, tuvo como propósito, la generación de un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables en alumnos del ciclo de la educación básica primaria, en las instituciones oficiales del municipio de Piedecuesta, Santander. Para lo cual, se consideró fundamental realizar un análisis sobre las concepciones que poseen los docentes sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y atendiendo a estos resultados, se definieron las categorías que explicaron la práctica desde sus ideas. De la misma manera, se analizaron las actuaciones que en la práctica tenían los docentes sobre la didáctica que implementaban, para hacer la propuesta teórica de un modelo didáctico. Teóricamente, la investigación se fundamentó en las consideraciones de Godino (2011) al referir que “la didáctica de las matemáticas es una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p. 2). Epistemológicamente, se atendió la relación del sujeto cognoscente y el objeto por conocer, enmarcado desde el paradigma y enfoque epistemológico de la investigación científica cualitativa de carácter fenomenológico. El espacio universo estuvo constituido por los docentes de aula del ciclo de educación básica primaria, de quienes se recogió información mediante la aplicación de una entrevista semiestructurada. Todo ello motivó a la generación de un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales manipulativos, conllevando a la construcción de aportes teóricos para el fortalecimiento de la enseñanza de la matemática a partir de las concepciones docentes y prácticas pedagógicas.

Descriptores: Didáctica de las matemáticas, Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, material didáctico manipulable

INTRODUCCIÓN

La presente investigación fue realizada en el marco del programa doctoral en el área de educación, cuyo objeto se orientó a la generación de un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables para alumnos del ciclo de la educación básica primaria. De este modo, el modelo didáctico que se propone surge, en primera medida, desde la observación realizada en las prácticas pedagógicas de docentes en instituciones educativas del ciclo de primaria. En donde se pudo conocer que los docentes, en el mejor de los casos, utilizan la didáctica de vez en cuando para orientar a los alumnos en la construcción de objetos mentales que representen la realidad. Acción que se da a partir de la sensorialidad gracias a la naturaleza cognitiva del ser humano que nos permite sentir atracción de manera psicomotriz por dichas construcciones mentales.

En este orden de ideas, la falta de uso de materiales didácticos en el aula de clase y por consiguiente, la posible dificultad de los estudiantes para realizar construcciones mentales coherentes con la realidad, hacen que exista una posibilidad de que los alumnos no obtengan sus aprendizajes de manera significativa y con sentido, sobre el conocimiento que se espera que adquieran. Igualmente, esta situación constituye un factor posible para la reprobación académica y para la deserción escolar que se viene generando.

Sin embargo, antes de realizar dicho modelo didáctico se deben atender los siguientes interrogantes, con el fin que su pertinencia sea efectiva: ¿De qué manera los alumnos se enfrentan a dichos objetos matemáticos? y ¿Cómo la realidad contextual les permite a los estudiantes darles significado a partir de lo que van aprendiendo? Pues bien, Godino (2018), como respuesta, expone que “la primeridad implica Fenomenológicamente, una condición de acceso no mediado ni reflexivo. Las entidades primeras son experiencias sin reacción, causa sin efecto. Es un primer nivel de significado derivado de procesos corpóreos y sensoriales” (p. 10). Por lo tanto, se puede colegir que el significado que los alumnos le atribuyen a lo aprendido, en un

primer momento, se sustenta en su experiencia con objetos tomados de la realidad contextual, los cuales se relacionan con los objetos matemáticos que tienen como fin la aprehensión del niño a partir de lo sensorial. Esto conlleva a que el modelo didáctico implementado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas deberá atender a la condición de entrar en contacto con los objetos reales del contexto propio donde viven los alumnos, para así lograr una comprensión de los objetos matemáticos.

Ahora bien, es relevante que de este modo se presente un breve recorrido sobre las exigencias y características que poseen los diversos modelos didácticos ya existentes, con el fin de tenerlas presentes al momento de realizar la propuesta didáctica de esta investigación. En primer lugar, Canales (2013) plantea que los docentes deben buscar el método más adecuado para desarrollar el máximo potencial de sus estudiantes como seres críticos y autónomos, quienes poseen la capacidad de tomar decisiones y de vivir en sociedad. Por lo tanto, queda claro que un modelo didáctico pensado para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debe lograr tales propósitos, gracias a que “todo lo que se hace en el aula forma una dinámica y forma de trabajar inscrita en un marco epistemológico que recoge el cómo se genera y se valida el conocimiento, fundamentado por una base psicológica y pedagógica” (Canales, 2013, p. 4).

De este modo, el modelo didáctico debe poseer la capacidad de orientar a los alumnos y, también, permitirles construir el conocimiento, para que así se logre que “el alumno sea activo y protagonista en este proceso” Bruner (citado en Canales, 2002, p. 12). En donde se debe desarrollar el máximo potencial de los estudiantes, el pensamiento crítico, su autonomía y armonía en la sociedad, junto con unos procesos de enseñanza y aprendizaje que propicien el desarrollo de estas categorías en pro de una formación integral (Canales, 2013).

Ahora, no se puede dejar de lado la integración social que realizan los estudiantes mediante los procesos de enseñanza y aprendizaje, dado que Díaz-Barriga (citado en Canales, 2013) considera a “la didáctica como una disciplina que combina la teoría, la historia y la política de manera simultánea” (p.5). En donde hay una clara implicación

de la didáctica con el conocimiento adquirido a través del tiempo y con las políticas educativas que hacen posible el desarrollo de los planes y programas formulados por los gobiernos, quienes ponen en dinámica la oferta del servicio educativo en las instituciones alumnos y, a su vez, implementan una didáctica para desarrollar el conocimiento de tales teorías que históricamente son establecidas mediante dichas políticas. Por ende, si en primera instancia se busca el desarrollo del comportamiento y de la cognición, se tendrá que ir más allá y lograr un verdadero desarrollo integral en los alumnos que les permita una inserción social, mediante la ejecución de una relación constante con la historia y la política, tal como lo menciona Díaz-Barriga.

Por este motivo, Canales (2013) expresa que el modelo propuesto por Mario Bunge en 1997 es relevante para esta situación, gracias a que a través de construcciones teóricas se pretende otorgar una explicación sobre un fragmento tomado y limitado de la realidad. De este modo, se comprende que el modelo didáctico propuesto en la presente investigación se concentrará en el contexto real de la disciplina de las matemáticas para que, a partir de ella, se puedan brindar las orientaciones necesarias para la enseñanza y el aprendizaje, en coherencia con una metodología apropiada.

Como segunda concepción de modelo didáctico, está la noción de que es “un plan estructurado para configurar el currículo, diseñar materiales y en general orientar la enseñanza” Joyce y Weil (citados en Canales, 2013, p. 6). Según esta idea, se puede decir que el diseño del modelo didáctico que se propone en el presente estudio tiene en cuenta la dimensión sistemática del currículo del área de las matemáticas en el ciclo de la educación básica primaria, el cual incorpora una teorización sobre los materiales didácticos y sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje.

No hay que dejar a un lado el modelo de la didáctica tradicional que se caracteriza por la transmisión o recepción del conocimiento en el estudiante de manera pasiva, quien se considera como una tabula rasa o unas páginas en blanco, y el trabajo del docente consiste en ir llenando y acumulando en dichas páginas sus conocimientos irrefutables y verdaderos (Canales, 2013). Por ende, este modelo didáctico solo exigirá una actividad pasiva de los estudiantes, donde solo memorizan y retienen, y no se les

permitirán desarrollar procesos cognitivos de comprensión e interpretación más allá de lo recitado por el docente.

En el caso contrario, si el modelo didáctico que se propone se realiza bajo el enfoque por “descubrimiento”, vamos a encontrar una dinámica muy distinta al enfoque tradicional. De esta forma, Brunner (citado en Canales, 2013) considera que “los individuos constantemente están recibiendo información, procesándola y organizándola en su cabeza, y lo que hay que conseguir, es que el alumno sea activo y protagonista en este proceso” (p. 12). Esta idea permite considerar que, gracias a la condición natural de los estudiantes en su etapa de la niñez de ir en la búsqueda del conocimiento, su experiencia está siempre activa gracias a una disposición e iniciativa por aprender. Por lo tanto, se observa la necesidad de formular un modelo didáctico que promueva estas condiciones naturales de los alumnos para desarrollar unos procesos de enseñanza y aprendizaje, y obtener así un aprendizaje basado en la autonomía de los estudiantes.

Ahora bien, para abordar el modelo didáctico constructivista desde lo cultural y teniendo en cuenta que “el alumno es el principal protagonista y el que va construyendo sus conocimientos, él es el mayor responsable de este proceso, aunque no está solo en su viaje” Canales (2013, p. 15). Por ello, el modelo didáctico propuesto para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, abordará sin lugar a dudas tales consideraciones. Es decir, se tendrá en cuenta el hacer del alumno, donde el conocimiento que se apropia paulatinamente provendrá desde su propio contexto cultural y objeto de conocimiento, y así él será el protagonista y el descubridor de su aprendizaje.

Es pertinente mencionar que, a través de una serie de procesos investigativos, se buscó tratar diferentes posturas sobre los existentes modelos didácticos sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria para que así se hiciera una reflexión de los enfoques tradicionales, por descubrimiento y constructivistas, con el fin de tenerlos presentes para la generación de un nuevo modelo de didáctica. Además, se consultó la mencionada documentación para brindar a los docentes un modelo didáctico actualizado que les proporcione orientaciones para implementar una

didáctica que se encuentre a tono con el desarrollo del pensamiento de los estudiantes de básica primaria y que, también, esté relacionado de manera directa con su entorno o realidad natural.

Igualmente, se espera que el modelo didáctico propuesto fomente el uso de la tecnología en respuesta a las condiciones del modelo de alternancia implementado como trabajo académico en casa, y de acuerdo con la presencialidad progresiva, dadas las exigencias de la pandemia y de la postpandemia. Todo con el fin de implementar el modelo propuesto en el área de las matemáticas como disciplina que se encuentra dentro de la estructura del plan de estudios de la educación básica primaria, y que debe ser impartida para complementar el desarrollo integral de los alumnos en esta etapa de aprendizaje.

De la Rosa, Giménez y De la Calle (2018), enuncian que “uno de los objetivos prioritarios que ha definido la labor de las Naciones Unidas ha sido el interés y el esfuerzo que ha desarrollado para conseguir una educación sostenible y de calidad para todos los seres humanos:” (p. 25). En este sentido, la presente investigación está encaminada sobre nuevos hallazgos, contemplados como aportes, para mejorar procesos didácticos para la enseñanza y el aprendizaje. Asimismo, no hay que dejar a un lado que “el espacio de aprendizaje debe trascender el aula, invitándonos a crear entornos de enseñanza que propicien la equidad social y la solidaridad mundial” UNESCO (citado en De la Rosa, Giménez y De la calle, 2018, p.180). Por tal razón, los autores concluyen que “Asumiendo esta realidad, nuestra propuesta educativa se sucede en tres espacios distintos: el aula, la entidad social y el encuentro personal” (De la Rosa, Giménez y De la calle, p. 26). Para lograrlo, las metodologías que se proponen deben inclinarse al desarrollo del ser integral, y el aula deberá brindar diferentes entornos para conjugar el ámbito social de acuerdo con la cotidianidad de los estudiantes, con el fin de que el aprendizaje tenga un significado para ellos.

De este modo, las categorías que se proponen en la presente investigación se originan en el quehacer de los docentes como profesionales al momento de implementar unos determinados procesos de enseñanza y aprendizaje. Esto,

claramente, hace alusión a los métodos y formas en las que los docentes propician la enseñanza para que sus estudiantes aprendan los contenidos matemáticos, en este caso, sería lo que incentiva a los docentes a adoptar una didáctica particular y recurrir al uso de unos determinados materiales didácticos. En este orden de ideas, las categorías iniciales son las siguientes: en primer lugar, la Didáctica de las Matemáticas; en segundo, Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas y, por último, Materiales Didácticos Manipulables. Así, estas categorías tendrán un posterior desarrollo conforme al marco referencial y a la metodología que se asume en la investigación.

En su parte metodológica, el trabajo de investigación se enmarca desde el paradigma interpretativo con enfoque cualitativo, y desde el método fenomenológico. En donde el conocimiento como efecto deseado en los alumnos se iniciará a partir de un modelo didáctico que contemple el proceso de enseñanza y de aprendizaje, para la estructuración y desarrollo del pensamiento. En la medida en que el desarrollo cognitivo se va dando a partir de las percepciones sensoriales que se conjugan al momento de entrar en contacto con los materiales didácticos.

Para conocer la estructura del presente documento, en primer lugar, se abordarán temáticas relacionadas con los antecedentes de la investigación; el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; su didáctica y materiales propios para el desarrollo de las competencias. En cada uno de los pensamientos o ejes matemáticos, se comentará un marco legal sobre el cual se asume la investigación y la definición de términos fundamentales.

Asimismo, se presentarán las categorías iniciales, las subcategorías y las categorías emergentes que surgieron a partir del análisis de las entrevistas realizadas a 5 docentes del área de matemáticas de básica primaria en donde se encontró las diversas formas en las que la pandemia impulsó el uso de la tecnología y de las TIC, recurriendo así a los conocimientos previos y al contexto cultural y social de los estudiantes para la enseñanza de las matemáticas. En donde el juego fue un elemento transversal en este proceso educativo que permite, por un lado, desarrollar el

aprendizaje cooperativo en el aula y, por el otro, conocer y adecuar los conocimientos matemáticos según el ritmo y estilo de aprendizaje de los estudiantes. Todo lo anterior es posible siempre y cuando el docente posea un amplio contenido en su área y en su didáctica para que sus estudiantes adquieran los conocimientos de manera adecuada y para que se pueda realizar una interdisciplinariedad con las demás áreas, con el fin de complementar el saber matemático.

Por último, en lo correspondiente al material didáctico, no hay duda que los docentes lo reconocen como un elemento clave para llamar la atención de los estudiantes en su aprendizaje y, por ello, tanto los docentes como los estudiantes lo usan y manipulan en el aula de clase. Además, el material didáctico se convierte en un aliado al momento de realizar una retroalimentación porque facilita la comprensión de contenidos. Por ello, su elaboración debe ser con base en productos reciclables o de fácil acceso.

MOMENTO I PROBLEMA

Planteamiento del problema de investigación

El propósito de la presente investigación estuvo orientado a la generación de un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de materiales didácticos manipulables en alumnos de básica primaria, de las instituciones educativas del municipio de Piedecuesta. De este modo, la propuesta didáctica surgió gracias a la observación en el aula de las prácticas pedagógicas de docentes de matemáticas de instituciones educativa de básica primaria, quienes, de forma poco recurrente, o a veces nula, hacen uso de materiales didácticos manipulables para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esto, se convierte en un posible factor de riesgo para que los alumnos obtengan unos aprendizajes de manera significativa. Además, la falta de uso de material didáctico, se constituye como una causa de reprobación académica y de deserción escolar porque los estudiantes se pueden aburrir en las clases debido a la monotonía en que se presentan los contenidos.

Por otro lado, a través de la observación en las prácticas pedagógicas, se encontró que los materiales didácticos que se usan, en contadas ocasiones, no están a tono con el contexto de los alumnos ni con su entorno o realidad, lo cual conlleva a que el estudiante se enfrente a un mundo carente de sentido para su vivencia y práctica porque el contenido que asimila se encuentra lejos de su cotidianidad. En este punto el concepto de ontosemiótica tomado de la disciplina de la lingüística es clave dado que: “permite describir la actividad matemática y los procesos cognitivos implicados, tanto en la producción, como en la comunicación de los conocimientos matemáticos” Hjelmslev (citado en Godino, 2018, p. 8); es decir, el enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático indica que el significado comienza siendo pragmático, relativo al contexto y, por ende, permite orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje en esta área (Godino, Batanero y Font, 2013). Por lo tanto, se puede considerar pertinente realizar un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que contenga la configuración de actividades basadas en procesos conceptuales y motrices que involucren objetos, para que se permita la floración de la

significancia desde la realidad o contexto de los alumnos. todo con el fin de construir un conocimiento matemático.

En relación con lo anterior, se encontró que la reprobación a nivel municipal en Piedecuesta en educación básica primaria, en el año 2020, corresponde a 184 estudiantes, quienes están distribuidos por grado de escolaridad, así: en primero de primaria reprobaron 45 niños, representando el 24% del total; en el grado segundo, 24 con un 13% del total de reprobación; en el grado tercero, 35 estudiantes para un 19%; en el grado cuarto, 30 estudiantes, representando el 16% y en el grado quinto de educación básica primaria 50 estudiantes, representando el 27% del total de reprobación.

Y en términos de deserción escolar en el municipio de Piedecuesta, se encontró que en educación básica primaria en el mismo año de 2020 hubo 176 estudiantes, quienes están distribuidos de acuerdo con su grado de escolaridad de la siguiente manera: en primero se reportan 24 estudiantes, representando el 14% del total de deserción escolar; en grado segundo, 52, siendo su porcentaje el 30%; en el grado tercero, 29 estudiantes, que representan un 16% del total de deserción; en el grado cuarto, 34 estudiantes, representando el 19% y en el grado quinto de educación básica primaria 37 estudiantes, representando el 21%. Tal como se muestra en los cuadros 1 y 2.

Cuadro 1

Reprobación escolar del ciclo de educación básica primaria del sector oficial del municipio de Piedecuesta año 2020

Grado	Total, reprobación	Porcentaje
1°	45	24,00%
2°	24	13,00%
3°	35	19,00%
4°	30	16,00%
5°	50	27,00%
Total	184	100%

Nota: Cuadro elaborado con información del Sistema Integrado de Matrícula Secretaría de Educación de Piedecuesta. SIMAT, (2020). Secretaría de educación de Piedecuesta.

Cuadro 2

Deserción escolar del ciclo de educación básica primaria del sector oficial del municipio de Piedecuesta año 2020

Grado	Total, deserción	Porcentaje
1°	24	14,00%
2°	52	30,00%
3°	29	16,00%
4°	34	19,00%
5°	37	21,00%
Total	184	100%

Nota: Cuadro elaborado con información del Sistema Integrado de Matrícula Secretaría de Educación de Piedecuesta. SIMAT, (2020). Secretaría de educación de Piedecuesta.

Por otro lado, la observación en el aula también permitió evidenciar que las prácticas pedagógicas relacionadas con el manejo de materiales didácticos manipulables no están a tono con el contexto de los alumnos, es decir, no se usan haciendo referencia a la realidad. Lo anterior conlleva a que los alumnos se encuentren en un mundo carente de sentido para la vivencia y práctica del conocimiento que ellos van asimilando gradualmente.

En consecuencia, se pretendió brindar a los docentes pertenecientes al municipio de Piedecuesta un modelo didáctico que les proporcione orientaciones en doble vía, donde, en primer lugar, deberán implementar una didáctica que se encuentre a tono con el desarrollo del pensamiento de los alumnos en el ciclo de la educación básica primaria y, en segundo, que se relacione de manera directa con su entorno o realidad natural a través de la tecnología. Todo en respuesta a las condiciones del modelo de alternancia que se implementa como trabajo académico en casa y en la presencialidad progresiva debido a las exigencias de los tiempos de la pandemia y la postpandemia.

De este modo, queda claro que la didáctica de las matemáticas debería tener presente la implementación de materiales didácticos en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Godino (2011) considera a “la didáctica de las Matemáticas como una ciencia orientada al diseño” (p.2) y, por ende, la educación de las matemáticas debe

estar orientada igualmente “al diseño de procesos y recursos para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p. 2). Por tal razón, se advierte que para lograr lo estipulado por el mencionado autor, el modelo didáctico propuesto deberá atender a los procesos y recursos necesarios que resuelvan y mejoren las condiciones de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Dichos procesos deben desarrollarse con el acompañamiento de recursos específicos como materiales didácticos manipulativos, los cuales facilitan la comprensión del conocimiento matemático a través de la enseñanza, para que así el aprendizaje fluya desde una construcción significativa en los alumnos. Por consiguiente, no es extraño que Godino (2003) determine que “el uso de recursos manipulativos como el geoplano, tangram, ábacos, material multibase, dados, fichas, etc. se presentan como casi obligado’ en los niveles primarios y secundarios” (p. 127). Además, López (2021) expresa que:

Bajo la denominación de Manipulables se agrupan una serie de ayudas tanto físicas como virtuales que facilitan el aprendizaje.

Físicos, que se definen como cualquier material u objeto físico del mundo real que los estudiantes pueden “palpar” para ver y experimentar conceptos matemáticos. Los instrumentos de este tipo se utilizan principalmente con los estudiantes de los primeros grados alumnos y ejemplos de ellos son: *Formas Geométricas* para el reconocimiento de las distintas figuras; *Bloques de Patrones* para estimar, medir, registrar, comparar; *Bloques y Cubos* para sumar, restar o resolver problemas que incluyen peso

Virtuales, que se definen como representaciones digitales de la realidad posibilitadas por los computadores, y que el estudiante puede también manipular con el mismo objetivo de los primeros. Estos últimos se utilizan en los grados superiores. La experta *Judy Spicer* ha dicho: “Los manipulables virtuales tienen además la capacidad de hacer visible lo que es difícil de ver e imposible de imaginar” [1]. Ejemplos de éstos son: *Simulaciones*; *Software de Visualización*; *Fractales*; *Robótica*; *Juegos de Computador*; *Representaciones Tridimensionales*; etc. (párr. 1)

No obstante, las nociones anteriores abren paso a nuevos interrogantes sobre todo en cómo abordar dichos recursos didácticos con el fin de contribuir a la enseñanza y el aprendizaje. En respuesta, Godino (2004) indica que al momento de enseñar un

determinado saber matemático, se debe recurrir a la adaptación y modificación de dicho conocimiento dependiendo de las edades y de los presaberes de los estudiantes; en pocas palabras, se tiene que ejemplificar de modo que sea comprensible para los estudiantes, prescindir de conceptos complejos y adecuar el lenguaje y símbolos usados propios del matemático profesional. En consecuencia, habría que realizar una “transposición didáctica” [...] que significa el cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado como objeto de enseñanza” (Godino, 2004, p. 42). Esto involucra, evidentemente, la implementación de un modelo didáctico que contemple la enseñanza y el aprendizaje del conocimiento matemático, según las características de los alumnos, sus intereses y necesidades cognitivas, con base en las etapas del desarrollo del pensamiento y su aprendizaje socioafectivo de acuerdo con su grado de escolaridad.

Es de entender que en la actualidad se está pasando por una etapa atípica para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, producto de la pandemia mundial a causa de COVID – 19. Por consiguiente, se hizo necesario repensar la manera como se abordan los procesos didácticos de los docentes, lo cual tiene su repercusión directamente en cómo los alumnos utilizarán los materiales didácticos para sus aprendizajes. Por ello, el sistema educativo realizó su intervención en diferentes sectores, es decir, de modo interdisciplinar, con el propósito de salvaguardar la vida y garantizar el cumplimiento del servicio educativo a la población escolar.

Por consiguiente, los organismos de salud pública junto con los organismos propios de la educación se preocuparon por cumplir con el derecho a la formación escolar de manera segura. Esta unión permitió que los procesos de enseñanza y aprendizaje no solamente atendieran a criterios puramente didácticos del área de matemáticas, sino que también participaran aquellos referidos desde el ámbito de la salud, para incorporar una didáctica que cumpliera con los protocolos de bioseguridad, con el fin de lograr el desarrollo del currículo en las instituciones educativas, al momento de implementarlo con la población escolar.

Otro de los factores que se consideró para la propuesta del presente modelo didáctico fue el hecho de asumir la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, desde diversas dimensiones. Morín (citado en Portugal, 2009), describe que “la polidisciplinariedad constituye una asociación de disciplinas en virtud de un proyecto o de un objeto que le es común; mientras que las disciplinas son llamadas como técnicas especializadas para resolver tal o cual problema [...]” (p. 172). Por lo tanto, lo didáctico desde la enseñanza y el aprendizaje, tendrá implicaciones polidisciplinarias dadas las exigencias curriculares que son construidas en el actual contexto, donde las matemáticas deben estar relacionadas con las demás áreas del conocimiento. De esta manera, los problemas y soluciones derivados de las ciencias del hombre, han permitido crear espacios de diálogos y convergencias llamadas multidisciplinariedad, interdisciplinariedad y transdisciplinariedad, con el fin de establecer una comprensión integral de la realidad (Portugal 2009).

Por otro lado, Soler (2017) describe que “en la segunda mitad del siglo XX y en los comienzos del siglo XXI se intensificó el abordaje de la complejidad, de forma explícita y sistemática, desde diversas perspectivas conceptuales y experimentales” (p. 1). De modo que, se considera relevante abordar la didáctica de las matemáticas desde un enfoque sistémico, con el fin de interrelacionar los diversos pensamientos en los que se ha organizado esta área, lo cual se relaciona directamente con su complejidad. Por tal razón, el objeto de estudio del presente documento se desarrolló desde el enfoque de la complejidad. Morín (citado en Soler, 2017) plantea que:

La idea de interrelación remite a los tipos y formas de unión entre los elementos o individuos, entre estos elementos / individuos y el Todo. La idea de “sistema” remite a la unidad compleja del todo interrelacionado, a sus caracteres y propiedades fenoménicas. La idea de organización remite a la disposición de las partes dentro, en y por un Todo. (p. 59)

Así, las ideas de Morín fueron clave para la configuración y diseño de la presente propuesta didáctica enfocada en los procesos de enseñanza y aprendizaje que conducen a la adquisición del conocimiento; claramente, desde una mirada de la complejidad y con un enfoque sistémico.

Ahora bien, no hay que dejar a un lado el hecho de que el saber o conocimiento se tiene que abordar de manera tal que pueda ser comprendido tanto por el docente como por los alumnos. En respuesta, Chevallard (1998) indica que precisamente la transposición didáctica es aquella adaptación que se realiza cuando se transforma un objeto del saber para que pueda ser enseñado. Esto, en la medida que, para el acto educativo de la enseñanza y del aprendizaje, los docentes toman lo establecido por la ciencia de la didáctica y lo transfieren a las acciones educativas para dar a conocer un determinado concepto, proceso o relaciones del conocimiento en los planes de estudios de las instituciones educativas. Por ende, para el caso del modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el ciclo de la educación de primaria se recurre, sin lugar a dudas, a la ejecución de la transposición didáctica, al momento en que los docentes toman de la didáctica científica sus conceptualizaciones y las aplican en el aula de clase para facilitar los aprendizajes de los alumnos. Todo esto mediante los procesos de enseñanza de acuerdo con la complejidad del contexto actual.

Para Morín (citado en Soler, 2017) “la complejidad es un tejido de constituyentes heterogéneos inseparablemente asociados que presentan la paradoja de lo uno y lo múltiple, de la incertidumbre, de la indeterminación y lo aleatorio, de la mezcla entre el orden y el desorden” (p. 3). De este modo, se puede decir que el modelo didáctico aquí propuesto tiene una conexión con la realidad actual como punto de partida, tanto a nivel nacional como mundial, frente a la situación de pandemia provocada por el COVID – 19.

Además, se tiene la convicción de que lo que vivimos hoy día son los inicios de un cambio y renovación del pensamiento, siendo este es el primer paso para comprender esta nueva realidad, que se torna cada vez más compleja, en la medida en que se deben atender a innumerables frentes para el desarrollo del proceso formativo de los alumnos. Aquí se encuentra un gran reto educativo que Morín (citado en Soler, 2017) denomina como el pensamiento complejo, al enmarcar el conocimiento como un todo entrelazado en las relaciones que tienen cada una de las partes que estructuran la realidad, concebidas como un sistema. Por tal razón, en la creación del modelo didáctico se buscó constituir cada una de las partes que estructuran el todo del

conocimiento propuesto en los planes de estudio de las instituciones alumnos, los cuales requieren de metodologías y materiales didácticos para su implementación en la búsqueda de los nuevos saberes por parte de los estudiantes.

En este orden de ideas, se puede decir que “un sistema es una unidad global organizada de interrelaciones entre elementos, acciones o individuos, compuesta por elementos que no pueden distinguirse más que unos en relación con los otros” (Cañedo, 2009, p. 3). En pocas palabras, un sistema es “un componente dinámico, multifuncional, definido por la globalidad y definidor en la globalidad” (p. 3). Esta idea es un punto de partida clave para que, al abordar la didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje, se acuda a toda esa gama de producciones científicas para potenciar los conocimientos de las matemáticas en los alumnos desde otras áreas.

De hecho, las disciplinas sobre las cuales se estructuran los contenidos de los planes de estudio en las instituciones educativas permiten la apertura a otras disciplinas. Así, Morín (citado en Barberousse, 2008) expresa que el concepto de la interdisciplinariedad, es un sistema complejo que se comprende como una unidad global, el cual tiene la capacidad de “manifestar propiedades que no pueden ser explicadas a partir de sus componentes” (p. 99). Por otro lado, el concepto de transdisciplinariedad se refiere a la fundamentación didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, el cual exige que se dé una transdisciplina y una complejidad al estar unidas como formas de pensamiento. Todo esto con el fin de enseñar y aprender un saber matemático desde la noción de complejidad y para entrelazar disciplinas, y así impedir limitaciones y fragmentación del conocimiento.

De esta forma, el efecto buscado con la elaboración del modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas radica en el uso y en la manipulación de materiales didácticos. En donde dicho modelo reúne ciertos medios y recursos que facilitan la enseñanza y el aprendizaje, los cuales suelen utilizarse dentro del ambiente educativo para facilitar la adquisición de conceptos, habilidades, actitudes y destrezas. Así, se puede decir que cuando se utilizan los recursos didácticos de manera restringida en la educación primaria, se estaría limitando o retardando el aprendizaje; además, este

último podría, también, estar muy lejos de ser significativo, ya que el niño en esta etapa de su desarrollo requiere del manejo o manipulación de materiales didácticos gracias a la etapa del desarrollo en la que se encuentra que se basa principalmente en el juego y la lúdica.

Desde otro punto de vista, con el desarrollo del presente modelo pedagógico se pretende, también, develar las concepciones que tienen los docentes sobre el uso de materiales didácticos para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el ciclo de escolaridad primaria. En relación con lo anterior, es relevante que a medida que se vayan conociendo las nociones de los docentes de matemáticas, se deben atender, a su vez, a algunos de los principios de la enseñanza de las matemáticas en el trabajo en el aula con los alumnos, según lo dispuesto por Principios y Estándares (2000) del NCTM, los cuales se basan en que:

La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprensión de lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender, y por tanto les desafían y apoyan para aprenderlas bien.

Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de la experiencia y el conocimiento previo, Estos principios deben ser tenidos en cuenta en el desarrollo de propuestas curriculares, la selección de materiales didácticos, en la planificación de unidades didácticas, las decisiones instruccionales en las clases. (p. 12)

Si el aprendizaje de las matemáticas requiere comprensión por parte de los estudiantes, entonces, evidentemente, se deberá recurrir a procesos que vinculen ese acto comprensivo, reconociendo que determinadas acciones le permitirán al estudiante llegar a tal propósito. Por lo tanto, se deberán implementar ciertos procedimientos por parte del docente, para que esta comprensión quede asimilada en los alumnos, retomando el conocimiento científico y la transposición didáctica en el ejercicio de la enseñanza y el aprendizaje. En otras palabras, es que los estudiantes emprendan acciones dinámicas y establezcan relaciones con su conocimiento, para que así su aprendizaje parta de lo que ya saben y adquieran un nuevo aprendizaje con el cual van a entrar en contacto y, además, lo puedan moldear a partir de su propia experiencia.

En este mismo sentido, Godino (2004) propone que:

[...] el docente en formación debe lograr una actitud propicia al uso de materiales manipulativos de toda índole, incardinados como elementos de las situaciones didácticas, pero al mismo tiempo es necesario que construya una actitud crítica al uso indiscriminado de tales recursos. (p. 14)

El aporte anterior conduce a la introducción e implementación de materiales didácticos “manipulativos” por parte de los docentes para el desarrollo del proceso de enseñanza y de aprendizaje, y, por consiguiente, los alumnos también emplearán un contacto con estos materiales para iniciar una exploración que les permitirá percibir su realidad y sobre ella construir, en el pensamiento, la idea de dicha realidad. En donde el proceso cognitivo les permitirá un ejercer un desarrollo frente al nuevo conocimiento que va construyendo.

Por tal razón, Godino et al. (2013) conciben a la didáctica de las matemáticas “como una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p. 1). Ello exige que los docentes se apropien de materiales didácticos manipulativos para facilitar el aprendizaje en los alumnos, donde encontrarán un apoyo para la comprensión y el significado de lo que los estudiantes aprenden.

En este mismo sentido, Hjalmarson y Lesh (citados por Godino et al., 2013) enuncian que “La visión del diseño educativo se basa en semejanzas y paralelismos entre la educación y la ingeniería como campos que simultáneamente buscan avanzar el conocimiento, resolver problemas humanos, y desarrollar productos para su uso en la práctica” (p. 9). Así, la didáctica de las matemáticas conduce, por una parte, al establecimiento de procesos y, por otra, a la determinación y selección de materiales para la implementación de la enseñanza y el aprendizaje.

Por tal razón, se tendrá que atender al uso de materiales didácticos de manera cuidadosa, pues se busca cumplir con los criterios que satisfagan su adecuación, dependiendo del ciclo de escolaridad a quienes esté dirigida su implementación. Criterios que podrían considerarse, según el tipo de método y material, los intereses y

necesidades de los alumnos, también, de acuerdo con el desarrollo psicológico, socioemocional, aspectos de tipo inclusivos y la pertinencia del material a su contexto. En consecuencia, los docentes deberán atender tales criterios a la hora de introducir los materiales didácticos que tanto él como sus alumnos manipularán en el abordaje del proceso formativo desde la enseñanza y el aprendizaje del saber matemático.

En este sentido, Ruiz (2008) referencia la forma como se concibe al docente y la postura del estudiante frente a los desempeños académicos: “Así pues, el rol del docente dejará de ser únicamente el de transmisor de conocimientos para convertirse en un facilitador y orientador del conocimiento y en un participante del proceso de aprendizaje junto con el estudiante” (pp. 1-2). Entonces, el docente fijará una posición de guía frente al trabajo del estudiante y será copartícipe de ese aprendizaje, de las creaciones y descubrimientos que suceden dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aquí el docente tendrá que tener un claro conocimiento de la disciplina que imparte como de su didáctica para poder enseñarla y posibilitar el aprendizaje.

La UNESCO (citada por Ruiz, 2008) plantea que: “existen factores relacionados con los docentes de matemática que afectan su proceso de enseñanza aprendizaje, siendo la, [...] Falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles de los sistemas educativos” (p. 2) un factor preponderante. En el municipio de Piedecuesta, se puede decir que la mayoría de docentes vinculados en primaria carecen de especialización en las diferentes áreas del conocimiento. Igualmente, no hay que dejar a un lado el hecho de que hay “profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático, carecen de una formación didáctica sólida” (Ruiz, 2008, p. 2). En otras palabras, docentes en práctica que escasamente tienen una formación básica sobre el saber matemático; situación que frena el avance del conocimiento al que deberían estar optando los alumnos. Tal como lo expresó Díaz (citado en Ruiz, 2008) “debido a una escisión entre el conocimiento científico y el conocimiento didáctico, hay instituciones educativas en que se ha llegado a aceptar, tácita o explícitamente, que basta con saber para enseñar” (p. 2).

En tal sentido, se puede decir que lo propuesto por aquellos docentes para la enseñanza y el aprendizaje no se hace atendiendo a criterios válidos dentro de una didáctica propia en su área específica, lo cual tiene como posible consecuencia que los estudiantes adquieran un aprendizaje a distancia del deber saber. Ruiz (2008) plantea que el peor escenario es cuando “[...] el profesor de ciencias no tiene un adecuado dominio del contenido que imparte” (p. 2). Esta acción se puede considerar como alarmante, ya que se está desarrollando una enseñanza y unos aprendizajes sin la debida fundamentación científica y, además, se está propiciando la construcción de un conocimiento cimentado en el error y la duda.

Sin embargo, esto no quiere decir que se desconozca que, en la labor docente, no es extraño que un buen profesor de matemática, por ejemplo, no alcance todos los objetivos previstos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, por diversos factores que se salen de su poder; pero, bajo la dirección de un profesor incompetente profesionalmente, por cualquiera de los factores anteriormente señalados, el aprendizaje resulta poco sólido y engañoso.

Ahora bien, para que el docente pueda cumplir de manera óptima con los procesos que demanda su labor, se considera que a través de las TIC surge una propuesta pedagógica basada en el enfoque constructivista, el cual permite realizar de diversas formas los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Tal como lo menciona Castillo (2008): “como consecuencia de la inminente incorporación de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) a la enseñanza de las ciencias, y particularmente a la de la matemática, se ha visto transformada la práctica pedagógica de los docentes” (p. 171).

En la educación, hay un sinnúmero de investigaciones que expresan la importancia de las TIC, las cuales defienden esta herramienta digital gracias a “las ventajas que ofrece su utilización (la mejor manera de sacarles provecho, al ser medios o herramientas que contribuyen a enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje–aprendizaje)” (Castillo, 2008, p. 172). En este sentido, con las TIC el docente encuentra herramientas didácticas atractivas para utilizar en el aula de clase con sus

estudiantes. No obstante, no hay que olvidar que es importante saber orientar a los estudiantes en el uso adecuado de la tecnología, dependiendo de las temáticas que se tratarán en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y en relación con las características del grupo.

Al respecto, Gallego (2008) determina que “la enseñanza debe adaptarse al alumno, y no al revés” (p.1). Por ello, la enseñanza debe ir a tono con las características y necesidades de los estudiantes y, además, debe tener en cuenta el estilo particular de cómo aprende cada uno de los estudiantes. De este modo, este mismo autor indica que “el conocimiento de los Estilos de Aprendizaje de los estudiantes constituye el primer paso para mejorar nuestra labor docente” (p. 1). En este orden de ideas, se identifica que conocer al máximo la población escolar es una acción primordial en el ámbito educativo, la cual todo docente debe realizar para que, en su práctica, conozca los estilos de aprendizaje de sus estudiantes, y así emprender en los procesos de enseñanza. Lo anterior permitiría a los alumnos interactuar en los ambientes de aprendizaje de manera espontánea porque se estaría trabajando desde su condición natural para aprender, provocando comodidad con las actividades educativas que ejerzan.

En este sentido, se pueden considerar que los estilos de aprendizaje son: “los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje” (Gallego, 2008, p. 96). En donde, el autor expresa que “difícilmente puede entenderse una buena labor docente sin un conocimiento teórico seguido de un desarrollo práctico, y viceversa” (p. 96). Por lo tanto, para que el estudiante adquiriera un determinado conocimiento matemático es pertinente que el docente lo oriente hacia un aprendizaje a través de la práctica y, en consecuencia, el docente deberá disponer de recursos didácticos pertinentes para este cometido, como lo son los materiales manipulativos.

En relación con lo anterior, Alonso (citado en Gallego, 2008) indica que “las investigaciones cognitivas han demostrado que las personas piensan de manera

distinta, captan la información, la procesan, la almacenan y la recuperan de forma diferente” (p. 96). Así que no hay duda de que dichos procesos tendrán que ser tenidos en cuenta a la hora de la implementación de la enseñanza y el aprendizaje, en coherencia con la población escolar sobre la cual recae la propuesta educativa, con el fin de construir un conocimiento de manera amena y significativa. De hecho, en una ocasión, Gallego (2008) expresa que gracias a su labor como docente pudo conocer más sobre los estilos y ritmos de aprendizaje porque:

[...] muchos de los estudiantes que había considerado tontos no lo eran en absoluto: simplemente no aprendían de una manera compatible con mi forma de enseñar y, por otra parte, también noté que al enseñar usando el material de una sola manera no les había dado ni una oportunidad. (p. 96)

Con esta reflexión se puede decir que, primero, los estudiantes deben tener la oportunidad de aprender según su estilo y, segundo, esta acción implica, para los docentes, la implementación de procesos acordes a las características de la población escolar frente a la forma como asimilan sus aprendizajes. De esta manera, dichos aprendizajes no solamente serán viables, sino que también estarán cargados con significado.

Otro aporte similar es el mencionado por Dunn y Dunn (citados por Gallego, 2008), quienes expresan que “es muy posible que los estudiantes que obtienen notas más altas en matemáticas la consigan porque se les está enseñando en la forma que mejor va con su estilo peculiar” (p. 96). Esta situación es alarmante porque demuestra que se está dejando a un lado el estilo de aprendizaje de algunos estudiantes, en donde esta exclusión se ve reflejada a través de calificaciones no tan sobresalientes, indicando así una necesidad de modificar constantemente la forma de enseñar. Es decir, desarrollar procesos conformes con el estilo de aprender de los alumnos. Es aquí donde los materiales didácticos manipulables tienen su sentido de ser en el proceso de aprendizaje, siempre y cuando sean utilizados atendiendo a los diferentes estilos que constituyen a la población estudiantil dependiendo de los grupos o grados de la escolaridad.

Por otro lado, gracias a la observación en las instituciones educativas del municipio de Piedecuesta se pudo conocer, de múltiples maneras, el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de los docentes, quienes recurren a diferentes métodos para aproximar el conocimiento a sus alumnos. No obstante, cabe precisar que los desempeños académicos de estos últimos, a la hora de examinar sus resultados, no son los más satisfactorios. Un hallazgo poco favorable, a pesar de que algunos docentes sí emplean materiales didácticos manipulables y se los proporcionan a los estudiantes para que ellos exploren y obtengan de esta experiencia las conceptualizaciones deseadas en algunos momentos dados.

Se puede afirmar que la importancia del uso de materiales didácticos manipulativos en el aula radica en que estos aportan a los alumnos múltiple información, gracias a una facilidad mayor al momento de apropiarse de un determinado saber. Esto ocurre porque los estudiantes establecen una relación conceptual con dichos materiales, el cual resultaría difícil obtenerlo solo con la propuesta formal del discurso teórico y emitido oralmente por el docente.

En el caso contrario, es decir, cuando los docentes no incorporan materiales didácticos manipulables para el desarrollo del proceso de la enseñanza y aprendizaje, se genera que la única aproximación del pensamiento matemático en sus estudiantes se realice a través del plano formal, basado en la memoria y en el tradicional concepto de “transmitir” conocimientos. Esto conlleva a que se deje a un lado, al momento de enseñar, los intereses y necesidades de los estudiantes que están estipulados a partir de las características propias de la disciplina de la psicología en la etapa de escolaridad primaria. Dichos intereses y necesidades obedecen a la exploración del medio y, concretamente, a los procesos cognitivos, los cuales deben originarse a partir de la interacción con los materiales que los estudiantes deben usar y manipular para lograr tal propósito.

Por ende, en el caso de los docentes observados que carecen del uso de materiales didácticos manipulativos, se puede decir que los aprendizajes que adquieren los niños se encuentran lejos de lo que requieren para la construcción de la imagen de la realidad

matemática, gracias a que sus sentidos no están siendo estimulados mediante el uso de materiales didácticos. Lo anterior conlleva a que los desempeños de los alumnos, sean distantes de ser significativos y, por consiguiente, no serán alentadores sobre las distintas temáticas que constituyen los aprendizajes en la educación básica primaria. Se puede decir, entonces, que cuando los docentes no dan el adecuado uso de los materiales didácticos dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje están retardando o impidiendo el desarrollo de los procesos cognitivos básicos en los estudiantes en la etapa de educación primaria. Dicha carencia didáctica conlleva a unas consecuencias que se resumen en tener mayores dificultades de comprensión sobre unos contenidos carentes de sentido en el educando y, también, aumenta la posibilidad de presentar estas dificultades en sus estudios secundarios, por el hecho de no haber cubierto esta etapa en la primaria con materiales concretos.

Por tal razón, al momento de elaborar el modelo didáctico, objeto de la presente investigación, se recurre al hallazgo, a la interpretación y a la explicación como alternativa, dado que Domínguez (2007) indica que “La teoría de la ciencia no determina el objeto de conocimiento pues no atiende muchas de las relaciones por referirse solo a explicaciones del mismo” (p. 42). Por ende, se puede afirmar que el objeto de investigación nació desde las manifestaciones e indagaciones que se realizaron en una situación en particular, ya sea que esté sucediendo o que se esté generando socialmente.

En este orden de ideas, el modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través del uso de materiales didácticos manipulables en alumnos de educación básica primaria defiende el hecho de que estos materiales permiten expresar las diferentes manifestaciones observables del conocimiento. Estas manifestaciones se explicarían e interpretarían a través de otras nuevas que se generan progresivamente durante el proceso educativo, pero, también, se conocen gracias a los efectos que estos materiales didácticos conllevan en los aprendizajes de los alumnos.

De esta forma, se comprende que para abordar la realidad no basta con explicar un determinado fenómeno a través del uso del material didáctico manipulable durante

el proceso de enseñanza y aprendizaje, sino que además corresponde a expresar e interpretar los efectos generados en los alumnos sobre los conocimientos adquiridos y la implementación de estos conocimientos en el plano cognitivo, social y cultural. Además, se recomienda tener presente la estimulación que genera el uso de materiales concretos en los estudiantes para continuar con nuevos hallazgos del saber, para una educación inclusiva y para un desarrollo sostenible y de calidad.

Por otro lado, es conveniente relacionar el tema de la presente investigación con los tiempos actuales de pandemia producidos por el virus denominado COVID – 19. Este hecho causó que la educación haya tenido múltiples transformaciones y cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje, como también frente a las políticas que se han tenido que implementar para responder a la emergencia sanitaria a nivel mundial. De este modo, se puede evidenciar que:

En la esfera de la educación, esta emergencia ha dado lugar al cierre masivo de las actividades presenciales de instituciones educativas en más de 190 países con el fin de evitar la propagación del virus y mitigar su impacto. Según datos de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), a mediados de mayo de 2020 más de 1.200 millones de estudiantes de todos los niveles de enseñanza, en todo el mundo, habían dejado de tener clases presenciales en la escuela. De ellos, más de 160 millones eran estudiantes de América Latina y el Caribe. (UNESCO, 2020, p. 1)

Así, a partir de la suspensión de las clases presenciales, se han impuesto desafíos y soluciones sobre la mejor manera de implementar el currículo, con medios no presenciales y con diferentes formas de adaptación, priorización y ajuste. Por ello, al momento de recurrir a diferentes herramientas didácticas para la enseñanza y aprendizaje, Rieble-Aubourg y Viteri (citados por la UNESCO, 2020) expresan que:

La mayoría de los países cuentan con recursos y plataformas digitales para la conexión remota, que han sido reforzados a una velocidad sin precedentes por los Ministerios de Educación con recursos en línea y la implementación de programación en televisión abierta o radio. No obstante, pocos países de la región cuentan con estrategias nacionales de educación por medios digitales con un modelo que aproveche las TIC [...] A ello se suma un acceso desigual a conexiones a Internet, que se traduce en una distribución desigual de los recursos y las

estrategias, lo que afecta principalmente a sectores de menores ingresos o mayor vulnerabilidad. (pp. 3-4)

A nivel de Colombia, el Ministerio de Salud junto con el de Educación Nacional (MEN), en las distintas orientaciones dirigidas a las Secretarías de Educación Municipal, se definieron los lineamientos que se deben implementar en las instituciones educativas por el cuerpo de docentes para así garantizar la continuidad del servicio educativo en tiempos de la pandemia, a causa del COVID – 19. Dentro de estas orientaciones se perfila lo correspondiente a las adecuaciones curriculares en cuanto a la flexibilización de contenidos, metodologías y procesos de valoración de los aprendizajes. Todo esto en aras de garantizar el servicio educativo dentro de un modelo denominado de alternancia, el cual consiste en un trabajo educativo en casa tanto por los docentes como por estudiantes, y una asistencia regulada en presencialidad en las poblaciones donde el problema de afectación por el COVID-19 lo permite.

Por tal razón, desde los Lineamientos emitidos por el Ministerio de Educación Nacional (2020) se establecen las orientaciones relacionadas con la gestión pedagógica para el regreso gradual y progresivo de la comunidad educativa al entorno escolar bajo el esquema de alternancia. El documento precisa que, para avanzar en el retorno progresivo y gradual a la presencialidad, se considera fundamental definir las orientaciones pedagógicas que permitan a las Secretarías de Educación y a las instituciones educativas organizar la prestación del servicio, teniendo en cuenta las condiciones locales, y de acuerdo con las medidas indicadas por las autoridades de salud y de educación para asegurar la gestión educativa en condiciones de bioseguridad (MEN, 2020). De esta forma, se decretó que:

Las instituciones educativas definirán los criterios para orientar el trabajo pedagógico en cada una de las opciones de alternancia que se hayan definido, con el fin de continuar acompañando en el proceso de desarrollo y de aprendizaje de los niños, niñas y jóvenes. (p. 45)

En consecuencia, en el municipio de Piedecuesta se generó una guía orientadora titulada SEM PIEDECUESTA (2020) que expresa con fundamento las orientaciones recibidas por el MEN para desarrollar las diferentes actividades pedagógicas. En donde

se precisan claramente las diferentes acciones que deben seguir las instituciones educativas, para continuar con la prestación del servicio educativo en el modelo de trabajo en casa en esta situación de pandemia. Además, en esta guía se determinan las acciones que deben adelantar, de manera particular en el hogar, los directivos y docentes de cada uno de los establecimientos educativos.

Así mismo, a partir de esta guía orientadora formulada por la Secretaría de Educación del municipio de Piedecuesta, se consideró que, debido a las dificultades de conectividad para el uso de herramientas tecnológicas, especialmente en el área rural de este Municipio, se debe hacer uso de materiales físicos para el trabajo en casa en los docentes y estudiantes, y así desarrollar competencias transversales en las áreas fundamentales y en los proyectos pedagógicos.

Por ende, para lograr el objetivo de la presente investigación, el cual corresponde a la propuesta de un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales manipulables en los estudiantes del ciclo de educación básica primaria, se concibe que dicho proceso de enseñanza y aprendizaje estará conectado de manera sólida gracias a la implementación de materiales didácticos. En donde se reconoce también que el proceso de enseñanza y aprendizaje es aquel en el cual se adquieren conocimientos propios de un área o disciplina perteneciente al plan de estudios de básica primaria. De este modo, se tienen una serie de fundamentos que posibilitan una didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a partir de los siguientes ejes orientadores:

I). La condición cognitiva de los alumnos en la etapa del desarrollo del pensamiento en la cual se ubican según su edad cronológica. II). Los intereses y necesidades que tienen los niños en las edades de 6 a 10 años. III). Los estilos, ritmos, que prevalecen en los niños para el aprendizaje en el ciclo de educación básica primaria. IV). La condición lúdica que existe en la niñez en la etapa de los 6 a los 10 años. V). El desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje desde la inclusión como factor de derecho. VI). La enseñanza orientada a la construcción del conocimiento a partir de la práctica como fundamento del aprendizaje. VII). La aplicación del

conocimiento aprendido para el desarrollo de la creatividad. VIII). La promoción del desarrollo de la autonomía, como condición, para avanzar en el desborde creativo. IX). Una enseñanza desde el uso de materiales didácticos manipulativos tomados del contexto de los alumnos. X). Una enseñanza que promueva el aprendizaje con significado y con sentido para los alumnos. XI). Una enseñanza con pertinencia al contexto de los alumnos y a los avances de la educación. A partir de estas condiciones, el proceso de enseñanza tendrá una correspondencia con lo que se propuso investigar.

En este mismo sentido, en la presente investigación se busca dar una respuesta de forma teórica a los siguientes temas: la didáctica de las matemáticas, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y los materiales didácticos en la escolaridad básica primaria. Por ende, se formuló la siguiente pregunta orientadora: ¿Cómo generar un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con materiales didácticos manipulables, en los alumnos del ciclo de educación básica primaria? A través de este cuestionamiento se buscó que el aprendizaje que adquieran los alumnos sea significativo y los lleve al desarrollo del pensamiento propio de la edad por la que se encuentran en la primaria, de acuerdo con su etapa psicológica correspondiente.

Asimismo, el cuestionamiento principal de esta investigación conllevó inmediatamente a unas nuevas formulaciones, las cuales exigen dar respuesta al fenómeno de estudio, desde una postura concreta para su ejecución: I). ¿Cuál es la relación entre didáctica y enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? II) ¿Cuál es la relación entre enseñanza y aprendizaje con los materiales didácticos? III). ¿Qué teorías sustentan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? IV). ¿Cómo se relacionan los materiales didácticos manipulativos y el aprendizaje de las matemáticas en la educación básica primaria?

Propósitos de la investigación

Propósito general

Generar un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables, en alumnos del ciclo de educación básica

primaria, de las instituciones oficiales del municipio de Piedecuesta, departamento de Santander, Colombia.

Propósitos específicos

I). Develar la situación de la didáctica de las matemáticas en estos tiempos de pandemia y con visión postpandemia, desde el proceso de enseñanza-aprendizaje y sobre el uso de los materiales didácticos con los alumnos. II). Interpretar los hallazgos develados sobre las circunstancias educativas que acontecen en materia de la didáctica y que se hacen presentes en las prácticas pedagógicas que emplea el docente para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. III). Analizar la situación de la didáctica para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. IV). Construir el modelo didáctico para el fortalecimiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a partir de las concepciones docentes y prácticas pedagógicas, en tiempos de COVID – 19 y para la postpandemia. V). Validar el modelo didáctico para la enseñanza de las matemáticas.

Categorías de la investigación

Las categorías que acompañan al problema de investigación son: Didáctica de las matemáticas, Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas, Materiales didácticos manipulativos. De tal modo, es importante mencionar que se concibe a la didáctica de las matemáticas como todos aquellos procesos que se deben desarrollar para lograr la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de manera adecuada, dado que las matemáticas corresponden a una de las áreas o disciplinas de estudio propias en la escolaridad primaria. Así, los materiales didácticos manipulativos obedecen al conjunto de recursos que deben ser usados por los docentes y alumnos a la hora de iniciar la exploración de los conocimientos propuestos para el desarrollo de una determinada temática. Y la educación primaria, se constituye en uno de los ciclos dentro de los cuales se encuentra estructurado el proceso educativo de un determinado sistema escolar, el cual de manera general corresponde a la escolaridad dentro del rango de edades entre los 6 a 10 años de edad.

Justificación

En primer lugar, se puede decir que el desarrollo de esta propuesta es un aporte para la educación, en la medida en que el modelo didáctico pensado se posicione como referente para los docentes sobre su quehacer como profesionales frente a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria. Y, primordialmente, en el uso de materiales didácticos y el impacto que estos tienen en los alumnos a la hora de ser manipulados e implementados en las aulas de clase. En el mejor de los casos, este estudio sobre la generación de un modelo didáctico, les permitirá a los docentes apropiarse de la fundamentación de la didáctica, para así implementar el proceso de enseñanza y aprendizaje de manera clarificadora y desde un referente científico, dando así solidez al ejercicio de su práctica.

En el caso de los alumnos resultaría interesante que los procesos de enseñanza que se implementen en el aula de clase estén en coherencia con las características y naturaleza de desarrollo de los estudiantes. Acción que les propiciará aprendizajes con sentido y, por consiguiente, significativos, con el fin de incentivar mejores desempeños. Esto le posibilita a la niñez no solo alcanzar conocimiento, sino también adquirir la vivencia de dicho conocimiento en el aula o en ambientes de aprendizaje dispuestos para ello.

Por otro lado, con esta propuesta se aportan reflexiones que permiten concebir a los materiales didácticos concretos como los verdaderos juguetes de la niñez estudiantil desde la naturaleza lúdica, el pensamiento concreto sensorial e imaginativo. Características propias de los estudiantes entre 6 a 10 años de edad. Etapa en la cual se necesita dar desborde a la curiosidad del niño que se caracteriza por querer conocer todo lo que le rodea, dando rienda suelta a su creatividad, y, en consecuencia, permitiéndole tomar los espacios alumnos como los verdaderos ambientes para el aprendizaje donde pueda disfrutar, gozar y ser feliz.

En otras palabras, el modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas le permitirá al docente encontrar puntos de partida que le posibilitan conocer e incentivar un ambiente enriquecido con materiales didácticos, los cuales los

niños pueden manipular libremente dentro de los procesos de aprendizaje. De este modo, se les estará garantizando a los últimos unos aprendizajes llenos de significado desde su entorno o mundo real, lo cual los encamina al éxito en posteriores niveles, cada vez más complejos, del desarrollo de pensamiento. También, el uso de materiales didácticos en el aula, dispone a los estudiantes a conquistar los saberes y las vivencias en cada una de las etapas de la escolaridad. Indicio significativo de una probable aprobación y avance a los siguientes niveles en su educación, el cual tendrá como efecto la disminución o eliminación de la repitencia y deserción en el sistema escolar.

Ahora bien, las circunstancias actuales por las que la humanidad atraviesa frente a la problemática del COVID-19 han provocado una serie de cambios y transformaciones sustanciales en la forma de convivir, implicando que la cotidianidad de los ciudadanos se desarrolle dentro de un aislamiento social en aras de proteger la vida. De tal manera, la convivencia escolar también demanda una forma distinta de implementación y; por lo tanto, el currículo sufrió modificaciones dado el nuevo contexto. De manera rigurosa, se han venido haciendo ajustes en los planes de estudio, condicionando todo lo que ello implica en cuanto a las flexibilizaciones del conocimiento a impartir, los tiempos para su enseñanza, los métodos a seguir y la didáctica a utilizar para posibilitar el aprendizaje. Esto requiere pensar en nuevas estrategias y herramientas que se ajusten a tales cambios.

En este orden de ideas, se hace evidente la exigencia de un nuevo modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las distintas áreas del plan de estudios y unos nuevos fundamentos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estas condiciones motivan la propuesta del modelo didáctico para que los docentes encuentren cómo desarrollar su labor profesional, en concordancia con el uso de la tecnología para estar en correspondencia con el nuevo modelo de alternancia que exige un actuar en un sistema educativo también transformado. Todo lo anterior en aras de cumplir con la entrega del servicio educativo público a la población escolar.

MOMENTO II

MARCO TEÓRICO

En este apartado se busca sustentar de forma teórica las diferentes categorías que estructuran la generación del modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través de materiales didácticos manipulables en alumnos del ciclo de educación básica primaria. Para ello, se tienen en cuenta los temas de La didáctica de las Matemáticas, el proceso de Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas y los Materiales Didácticos manipulativos, con el propósito de consolidar un aprendizaje significativo a través del contacto directo y manipulación de materiales tangibles que permita a los estudiantes llegar a la comprensión, interpretación y cuestionamiento de la realidad. Este contacto aportará un nuevo conocimiento, el cual el estudiante pondrá en práctica en su cotidianidad porque le permitirá reproducir nuevas experiencias y aportes para desbordar su capacidad creadora.

Antecedentes del estudio

En primer lugar, Reigeluth (citado en Godino, 2013) considera que “una teoría de diseño educativo es una teoría que ofrece una guía explícita sobre la mejor forma de ayudar a aprender y desarrollarse. Los tipos de conocimientos y desarrollos pueden ser cognitivos, emocionales, físicos y espirituales” (p. 2). De este modo, se evidencia una orientación clara hacia el diseño de modelos didácticos para distintos campos del conocimiento matemático que deben ser abordados al momento de considerar la enseñanza y el aprendizaje como procesos pedagógicos. Esta consideración permite tener presente una de las características principales para el diseño del modelo didáctico que se propone en el presente trabajo investigativo porque se enfoca en la teoría constructivista para posibilitar una enseñanza y aprendizaje a través de la incorporación de materiales didácticos manipulativos y así construir el conocimiento matemático.

Lesh y Sriramn (citados por Godino et al., 2013) conciben a “la educación matemática, como una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar

la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p. 1). Por consiguiente, los docentes deberán implementar el diseño de materiales en sus respectivas aulas, para que, a partir de ello, los estudiantes generen una exploración que les ayude a percibir su realidad y a desarrollar un proceso cognitivo para construir progresivamente un nuevo conocimiento. En este sentido, Godino (2004) contempla que los recursos didácticos son:

[...] los libros de texto, materiales manipulativos, gráficos y textuales, hasta los recursos tecnológicos (calculadoras, ordenadores, internet, etc.), para lograr una actitud propicia al uso de materiales manipulativos de toda índole, incardinados como elementos de las situaciones didácticas, pero al mismo tiempo es necesario que construya una actitud crítica al uso indiscriminado de tales recursos. (p. 14)

De este modo, se evidencia la importancia de los materiales didácticos para la comprensión y la estructuración de las ideas con base en la realidad porque “los materiales manipulativos ayudan a los niños a comprender tanto el significado de las ideas matemáticas como las aplicaciones de estas ideas a situaciones del mundo real” (p. 127).

Asimismo, en el conjunto de materiales didácticos manipulativos propuestos por Godino (2004), se describe que “el material manipulativo (sea tangible o gráfico-textual) puede ser un puente entre la realidad y los objetos matemáticos” (p. 14). En consecuencia, se evidencia la importancia de que el modelo didáctico pensado para la enseñanza de las matemáticas incorpore materiales didácticos manipulativos para la representación de objetos y sistemas matemáticos que simbolicen la realidad. La fuerza representativa y significativa de estos materiales radica en su adaptación sobre la temática que se aborda y la ayuda que ejercen para aprender un determinado conocimiento.

Por ende, es importante que el uso de los materiales didácticos manipulativos se constituya como una intencionalidad efectiva para la adquisición del conocimiento matemático y que sean un verdadero apoyo a este. Por tal razón, Godino (2004) indica que son importantes:

Los Materiales manipulativos que apoyan y potencian el razonamiento matemático: Objetos físicos tomados del entorno o específicamente preparados, así como gráficos, palabras específicas, sistemas de signos etc., que funcionan como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático. (p. 128)

En este sentido, el docente debe conocer a profundidad el material didáctico que va a introducir en su propio proceso de enseñanza y, además, en el proceso de aprendizaje que espera por parte de los alumnos, demostrando así la adaptabilidad del material manipulativo al momento de abordar una temática específica y para desarrollar un proceso educativo en pro de lograr un conocimiento. También, el docente “debe poseer un marco conceptual que le ayude a tomar una posición crítica y constructiva sobre el uso de los recursos didácticos, y en particular los materiales manipulativos, en la enseñanza de las matemáticas” (p. 127).

Por tal razón, es primordial “la construcción de modelos matemáticos, su comparación con la realidad, y su perfeccionamiento progresivo” (Godino, 2004, p. 136). En donde el modelo didáctico demuestra su efectividad porque puede ser utilizado en cada etapa presente en la resolución de problemas matemáticos y, además, se puede relacionar en situaciones teóricas y prácticas (Godino, 2004). En tal caso, la propuesta del modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, puede satisfacer el procedimiento que permite representar la realidad a través de materiales didácticos manipulativos, en una intención por comprender significativamente la modelización de objetos o procesos matemáticos tanto en docentes como en alumnos.

Por este motivo, los docentes deben adquirir una visión clara sobre la enseñanza de las matemáticas que, según Godino (2004), en su obra Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las matemáticas para docentes, debe contemplar:

- Las clases como comunidades matemáticas, y no como una simple colección de individuos.
- La verificación lógica y matemática de los resultados, frente a la visión del profesor como única fuente de respuestas correctas.

- El razonamiento matemático, más que los procedimientos de simple memorización.
- La formulación de conjeturas, la invención y la resolución de problemas, descartando el énfasis en la búsqueda mecánica de respuestas.
- La conexión de las ideas matemáticas y sus aplicaciones, frente a la visión de las matemáticas como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos. (p. 11)

De acuerdo con estas consideraciones, los docentes de aula en ejercicio, es decir, quienes ya se encuentran desarrollando los procesos de enseñanza y promoviendo el aprendizaje a grupos de alumnos de la primaria, tendrán que contemplar a los estudiantes como una comunidad que autónomamente establece comprobaciones desde una lógica matemática, a partir de razonamientos, de una formulación de hipótesis, de la invención, de la resolución de situaciones y de la aplicación del conocimiento en contextos determinados. Esto incentiva a la enunciación de un modelo didáctico de acuerdo con la teoría de las matemáticas, que esté en relación con el conocimiento y con el rol que debe asumir el docente y los alumnos para su aplicación en la vida diaria.

Ahora, para mencionar el aporte que generan los recursos didácticos manipulativos en los procesos educativos, las palabras de Godino (2004) se consideran relevantes, dado que expresa que estos “en realidad, constituyen los instrumentos semióticos del trabajo matemático (sea éste profesional o escolar)” (p. 131). En donde los recursos se pueden clasificar como “manipulativos tangibles” o “manipulativos gráfico-textuales-verbales” (p. 131). Así, se reconoce que para la presente investigación se tratan los materiales didácticos manipulativos en la propuesta del modelo didáctico.

Por otra parte, gracias a la perspectiva de Arteaga y Macías (2016) en su obra, *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil*, se conoce que:

[...] todo profesor, independientemente de la etapa educativa en la que ejerza su profesión, enfoca y realiza su labor docente partiendo de una serie de creencias, decisiones y consideraciones en relación a lo que

significa enseñar matemáticas y cómo sus estudiantes adquieren los conocimientos de una manera adecuada para obtener mejores resultados. (p. 19)

Es decir, el docente recurre a un modelo didáctico tanto para la enseñanza como para el aprendizaje del conocimiento matemático. Aquí, se refuerza una vez más lo planteado por los anteriores teóricos sobre la necesidad de atender a un modelo didáctico que permita ejercer en la docencia procesos educativos. En cuanto a la actividad matemática, Arteaga y Macías (2016) describe que:

[...] la matemática ha estado presente desde el principio de los tiempos y ha sido necesaria para desarrollar procesos y actividades, de forma simple o compleja, a lo largo de toda nuestra vida, pues desde pequeños estamos en contacto con las formas y los números, nos ubicamos en el espacio, clasificamos, contamos, realizamos multitud de procesos y desarrollamos múltiples destrezas y capacidades en relación a la matemática a través de ese afán innato de descubrir propio de los niños de Educación Infantil. (p. 19)

En consecuencia, la disciplina de la matemática forma parte de nuestra vida cotidiana y como tal implica su perfeccionamiento como ciencia desde los procesos de enseñanza y aprendizaje. Acciones que se desarrollan a través de la didáctica y que se inician a partir del uso de materiales manipulativos, con el fin de permitir la comprensión del conocimiento disciplinar.

Igualmente, “la didáctica de las matemáticas centra su interés en todos aquellos aspectos que forman parte del proceso de enseñanza-aprendizaje (metodologías y teorías de aprendizaje, estudio de dificultades, recursos y materiales para el aprendizaje, etc.)” (Arteaga y Macías, 2016, p. 20). Criterios que podrían considerarse, de acuerdo con el tipo de métodos y materiales manipulativos, según los intereses y necesidades de los alumnos y, también, dependiendo del desarrollo psicológico, socioemocional y de inclusión de los estudiantes, y con pertinencia al contexto. En este orden, los docentes deberán atender tales criterios a la hora de manipular los materiales didácticos tanto por ellos mismos como por sus alumnos, para el abordaje del proceso formativo de la enseñanza y el aprendizaje del saber matemático.

En relación, Ruiz (2008) menciona que: “Así pues, el rol del docente dejará de ser únicamente el de transmisor de conocimientos para convertirse en un facilitador y orientador del conocimiento y en un participante del proceso de aprendizaje junto con el estudiante” (p. 1). En este sentido, les corresponde a los docentes potenciar la creatividad en sus alumnos frente a lo que ellos están descubriendo y aprendiendo.

La UNESCO (citado en Ruiz, 2008) sostiene que “existen factores relacionados con los docentes de matemática que afectan el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta materia, entre los que se pueden plantear la falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles de los sistemas educativos” (p. 2). En el campo de la educación primaria en Piedecuesta, lo expuesto anteriormente se relaciona en la medida en que se pudo observar en el trabajo de campo que la mayoría de docentes carecen de especialización en las diferentes áreas del conocimiento. Además, otro factor similar sería la “Existencia de profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático, carecen de una formación didáctica sólida” (Ruiz, 2008, p. 2). Una situación que frena el avance del conocimiento al que deberían estar optando los alumnos porque se aumenta la posibilidad de recibir los contenidos de manera abstracta y poco atractiva.

Por otro lado, para mencionar el aporte significativo que le da las TIC a la educación, los aportes de Castillo (2008) se consideran relevantes. En su obra Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática menciona que, al hablar sobre las TIC:

Ya no se debate sobre su necesidad, sino sobre las ventajas que ofrece su utilización (la mejor manera de sacarles provecho, al ser medios o herramientas que contribuyen a enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje), su incidencia en la cognición y procesos del pensamiento de los estudiantes y la manera como impactan en la reestructuración del currículo educativo. (p. 1)

En este sentido, las TIC son en nuestra época uno de los grandes medios y herramientas para la facilitación de saberes dentro de los diferentes ambientes formativos porque los docentes y estudiantes encuentran en ellas una de las mejores maneras para adquirir los conocimientos. Asimismo, el uso de la tecnología y el

protagonismo que se le da al estudiante en su proceso de aprendizaje cambia toda noción de enseñanza tradicional. Gallego (2008) en la obra *Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*, describe que:

Asumiendo la máxima de que la enseñanza debe adaptarse al alumno, y no al revés, es decir, es el alumno el que debe ocupar el centro de todo acto educativo y, a medida que adquiere madurez, debe sentirse cada vez más libre de decidir por sí mismo lo que quiere aprender y en lo que desea formarse. (p. 95)

La idea anterior implica que la adaptación que propone el autor es un factor clave para la adquisición del nuevo conocimiento desde la experiencia y práctica del docente, para que así el alumno desarrolle su proceso de conocimiento a partir de sus características personales. Sin olvidar que “las personas piensan de manera distinta, captan la información, la procesan, la almacenan y la recuperan de forma diferente” (Gallego, 2008, p. 96). Por lo tanto, se debe atender a la implementación de la enseñanza y el aprendizaje desde estas condiciones para que dichos procesos sean coherentes y pertinentes con la población escolar que se atiende y sobre la cual recae la propuesta educativa.

Lo anterior exige, entonces, la implementación de procesos acordes y diversos según las características de la población escolar en relación con la forma en que asimilan sus aprendizajes. Con el fin de que, de esta manera, los aprendizajes no solamente sean viables, sino significativos. Es aquí donde los materiales didácticos tienen su sentido de ser en el proceso de aprendizaje, siempre y cuando sean utilizados atendiendo a los diferentes estilos que constituyen la población estudiantil en los diversos grupos o grados de la escolaridad. Por tal razón, Muñoz, (2016), en su obra *Didáctica de las matemáticas para docentes de Educación Primaria*, plantea que:

[...] la Didáctica de las Matemáticas, es un área de conocimiento con identidad propia, con fundamentos y herramientas metodológicas específicas, que se nutre de la matemática y de otras ciencias de la educación, pues, son las matemáticas como objeto de enseñanza y aprendizaje, y el foco, es el profesor en su cometido de enseñar matemáticas y en los requerimientos epistemológicos y pedagógicos que exige su práctica profesional. (p. 90)

Por lograrlo, los aspectos que indican el éxito en la aplicación de la didáctica de la matemática son “la construcción de significados matemáticos [...]” (Muñoz, 2016, p. 91), promoviendo “[...] destrezas, y conocimientos sólidos” (p. 91). Aspectos que son alcanzados en la medida en que se emplean los recursos didácticos para tal propósito de acuerdo con el contexto y realidad del estudiante.

De este modo, Freudenthal (citado en Albarracín, 2018) expresa que “la creación de contextos adecuados para poder enseñar matematizando requiere de problemas matemáticos que tengan un contexto significativo para los estudiantes” (p. 38). Lo anterior se realiza desde un aprendizaje del hacer personal, a partir de materiales didácticos manipulativos que den significado a lo que se aprende. Por tal razón, Chacón (2017) en su estudio, Didáctica para la enseñanza de la matemática a través de los seminarios talleres: juegos inteligentes, establece que “[...] los juegos en la enseñanza de la Matemática conllevan a motivar al estudiante con situaciones atractivas y recreativas” (p. 6), siendo ello una actividad fundamental para el trabajo con los alumnos a la hora de desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los distintos ambientes. Así, el juego debe ser integrado al momento de propiciar aprendizajes, ya que estimula al alumno a seguir las pautas propuestas sobre una determinada actividad que se elabora como recurso didáctico.

De este modo, se puede decir que el juego y la didáctica se presentan como recursos idóneos para aquellas situaciones desalentadoras que menciona Murcia (2015), en su obra la Educación matemática en Colombia:

Se expone que de manera recurrente se han encontrado en el contexto escolar de la educación primaria, básica secundaria y media, dificultades en los procesos de enseñanza de las matemáticas que quedan directamente evidenciados en los procesos de aprendizaje de los niños y jóvenes cuya formación está enmarcada en estos niveles y que sin lugar a dudas permea hasta la educación terciaria. (p. 23)

Una situación similar es la mencionada en párrafos anteriores, la cual indica que la observación en las instituciones educativas en Piedecuesta permitió conocer el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje de múltiples maneras por parte de los docentes, quienes recurren a diferentes métodos para aproximar el conocimiento a

sus alumnos, pese a que no siempre se obtengan los mejores resultados. Entre estas técnicas se encontró el uso, por parte de algunos docentes, de materiales didácticos con el fin de que los niños exploren y obtengan a través de esta acción las conceptualizaciones deseadas. La razón de ser de este efecto esperado es que la implementación de dichos materiales aporta a los alumnos información múltiple que les facilita apropiarse de un saber que descubren cuando establecen relaciones con estos recursos didácticos. Resultado que sería complejo llegar solo con la propuesta formal de las conocidas clases magistrales.

Por otro lado, también se pudo conocer que los docentes que se relacionan con grupos alumnos en donde efectivamente se requiere el uso de materiales didácticos para el proceso de enseñanza y aprendizaje no se incorporan. En su lugar se emplea únicamente el plano formal del pensamiento para aproximar el conocimiento a los estudiantes, en donde las experiencias de aprendizaje vividas por los alumnos son exclusivas en el ámbito reflexivo.

Estas acciones provocan que los estudiantes se alejen de un ambiente pensado para satisfacer sus intereses y necesidades en la etapa de escolaridad primaria, la cual debería obedecer a la exploración sensorial y concreta frente a los procesos cognitivos que se generan gracias a la interacción (uso y manipulación) con materiales didácticos. Situación poco alentadora, ya que se puede creer que los aprendizajes que alcanzan los niños se encuentran lejos de lo que ellos requieren. En otras palabras, son aprendizajes que están lejos de una noción de realidad construida a partir de los sentidos.

Con base en lo anterior, se puede decir también que los desempeños de los alumnos están distantes de ser significativos y, por consiguiente, no son muy alentadores en relación con las distintas temáticas que constituyen los aprendizajes que deben ser adquiridos en la educación básica primaria. Cuando los docentes no dan el adecuado uso de materiales didácticos dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, retardan o impiden el desarrollo de procesos cognitivos básicos que deben ser experimentados por los estudiantes. Como resultado, posiblemente, los estudiantes

tendrán mayores dificultades en la secundaria al momento de enfrentarse nuevamente con la continuación de unos aprendizajes adquiridos sin sentido.

Por tal razón, en la construcción del objeto de investigación, basado en la generación de un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en primaria, se recurre a la explicación e interpretación como alternativa. En palabras de Domínguez (2007): “la teoría de la ciencia no puede dar cuenta de un objeto de conocimiento en específico, ignora muchas relaciones porque se basa en la explicación básicamente, y olvida la comprensión del hecho u objeto en sí” (p. 42). Por ende, se puede afirmar que el objeto de investigación nace de las manifestaciones e indagaciones causadas a partir de una situación en particular que sucede o que se está generando socialmente.

En este orden de ideas, en el objetivo de esta investigación se comprende que los conocimientos pasarían a ser las diferentes manifestaciones observables, explicadas o interpretadas que se generan durante el proceso educativo y, también, serían parte de los efectos o impactos que estos materiales didácticos conllevan en los aprendizajes de alumnos. Sin dejar a un lado que para abordar la realidad no basta solo con dar explicaciones sobre el fenómeno del uso del material didáctico durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, sino que también corresponde a expresar e interpretar los efectos generados en los alumnos sobre los conocimientos adquiridos; sobre la dimensión de estos mismos conocimientos en el plano cognitivo y social; y sobre la estimulación a continuar en nuevos hallazgos en el saber.

De este modo, el problema de investigación permite una relación con la propuesta teórica fundada por Chevallard (1998). Él en su obra *La transposición didáctica Del saber sabio al saber enseñado* expresa que dicho término de “la transposición Didáctica” (p. 3) se refiere a aquel acto formativo de la enseñanza y el aprendizaje en el cual los docentes toman lo establecido por la ciencia y lo transfieren didácticamente a las acciones educativas para dar a conocer un determinado concepto, proceso o relaciones del conocimiento establecido en los planes de estudios de las instituciones educativas. Por tal motivo, para el caso del modelo didáctico para la

enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el ciclo de la educación primaria, se recurre a dicha transposición didáctica cuando los docentes toman de la didáctica científica sus conceptualizaciones y las aplican en el aula de clase con el fin de facilitar los aprendizajes de los alumnos a través de los procesos de enseñanza.

En este mismo orden, Godino (2003) en la obra Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para docentes, se refiere también a la transposición didáctica como aquel término que indica el cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado como objeto de enseñanza. Así, el autor expresa que es necesaria la implementación de la transposición didáctica porque:

- Hay que seleccionar y secuenciar las partes de las matemáticas que se van a enseñar a los estudiantes de un cierto nivel escolar.
- Hay que adaptarlas para hacerlas comprensibles a los niños; para ello se requiere prescindir de la formalización y usar un lenguaje comprensible para ellos.
- Hay que buscar ejemplos, problemas y situaciones que interesen a los niños y que permitan a los estudiantes apropiarse de los conocimientos pretendidos. (Godino, 2003, p. 129)

Las ideas anteriores permiten reconocer que la conformación del saber exige formas diversas, las cuales se pueden y deben adaptar a la enseñanza para facilitar la definición de lo estudiado a partir de los conocimientos previos, para que así estos se puedan organizar en un nuevo conocimiento. De esta forma, se crea la posibilidad de permitirle tanto a los docentes como a los alumnos, en un tiempo relativamente corto, entrelazar determinadas actividades con el nuevo conocimiento, de manera casi equivalente al “conocimiento erudito”. Entonces se podría decir que, en el caso del modelo didáctico acá propuesto, en la praxis se estaría complementando el conocimiento matemático a través de ejemplificaciones que son el resultado de tales contenidos. Tal como lo expresa el MEN (1998) en los lineamientos de matemáticas:

[...] para facilitar la enseñanza, aísla ciertas nociones y propiedades del tejido de actividades en donde han tomado su origen, su sentido, su motivación y su empleo. Ella los transpone en el contexto escolar. Los epistemólogos llaman “transposición didáctica” a esta operación. Ella tiene su utilidad, sus inconvenientes y su papel, aun para la construcción de la ciencia. (p. 13)

Ahora bien, para continuar con el desarrollo de los antecedentes del estudio resulta pertinente abordar los conceptos del trabajo del matemático, del alumno y del docente, con base en las nociones del Ministerio de Educación Nacional expuestas en la serie de lineamientos de matemáticas.

El MEN (1998) define que “el matemático como investigador, debe determinar su hallazgo para luego difundirlo, lo que implica de sus reflexiones, tomar aquellas que serán el nuevo conocimiento, para hacer el reordenamiento del nuevo conocimiento” (p. 13). De esta manera, se puede afirmar que el trabajo realizado a partir de la investigación es indispensable para que otros académicos o interesados puedan conocer unos resultados previos sobre un tema de interés y así tener una mayor seguridad sobre su validez, a la vez que también se puede sacar provecho de las posibilidades de uso de dicho saber (MEN, 1998). Por tal razón, se reconoce que el trabajo del matemático se basa en la realización de investigaciones propias para que, por medio de esta labor, enriquezca tanto sus conocimientos personales en el área como los conocimientos de sus colegas.

El trabajo intelectual del estudiante debe ser similar al del matemático en el sentido en que el primero debe realizar una actividad científica que le exigiría que “[...] actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles” (MEN, 1998, p. 13). Es decir, se debe apropiarse del conocimiento para que se convierta en una herramienta eficaz para emplear en su contexto real como estudiante.

Por último, el MEN (1998), determina que el trabajo del profesor:

[...]debe pues simular en su clase una sociedad científica, si quiere que los conocimientos sean medios para plantear buenos problemas y para solucionar debates, si quiere que los lenguajes sean medios de dominar situaciones de formulación y que las demostraciones sean pruebas. (p. 12)

Por tal razón, Brousseau (citado en el MEN, 1986) aclara que “una simulación [...] no es la actividad científica, así como el conocimiento presentado de manera axiomática no es el conocimiento” (p. 14).

Por otro lado, para el desarrollo del problema de investigación resulta pertinente la teoría de la complejidad establecida por Morín (1994) expuesta en su obra *Introducción al pensamiento complejo*. De acuerdo con este documento, se puede decir que el punto de partida del aprendizaje debe ser con base en la realidad actual a nivel mundial frente al estado de pandemia por el COVID – 19. En donde hay una fuerte convicción de que lo que vivimos hoy en día son los inicios de una renovación del pensamiento en cuanto a saberes y conocimiento.

Por ello, en este momento, se considera relevante hacer referencia al pensamiento complejo mencionado por Morín (1994) que, en pocas palabras, consiste en entrelazar cada una de las partes que constituyen la realidad. En donde, evidentemente, la enseñanza y el aprendizaje forman parte de un conocimiento superior y global. Barberousse (2008) en sus estudios sobre los Fundamentos teóricos del pensamiento complejo de Edgar Morín considera “un sistema como a la interrelación de elementos que constituyen una entidad global o unidad global” (p. 99), siendo esto un punto de partida para que, al abordar la didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje, se acuda a toda esa gama de producciones científicas para potenciar los aprendizajes de las matemáticas en los alumnos.

Igualmente, las disciplinas sobre las cuales se estructura el conocimiento, según los planes de estudio en las instituciones educativas, permiten la apertura a otras disciplinas. En otras palabras, es lo que Morín (citado en Barberousse, 2008) denomina “la interdisciplinariedad” (p. 101), ya que el conocimiento debe ser concebido dentro de una estructura para que las disciplinas que lo conforman se encuentren interrelacionadas de manera dinámica.

Por tal motivo, en la propuesta de realizar un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debe haber una clara transdisciplinariedad y una complejidad para que sus elementos estén unidos como formas de pensamiento y como

interpretaciones del conocimiento desde la perspectiva de la vida humana y del campo social. Todo con el fin de enseñar y aprender un pensamiento complejo para entrelazar disciplinas e impedir limitaciones y fragmentaciones del conocimiento.

En este punto, resulta conveniente relacionar el tema de investigación con los tiempos actuales en cuanto a lo que llamaríamos la educación en tiempos de pandemia a causa del COVID – 19, con el fin de identificar las múltiples transformaciones y cambios que ha sufrido la educación en sus procesos de enseñanza y aprendizaje, y las políticas que se han implementado para sobrellevar dicha emergencia sanitaria mundial. La UNESCO (2020) menciona “Por tanto, la educación prestada por el estado ha continuado en tiempos de pandemia y ha sufrido un impacto curricular” (p. 3), en donde añade que “desde la suspensión de las clases presenciales se ha impuesto desafíos y soluciones para la forma de implementación del currículo, con medios no presenciales, y con diferentes formas de adaptación, priorización y ajuste” (p. 1).

De este modo, como respuesta a dicha modificación sobre lo concerniente a los implementos didácticos para la enseñanza y el aprendizaje, se puede decir que “la mayoría de los países, lo hacen mediante recursos y plataformas digitales para la conexión remota, con recursos en línea y la implementación de programación en televisión abierta o radio” (UNESCO, 2020, pp. 3-4). No obstante, “pocos países de la región de América Latina y el Caribe, cuentan con estrategias nacionales de educación por medios digitales con un modelo que aproveche las TIC”, según Álvarez et al. (citado en UNESCO, 2020, p. 4). A esta escasez de recursos se le añaden unas diferencias socioeconómicas en la población que se reflejan en la carencia del servicio de internet y de recursos digitales, aumentando así la vulnerabilidad en estos sectores: Rieble-Aubourg y Viteri (citados en UNESCO, 2020). En este sentido, queda claro que la pandemia mundial ha cambiado la noción de cotidianidad en todos los ámbitos del ser humano, incluyendo el educativo. Por ello, se puede afirmar que:

[...] la pandemia ha modificado los contextos para el desarrollo del currículo, mediante el uso de plataformas y diferentes condiciones sobre las cuales se había diseñado, y también en lo relacionado con aprendizajes y competencias que adoptaron mayor relevancia en el actual contexto. (UNESCO, 2020, p. 4)

Por tal razón, y teniendo en cuenta la situación y demanda actual en el ámbito educativo, se considera pertinente que las adecuaciones curriculares y los materiales pedagógicos que se elaboren, a partir de esta propuesta, atiendan a las necesidades de la población escolar en situaciones vulnerables. Por tal razón, también se tiene en cuenta en la elaboración del modelo didáctico a aquellos estudiantes que presenten alguna discapacidad, los pertenecientes a comunidades indígenas, con variedad lingüística y con enfoque de género para erradicar situaciones de desigualdad o violencia en general.

Bases teóricas

La Didáctica

Como se pudo haber observado, la didáctica constituye uno de los referentes primordiales en el presente estudio. Por ende, se abordarán las diferentes concepciones de esta disciplina que, sin lugar a dudas, serán un aporte para la presente investigación, dado que los avances que ha tenido la didáctica a través del tiempo permiten establecer aquellos fundamentos que se toman como punto de partida para propiciar la enseñanza. Sin embargo, se reconoce que en la práctica no bastaría simplemente con conocer tales fundamentos, sino intentar generar unos nuevos con base en los ya existentes o, al menos, que se renueven los presentes, haciéndolos oportunos y contextualizados a lo que hoy día debería ser el proceso de enseñanza para cada una de las áreas del conocimiento que constituyen el currículo escolar y, por ende, el área de las matemáticas.

La didáctica a través del tiempo

Didáctica de las matemáticas

Cuadro 3

Evolución de la didáctica en las matemáticas

Año	Teórico	Concepto de enseñanza
30 a.c.	<i>Séneca, 30</i>	<i>Enseñamos para la vida, y añadió que el ejercicio es uno de los mejores medios educativos.</i>
50 a.c.	<i>Quintiliano</i>	<i>enseñanza atractiva que aproveche el juego y las capacidades del niño</i>
300 a.c.	<i>Sócrates</i>	<i>Creó la mayéutica (arte de hacer nacer ideas mediante preguntas)</i>
360 a.c.	<i>Aristóteles</i>	<i>Nada hay en el entendimiento que antes no haya entrado por los sentidos</i>
1214	<i>Bacón</i>	<i>Afirmó: hay dos modos de alcanzar el conocimiento por la razón o por la experiencia.</i>
1452	<i>Leonardo da Vinci</i>	<i>Declaró: que la experiencia es la fuente del conocimiento.</i>
1483	<i>Martín Lutero</i>	<i>El niño no es un simple receptor de azotes y degradaciones.</i>
1492	<i>Juan Luis Vives</i>	<i>Aconsejó que el docente habría de caracterizarse por su entusiasmo para aprender, enseñar y conocer a sus estudiantes, para adaptar su trabajo a estos.</i>
1782	<i>Federico Froebel</i>	<i>La utilidad como principio de la enseñanza.</i>

Nota: Rivera, (2020) Línea de tiempo -Evolución de la didáctica en las matemáticas

Con base en lo anterior, se puede afirmar que en los años 50, en el siglo XIX, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no era la mejor porque los estudiantes no lograban igualar o superar su desempeño en esta área en comparación con otras asignaturas (Rivera, 2020); y, por tal razón, “desde entonces, surgieron propuestas de nuevos programas de enseñanza científica, nace la “new maths” o “matemáticas modernas” (Contreras, 2012, p. 20). Como solución, Gascón (citado en Contreras, 2012) determina que:

[...] la acción fundamental del docente es la de difundir la matemática, es decir, comunicar a los estudiantes los logros efectuados por otros, interiorizarlos y tratar de aplicarlos de la mejor manera, en el trayecto

ha de hacerlos más fáciles o comprensibles, se pueden utilizar materiales y objetos didácticos. (p. 21)

Tradicionalmente se ha pensado a la didáctica como aquel proceso en donde se relacionan llanamente dos sujetos: el que enseña y el que aprende (Contreras, 2012). De este modo, se empieza a tomar la didáctica como un proceso psico-cognitivo en el cual influyen de manera relevante la motivación, las muestras afectivas y los aspectos sociales (Contreras, 2012). Por esta razón, Contreras (2012) añade que “el saber didáctico corresponde a un saber técnico, como saberes de otras ciencias, por lo que la didáctica de la matemática puede considerarse como un conjunto de saberes normativos, pero no explicativos” (p. 21), conllevando así al suministro de recursos para que el docente desarrolle su labor de enseñanza.

Luego, en los años 70 aparece una nueva didáctica denominada, según Contreras (2012), “didáctica fundamental” (p. 22) Con ella, “se considera por primera vez la necesidad [...] de utilizar un modelo propio de la actividad matemática” (Castillo, 2017, p. 22), con el fin de producir situaciones didácticas (Contreras, 2012); (Castillo, 2017), en los estudiantes que permitan difundir una buena representación del conocimiento. De este modo, “Si la didáctica es la ciencia que trata el ‘proceso de estudio’, ‘el proceso de enseñanza’ es sólo uno de los varios subprocesos, del proceso de estudio” Chevallard (citado en Contreras, 2012, p. 22). Por ello, Chevallard, (1985) aclara que:

Si en el triángulo de la didáctica se prioriza el par saber-profesor, se produce la teoría de la transposición didáctica, [...] se produce cuando los profesores transforman el saber considerado en el currículo en un saber a enseñar, en estas transformaciones pueden sufrir alteraciones y deformaciones. (p. 23)

Asimismo, Godino et al. (2013) plantean a las matemáticas como una ciencia de diseño, propuesta que ya se ha tratado por otros autores como Wittman; Hjalmarson; Lesh y Sriramn. Por ejemplo, estos dos últimos estudiosos comentan las siguientes cuestiones en el cambio de investigación de la educación matemática:

¿Deberían los docentes matemáticos pensar sobre sí mismos como psicólogos educativos aplicados, psicólogos cognitivos aplicados, o científicos sociales aplicados?

¿Se deberían considerar como los científicos en el campo de la física, o de otras ciencias puras?

¿O más bien se deberían considerar como ingenieros u otros científicos orientados al diseño, cuya investigación se apoya sobre múltiples perspectivas prácticas y disciplinares – y cuyo trabajo está guiado por la necesidad de resolver problemas reales como también por la necesidad de elaborar teorías relevantes? Lesh y Sriramn (citados por Godino et al., 2003, p. 1)

De este modo, para concluir este apartado es relevante mencionar que Godino (2003) indica que la educación de las matemáticas es “una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos didácticos para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p. 2). En donde se busca avanzar con el conocimiento, resolver problemas humanos, y desarrollar productos didácticos para su uso en la práctica.

En primer lugar, las ciencias de la pedagogía y la didáctica en la época denominada como moderna se han relacionado de manera no distintiva porque se proponen soluciones propias del pensamiento moderno, las cuales se resuelven a través de lo postmoderno en un intento por pretender dar soluciones a conflictos propios de una práctica educativa mediante tensiones que se deben superar (Escudero, 2012). Por tal razón:

La didáctica moderna, hoy deja atrás la mentalidad parcelada y dominante de la enseñanza, sin repetir los errores de la educación nueva; recupera las posibilidades de la afectividad, sin convertirse en un neo romanticismo; es capaz de mirar a cada persona, sin sucumbir ante el individualismo; logra que los estudiantes se sientan en comunidad, sin convertirlos al comunitarismo. (Escudero, 2012, p. 19)

Entonces, la pedagogía y la didáctica desde una mirada postmoderna no es posible siempre y cuando se conciba a la pedagogía como un intento de reflexionar éticamente sobre la modernidad y así construir al ciudadano característico de la época de la ilustración, quien en la postmodernidad halló innumerables dificultades para adaptar y elaborar un discurso coherente con los problemas alumnos cotidianos

(Escudero, 2012). Por lo tanto, la didáctica en la posmodernidad contempla tres escenarios simultáneos:

a. regresar y aferrarse a los presupuestos modernos (que se refleja en las incongruencias entre las reflexiones sobre la manera cómo se deben enseñar las ciencias y la forma cómo se evalúa), b. innovar la realidad. c. poner fin al pasado (manifiesto por ejemplo en los múltiples cambios a nivel curricular y en el surgimiento continuo de nuevas tendencias didácticas, desde el aprendizaje por descubrimiento al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en investigación. (Escudero, 2012, p. 20)

Didáctica fundamental de la matemática

Echeverría (citado en Godino, 2010) considera a la didáctica como una disciplina tecnocientífica, es decir, una disciplina que desarrolla una serie de acciones vinculadas con la ciencia, la ingeniería, la política, entre otras. Así, estas acciones están ejecutadas gracias a una serie de instrumentos e intenciones que tienen como propósito la orientación y la transformación de otros sistemas de acciones para lograr resultados provechosos, pero sobre todo para evitar consecuencias y riesgos desfavorables: Echeverría (citado en Godino, 2010).

Concepción de la Didáctica de la Matemática, enfoque sistémico

Brousseau (citado en Godino, 2010) define la didáctica de la matemática como: "una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos" (p. 28). Por ello, los procesos de enseñanza y aprendizaje que se realizan a través de la didáctica se ejercen de acuerdo con un enfoque sistémico, gracias a que con esta perspectiva cada uno de los componentes que hacen posible el funcionamiento conjunto de un hecho didáctico no se pueden comprender ni explicar de manera aislada, tal como sucede con aquellos fenómenos de tipo social, por ejemplo (Godino, 2010). En este sentido, se puede decir que el sistema didáctico:

[...] está formado esencialmente por tres subsistemas: PROFESOR, ALUMNO y SABER ENSEÑADO. Además, está el mundo exterior a la escuela, en el que se hallan la sociedad en general, los padres, los

matemáticos, etc. Pero, entre los dos, debe considerarse una zona intermedia, la NOOSFERA, que, integrada al anterior, constituye con él, el sistema didáctico en sentido amplio, y que es lugar, a la vez, de conflictos y transacciones por las que se realiza la articulación entre el sistema y su entorno. La noosfera es por tanto la capa exterior que contiene todas las personas que en la sociedad piensan sobre los contenidos y métodos de enseñanza. Chevallard y Joshua (citados por Godino, 2010, p. 28)

A lo anterior se le suma la noción de “medio” que, en pocas palabras, es el subsistema en donde interactúa el estudiante, compuesto por materiales, juegos y situaciones didácticas: Brousseau (citado en Godino, 2010).

Aprendizaje y enseñanza: Teoría de Situaciones Didácticas

Para abordar estos conceptos se hace relevante los aportes de Jean Piaget, el cual (citado en Godino, 2010) determina que la adquisición de todo tipo de conocimiento se realiza gracias a una constante interacción entre el sujeto y el objeto; sin embargo, la perspectiva constructivista se diferencia de las demás porque concibe la relación entre el alumno y el saber de manera diferente. De este modo, Piaget (citado en Godino, 2010) expresa que los contenidos son la esencia porque en ellos se jerarquizarán las estructuras mentales del estudiante.

Transposición didáctica

Este concepto tiene que ver con la forma en que se lleva el saber a los aprendices, “el cual se refiere a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado” Chevallard (citado en Godino, 2010, p. 30). De este modo, y como primera acción, Godino (2010) describe que “la transposición se pasa del saber matemático al saber a enseñar. Se pasa de la descripción de los empleos de la noción a la descripción de la misma noción y la organización del saber. Hay una descontextualización del concepto” (p. 30).

De este modo, cuando se contempla que se ha dado “[...] la introducción del concepto, el funcionamiento didáctico va, progresivamente, a apoderarse de él para hacer ‘algo’. Su inmersión en el saber enseñado va a permitir finalmente su

recontextualización” (Godino, 2010, p. 30). Sin embargo, esta recontextualización no se logrará de forma esporádica, sino que sucede siempre y cuando se haya reconstruido el modo original de la noción y cuando se hayan llenado más funciones de las pensadas inicialmente (Godino, 2010).

Godino (2010) enuncia que “el término educación es más amplio que didáctica, por lo que se puede distinguir entre Educación Matemática y Didáctica de la Matemática” (p. 2). Por ende, Rico et al. (2000) consideran “la educación matemática como todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas que conforman una actividad social compleja y diversificada relativa a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p. 2), y Godino (2010) complementa afirmando que “La Didáctica de la Matemática la describen [...] como la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y propone actuaciones fundadas para su transformación” (p. 2).

Steiner (citado en Godino, 2010) añade que “la característica principal de la Didáctica de la Matemática es la de su extrema complejidad” (p.38) porque esta disciplina comprende el fenómeno de la matemática de acuerdo con el desarrollo que ha tenido a través del tiempo, a través de otras disciplinas y a través de la cultura. Además, la didáctica de la matemática tiene presente las nociones de enseñanza y grados de escolaridad presentes en las instituciones y en la sociedad, junto con los aspectos propios del desarrollo cognitivo y social de los estudiantes: Steiner (citado en Godino, 2010).

El proceso de enseñanza y el pensamiento constructivista

De acuerdo con los aportes de Jean Piaget, Lev Vygotsky, Roger Bruner y David Ausubel (citados por Olmedo, 2010), a continuación, se presenta de manera sintética los conceptos y puntos de vista de estos autores sobre el proceso de enseñanza, expuesto en el estadio de operaciones concretas. En este sentido, estos estudiosos llegaron a determinadas conceptualizaciones como:

Cuadro 4

El proceso de enseñanza y aprendizaje desde el pensamiento constructivista

Teórico	Teoría	Concepto de enseñanza	Concepto de aprendizaje
Jean Piaget	Teoría cognitiva	<p>Según esta concepción de aprendizaje, la enseñanza, debe proveer las oportunidades y materiales para que los niños aprendan activamente, descubran y formen sus propias concepciones o nociones del mundo que les rodea, usando sus propios instrumentos de asimilación de la realidad que provienen de la actividad constructiva de la inteligencia del sujeto.</p>	<p>Para Piaget el aprendizaje es un proceso que mediante el cual el sujeto, a través de la experiencia, la manipulación de objetos, la interacción con las personas, genera o construye conocimiento, modificando, en forma activa sus esquemas cognoscitivos del mundo que lo rodea, mediante el proceso de asimilación y acomodación.</p>
Lev Vygotsky	Teoría socio histórica cultural	<p>Debe descubrir la Zona de Desarrollo Próximo, ya que tiene que ver con lo que el niño puede hacer con ayuda, preocupándose de conductas o conocimientos en proceso de cambio. Esta Zona de desarrollo al grado de modificabilidad e indica las habilidades, competencias que se pueden activar mediante el apoyo de mediadores para interiorizarlas y reconstruirlas por sí mismo.</p>	<p>Se produce en un contexto de interacción con: adultos, pares, cultura, instituciones. Estos son agentes de desarrollo que impulsan y regulan el comportamiento del sujeto, el cual desarrolla sus habilidades mentales (pensamiento, atención, memoria, voluntad) a través del descubrimiento y el proceso de interiorización, que le permite apropiarse de los signos e instrumentos de la cultura, reconstruyendo sus significados.</p>
Jerome Bruner	Aprendizaje por descubrimiento	<p>Debe entusiasmar a los estudiantes a descubrir principios por sí mismos. Entre el docente y educando debiera existir un diálogo y un compromiso, donde la función del docente es traducir la información para que sea comprendida por el educando, organizando la nueva información sobre lo aprendido previamente por el estudiante, estructurando y secuenciándola para que el conocimiento sea aprendido más rápidamente.</p>	<p>Proceso activo en que los estudiantes construyen o descubren nuevas ideas o conceptos, basados en el conocimiento pasado y presente o en una estructura cognoscitiva, esquema o modelo mental, por la selección, transformación de la información, construcción de hipótesis, toma de decisiones, ordenación de los datos para ir más allá de ellos.</p>

David
Ausubel

**Aprendizaje
significativ
o**

Proceso mediante el cual se busca que el conocimiento nuevo que se promueve debe centrarse en los conocimientos previos que tienen los estudiantes. Se busca enseñar mediante el descubrimiento a que deben llegar los estudiantes desde la propuesta del docente.

Para Ausubel, es un proceso mediante el cual toda información nueva se asocia a un aspecto relevante del individuo (concepto integrador) y sobre el cual se apoyan y se construyen los nuevos conocimientos. Ausubel acuñó el término aprendizaje significativo. así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje y según Serrano (1990, 59), aprender significativamente “consiste en la comprensión, elaboración, asimilación e integración a uno mismo de lo que se aprende”. El aprendizaje significativo combina aspectos cognoscitivos con afectivos y así personaliza el aprendizaje.

Nota: Olmedo (2010), conceptos sobre enseñanza y aprendizaje desde el pensamiento constructivista.

Fundamentos de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas

Desde la propuesta de los Principios y Estándares 2000 del NCTM (citados por Godino, 2004) se propone que en el trabajo en el aula debe haber:

1. Equidad. La excelencia en la educación matemática requiere equidad unas altas expectativas y fuerte apoyo para todos los estudiantes.
2. Currículo. Un currículo es más que una colección de actividades, debe ser coherente, centrado en unas matemáticas importantes y bien articuladas a lo largo de los distintos niveles.
3. Enseñanza. Una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprensión de lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender y, por tanto, les desafían y apoyan para aprenderlas bien.
4. Aprendizaje. Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de la experiencia y del conocimiento previo.
5. Evaluación. La evaluación debe apoyar el aprendizaje de unas matemáticas importantes y proporcionar información útil tanto a los profesores como a los estudiantes.
6. Tecnología. La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y estimula el aprendizaje de los estudiantes. (p. 11-12)

Por consiguiente, estos principios son cruciales porque están interconectados con los programas curriculares de matemática, con la selección de materiales didácticos, con la planificación, el diseño, las evaluaciones, las decisiones que demandan las instrucciones que se deben tomar para las clases y con los programas de apoyo para los docentes (Godino, 2004).

Problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Ahora, en este documento científico se considera pertinente referenciar la forma como se concibe al docente y la postura del estudiante frente a los desempeños académicos. De este modo, Ruiz (2008) enuncia que es normal que en la actualidad el docente ya no sea el centro en el proceso de aprendizaje ni que el concepto tradicional de enseñanza sea puesto en práctica, porque ahora el protagonista es el estudiante, cambiando así los roles anteriores que desempeñaban docente y estudiante. En consecuencia, se puede decir que se requiere de un docente orientador y facilitador del conocimiento, quien esté en armonía con los estudiantes. Sin embargo, hay una serie de factores que inciden en el proceso de enseñanza y aprendizaje como:

- Falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles de los sistemas educativos
- Existencia de profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático, carecen de una formación didáctica sólida
- El peor de los casos, sería cuando el profesor de ciencias no tiene un adecuado dominio del contenido que imparte. UNESCO (citada por Ruiz, 2008, p. 2)

De este modo, se hace evidente la importancia de que los docentes tengan además de un adecuado dominio del tema en el que se desempeñan un adecuado uso de la didáctica para que su enseñanza en el aula de clase de desarrolle de la mejor manera.

Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades

Es bien comprendido que el pensamiento del niño en las edades infantiles es de carácter globalizante para comprender la realidad y en este sentido lo relacionado con el estudio de las matemáticas implica la atención del currículo desde esta naturaleza de los escolares. Alsina (2017) afirma que:

En la etapa de Educación Infantil los niños deberían interpretar el conocimiento como un todo y no como disciplinas desconectadas unas de otras. (...) los contenidos de un área adquieren sentido desde la complementariedad con el resto de las áreas, y tendrán que interpretarse en las propuestas didácticas desde la globalidad de la acción y de los aprendizajes. (p. 62)

Conexiones matemáticas

A continuación, se describen las diferentes conexiones matemáticas atendidas para el desarrollo de la presente investigación:

En lo referente a la educación en esta área se puede decir que, “la conexión más importante en los primeros aprendizajes matemáticos es el existente entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños han aprendido a través de sus experiencias, y las que están aprendiendo en la escuela [...] estas conexiones constituyen un campo integrado de conocimiento” (Alsina, 2017, p. 66).

Dentro de la estructura que componen el contenido matemático se pueden identificar:

Conexiones conceptuales: son las encargadas de producir nexos entre contenidos matemáticos diversos (identificaciones de cualidades sensoriales, de cantidades de la serie numérica, de formas, de situaciones espaciales, de aspectos de medida, de semejanzas y diferencias entre escenas; agrupaciones según un criterio; asociación de número y cantidad; discriminaciones de cantidades, de formas, de aspectos de medida; relaciones diversas como emparejamientos de objetos iguales, clasificaciones, seriaciones, ordenaciones, comparaciones de objetos; representaciones gráficas sencillas; e iniciación al lenguaje matemático). (Alsina, 2017, p. 66).

Por consiguiente, se identifica la correspondencia en la inclusión dentro de la estructura matemática,

Los estudiantes aprenden la matemática gracias a que se hace referencia a su contexto real. De este modo, se puede complementar que:

En el ámbito de la educación matemática infantil, diversos autores han señalado la necesidad de aprender matemáticas de forma globalizada a partir de contextos significativos para los niños de las primeras edades: explorando el entorno, jugando, tocando, cantando, contando cuentos, haciendo dramatizaciones, etc. para ir descubriendo progresivamente el espacio, los números, las medidas... (Saá, 2002; Alsina, 2011; Marín, 2013; entre otros). De esta forma, los niños llegan a apreciar las matemáticas porque las observan en su alrededor, las practican, juegan con ellas, permitiendo que en la escuela se aprenda lo que los niños saben de modo intuitivo y adquieran nuevos conocimientos a través de actividades matemáticas más eficaces. (Alsina, 2017, p. 62)

Los estilos de aprendizaje

A la hora de iniciar las rutas didácticas con los alumnos, es pertinente atender a sus estilos de aprendizaje, ya que, si se tiene un concepto clarificador de este aspecto, cabe la posibilidad de tratar de manera asertiva todos los episodios que pueden surgir en el proceso de enseñanza. De este modo, Gallego (2008) enuncia que la enseñanza:

[...] debe adaptarse al alumno, y no al revés, es decir, es el alumno el que debe ocupar el centro de todo acto educativo y, a medida que adquiere madurez, debe sentirse cada vez más libre de decidir por sí mismo lo que quiere aprender y en lo que desea formar. En consecuencia, la docencia es cada día más un arte, además de una profesión, en la que se impone la calidad en todas sus actividades profesionales y humanas. (p. 95)

Asimismo, el autor añade que “las investigaciones cognitivas han demostrado que las personas piensan de manera distinta, captan la información, la procesan, la almacenan y la recuperan de forma diferente” (Gallego, 2008, p. 96).

Es por tal razón, que, en el área de las matemáticas, los estudiantes que obtienen calificaciones superiores, posiblemente obtengan este resultado porque la enseñanza está siendo acorde con su forma y estilo particular de aprender: Dunn y Dunn (citados por Gallego Gil Domingo, 2008). En el caso contrario, es decir, si los docentes de matemáticas cambian sus estrategias pedagógicas dependiendo de los estilos de aprendizaje de los estudiantes con calificaciones bajas, cabe la posibilidad de que sus calificaciones mejoren significativamente: Dunn y Dunn (citados por Gallego Gil

Domingo, 2008). Por ende, dichos autores, expresan que evidentemente cada estudiante tiene un estilo de aprendizaje que se resumen en la forma en cómo la mente procesa la información percibida por cada individuo (Gallego, 2008).

Recursos educativos y el rendimiento escolar

En relación con el segundo estudio comparativo y explicativo de las pruebas realizadas por la UNESCO (2020), en el Laboratorio Latinoamericano para la Evaluación de la calidad de la educación se puede decir que: “las reformas educativas y propuestas curriculares actuales en América Latina sustentan la enseñanza y el aprendizaje en la perspectiva constructivista” (p. 3). Enfoque en el cual el conocimiento es construido, y no transmitido, gracias a la interacción entre estudiante, docente y contenido, siendo el primero el protagonista en su aprendizaje (UNESCO, 2020).

Es precisamente en este contexto desafiante donde los materiales educativos muestran su real importancia porque estos recursos se constituyen en estímulo, apoyo y mediación entre la enseñanza y el proceso de aprender, facilitando, entre otros aspectos, el desarrollo del pensamiento y del lenguaje, la apropiación de saberes y de estrategias necesarias para analizar, interpretar, adaptar y transferir el conocimiento: Araujo-Oliveira et al. (citados por Murillo, 2016).

Cabe destacar que en la década de los ochenta se realizó un metaanálisis de 60 investigaciones en donde se halló que los estudiantes tenían mejor rendimiento en el área de las matemáticas cuando se recurría al uso prolongado de materiales didácticos manipulativos (Murillo, 2016). Este resultado se obtiene al momento de analizar el efecto que conlleva el uso de materiales concretos en niños de primaria gracias a un post test que mostró que estos materiales les permiten lograr calificaciones altas a diferencia de las puntuaciones logradas en otro examen inicial en donde no había contacto previo con los materiales didácticos (Murillo, 2016).

Además, se encontró que, en la mayoría de estos estudios, la manipulación de material didáctico le permitió al niño entender mejor conceptos clave en la matemática

conceptual para luego comprenderlos en su aspecto abstracto. Por ende, no hay duda de que el material didáctico aporta grandemente al desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes de pre escolar y primaria, a la exploración de relaciones espaciales, de forma y de medida, al dominio de conceptos específicos como fracciones y decimales entre otros (Murillo, 2016). Por ejemplo, Cramer et al. (citados por Murillo, 2016) en el área de la geometría destacan los aportes del uso de material concreto para la comprensión de la relación entre el perímetro y el área de Reiter, y los conceptos de simetría y volumen

Uso de material didáctico para el aprendizaje de las matemáticas

Para abordar este concepto los aportes de Navarrete (2017) se consideran pertinentes:

Para los empiristas el conocimiento tiene su origen en los sentidos. Así, Comenius publica en 1.592 una gula de la escuela materna y dice entre otras cosas: “No hay que describir los objetos, sino mostrarlos. Es preciso presentar todas las cosas, en la medida en que sea factible, a los sentidos correspondientes; que el alumno aprenda a conocer las cosas visibles por la vista, los sonidos por el oído, los olores por el olfato”, pero fue Rousseau [...] el que puso en el Emilio las bases de lo que llama “aprendizaje por experimentación” y “educación sensorial”: Que el niño conozca todas las experiencias, que haga todas aquellas que están a su alcance, y que descubra las demás por inducción. Pero, en caso de que sea preciso decírselas, prefiero mil veces que las ignore o que no las recuerde. (p.9)

En este mismo sentido, María Montessori (citada por Navarrete, 2017) indica que el trabajo continuo:

[...] muchos de los materiales didácticos que actualmente fabrica la industria del juguete se deben a esta pedagoga. Material que será desarrollado y ampliado por el psicólogo y matemático inglés Z. P. Dienes, a quien también se le atribuye el material conocido como “bloques lógicos”, pensado para desarrollar las estructuras lógicas estudiadas por J. Piaget, como es el caso de la clasificación, seriación, correspondencia y conservación, entre otras.

Emma Castelnuovo, especialista en educación matemática y conocedora de los trabajos de Montessori, desarrolla una metodología basada en la construcción del conocimiento matemático mediante el uso de material didáctico.

El matemático español Pedro Puig Adam, tiene el valor de recoger todas las aportaciones indicadas y crear una corriente en los años 50 sobre la enseñanza de las matemáticas mediante el trabajo con materiales didácticos, la resolución de problemas y las aplicaciones prácticas de las matemáticas. (p. 10)

Las tecnologías de la comunicación e información y las matemáticas

Ahora bien, los aportes que se esperan gracias al desarrollo de la presente investigación están relacionados con los aportes de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), las cuales aparecen en las estructuras y sistemas sociales. En este sentido, Castillo (2008) considera que hay un sinnúmero de investigaciones y documentos que abogan por la importancia de las TIC, dado que expresan las ventajas que traen su utilización como herramientas educativas que contribuyen a enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje; los aportes que dan las TIC a los procesos de pensamiento y la reestructuración actualizada del currículo educativo.

Sin embargo, al momento de comentar la importancia de los materiales didácticos, también se han establecido algunas barreras que se deben tener en cuenta para usarlos en los ambientes académicos. Gonzáles (citado en Gajardo, 2018), menciona algunas de sus desventajas:

- Dificultades económicas: los materiales didácticos son caros, aunque podemos optar por construirlos.
- Dificultades estructurales: las condiciones físicas de las clases pueden dificultar el agrupamiento y la división en tiempos puede dificultar el desarrollo de una clase adecuada.
- Las concepciones previas de estudiantes, profesores y padres, "los juegos se realizan en el patio", "los juegos generan mucho ruido", " las buenas clases son aquellas donde reina el silencio".
- El desarrollo curricular.
- Las exigencias que conlleva.
- A veces es difícil evaluar los resultados que se obtienen.
- Excesivo número de estudiantes. (p. 61)

De esta forma, se espera que la propuesta didáctica planteada en este documento sirva para satisfacer estas desventajas y concepciones negativas en torno al uso de materiales didácticos junto con la implementación de la lúdica y el juego para abordar conceptos matemáticos.

Los manipulables en la enseñanza de las matemáticas

López (2021) expresa que:

Bajo la denominación de Manipulables se agrupan una serie de ayudas tanto físicas como virtuales que facilitan el aprendizaje.

Un Manipulable para matemáticas puede entrar en dos categorías:

1. **Físicos**, que se definen como cualquier material u objeto físico del mundo real que los estudiantes pueden “palpar” para ver y experimentar conceptos matemáticos. Los instrumentos de este tipo se utilizan principalmente con los estudiantes de los primeros grados alumnos y ejemplos de ellos son: *Formas Geométricas* para el reconocimiento de las distintas figuras; *Bloques de Patrones* para estimar, medir, registrar, comparar; *Bloques* y *Cubos* para sumar, restar o resolver problemas que incluyen peso.

2. **Virtuales**, que se definen como representaciones digitales de la realidad posibilitadas por los computadores, y que el estudiante puede también manipular con el mismo objetivo de los primeros. Estos últimos se utilizan en los grados superiores. La experta *Judy Spicer* ha dicho: “Los manipulables virtuales tienen además la capacidad de hacer visible lo que es difícil de ver e imposible de imaginar” [...] Ejemplos de éstos son: *Simulaciones*; *Software de Visualización*; *Fractales*; *Robótica*; *Juegos de Computador*; *Representaciones Tridimensionales*; etc. (párr.1)

Sin olvidar que aún existe el problema de las dificultades que pueden presentar los docentes sobre el manejo de los materiales educativos durante el desarrollo de las sesiones de aprendizaje. Huacarillo (2018) considera que esto es gracias a “que los docentes se encuentran con insuficiente fortalecimiento en la utilización de los materiales educativos en su práctica pedagógica” (p. 9), demostrando así una

necesidad de capacitación para los docentes en el empleo de materiales didácticos, con el fin de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas.

Marco legal

Todos los países elaboran Planes de Desarrollo con el propósito de determinar el tipo de inversión que se requiere aplicar en los diferentes campos poblacionales. Dentro de los temas considerados por estos planes se contemplan aquellos asociados a la atención de la educación, para lo cual se establecen unas metas con unos tiempos de ejecución de acuerdo con un Plan de estudio. Esta es una herramienta útil para guiar a la población en la tarea de adquirir conocimientos y saberes conforme al contexto social, a la cultura local y a los avances del mundo; y también para establecer las políticas públicas concernientes al derecho a la educación. Para la prestación de este servicio se enmarca toda la normatividad reunida en el Decreto Único Reglamentario del Sector Educativo (DURSE) Número 1075 del 26 de mayo de 2015, y para efectos del proyecto de tesis doctoral propuesto, se recurre a lo establecido en los siguientes artículos que expresan cuestiones relacionadas con lo pedagógico y lo curricular. En consecuencia, se describe el articulado que soporta esta intención investigativa desde el componente curricular:

***Artículos 2.3.3.1.6.1. Áreas:** En el plan de estudios se incluirán las áreas del conocimiento definidas como obligatorias y fundamentales en los nueve grupos enumerados en el artículo 23 de la Ley 115 de 1994 (donde se encuentra incluida el área de Matemáticas).*

***Artículo 2.3.3.1.6.2. Desarrollo de asignaturas:** el desarrollo de una asignatura se deben aplicar estrategias y métodos pedagógicos activos y vivenciales que incluyan la exposición, la observación, la experimentación, la práctica, el laboratorio, el taller de trabajo, la informática educativa, el estudio personal y los demás elementos que contribuyan a un mejor desarrollo cognitivo y a una mayor formación de la capacidad crítica, reflexiva y analítica del educando.*

***Artículo 2.3.3.1.6.3. Proyectos pedagógicos:** planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno. Cumple la función de correlacionar, integrar y hacer activos los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores logrados en el desarrollo de diversas áreas, así como de la experiencia acumulada. La enseñanza prevista en el artículo 14 de la ley 115 de 1994, se cumplirá bajo la modalidad de proyectos pedagógicos.*

Artículo 2.3.3.1.6.7. Bibliobanco de textos y biblioteca escolar: los textos alumnos deben ser seleccionados y adquiridos por el establecimiento educativo, de acuerdo con el proyecto educativo institucional, para ofrecer al alumno soporte pedagógico e información relevante sobre una asignatura o proyecto pedagógico. Debe cumplir la función de complemento del trabajo pedagógico y guiar o encauzar al estudiante en la práctica de la experimentación y de la observación, apartándolo de la simple repetición memorística.

Artículo 2.3.3.1.6.8. Materiales didácticos producidos por los docentes. Los docentes podrán elaborar materiales didácticos para uso de los estudiantes con el fin de orientar su proceso formativo, en los que pueden estar incluidos instructivos sobre el uso de los textos del bibliobanco, lecturas, bibliografía, ejercicios, simulaciones, pautas de experimentación y demás ayudas. Los establecimientos educativos proporcionarán los medios necesarios para la producción y reproducción de estos materiales.

Artículo 2.3.3.1.6.9. Material y equipo educativo. Se define como material o equipo educativo para los efectos legales y reglamentarios, las ayudas didácticas o medios que facilitan el proceso pedagógico.

De acuerdo con el tema de la presente investigación, la Ley 115 de 1994 o Ley General de Educación de Colombia define las distintas áreas fundamentales que deberán conformar los planes de estudio en las instituciones educativas del sistema escolar, donde las matemáticas hacen presencia. Por tanto, este referente legal permite que la investigación propuesta adquiera solidez, en razón de su alineamiento con lo mencionado por el Estado colombiano cuando asegura el Derecho Fundamental a la Educación en el artículo 67 de la Constitución Política de 1991.

En este mismo orden normativo se encuentra la edición de los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional para las distintas áreas del Plan de estudio. En este se discuten cuestiones referentes al área de matemáticas, seguido de los referentes educativos denominados Estándares de Competencias, los Derechos Básicos de Aprendizaje, las Mallas curriculares y las Directrices necesarias para la elaboración de los planes de integración del componente curricular de las instituciones educativas.

Lineamientos para educación en casa y en presencialidad

Los lineamientos están dirigidos a todos los responsables de generar las condiciones de salud necesarias y las orientaciones pedagógicas para lograr la continuidad del trabajo académico en casa y el tránsito progresivo del servicio educativo a la presencialidad bajo el esquema de alternancia, de acuerdo con los

protocolos de bioseguridad definidos para el manejo de la pandemia a causa del virus COVID-19.

El trabajo académico en casa corresponde a la continuidad de la prestación del servicio educativo con estrategias flexibles para ser desarrolladas en los hogares según los procesos de aprendizaje determinados para los niños, niñas y jóvenes. Estas actividades siempre son realizadas con el acompañamiento de los docentes, y, de hecho, la alternancia permite combinar estrategias de aprendizaje en casa con encuentros presenciales en los establecimientos educativos, siempre y cuando se realicen bajo la aprobación de las familias y de los estudiantes, además de un previo diagnóstico de cumplimiento de las condiciones de bioseguridad para preservar el bienestar de la comunidad. Además, a lo largo de este proceso es importante la opinión por parte de directivos y docentes del ajuste del Plan de estudios, así como la adecuación de la jornada escolar, las edades de los estudiantes que pueden retornar, la cantidad de grupos, los lugares de encuentro, entre otros (MEN, 2020).

La crisis de salud global producida por el COVID-19 exigió la declaratoria de emergencia sanitaria en Colombia mediante la Resolución 385 del 12 de marzo de 2020, ampliada a la luz de la Resolución 844 del 26 de mayo del mismo año. Estas declaratorias fueron complementadas por la determinación de la Emergencia Económica, Social y Ecológica definidas por los Decretos 417 del 17 de marzo de 2020 y 637 del 7 de mayo de 2020, los cuales otorgaron facultades al orden nacional para tomar las medidas presupuestales de contingencia, según se requiera en cada sector. Así se intentaba asegurar la protección y el bienestar de los ciudadanos, incluida la medida de aislamiento preventivo obligatorio.

En este contexto, la Presidencia de la República también consideró que a través de decretos legislativos se generaran las condiciones para la adecuación de la prestación del servicio educativo, en procura de la garantía del Derecho a la Educación establecida en los Decretos 470 del 24 de marzo de 2020 y 533 del 9 de abril de 2020. Dichos decretos permitieron a las entidades territoriales adecuar la ejecución del Programa de Alimentación Escolar para consumo en casa.

Por su parte, el Decreto 532 del 8 de abril de 2020 eximió el requisito de la presentación del resultado de la Prueba Saber 11 para el ingreso a la educación superior, para aquellos estudiantes que no pudieron presentarla el 15 de marzo del año en mención; y hubo una disposición similar para la prueba convocada para el mes de agosto. Por último, el Decreto 660 del 13 de mayo de 2020 autorizó al Ministerio de Educación para adoptar las medidas relacionadas con la flexibilización del calendario académico para la prestación del servicio educativo.

El Ministerio de Educación Nacional expidió el 9 de marzo del 2020 la Circular Conjunta número 11 con el Ministerio de Salud y Protección Social con recomendaciones para la prevención, el manejo y control de la infección respiratoria aguda por el nuevo coronavirus en el entorno educativo. En este caso serían las Circulares número 19, 20 y 21 del 14, 16 y 17 de marzo de 2020, y las Directivas 3, 5, 7, 9, 10, 11 y 12 del 20 y 25 de marzo, del 6 y 7 de abril, del 29 de mayo y del 2 de junio de 2020, respectivamente. Estas circulares se realizaron con el fin de orientar las actividades del sector en medio de la disposición de aislamiento preventivo obligatorio, las cuales se han encaminado a generar las condiciones para que niñas, niños y adolescentes continúen su proceso educativo en casa con la guía y el acompañamiento pedagógico de sus docentes y la mediación de sus familias.

Por otra parte, se promulgaron para el año 2021 la Resolución 777, por medio de la cual se definen los criterios y condiciones para el desarrollo de las actividades económicas, sociales y del Estado, y se adopta el protocolo de bioseguridad para la ejecución de las mismas; y la Directiva Ministerial de Educación No. 5 donde se dan las orientaciones para el regreso seguro a la prestación del servicio educativo de manera presencial en los establecimientos educativos oficiales y no oficiales.

A lo anterior, se suma la necesidad de valorar y atender los efectos que, a corto o mediano plazo, conlleva el confinamiento y el desarrollo del trabajo educativo en casa, particularmente a nivel emocional y en lo atinente al proceso de desarrollo y aprendizaje de las niñas, niños y jóvenes, junto con su posibilidad de permanencia dentro del sistema educativo. De este modo, estudios recientes de índole internacional

indican que el proceso de aprendizaje con acompañamiento remoto en casa ha contribuido a que el impacto del aislamiento en las brechas de acceso a la educación, a los aprendizajes y a la equidad hayan sido menores a los que se hubieran presentado en el caso de no haberse generado una oferta educativa en los hogares.

El proceso de recuperación de la cotidianidad incluye la transición progresiva del servicio educativo, lo cual implica continuar con el trabajo académico en casa y, de forma gradual, avanzar hacia la presencialidad bajo el esquema de alternancia, teniendo en cuenta las realidades territoriales, la evolución de la pandemia, el consentimiento de las familias y de los estudiantes. Con ello se espera que el retorno gradual de las niñas, niños y jóvenes al escenario de socialización y formación, propio de la educación presencial, genere una apropiación y construcción colectiva de nuevas dinámicas de interacción que faciliten la integración de los parámetros que demandan las medidas de bioseguridad y de distanciamiento físico.

Como se ha expresado hasta el momento, la modalidad de trabajo académico en casa y el retorno progresivo a la presencialidad en medio de la emergencia sanitaria demanda reorganizar el servicio en el interior de las instituciones y en sus entornos, atendiendo a los requerimientos para garantizar la continuidad del proceso educativo de la población estudiantil, y adoptar las medidas y recomendaciones de las autoridades de salud pública que priorizan el cuidado de la salud y las prácticas de higiene y distanciamiento físico, para así prevenir el contagio del COVID-19. Sin embargo, teniendo en cuenta las características, intereses, necesidades y particularidades de quienes integran a la comunidad educativa, es necesario garantizar que sus miembros:

- Accedan a información clara y concisa relacionada con las medidas que deben ser atendidas para minimizar el riesgo de contagio de COVID-19 y para ponerlas en práctica.
- Participen en la construcción de estrategias que favorezcan la promoción en salud y la apropiación de prácticas efectivas en el cuidado y prevención del contagio.

- Tengan oportunidades para analizar las circunstancias particulares que cada quien tiene con respecto a estos requerimientos, y valorar si está en condiciones de cumplirlas.

- Sean escuchados y puedan tomar decisiones.

- Sean acompañados en la elaboración, comprensión y asimilación de la emergencia por el contagio por COVID-19; además, en los efectos emocionales que la situación actual suscita y de las herramientas pertinentes para gestionarlas.

- Asuman con compromiso y responsabilidad el cumplimiento de las medidas establecidas para prevenir el contagio y así poder prestar un servicio educativo en condiciones seguras.

Trabajo académico en casa

La estrategia del Ministerio de Educación Nacional para garantizar a las niñas, niños y jóvenes el servicio educativo durante la emergencia sanitaria desencadenada por el COVID-19, se fundamenta en el hecho de que la educación protege y sustenta la vida y su dignidad. Ha sido particular en esta situación de emergencia el imperativo de confinarse en los hogares y asumir la responsabilidad de dar continuidad a la vida cotidiana desde allí, teniendo que enfrentar aprendizajes de distinto orden para cada uno de los integrantes y para la dinámica familiar.

Esto significó suspender la prestación del servicio educativo en modalidad presencial, lo cual demandó a las Secretarías de Educación, a los directivos y a los docentes realizar una inmediata adecuación de los distintos componentes de la gestión escolar para garantizar el acompañamiento educativo a los estudiantes en sus casas. Asimismo, implicó reconocer las condiciones de los hogares y de los territorios, encontrar formas creativas, y ser recursivos para adaptarse a sus realidades, con el fin de lograr el propósito de mantener la oferta educativa en los diferentes entornos que habita la población estudiantil.

Para el cumplimiento de su labor, el Ministerio de Educación se ha ocupado de definir las pautas que permiten realizar la gestión para asegurar la operación del servicio educativo y ofrecer el soporte técnico para avanzar en los procesos de aprendizaje de los niños, niñas y jóvenes. Con este propósito, el MEN ha formulado y divulgado ampliamente orientaciones que procuran el desarrollo de estrategias de trabajo académico en casa, que buscan apoyar a las secretarías y a los establecimientos educativos para que, en el marco de su autonomía institucional, elaboren guías, materiales de apoyo y actividades al servicio de los procesos de aprendizaje de sus estudiantes, para que junto con sus familias o cuidadores puedan entender y manejar la contingencia.

Bajo estas orientaciones, el MEN en equipo con las Secretarías de Educación, los directivos docentes y docentes de las instituciones educativas han trabajado en la estrategia “¡Juntos en casa lo lograremos muy bien!”, la cual permite garantizar la continuidad de la trayectoria educativa de los niños, niñas y jóvenes en el marco de la emergencia sanitaria. Estas orientaciones han estado encaminadas a:

- Identificar los canales de comunicación clave para facilitar las interacciones entre los actores de la comunidad educativa.
- Revisar el Plan de estudios, tiempos y la forma en la que es ejecutado.
- Identificar y priorizar en el Plan de estudios, aprendizajes y competencias básicas estratégicas para desarrollar el trabajo académico en casa, así como el fortalecimiento del desarrollo de hábitos de vida saludables, habilidades socioemocionales y de convivencia.
- Identificar opciones didácticas pertinentes (integración de recursos flexibles e innovadores físicos o virtuales) para ser trabajadas en casa con la mediación de las familias, con el propósito de privilegiar el desarrollo de proyectos transversales y optimizar recursos derivados de un abordaje interdisciplinar.

– Ofrecer guías para que en los hogares sea posible organizar los tiempos, adecuar las rutinas, así como los espacios para facilitar el desarrollo del trabajo académico en casa de los niños, niñas y jóvenes.

– Abrir y dinamizar espacios de participación de la comunidad educativa de manera remota, teniendo en cuenta las circunstancias que han demandado la coyuntura y las condiciones socioeconómicas de los estudiantes y sus familias.

– Adaptar el seguimiento a distancia al desarrollo del trabajo académico en casa de los estudiantes y valorar sus logros y producciones, de acuerdo con las condiciones que conlleva la emergencia.

En concordancia con lo anterior y entendiendo que el servicio educativo en esta emergencia es una respuesta impostergable a la generación de condiciones favorables para el desarrollo durante la niñez, se puede decir que los equipos de directivos y docentes de todas las instituciones educativas del país han estado comprometidos con la adecuación de sus planes de estudio, con el fin de identificar opciones didácticas pertinentes para ser trabajadas en casa con la mediación de las familias. Los docentes han estado avocados a encontrar nuevas estrategias para hacer seguimiento al proceso de trabajo académico en casa y a evidenciar su efectividad en la promoción de aprendizajes significativos.

Durante este período se han identificado, además, los estilos de aprendizaje en los estudiantes, las dinámicas en los hogares, el valor de cada uno de los integrantes de la comunidad educativa, la riqueza del trabajo conjunto y de la acción solidaria. Se han potenciado las capacidades, las habilidades y los saberes. Y con todo esto, hoy es posible seguir enfatizando en los aspectos que han sido acertados y complementando los que requieren ajustes, para proyectar el servicio educativo que corresponde seguir impulsando durante el segundo semestre del 2020. Esto se realiza con el objetivo de dar comienzo al retorno gradual y progresivo a la presencialidad bajo el esquema de alternancia en condiciones de bioseguridad, y a la configuración de una oferta novedosa y enriquecida por las experiencias que ha conllevado la pandemia.

Lo anteriormente mencionado será realizado mediante un proceso de curaduría que mantendrá disponibles los elementos útiles para la prestación del servicio en la zona rural y urbana, sensibles a las particularidades de cada territorio y a las características de la población (incluidas limitaciones de conectividad y de acceso a nuevas tecnologías), entre los que se encuentran: material de apoyo para el diseño de estrategias pedagógicas, acceso a herramientas y contenidos en medios masivos que facilitan la accesibilidad. Estas mediaciones se concretan en:

a. Recursos educativos impresos y audiovisuales

La mediación pedagógica a través de recursos educativos impresos y audiovisuales como la radio y la televisión muestran un alto impacto en el acceso. Esto ocurre debido a que son más familiares para las comunidades, lo cual facilita la receptividad para su integración en el trabajo académico en casa y en la alternancia.

b. Recursos físicos e imprimibles

Los establecimientos educativos tienen a su alcance textos impresos del Programa Todos a Aprender (Aprendamos todos a Leer, Prest y Entre Textos) para las áreas de Lenguaje y Matemáticas; de las colecciones del Plan de Lectura y Escritura, textos entregados por el Programa Nacional de Bilingüismo (especialmente para grado 11); textos para el desarrollo socio emocional, Emociones para la Vida; textos de modelos flexibles como Escuela Nueva, Retos para Gigantes y Secundaria Activa, entre otros. Estos materiales también están dispuestos en formato digital para acceso con o sin internet y pueden ser descargados e impresos para entregar a los y las estudiantes.

c. Recursos audiovisuales

Las mediaciones pedagógicas con recursos educativos audiovisuales apuntan al desarrollo de pensamientos estructurantes y transversales. Incluyen el desarrollo de competencias socioemocionales, artísticas y tecnológicas. Contenidos educativos aptos para todos en alianza con MINTIC y RTVC. En este escenario, se diseñó la franja Mi Señal, Territorio Mágico, que de manera gradual se desarrolla por los canales del

Sistema de Medios Públicos y en enlace con los canales regionales. Asimismo, a través de Radio Nacional de Colombia y Radiónica, se han desarrollado guías pedagógicas para algunos programas específicos de la programación habitual, buscando fortalecer a través de sus contenidos competencias básicas y transversales.

d. Recursos educativos digitales

Esta mediación conjuga el uso de sistemas multimediales (textos, audio y videos) ejecutables en computadores, tabletas y celulares, junto a la radio y la televisión digital para el desarrollo de aprendizajes a través de las tecnologías de información y comunicación.

Estos recursos están dirigidos a docentes, estudiantes y familias que tienen acceso a plataformas, portales, aplicaciones, juegos, etc., ya sea porque tienen conectividad que facilita la descarga de contenidos, porque le son precargadas en dispositivos de almacenamiento de información conocidos como USB, o porque son recursos accesibles fuera de línea (off line).

Los recursos digitales permiten a docentes y estudiantes mantener una dinámica interactiva por medio de Ambientes Digitales de Aprendizaje (ADA) que estén acordes con el contexto y las necesidades específicas, en las cuales se involucran diferentes tipos y fuentes de información en plataformas digitales. En cualquier caso, es fundamental que la selección de contenidos corresponda a los objetivos de aprendizaje priorizados.

e. Recursos educativos virtuales

Esta mediación pedagógica se caracteriza por facilitar a docentes y estudiantes el uso de gran variedad de contenidos que se encuentran en la Internet. Se desarrolla un acompañamiento a distancia y pone a disposición de docentes, estudiantes y familias, tecnologías, recursos y herramientas que permiten desarrollar aprendizajes que de manera sistemática le ayudarán a solucionar retos cotidianos, a tomar decisiones, a reflexionar y comprender las dinámicas de su contexto. La interacción es permanente a través de una comunicación multidireccional o de redes entre más de tres

personas, y está orientada por el docente gracias a la información y retroalimentación que brinda al estudiante.

f. Formación y acompañamiento a los docentes

En el marco del Programa Todos a Aprender (PTA) los procesos de formación y acompañamiento a los docentes de los grados de transición y básica primaria de 4.500 instituciones educativas focalizadas en todo el territorio nacional, ya se están realizando con mediación de las TIC. Los tutores del Programa están acompañando a los docentes de Matemáticas, Lenguaje y Educación Inicial en la valoración de las guías de aprendizaje que ellos han venido elaborando en el marco de las medidas de contingencia, y asesorando en la elaboración de guías a aquellos docentes que requieren fortalecer sus habilidades para diseñar e implementar este tipo de recursos. El Programa también cuenta con un aula virtual en el portal Colombia Aprende, en la que los tutores y docentes tienen a su disposición, de manera permanente, recursos como videos, documentos, tutoriales, entre otros, para complementar su formación y fortalecer sus prácticas pedagógicas y el estudio en casa. Estos recursos también están alojados en el campus virtual del PTA en el portal Colombia Aprende y cuenta con las siguientes secciones: (1) Herramientas TIC alternativas, que contiene tutoriales para el manejo de aplicaciones que facilitan las actividades de acompañamiento a los docentes; (2) Ruta de formación y acompañamiento, en la que se encuentran estrategias didácticas que presentan temas, materiales y propuestas metodológicas del Programa; y (3) Programas de radio y televisión que los tutores están haciendo en emisoras locales y canales regionales, en los que se presentan a la comunidad educativa propuestas didácticas y pedagógicas para fortalecer el estudio en casa. De este modo, se estimularán aprendizajes basados en la práctica, se realizarán incontables ajustes en su desarrollo, y se pondrán en juego alternativas creativas con base en el trabajo conjunto, la confianza y el compromiso de los estudiantes y sus familias y docentes.

El trabajo académico en casa se ha soportado en las características, intereses, necesidades, expectativas y capacidades de las familias y sus hijos, y gracias a ellas se han construido las mejores condiciones. Este tiempo ha sido evidencia de que

aprendemos, crecemos y construimos juntos, por eso el Ministerio de Educación habla de una Alianza familia-escuela que permite cumplir el principio de corresponsabilidad en la educación, el cuidado, la protección y el desarrollo integral de las niñas, niños y jóvenes del país.

Educación presencial bajo el esquema de alternancia.

Ahora bien, dar continuidad al proceso educativo de las niñas, niños y jóvenes desde casa, a la luz de una presencialidad gradual con un esquema de alternancia, implica un proceso de transición progresivo que académicamente se halla fundamentado en el trabajo educativo apoyado por los familiares de los estudiantes con el acompañamiento de los docentes. Un proceso en el cual se combinan diferentes formas de interacción entre los docentes y los estudiantes con el fin de dinamizar la enseñanza.

En el contexto de emergencia sanitaria, el concepto de alternancia hace referencia a la prestación del servicio educativo a través del diálogo que se establece entre un número determinado de variables y factores contextuales como las posibilidades de la población, de la institución y del territorio. Así, la pandemia, pese a sus lamentables consecuencias, se convierte en una oportunidad para cambiar la forma en que enseñamos matemáticas en las escuelas.

Categorías de la investigación

A continuación, en el cuadro No. 5 se presentan las categorías del presente trabajo de investigación.

Cuadro N ° 5
Categorización del estudio

Propósitos	Categoría	Subcategoría	Indicador	Ítems
-------------------	------------------	---------------------	------------------	--------------

Generar un Modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde la manipulación de los materiales didácticos, con alumnos del ciclo de la educación básica primaria.	La didáctica de las matemáticas.	La didáctica de las matemáticas	Conceptualización sobre la didáctica y las matemáticas	Informantes Claves (docentes de educación básica primaria)
	Enseñanza y aprendizaje	La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Conceptualización sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Informantes claves: Docentes de educación básica primaria
- Develar las concepciones que tiene los docentes sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y sobre el uso de los materiales didácticos con los alumnos.	Manipulación de Materiales didácticos	Materiales didácticos concretos	Materiales didácticos concretos usados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Informantes claves: Docentes de educación básica primaria
	Percepción sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y el uso de materiales didácticos concretos	Opinión sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Documentación de lo opinado sobre la enseñanza y aprendizaje que tienen los docentes	Informantes claves: Docentes de educación básica primaria
- Interpretar los paradigmas que se hacen presentes en las prácticas pedagógicas que emplea el docente para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	Paradigmas usados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Determinación de los materiales didácticos concretos usados	Relación de los materiales didácticos	Informantes claves: Docentes de educación básica primaria
		Clasificación de paradigmas	Análisis de los paradigmas	Investigador
		Criterios sobre los cuales se		Investigador

- Construir aportes teóricos para el fortalecimiento de la enseñanza y aprendizaje de la matemática a partir de las concepciones docentes y prácticas pedagógicas.	Determinación de los Fundamentos teóricos para la enseñanza y aprendizaje	construyen los fundamentos	Elaboración del documento teórico que describe los fundamentos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
--	---	----------------------------	---

Nota: Categorías del estudio. Elaboración del autor del proyecto.

MOMENTO III

MARCO METODOLOGICO DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación, se presenta el marco metodológico de la investigación, correspondiente a la generación de un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables en alumnos del ciclo de educación básica primaria. Por una parte, se atiende a la manera como los docentes implementan la enseñanza utilizando materiales didácticos; y, por otro lado, se discute la naturaleza de los materiales proporcionados a los alumnos para dicho aprendizaje. El propósito subyacente es consolidar un aprendizaje significativo desde el contacto directo y la manipulación de materiales tangibles, que les conceda a los estudiantes comprender, interpretar y aprehender críticamente su realidad desde el pensamiento matemático, un ejercicio que les permitirá la adquisición de nuevos conocimientos practicados en su cotidianidad.

Enfoque de investigación

La presente investigación es de tipo cualitativo. Blasco y Pérez (2007) señalan que “la investigación cualitativa estudia la realidad en su contexto natural y cómo sucede, sacando e interpretando fenómenos de acuerdo con las personas implicadas” (p.17). Esta definición concuerda con lo propuesto en este proyecto, debido a que se pretendió abordar cuestiones referentes a las experiencias de los docentes al momento de desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje con sus alumnos, es decir, se explica la forma como emplean y conducen a sus estudiantes al uso de materiales didácticos concretos para la adquisición del conocimiento en el área de matemáticas. A partir de ello, se generó la propuesta de una teoría frente a estos procesos en dicha área desde la manipulación y uso de materiales didácticos. Lo cual indica que se tuvieron en consideración aquellas opiniones de los participantes referentes a la experiencia vivida en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y al tipo de materiales utilizados a la hora de desarrollar las actividades matemáticas con sus alumnos.

En medio de este proceso de búsqueda de un modelo didáctico, y a la luz del intercambio de opiniones con los docentes en lo relativo al uso de materiales didácticos, el trabajo de investigación sufrió lo que podría ser llamado un “enrute”, es decir, se propuso un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas conforme a los hallazgos derivados del mismo proceso de investigación y del contexto donde se están implementando los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la escolaridad primaria.

Paradigma

El tema de investigación referente a la generación de un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se enmarcó en el paradigma de carácter interpretativo. Es aquí donde se conjugan lo cualitativo y lo interpretativo para la configuración del modelo didáctico que será una propuesta para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el ciclo de primaria, la cual nacerá desde el análisis del sentido y el significado atribuido por los docentes sobre su acción en el aula con los alumnos.

Esta propuesta investigativa de carácter interpretativa, tuvo en cuenta los diferentes conocimientos y puntos de vista de los entrevistados. Valsilachis y Flick (2006) interpretan que:

[...] los conocimientos surgen de las múltiples perspectivas de los entrevistados en forma preferentemente inductiva, es necesario elaborar un diseño de investigación explícito y comunicarlo en forma escrita; tal propuesta permitirá estructurar las ideas principales del investigador con los elementos básicos teórico-metodológicos y servirá de guía durante el proceso de investigación. (p. 70)

En este sentido, Morse (citado en Valsilachis y Flick, 2006) expresa que: “Por aquello que las personas piensan y por lo que ese pensamiento significa e implica” (p. 27). Esto como partida también para la elaboración epistémica del modelo didáctico que surgió del proceso de investigación para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Método

El abordaje metodológico para el presente estudio fue de carácter fenomenológico, en la medida en que permitió conocer la realidad objeto de estudio: la generación de un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables en alumnos del ciclo de educación básica primaria desde la interpretación subjetiva de la experiencia vivida.

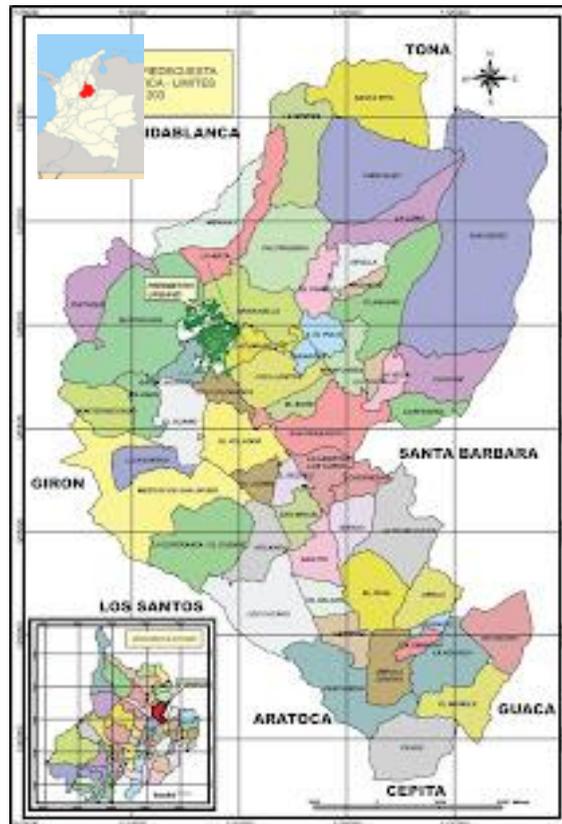
En consecuencia, desde el paradigma fenomenológico, Max Weber (citado en Ramos, 2015) expone que en las ciencias sociales deben considerarse los significados subjetivos y la comprensión del contexto donde ocurre un fenómeno, más allá de las mediciones que se pudieran hacer sobre ellos. En este orden de ideas, Guba y Lincoln (citados en Ramos, 2015) determina que el propósito de una investigación debe ser “la comprensión y reconstrucción de la realidad previa” (p. 10). En consecuencia, la investigación acá propuesta estableció ese diálogo con los docentes mediante entrevistas para conocer lo que hacen al respecto a la implementación de la didáctica de las matemáticas, y, desde esos aportes, se generó el modelo didáctico para tales fines. Unos cambios que serán posibles mediante la metodología de la investigación fenomenológica, que resultó adecuada al desarrollo de la investigación.

Escenario

El escenario que tuvo en cuenta la presente investigación es el de los docentes vinculados al ciclo de educación básica primaria del municipio de Piedecuesta, ubicado en el Departamento de Santander, Colombia. El municipio de Piedecuesta está localizado en la parte noreste del departamento, y limita con los municipios de Tona, Floridablanca y Bucaramanga por el Norte; por el Sur con Guaca, Cepitá, Aratoca y Los Santos; por el Oriente con Santa Bárbara; y por el Occidente con el municipio de Girón. El municipio de Piedecuesta hace parte del Área Metropolitana de la ciudad de Bucaramanga desde el año 1984 mediante Ordenanza N.º 048.

Figura: 1

Ubicación del municipio de Piedecuesta en el contexto departamental y nacional.



Para atender la demanda actual del servicio educativo, el Municipio de Piedecuesta cuenta con 17 Instituciones Educativas de carácter oficial, de las cuales 9 son urbanas y 8 rurales, distribuidas en 80 sedes por todo el municipio.

Tabla 1

Instituciones educativas del sector oficial del municipio de Piedecuesta.

No.	Institución educativa	Sector
1	Escuela Normal Superior de Piedecuesta	Urbano
2	Colegio Municipal Carlos Vicente Rey	Urbano
3	Centro de Comercio	Urbano
4	Colegio Cabecera del Llano	Urbano
5	Colegio Humberto Gómez Nigrinis	Urbano
6	Colegio Nuestro Señor de la Buena Esperanza	Rural
7	Colegio Holanda	Rural
8	Institución Educativa San Francisco	Rural
9	Instituto Valle del Río de Oro	Rural
10	Instituto de Promoción Social	Urbano
11	Instituto Luis Carlos Galán Sarmiento del Sur	Urbano
12	Institución Educativa Faltriquera	Rural
13	Institución Educativa los Curos	Rural
14	Colegio Balbino García	Urbano
15	Instituto del Oriente	Rural
16	Colegio Víctor Félix Gómez Nova	Urbano
17	Institución Educativa la Vega	Rural

Fuente: Ministerio de Educación Nacional

Informantes clave

Los informantes clave correspondieron a cinco (5) docentes seleccionados de la población total de las 17 instituciones oficiales. Estos profesionales docentes tienen formación en licenciatura en el área de matemáticas y laboran en el ciclo de educación básica primaria. Su elección permitió recoger la información pertinente según los propósitos de la investigación, el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la manipulación de material didáctico. En este orden, Taylor (1987) describe que “los informantes claves apadrinan al investigador en el escenario y son sus fuentes primarias de información [...]” (p. 10).

Dichos informantes correspondieron a los siguientes profesionales docentes:

INFORMANTE 1. Profesional docente de la institución educativa Cabecera del Llano, especialista en matemáticas con 20 años de experiencia docente. En la actualidad es doctorante en Educación con la Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

INFORMANTE 2. Docente de la Institución Educativa Faltriquera, con una experiencia de 28 años en servicio. Licenciado en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander.

INFORMANTE 3. Docente de la Institución Educativa Humberto Gómez Nigrinis, con una experiencia de 3 años en servicio. Licenciado en matemáticas de la Universidad Industrial de Santander.

INFORMANTE 4. Docente de la institución educativa Centro de Comercio, con una experiencia de 16 años en servicio. Licenciado en Informática Educativa de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, con desempeño en el área de matemáticas en el ciclo de básica primaria durante 16 años. Especialista en Nuevas Tecnologías de la Universidad Autónoma de Bucaramanga UNAB. Magister en Educación de la UNAB.

INFORMANTE 5. Docente de la Institución Educativa Centro de Comercio, con una experiencia de 30 años en servicio. Licenciado en Matemáticas y Especialista en Educación

Técnicas e instrumentos para la recolección de información

La técnica seleccionada correspondió a la entrevista semiestructurada, para la cual se elaboró el respectivo guion a modo de base para orientar el curso de la misma. En este sentido se acudió a diversos planteamientos que reflexionan acerca de la importancia de las entrevistas. De este modo, Schettini (2019) expresa que:

[...] en los casos en los que el trabajo investigativo posibilite una entrevista formal con los informantes claves, los avances tecnológicos han ayudado mucho cuando se trata de registrar los diálogos entre entrevistador y entrevistado, ya que la posibilidad de grabar la entrevista está muy naturalizada, con lo cual suele convertirse en el medio ideal para registrar los diálogos [...] tradicionalmente en investigación cualitativa, la entrevista se caracteriza por ser un proceso comunicativo que se da en un encuentro entre sujetos, previamente negociado y planificado. (pp. 19-26)

Asimismo, la característica principal de la entrevista es su forma dialógica gracias a que permite la interacción conversativa entre los sujetos. Su diferencia radica en que la información obtenida en la entrevista se analizará y estudiará según el interés del entrevistador: Cortazzo y Trindade (citados en Schettini, 2019).

El propósito de la entrevista consistió en recoger información que permitiera develar la situación de la didáctica de las matemáticas en estos tiempos de pandemia y con visión postpandemia, teniendo en cuenta el proceso de enseñanza, aprendizaje, y el uso de los materiales didácticos con los alumnos. De este modo, se procedió a la interpretación de los hallazgos sobre las circunstancias educativas que acontecen en materia de la didáctica y que están presentes en las prácticas pedagógicas empleadas por el docente para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Validez y confiabilidad de los instrumentos

La validez y confiabilidad del instrumento, que para esta investigación en particular correspondió a la entrevista semiestructurada, se hizo mediante un guion previamente elaborado. Como ya se había determinado que la técnica fuera la entrevista semiestructurada, se procedió a rendir a los informantes las diferentes aclaraciones que fueron necesarias sobre el alcance de ciertas preguntas, cuando por alguna razón no se comprendía el cuestionamiento. Estas aclaraciones se realizaron mediante el diálogo establecido con los informantes, lo cual permitió la determinación de la confiabilidad del instrumento.

Análisis de la información

Al adquirir finalmente la información suministrada por los docentes, se procedió a la elaboración de un cuadro de clasificación sobre las categorías emergentes de la investigación. Así, se procedió a realizar la respectiva triangulación para la sistematización de los hallazgos.

La información recogida se organizó y analizó aplicando criterios propuestos por teóricos en la investigación científica. Para el caso en particular se propuso las orientaciones dadas por Martínez (2008), quien expresa que “la categorización, la estructuración, la contrastación, y la teorización desde el análisis de la información recogida” (p. 139).

Diseño de la investigación

Por su carácter cualitativo, se inició este diseño desde las diferentes partes del proceso, y durante su desarrollo se fue complementando a partir de las reflexiones obtenidas gracias a las opiniones de los informantes expertos. Por lo tanto, las decisiones referentes a la elaboración se asumieron paulatinamente a través de las fases que se llevaron a cabo durante el diseño de la propuesta, a medida que avanzó la investigación.

Validación de la información

Para esta etapa se atiende a Lincoln y Guba, y a Smith y Deemer (citados en Moral, 2006), quienes describen que “la verdad y el conocimiento válido se construyen desde el consenso entre los miembros de la comunidad, en un proceso de negociación que establece lo que se considera y acepta como bueno” (p. 156).

Por otra parte, la validación de la información obtenida se realizó según lo propuesto por Briones (citado en Mieles, 2012), quien expone que:

La validación de las conclusiones obtenidas se hace a través del diálogo, la interacción, la vivencia, las que se van concretando mediante consensos nacidos del ejercicio sostenido de los procesos de observación, reflexión, diálogo, construcción de sentido compartido y sistematización. (p. 206)

Por ende, lo hallado en las entrevistas nace gracias al diálogo realizado con los docentes profesionales, quienes comunicaron una información valiosa que se identificó en el momento de realizar el debido contraste teórico en la investigación. De esta manera, la validación de la información se realizó a través de la discusión de los resultados obtenidos.

Categorías de análisis

Las categorías que se analizaron corresponden a las relacionadas con el modelo didáctico: Didáctica de las Matemáticas, procesos de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, y Materiales Didácticos manipulativos.

CATEGORÍAS DE LA INVESTIGACIÓN
Didáctica de las matemáticas
Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Material didáctico manipulativo

MOMENTO IV INTERPRETACIÓN DE LA REALIDAD DESDE LOS HALLAZGOS

Para el desarrollo de la presente investigación, se realizó una entrevista a docentes de las siguientes instituciones educativas: Cabecera del Llano, Faltriquera, Colegio Humberto Gómez Nigrinis, y Centro de Comercio del municipio de Piedecuesta, en el departamento de Santander de Colombia. En cada una de ellas se obtuvo el consentimiento tanto de los respectivos rectores y rectoras como de los docentes para la aplicación del instrumento de recolección de la información. Tan pronto se obtuvieron los permisos se aplicaron las entrevistas a cinco docentes licenciados o con énfasis en el área de matemáticas, atendiendo a los debidos protocolos de bioseguridad, y dando a conocer el propósito general y el procedimiento para la obtención de la información del estudio.

De este modo, a continuación, se presenta cada una de las categorías iniciales junto con sus respectivas subcategorías en las cuales estuvo enfocada la entrevista. Además, los aspectos relevantes que caracterizan cada categoría de análisis y su pertinencia para el cumplimiento del objeto de la investigación.

Categorización

Tabla 2

Categorías iniciales y subcategorías

Propósitos	Categorías	Subcategorías	
Generar un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde el uso de material didáctico.	Didáctica de las matemáticas.	Pandemia y postpandemia	
		Conocimientos previos	
		Contexto	
		Intereses y necesidades de los niños	
		Estilos y ritmos de aprendizaje	
		Tecnologías de la Información y Comunicación	
		Innovación	
		Métodos didácticos	
			Contenido científico y didáctico
			Sistemas de pensamiento

	Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Disciplinariedad, multidisciplinariedad y transdisciplinariedad
		Complejidad
	Material didáctico manipulable	Importancia
		Manipulación
		Uso
		Retroalimentación
		Diseño de materiales y procesos
		Transposición didáctica
		Características de los materiales didácticos
		Barreras para el uso de materiales

Gráfico 2

Categoría inicial. Didáctica de las matemáticas



Esta categoría gira en torno al conocimiento del docente en relación con la disciplina protagonista en su formación profesional, el cual, a través de la práctica, lo implementa mediante procesos didácticos para la enseñanza y el aprendizaje de las

matemáticas en el ciclo de educación básica primaria. Es así como el docente se enfrenta a diversas barreras en el desarrollo de la didáctica de las matemáticas, en donde debe haber un claro dominio para que estas sean abordadas con efectividad.

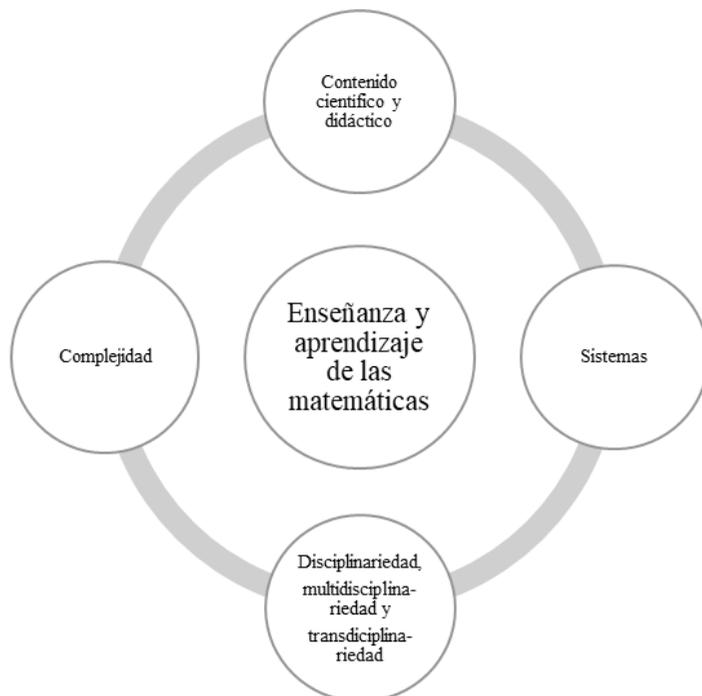
Godino (2003) menciona, coincidiendo con otros autores, que la didáctica de las matemáticas debe ser una ciencia de diseño. Por ejemplo, Lesh y Sriramn (citados por Godino, 2003) “consideran la educación matemática, como una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p. 1). Por consiguiente, los docentes deberán adoptar el papel de alumnos, para que así inicien una exploración que les ayude a percibir su realidad y sobre esta construir, en su pensamiento, la idea correspondiente sobre dicha realidad. A su vez, el proceso cognitivo se irá desarrollando, con base en un nuevo conocimiento que también se construye. Por ende, el autor añade que en:

la Didáctica General o de otras didácticas específicas se han desarrollado una variedad de modelos y teorías de diseño educativo dirigidas a la práctica y descripción de métodos educativos, así como de las situaciones en las que dichos métodos deberían utilizarse. (Godino, 2003, p. 2)

Por tal razón, Reigeluth (citado en Godino, 2003, p. 15) propone que una teoría de diseño educativo debe tener explícitamente la forma en que permitirá aprender y desarrollarse a través de saberes cognitivos, emocionales, físicos y espirituales. De este modo, aquí se evidencia una clara orientación, por parte de los teóricos, al diseño de modelos didácticos para abordar los distintos campos del conocimiento matemático que se deben tener en cuenta al momento de considerar la enseñanza y el aprendizaje como procesos pedagógicos. Esta consideración es una de las principales al momento de diseñar el modelo didáctico que se propone en el presente trabajo investigativo porque se enfoca desde la teoría constructivista para posibilitar una enseñanza y aprendizaje en donde la incorporación de materiales didácticos manipulativos son clave para la construcción del conocimiento matemático.

Gráfico 3

Categoría inicial. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas



De esta forma, se evidencia que el conocimiento del docente de matemáticas es requerido para la implementación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el ciclo de educación básica primaria. Este saber constituye su práctica, la cual se refleja en la experiencia que alcanza a través del tiempo. Por ende, se espera que el conocimiento lleve al docente a profundizar sobre su labor, para así ir descubriendo la forma de mejorar constantemente en su disciplina.

Godino (2003) sugiere que los docentes en formación y los docentes ya en ejercicio deben ser conscientes de que la enseñanza de las matemáticas debe contemplar:

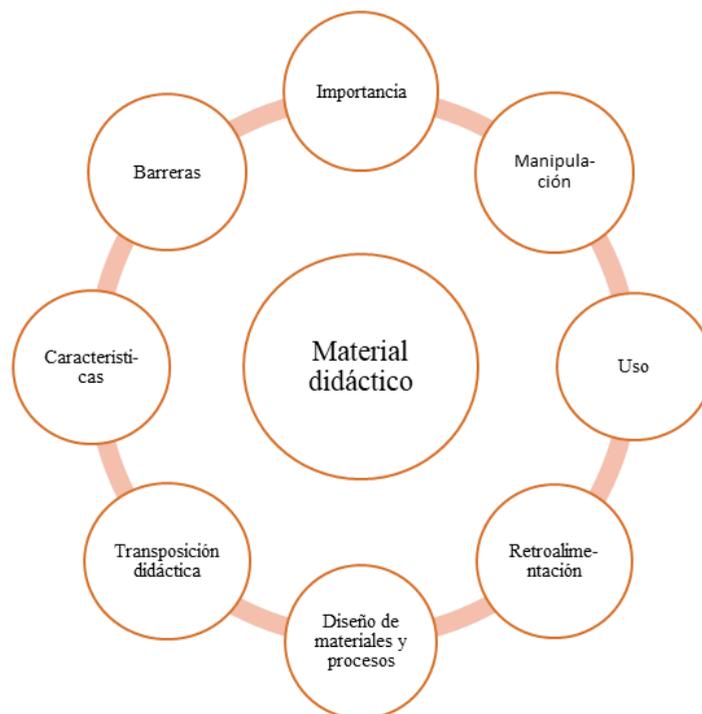
- Las clases como comunidades matemáticas, y no como una simple colección de individuos.
- La verificación lógica y matemática de los resultados, frente a la visión del profesor como única fuente de respuestas correctas.
- El razonamiento matemático, más que los procedimientos de simple memorización.

- La formulación de conjeturas, la intervención y la resolución de problemas, descartando el énfasis en la búsqueda mecánica de respuestas.
- La conexión de las ideas matemáticas y sus aplicaciones, frente a la visión de las matemáticas como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos. (p. 11)

Según estas consideraciones, los docentes que ya se encuentran desarrollando procesos de enseñanza y promoviendo el aprendizaje a grupos de alumnos en primaria, tendrán que contemplar a los aprendices como una comunidad que autónomamente establece comprobaciones desde una lógica matemática a partir de razonamientos, la formulación de hipótesis, la invención, la resolución de situaciones y la aplicación en contextos determinados. Lo anterior, lleva a la formulación propia de un modelo didáctico de acuerdo con la teoría de la matemática, específicamente, con el conocimiento y el rol que debe asumir el docente y los alumnos para su aplicación en la vida diaria.

Gráfico 4

Categoría inicial. Material didáctico



En esta tercera categoría, se busca que el docente exprese el conocimiento que posee frente al material didáctico y a la forma como lo usa o manipula para desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En consecuencia, el material didáctico se constituye en una herramienta que le permitirá al docente ejemplificar una realidad, con el fin de hacerla comprensible a los alumnos. Godino (2003), en lo relacionado con los recursos didácticos, contempla que:

los libros de texto, materiales manipulativos, gráficos y textuales, hasta los recursos tecnológicos (calculadoras, ordenadores, internet, etc.) para lograr una actitud propicia al uso de materiales manipulativos de toda índole, incardinados como elementos de las situaciones didácticas, pero al mismo tiempo es necesario que construya una actitud crítica al uso indiscriminado de tales recursos. (p. 14)

Con relación a lo anterior, se puede decir que este autor establece la importancia de los materiales manipulativos para la comprensión y la estructuración de la idea sobre la realidad. Y es que “los materiales manipulativos ayudan a los niños a comprender tanto el significado de las ideas matemáticas como las aplicaciones de estas ideas a situaciones del mundo real” (Godino, 2004, p. 127).

Ahora bien, en las siguientes tablas se expondrá la codificación pensada con el fin de organizar la información suministrada por cada uno de los informantes a través de las entrevistas. Junto con las matrices necesarias para la comprensión de la información y la definición de las subcategorías emergentes de acuerdo con las percepciones personales de los docentes. Todo con el fin de poder realizar un contraste con las teorías de la presente investigación (la Didáctica de las Matemáticas, la Enseñanza y el Aprendizaje de las matemáticas y el uso o manipulación de Material Didáctico concreto) en relación con la práctica docente en el área de matemáticas en educación básica primaria de las instituciones educativas del municipio de Piedecuesta.

De este modo, a los docentes se les asignó una codificación para identificarlos de la siguiente manera: INFORMANTE 1, INFORMANTE 2, INFORMANTE 3,

INFORMANTE 4, INFORMANTE 5. Por ende, las siguientes entrevistas se consideran el punto de partida de la presente investigación:

Tabla 3

Entrevista Informante 1. Docente licenciado con énfasis en matemáticas

Informante 1
Percepción y criterio del informante
Interrogante 1: ¿Cuáles son los efectos que produce en la didáctica de las matemáticas, la actual situación de pandemia del coronavirus en las instituciones alumnos, en los docentes y estudiantes?
[...] Nos demostró que estábamos ya como muy acostumbrados, acolchados en algo y que teníamos que movernos, como educación, como institución, como docentes tenemos que ir un paso más allá, si nosotros queremos que los estudiantes estén más adelante para el futuro que ellos van a hacer profesionales, pues también tenemos que transformarnos. Y es que uno ve a la educación llena de diferentes modelos, y diferentes enfoques, diferentes propuestas didácticas, pero en la práctica sigue siendo la misma escuela tradicional con evaluaciones tradicionales. Cómo nos organizamos como institución, qué le brinda a cada docente, qué le brindo yo como rector, qué brindo yo como docente, qué brindamos como administrativos para que las cosas funcionen” Entonces estos retos económicos de poder colocar, de pronto, los equipos necesarios, de pronto, la internet necesaria, pero cómo también el colegio propone “Bueno, vamos a cambiar el modelo, vamos a cambiar la forma de evaluar, vamos a cambiar que el docente piense en que las capacitaciones son solamente las que las regala el Ministerio, las que las regala la Secretaría, sino que también el docente proponga capacitaciones para capacitar a sus compañeros”. O sea, como institución, fueron muchas cosas las que se movieron, las que se gestionaron, para poder llegar a donde estamos como docente yo creo que fue lo más hermoso que pudo haber pasado porque fuimos autodidactas, a pesar de que nos mandaron a una cuarentena y ya después no volvimos a las aulas de clase, nos tocó volvernos autodidactas para poder seguir nuestra labor docente [...] muchas cosas que estuvieron ahí siempre presentes y que nunca habían mirado porque el confort del aula de clase les había dado. Y a los estudiantes, yo creo que la peor parte la llevaron los estudiantes porque las familias no todas, por el estrato. Nuestros estudiantes, de pronto, tenían un celular para 3 y 4 hijos. Entonces no todos podían acceder a las clases, no todos tenían, no todos tienen datos, no todos tienen la oportunidad. Pero también los que han tenido a la oportunidad de acceder a la educación en virtualidad, han aprendido nuevas herramientas. A veces uno de docente está aprendido a manejar una herramienta y el estudiante es el que le enseña a uno: “Profe, muévale ahí. Profe, dele tal cosa”, ¿cierto? Porque ellos también aprendieron y también de toda esa tecnología han podido crear nuevos espacios, a partir de lo que han aprendido para generar, de pronto, ventas para sus familias y proyectar todo eso que aprendieron en el aula en pro de su familia.
Interrogante 2: ¿Se tienen en cuenta los conocimientos previos, de los estudiantes, para el aprendizaje de nuevos conocimientos matemáticos?
Sí, yo creo que uno parte ya sea desde preescolar, del grado que sea, de la idea de que el estudiante sabe, o sea ellos saben muchas cosas lo que pasa es que muchas veces no se han dado cuenta que saben. Entonces como docente es necesario, y así lo hago, rescatar eso que yo asumo que los estudiantes saben y buscar la manera de que ellos reconozcan lo que sí saben, y que se empoderen de eso que ellos sabían y que no se habían dado cuenta que lo tenían así.
Interrogante 2.1: ¿Por qué eso es valioso, tener en cuenta los conocimientos previos?
Es valioso porque: lo uno, porque si el estudiante se da cuenta que lo sabe, eso lo va a hacer sentir que ya avanzó un escalón y que puede seguir al otro. Entonces, se empodera y eso le da confianza para seguir aprendiendo
Interrogante 3: ¿Se desarrolla el proceso de aprendizaje de las matemáticas para que el alumno las identifique en diferentes contextos además del escolar, en la cotidianidad, y en lo sociocultural?
Yo creo que ahorita la escuela está dada en eso y al menos en mi aula lo que se busca es partir de un problema, de contexto, de la realidad. Entonces ni siquiera necesito que el estudiante las identifique en diferentes contextos, sino que el contexto llega al aula para que el estudiante sienta que está en una

<p>misma realidad y no que está en realidades diferentes. Está es la realidad de la escuela, esta es la realidad de la casa, no la realidad que vive es una sola y está presente en todas. Entonces se parte de ahí.</p>
<p>Interrogante 3.1: ¿Cómo sería entonces la intervención de lo cultural para el aprendizaje de las matemáticas?</p>
<p>Lo cultural yo creo que es lo más bonito porque tiene que ver con esa identidad que ellos traen, entonces el reconocimiento de las características culturales se puede elaborar en diferentes escenarios del aula de clase, no necesariamente en conceptos. Yo aprendí, por ejemplo, la práctica que hice ayer en clase, no parte de un concepto, sino que, utilizando una didáctica, un material manipulativo, pude enseñar áreas, pude enseñar diferentes temáticas y desde allí, por ejemplo, cuando estamos trabajando la parte del folclor con los niños, porque yo trabajo todas las áreas, se trabaja todo lo que tiene que ver en superficie.</p>
<p>Interrogante 3.2: ¿Cómo es aproximar lo social para el aprendizaje de las matemáticas?</p>
<p>Una de las cosas que más se utiliza, para aproximar las matemáticas a lo social, es haciendo trabajar a los niños en pequeños grupos, en actividades matemáticas como es el uso de las tablas, de los diagramas de barras, bueno, de la estadística en general, donde todos participan y se interrelacionan, generando para ellos lazos de amistad y cooperación, y aprenden a respetar las opiniones entre unos y otros.</p>
<p>Interrogante 4: ¿La didáctica de las matemáticas, que implementa en los ambientes de enseñanza y aprendizaje, se adapta a los intereses y necesidades propios de la niñez?</p>
<p>Sí, los docentes debemos partir desde lo que más les gusta a los estudiantes para trabajar las diferentes temas. Los niños siempre están interesados en el juego, en divertirse, por lo tanto, tiene la necesidad de actividades que les permita este goce y con ello aprenden las matemáticas. Yo creo que los problemas [...] se hacen examinando el contexto de los interés y necesidades de los niños, pues tengo la fortuna de que los estudiantes de quinto los conozco desde tercero, cuarto, quinto</p>
<p>Interrogante 4.1: Eso es lo que a ellos les gusta, entonces el niño está muy relacionado con el juego, la música, con lo lúdico.</p>
<p>Bueno, es que eso tiene que ver con el material. Yo uso mucho material manipulable y siempre intento que ese material no solamente les guste, sino que les sirva para muchas cosas. Entonces pueden construir muchas cosas, puedan moverlo de diferentes maneras, puedan utilizarlos en diferentes espacios y que se relacionan en ellos. Entonces sí que puedan jugar, que puedan construir. Ellos, en esa etapa, a ellos les gusta mucho construir y deconstruir también.</p>
<p>Interrogante 5: ¿De qué manera la didáctica de las matemáticas que implementa se encuentra adaptada a los estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos?</p>
<p>Se ha visto mucho ese manejo de los estilos de aprendizaje y de los ritmos de aprendizaje porque como que se ha diversificado un poquito más. Eso nos ha llevado [...] a utilizar mucho material manipulable porque hay niños que son kinésicos, hay niños que son visuales, hay niños que son auditivos, pero definitivamente el juego [...] es lo que todos quieren. Entonces el material manipulable le permite estar activo en la clase, no perderse como de lo que estamos haciendo, estar vinculado, estar haciendo preguntas, estar haciendo deducciones. A veces ellos alcanzan a ver cosas que uno como docente no vio, que podía ser parte de la clase. Termina uno introduciendo nuevas cosas, por eso yo creo que no soy muy sistemática en decir “Bueno el concepto que voy a manejar hoy es este” porque termina uno metiendo muchas cosas que los niños ven y que le traen a uno del mismo ejercicio manipulativo de ese material. Entonces eso ayuda que los niños que, de pronto, no aprenden al mismo ritmo que otros, cuando ellos hacen esos análisis, esas reflexiones y comparten en la clase, los menos aventajados, digamos, en esta competencia matemática.</p>
<p>Interrogante 6: ¿Desde las TIC, se encuentra una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?</p>
<p>Sí, bueno, propuestas hay muchas, pero yo creo que es más aún las diferentes propuestas que nacieron ahorita después de la pandemia y que nos llevaron a realizar otras propuestas y que han salido de manera espontánea en las diferentes redes, en las diferentes aplicaciones matemáticas, en diferentes espacios de la tecnología. Entonces sí, definitivamente esas propuestas didácticas están presentes y están para ser utilizadas.</p>
<p>Interrogante 7: ¿Implementa una didáctica para la enseñanza y promueve el aprendizaje de las matemáticas fundamentada en la innovación de la realidad?</p>
<p>Bueno, yo desde el año 2013 tengo [...] una propuesta pedagógica, que como pedagógica, pues tiene su didáctica [...] es más una propuesta multidisciplinar que tiene que ver con los proyectos transversales</p>

también, entonces tienen que ver con lo transdisciplinar, que tiene que ver con las matemáticas, pero tiene que ver más con la realidad, entonces, sí.
Interrogante 7.1: Y con eso se innova eso que el niño apropia en la enseñanza de las matemáticas?
Claro, sí, por eso me cambió la idea de que yo tengo que decirle al estudiante “Bueno, saque el cuaderno, vamos a ver la suma, los términos de la suma, cómo se suma con dos, cómo se suma con tres, cómo se suma...” no. O sea, aprendí que las cosas se tienen que dar por evolución, digamos, por descubrimiento, por construcción, innovando y no por conceptos, por contenidos.
Interrogante 8: ¿Para la enseñanza y aprendizaje, utiliza la didáctica de las matemáticas desde el aprendizaje por descubrimiento, al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en la investigación?
Cuando empecé a escribir los libros de Gocé productivo empecé a trabajar con el aprendizaje basado en problemas, principalmente. Luego descubrí que lo más importante es el ejercicio de investigación. Y pues la investigación requiere de trabajo en cooperación, requiere del trabajo por equipos, ¿cierto? Entonces, sí, definitivamente, yo creo que la investigación es a donde debemos apuntarle todos.
Interrogante 9: ¿Considera que el profesor de ciencias debe tener un adecuado dominio del conocimiento que imparte, y del uso de una didáctica en particular?
Pues el profesor de ciencias, de pronto, las ciencias exactas si habláramos de las matemáticas, pues tiene como su forma sistémica de trabajar. Pero para poder realizar ese sistema pues tiene que tener una didáctica clara, contundente, pero también tiene que ser capaz de tener la mente abierta para saber que, a veces, la didáctica o lo que uno espera, o lo que uno quiere proyectar, no es lo que el estudiante está recibiendo y hay que hacer transformaciones, que uno tiene que ir adaptando. Entonces como que, en una didáctica particular, como una didáctica con una mente abierta en todo momento.
Interrogante 10: ¿Desarrolla la enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas desde un enfoque sistémico de pensamientos matemáticos?
Como un enfoque sistémico, cuando hablamos desde la realidad, se dan de manera simultánea. Sistémico como con base de los cinco pensamientos matemáticos. Yo creo que esto sí no podemos dejarlo a un lado, por ejemplo, cuando hablamos de un proyecto de investigación en matemáticas para niños de tercero, de cuarto, de quinto grado, no podemos dejar a un lado los algoritmos básicos, pero tampoco podemos dejar a un lado la estadística y no quiere decir que tengamos que separarlo. “Ahorita vamos a ver entonces cómo sumamos y ahora vamos a que cómo hacemos el diagrama de barras, sino que todo se da de una manera como simultánea.
Interrogante 11: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla con enfoque disciplinario, multidisciplinario y transdisciplinario?
Sí. Desde la totalidad porque es la manera de que uno puede hacer proyectos de investigación con los estudiantes, llevarlos allá, al conocimiento de un determinado aprendizaje desde las distintas áreas como un todo.
Interrogante 12: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla desde un enfoque de la complejidad?
Sí, claro. Yo creo que eso es lo que hace que las matemáticas se le metan en la sangre a los estudiantes.
Interrogante 13: ¿Qué opinión tiene frente a la importancia del material didáctico para la enseñanza y el aprendizaje del conocimiento de las matemáticas?
Básico, para mí es básico. Básico, que ellos lo elaboren, básico que sea manipulable, básico que lo mantengan a la mano siempre, sí. O sea, es super básico, pero sobre todo que sea, que esas características del material didáctico siempre han estado presentes, no podemos limitar las matemáticas a las regletas de cocina y esto “Ay, no el niño no tiene plata para las regletas o el colegio no tiene regletas, entonces no podemos”, sino que las personas puedan elaborar su material que tengamos como esa oportunidad de que sea asequible para todo mundo.
Interrogante 13.1: Ya que menciona algunos materiales didácticos, ¿cuáles otros usa?
Bueno yo uso muchísimo las regletas, pero no las de madera básicas, sino hechas con cartulina, con materiales de reciclaje. Trabajo con cuadrículas, con geoplanos. Trabajo con hilos, con lanas. O sea, son materiales que de pronto sueltos no se ven mucho, pero para trabajar, por ejemplo, longitudes usamos diferentes elementos, ¿no? Trabajamos diferentes herramientas, en el aula de clase, yo creo que lo que más utilizo son cuadrículas y regletas.

Interrogante 14: ¿Los estudiantes y usted como docente, manipulan material didáctico concreto para la comprensión del conocimiento en el proceso de aprendizaje? ¿Qué material manipulan?
Yo uso material didáctico y los estudiantes también lo usan.
Interrogante 15: ¿Se trabaja en colaboración con otros docentes, para desarrollar un sentido compartido de los materiales didácticos, y del contenido esencial, como prerrequisito de lo que los estudiantes deben aprender?
Eso es una lucha. El año pasado, pues yo también, además de dictar matemáticas en quinto de primaria, dicto aquí matemáticas en sexto grado. Yo hice el colectivo de sexto grado para que todas las materias estuviéramos vinculadas dentro del desarrollo a partir del segundo periodo, sin embargo, dos personas quisieron participar del colectivo, y nadie más. De los diez docentes que éramos, entonces no se pudo llevar a cabo. Y en primaria, pues ninguna compañera, yo creo que son dueñas de sus cuadernos, digamos, les gusta todavía que el cuaderno de sociales, que el cuaderno de matemáticas, que el cuaderno de español, entonces como que no ven esa integralidad, así que es muy difícil ese trabajo.
Interrogante 16: ¿Se brinda retroalimentación a los estudiantes usando material didáctico, sobre el aprendizaje de las matemáticas?
Sabes que eso pasa todo el tiempo, todo el tiempo. Por ejemplo, cuando estaba manejando las cuadrículas en que estamos trabajando área, entonces les recordaba qué era el perímetro, les recordaba qué era un vértice, les recordaba, ¿cierto? porque ahí tenían material manipulable.
Interrogante 16.1: ¿Por qué cree que es todo el tiempo que usted trabaja la retroalimentación?
Porque bueno, lo uno, en el aula de clase hay estudiantes que les sirve que uno les esté recordando porque de pronto ellos no tienen esa capacidad de retenerlo en la mente, entonces, es necesario estárselo recordando. Lo otro, porque las cosas que uno no práctica, se olvidan.
Interrogante 17: ¿Emplea la didáctica de las matemáticas como una ciencia orientada al diseño de materiales y de procesos didácticos?
Sí, porque es que uno no puede inventar un material didáctico solamente como para cubrir una necesidad. Un material didáctico debe ser bien pensado porque, sobre todo, porque como yo espero que el estudiante lo pueda realizar, porque ahorita en virtualidad lo que nos propuso la educación virtual, fue que el estudiante fuera también creativo, autodidacta y nosotros debemos incentivar esa motivación a la creación de materiales. Entonces la didáctica tiene que ser una ciencia que estudie “¿cuál es el alcance de ese material, ¿cuáles son las limitaciones, ¿cuáles son las ventajas, las desventajas?” O sea, todo eso debe saber el docente.
Interrogante 17.1: ¿Y sobre el proceso?
Sobre el proceso diseñamos la forma como se deben utilizar los materiales para enseñar los diferentes temas de las matemáticas y sus alcances.
Interrogante 18: ¿Se hace adaptación de los materiales didácticos y del contenido matemático que se va a enseñar a los estudiantes? ¿Se simplifica, se buscan ejemplos asequibles a ellos, se restringen algunas propiedades, y se usa un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usados por el matemático profesional?
Siempre. Se deben buscar los materiales propios apropiados. Yo creo que uno debe llevar las matemáticas, o sea, una persona que es buena en matemáticas, sabe usar materiales y hablar muy bien el lenguaje matemático. Pero un genio en las matemáticas, es capaz de hacer ese lenguaje matemático en los términos más sencillo para que lo entienda desde el niño que todavía que está en preescolar hasta el más adulto que nunca ha estudiado matemáticas.
Interrogante 18.1: ¿Entonces el docente debe hacer esa adaptación?
Claro, siempre debe tener esa capacidad. O sea, ahí es donde está el dominio del área, o sea, ser capaz de hacer sencillo algo que, en términos matemáticos, de pronto, no para todo el mundo sea sencillo
Interrogante 19: ¿Qué características tendría el material didáctico para una metodología didáctica ideal de las matemáticas?
Yo creo que sea reciclable, que sea fácil o posible que la elabore todo el mundo
Interrogante 20: ¿Qué aspectos frenan el uso (recursos, formación, tiempo, planificación) de materiales para una didáctica de las matemáticas ideal?
[...]es que como los profesores siguen siendo muy tradicionales en matemáticas, los padres de familia se han acostumbrado, o sea, a esos como tratamientos de que las matemáticas, el matemático es como de otro nivel, es como un extraterrestre, como que un genio. Entonces cuando uno hace las matemáticas

como sencillas y trata de hacerlas aplicables o didácticas, o lúdicas, “ese profesor no sabe, ese profesor no enseña”. Las familias como que no creen, cuando las matemáticas son fáciles o uno las trata de hacer fácil los padres de familia tratan de que no cree. Además, que tiene los prejuicios de que “Profesora, yo no tengo plata, Profesora, el niño no quiso y yo no estoy ahí para ayudarle” ¿sí?, es como esos problemas familiares, a veces lo que limita la aplicación de diferentes didácticas.

Tabla 4

Entrevista Informante 2. Docente licenciado en matemáticas

Informante 2
Percepción y criterio del informante
Interrogante 1: ¿Cuáles son los efectos que produce en la didáctica de las matemáticas, la actual situación de pandemia del coronavirus en las instituciones alumnos, en los docentes y estudiantes?
Partamos de lo siguiente, lo primero, fue un caos para todos, el hecho de que hubiese el confinamiento. Todos encerrados y entonces nos desconectamos un tiempo con los estudiantes de forma abrupta, digamos, fue como de un momento a otro, pero luego ya empezamos como a implementar las cosas de qué podríamos hacer nosotros para volver a conectarnos con los estudiantes, volverlos a tener y desarrollar las actividades de forma normal. Entonces es así como valiéndonos nosotros una herramienta tan sencilla como el WhatsApp, fue nuestra primera herramienta que encontramos para podernos volver a conectar con los estudiantes y de una manera [...] muy lenta, pero muy segura, fuimos volviendo como a tener ese contacto y a tener esas clases mediante esta herramienta de comunicación. Es importante resaltar que los padres de familia también colaboraron en esto, puesto que ellos, de alguna manera, tenían sus datos, tenían su manera de comunicarse con nosotros. En algunos casos, algunos padres de familia, si solamente era vía telefónica, o sea, una llamada que uno les hacía a ellos y trataba uno como de mirar en qué contexto estaban y cómo se podría implementar alguna estrategia para poder abordar los temas en el caso de matemáticas y en todas las demás asignaturas.
Interrogante 1.1: ¿En este orden se interpreta que hubo un impacto en la institución educativa frente a la organización curricular?
Sí señor claro. Sí, nosotros de una vez organizamos, ahí con el rector y los demás compañeros, como la manera segura de poder avanzar en lo básico y para nosotros en primaria lo básico, de acuerdo con los compañeros y con los lineamientos que tenemos por parte de rectoría y de la profesora del PTA, fue intensificar matemática e intensificar también lenguaje que son las dos principales.
Interrogante 1.2: ¿Esa nueva organización institucional para los docentes en lo curricular, generó un cambio hubo un impacto?
Sí, ese cambio fue progresivo [...] Entonces iniciamos con esa primera herramienta del WhatsApp y vía telefónica, luego ya a comienzo de este año, los padres de familia, al menos fue en el caso mío en la institución educativa El limonal, propusieron que se hicieran clases por Mett o por Zoom y, pues, vaya sorpresa. Yo incluso me opuse al principio porque yo entendía que era que los niños iban a reunirse en una casa que había internet y que ahí se iban a aglomerar de todas maneras un gran número de estudiantes. Y no fue así. Los padres de familia se abrieron a esa tecnología y tanto es así que se desarrollaron las clases, como digamos, en un 95 % por esta plataforma de Mett y los niños ya se acostumbraron a trabajar de esta manera, eso fue en la época de la alternancia.
Interrogante 2: ¿Se tienen en cuenta los conocimientos previos, de los estudiantes, para el aprendizaje de nuevos conocimientos matemáticos?
Claro, sí, señor, de ahí partimos siempre. Ahorita ya que estamos volviendo a la presencialidad, pues eso es una ayuda más importante porque uno siempre, siempre en matemáticas, parte de lo que el niño sabe para poder, digamos, dar un nuevo conocimiento. Siempre todos los presaberes es importante diagnosticarlos y asegurar que el estudiante los tiene para poder abordar un tema siguiente. Claro que sí.
Interrogante 3: ¿Se desarrolla el proceso de aprendizaje de las matemáticas para que el alumno las identifique en diferentes contextos además del escolar, en la cotidianidad, y en lo sociocultural?
Claro. Sí, señor. Nosotros siempre tratamos de aterrizar la matemática a su contexto, entonces uno ya crea unos problemas de la cotidianidad, por lo menos, de medir un terreno, de medir cierta cantidad de

<p>algún elemento, en el caso de las medias de capacidad, medir un líquido. Es decir, nosotros siempre tratamos de que la matemática no sea teórica, sino que en lo posible sea práctica en todo sentido. Incluso, cuando estudiamos el caso de los ángulos, nosotros hacemos que el conocimiento del estudiante dibuje el ángulo y el estudiante va barriendo con su cuerpo el ángulo que tiene que abarcar, por ejemplo, un ángulo de 90°, pues el niño da el giro de 90° y avanza un determinado espacio y luego hace otro giro de 90° para completar 180°, en ese momento el niño se da cuenta de que él estaba en la posición contraria de la que arrancó. Eso es aterrizar a la matemática y así con todos los temas.</p>
<p>Interrogante 3.1: Eso, en cuanto a la forma de lo que tiene que ver el contexto tanto escolar como fuera de la institución, lo social, ¿cómo se trabaja las matemáticas desde lo social?</p>
<p>En la parte social nosotros siempre tenemos primero todos los valores. Entonces se trabaja la parte de valores ahí, pero también se trabaja la parte de matemáticas, por lo menos, en cuanto a una ayuda o colaboración entre todos, en cuanto a una actividad que tenga que ver mediante el trabajo en grupos. De acuerdo al nivel los niños van haciendo sus aportes y de determinada manera, van desarrollando sus relaciones sociales.</p>
<p>Interrogante 3.2: ¿En esa parte de las interrelaciones cómo la matemática interviene en ese sentido para decir que le permite relacionarse a los niños unos con otros con su comunidad, con su sociedad, por ahí dónde?</p>
<p>En el caso de los niños que se les facilita la matemática ellos son los líderes y los que ayudan a sus compañeritos, les explican. Muchas veces la explicación del niño es más efectiva que la explicación misma de un profesor. Entonces ellos se colaboran mutuamente y tienen un orden, además, porque el hecho no es que el de quinto le hace la tarea al de cuarto, no. sino que ellos ya están más o menos acostumbrados dónde deben colaborar y dónde es trabajo en exclusivo del otro estudiante, pero sí hay una buena solidaridad en ese sentido.</p>
<p>Interrogante 3.3: ¿Cómo interviene ahí lo cultural?</p>
<p>En la parte cultural, digamos, que los niños. Vamos a suponer, hay un niño determinado que le fascina mucho el baile, la danza, entonces ese niño se va por ese camino, pero en la parte de las matemáticas, ahí interviene en cuanto a la coordinación misma, realizando algún movimiento, algún giro ahí hay aplicación de la matemática. Y en la parte cultural en las costumbres, entonces se atraen esas costumbres de los niños en la casa y se ponen en común y lógicamente se mantienen. Es decir, la matemática está incluida en todo y nosotros, como realizamos actividades globales.</p>
<p>Interrogante 4: ¿La didáctica de las matemáticas, que implementa en los ambientes de enseñanza y aprendizaje, se adapta a los intereses y necesidades propios de la niñez?</p>
<p>Sí, los docentes debemos partir desde lo que más les gusta a los estudiantes para trabajar las diferentes temas. Los niños siempre están interesados en el juego, en divertirse, por lo tanto, tiene la necesidad de actividades que les permita este goce y con ello aprenden las matemáticas. Yo creo que los problemas [...] se hacen examinando el contexto de los interés y necesidades de los niños, pues tengo la fortuna de que los estudiantes de quinto los conozco desde tercero, cuarto, quinto</p>
<p>Interrogante 5: ¿De qué manera la didáctica de las matemáticas que implementa se encuentra adaptada a los estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos?</p>
<p>La matemática, sobre todo ahorita con esto de la pandemia, pues hubo que utilizar la tecnología y ahí pues hubo muchos aportes en cuanto a que los estudiantes podían hacer videos, podía mostrar un video de determinado tema. El estudiante, presentaba a su manera cómo él realizó el ejercicio, como él realizó el tema, como él llevo a ese concepto, Entonces los niños presentan sus actividades a su propio estilo y ritmo que cada uno tiene para aprender.</p>
<p>Interrogante 5.1: ¿Entendido de que los niños tienen diferentes ritmos y estilos de aprendizaje, de qué manera se adapta la didáctica?</p>
<p>Sí, digamos que hay niños que aprenden más rápido, pero hay niños que aprenden tocando creando la figurita, hay otros niños que lo aprenden más con el sentido de escuchar. Entonces tienen un aprendizaje auditivo más que todo, otros niños son visuales, y otros niños tienen es que tocar las cosas para poder aprender, y ahí está la calidad en que uno digamos, un determinado tema pues uno lo pasa por los tres parámetros.</p>
<p>Interrogante 6: ¿Desde las TIC, se encuentra una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?</p>

<p>Pues ahorita en esto de la pandemia, sí, porque ahora los niños y los papás se involucraron en el proceso. Por ejemplo, para nivel de 3ro y 4to de primaria, trabajamos las tablas de multiplicar mediante juegos que había ahí en la internet, y los niños pues eso les fascinó y pues lógicamente lograron aprender las tablas de multiplicar de esa manera. Los niños por lo menos a nivel de 3ro, ellos ya leen una gráfica, interpretan una gráfica. Y eso es algo buenísimo a nivel de 3ro de primaria.</p>
<p>Interrogante 7: ¿Implementa una didáctica para la enseñanza y promueve el aprendizaje de las matemáticas fundamentada en la innovación de la realidad?</p>
<p>Bueno, yo desde el año 2013 tengo [...] una propuesta pedagógica, que como pedagógica, pues tiene su didáctica [...] es más una propuesta multidisciplinar que tiene que ver con los proyectos transversales también, entonces tienen que ver con lo transdisciplinar, que tiene que ver con las matemáticas, pero tiene que ver más con la realidad, entonces, sí.</p>
<p>Interrogante 7.1: Y con eso se innova eso que el niño apropia en la enseñanza de las matemáticas?</p>
<p>Claro. Mire que, a partir de algunos juegos, algunos esquemas que se tiene, por ejemplo, el tangram, ese se utiliza mucho para realizar ciertos temas, para llevar a concretizar ciertos conceptos, los niños logran ver que un triángulo tiene la misma área por ejemplo de un cuadrado. Lo hacen superponiendo las fichas, y a partir de esto innovan creando otros ejemplos. Entonces eso es algo que sí se lleva a cabo, es decir, la matemática no se trabaja en la primaria de manera abstracta, porque no se debe hacer de esa manera, sino de manera práctica. Entre más práctica y más palpable sea, mucho mejor el entendimiento y mucho mejor el aprendizaje.</p>
<p>Interrogante 8: ¿Para la enseñanza y aprendizaje, utiliza la didáctica de las matemáticas desde el aprendizaje por descubrimiento, al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en la investigación?</p>
<p>Sí, claro. Se está trabajando mediante grupos de niños, donde se les colocan las actividades para que en equipo la resuelvan, y se les piden que investiguen y que consultes en sus libros o en internet, y que se colaboren entre todos, para que ellos mismos descubran lo que aprenden y uno como docente le acompaña sus trabajos.</p>
<p>Interrogante 9: ¿Considera que el profesor de ciencias debe tener un adecuado dominio del conocimiento que imparte, y del uso de una didáctica en particular?</p>
<p>Claro, sí señor. Sí porque allá en la escuela como es multigrado y tengo todas las áreas, pues me doy cuenta. A mí se me facilita mucho trabajar la parte matemática porque es mi especialidad y la he trabajado toda la vida. Yo me pongo a pensar en los profes de bachillerato, los que tienen todos los grados, todas las áreas, debe ser algo muy, muy complicado, porque se necesita que el docente esté capacitado en su totalidad para impartir un área.</p>
<p>Interrogante 9.1: ¿Y, además, exige del manejo de una didáctica en especial?</p>
<p>La didáctica la va formando uno a través del tiempo, de la experiencia, y lógicamente pues uno va leyendo, uno va mirando autores y personas que han trabajado en esto y uno toma lo que le corresponde para llevarlo al grupo, lógicamente desde la didáctica de las matemáticas, sin ella no podemos llegar a los niños.</p>
<p>Interrogante 10: ¿Desarrolla la enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas desde un enfoque sistémico de pensamientos matemáticos?</p>
<p>Claro, sí señor. Sí porque todo viene encajado en esa forma. Por ejemplo, hablamos del sistema numérico, del sistema geométrico, y nosotros en cada uno de esos sistemas pues vamos trabajando en los niños, formando conceptos. Lo mismo en la parte de aleatoriedad, del sistema estadístico. Nosotros vamos dando los primeros conceptos de los niños, así sean intuitivos, pero se van dando mediante ejemplos, mediante ejercicios muy sencillos que los niños asimilan para este tipo de conceptos.</p>
<p>Interrogante 11: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla con enfoque disciplinario, multidisciplinario y transdisciplinario?</p>
<p>Claro. Uno trata desde la disciplina de las matemáticas, relacionada con las otras áreas, y hacer que el conocimiento sea un todo, llevando ejemplos de otras ciencias como aplicaciones de los conceptos matemáticos. Uno relaciona mucho la física, aun cuando no le dicen al niño el concepto propiamente de lo que se está haciendo en física, pero sí en determinado movimiento, en determinada distancia que recorrió en un tiempo,</p>
<p>Interrogante 12: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla desde un enfoque de la complejidad?</p>

<p>Claro. Nosotros empezamos desde lo más simple del conocimiento para llegar a algo más complejo, más concreto. Es decir, nosotros siempre partimos de ejemplos muy sencillos en donde se van dando los conceptos y luego se van resolviendo situaciones más complejas que lógicamente el niño en su capacidad va desarrollando también.</p>
<p>Interrogante 13: ¿Qué opinión tiene frente a la importancia del material didáctico para la enseñanza y el aprendizaje del conocimiento de las matemáticas?</p>
<p>Es muy importante. Mire, el material didáctico es lo que deberíamos nosotros fabricar. Es decir, innovar, tener. En mi caso, por ejemplo, yo tengo muchos ejercicios, muchos juegos del tangram, de lo que le decía. Juegos numéricos también, de adivinar números, que sean una especie de magia. Eso llama mucho la atención a los niños, y luego viene la explicación matemática de por qué eso funciona. Entonces esa parte es importantísima tenerla en cuenta y estar día a día mejorando en esa parte de implementar elementos didácticos para la enseñanza de las matemáticas.</p>
<p>Interrogante 14: ¿Los estudiantes y usted como docente, manipulan material didáctico concreto para la comprensión del conocimiento en el proceso de aprendizaje? ¿Qué material manipulan?</p>
<p>Sí, en lo posible. Es decir, uno trata por lo menos de hacerle la máquina de la suma, la máquina de la multiplicación. Es decir, trabajar esas funciones como una máquina, como un todo. Y eso al niño le llama mucho la atención y aprende de verdad. Pero entonces es como bajar esa matemática abstracta que nosotros vimos en la universidad y llevarla a lo más sencillo, a lo más simple que se pueda tener para que el niño se empape y desde ahí empiece a adquirir un gusto por la materia.</p>
<p>Interrogante 14.1: ¿Y especialmente desde la manipulación de materiales?</p>
<p>Exacto, desde la manipulación de algún elemento que le permita tocar, palpar, ver. Es que eso es lo básico de la matemática. Tratar todo tema de llevar a la práctica, llevarlo a la existencia de un elemento, de que lo pueda tocar.</p>
<p>Interrogante 15: ¿Se trabaja en colaboración con otros docentes, para desarrollar un sentido compartido de los materiales didácticos, y del contenido esencial, como prerrequisito de lo que los estudiantes deben aprender?</p>
<p>Sí, claro. Nosotros estamos organizados, se hacen planes de área muy integrados y muy prácticos para que todos los docentes lo llevemos a cabo, para brindarle a los estudiantes el conocimiento que ellos necesitan.</p>
<p>Interrogante 16: ¿Se brinda retroalimentación a los estudiantes usando material didáctico, sobre el aprendizaje de las matemáticas?</p>
<p>Claro. Eso es importantísimo porque nunca uno puede avanzar un tema que el estudiante no sepa. Entonces siempre es necesario hacer esa retroalimentación.</p>
<p>Interrogante 17: ¿Emplea la didáctica de las matemáticas como una ciencia orientada al diseño de materiales y de procesos didácticos?</p>
<p>Sí. Es más, a veces se elaboran ciertos materiales con los mismos estudiantes. Entonces vamos a suponer: vamos a mirar un sólido, un cubo, entonces se construye y el estudiante con eso se va a dar cuenta y va a entender los conceptos de arista, va a tener todos esos conceptos que son abstractos que si uno no los hiciera físicamente pues perdería el tiempo.</p>
<p>Interrogante 17.1: Y sobre el diseño de procesos didácticos desde la matemática ¿también emplea la didáctica de las matemáticas para el diseño de procesos?</p>
<p>Claro. Es decir, nosotros no podemos enseñar o dar un tema, sino que tenemos que hacer un tejido en todo lo que el niño debe saber antes para poder llegar a ese concepto, esto indica que tenemos que diseñar los respectivos procesos.</p>
<p>Interrogante 18: ¿Se hace adaptación de los materiales didácticos y del contenido matemático que se va a enseñar a los estudiantes? ¿Se simplifica, se buscan ejemplos asequibles a ellos, se restringen algunas propiedades, y se usa un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usados por el matemático profesional?</p>
<p>Claro. Es que esa es la tarea de nosotros: tratar de que esos conceptos abstractos que nosotros aprendimos en la universidad, tratar de llevarlos lo más simplificados a los estudiantes sin perder la objetividad y sin perder la calidad del conocimiento. Va uno tejiendo, digamos, ese conocimiento para que el estudiante, primero, le guste; y segundo, que lo pueda afianzar de una manera óptima, porque se ha hecho un recorrido desde lo más simple y hemos llegado hasta la parte compleja.</p>

Interrogante 19: ¿Qué características tendría el material didáctico para una metodología didáctica ideal de las matemáticas?
Yo pienso que debería de partir de algo concreto y tratar de buscar una situación concreta en todos los temas. Es decir, que el estudiante vea que la matemática está inmersa en nuestro medio, que nosotros la matemática la aprendemos o la podemos aplicar en todo momento. Lo que pasa es que la matemática también es muy extensa y tiene muchos ejes temáticos y lógicamente en cada uno de ellos pues vamos a encontrar una utilidad en algún momento dado y en algunas circunstancias.
Interrogante 20: ¿Qué aspectos frenan el uso (recursos, formación, tiempo, planificación) de materiales para una didáctica de las matemáticas ideal?
Hay factores que entorpecen, que frenan el ritmo de aprendizaje, pero son factores que muchas veces se pueden manejar, se pueden controlar. En cuanto a los recursos digamos el no tener acceso a los libros, eso sería unas de las dificultades. En cuanto a la formación del docente pienso que falta capacitación, que sí se debe hacer más capacitación sobre todo en cuanto a esta parte de la didáctica, en cuanto a la creación de material, y de metodología. En cuanto al tiempo, yo pienso que no. Sobre la planificación sí, pero por lo menos lo que le digo. Nosotros tenemos ya planificado y eso sí nos ha servido muchísimo. Más en el caso mío que tengo todos los grados, todas las materias. Esa planeación que ahí tenemos en faltriquera es nuestro fuerte.

Tabla 5

Entrevista Informante 3. Docente licenciado en matemáticas

Informante 3
Percepción y criterio del informante
Interrogante 1: ¿Cuáles son los efectos que produce en la didáctica de las matemáticas, la actual situación de pandemia del coronavirus en las instituciones alumnos, en los docentes y estudiantes?
Debido a pandemia, la didáctica de las matemáticas se ve bastante afectada porque el uso del material concreto se ve limitado, como no puede haber contacto porque el coronavirus se trasmite a través de este, entonces tenemos que limitarnos a buscar estrategias donde se restrinja el uso de este tipo de material. Así que nos toca limitarnos. Si tengo los niños asistiendo a la alternancia, prácticamente me restrinjo al uso del tablero, y si tengo los niños en el modo virtual, entonces así sí tengo un poquitico más de opciones porque se pueden utilizar diferentes páginas que permiten que de manera didáctica pues que ellos aprendan un conocimiento específico.
Interrogante 1.1: ¿Entonces los efectos para la institución educativa, ¿cuáles han sido, respecto a la didáctica, a la institución?
Para la institución, pues el aprendizaje no es tan significativo, entonces retrasa un poquito más el aprendizaje de los niños y no podemos avanzar al ritmo que se esperaba.
Interrogante 1.2: ¿Para los docentes?
Para los docentes es que las matemáticas desarrollan muchas habilidades cognitivas que le permiten a los niños desarrollarse en otras asignaturas. Entonces si no trabajan las matemáticas su potencial, digamos, se restringe también y eso hace que no rinda igual en las otras materias.
Interrogante 1.3: Cómo se han generado esos efectos, ¿qué ha tenido que hacer el docente frente a esos efectos que el coronavirus le exige frente a la didáctica?
Frente a la didáctica, pues en este momento, en mi caso particular, hacer mucho uso de recursos en internet.
Interrogante 1.4: ¿Los niños?
Los niños se ven limitados porque tengo niños que no tienen conectividad
Interrogante 1.5: ¿Y la escuela en cuanto a la aportación de materiales?
No, la escuela como tal aportar, no. No aporta. Eso ya es como dependiendo de cada docente, la habilidad y el interés que tenga para que sus estudiantes aprendan.
Interrogante 2: ¿Se tienen en cuenta los conocimientos previos, de los estudiantes, para el aprendizaje de nuevos conocimientos matemáticos?

<p>Todo el tiempo [...] Yo no puedo decir que los temas son aislados como se puede presentar en otras asignaturas, no. Aquí todo el tiempo hay que estar aprendiendo y reaprendiendo lo que ya se trabajó con los niños. Todo el tiempo se tiene en cuenta los conocimientos previos. Todo el tiempo, o sea, el estudiante que está, por ejemplo, en octavo viendo factor común en primaria tuvo que haber aprendido muy bien la composición de los números, el máximo común divisor, cosas que uno de pronto en su momento cree que no son necesarias, pero que finalmente las van a necesitar en cualquier momento del bachillerato.</p>
<p>Interrogante 3: ¿Se desarrolla el proceso de aprendizaje de las matemáticas para que el alumno las identifique en diferentes contextos además del escolar, en la cotidianidad, y en lo sociocultural?</p>
<p>Ese es el ideal, pero no todos los profesores hacen eso. Hay unos que se limitan solamente a lo que nos dice que debemos hacer, digamos, los estándares y ya. En lo que dice el papel, digámoslo así, pero el objetivo yo creo que debería ser una matemática para el consumo que los niños le vean sentido a la matemática y así se motiven a aprenderla y se den cuenta de que la necesitan para su vida diaria.</p>
<p>Interrogante 4: ¿La didáctica de las matemáticas, que implementa en los ambientes de enseñanza y aprendizaje, se adapta a los intereses y necesidades propios de la niñez?</p>
<p>Se adapta a los intereses y necesidades de los niños, bueno, lo que pasa es que cada niño viene de un ambiente familiar diferente y tiene necesidades diferentes, si yo tengo un niño que colabora vendiendo algo en su casa, seguramente él sabe hacer las operaciones básicas muy bien. [...] pero un niño que está cómodo, viendo televisión tiene otras habilidades, entonces yo creo que se adapte a las necesidades de los alumnos a veces se le adaptan algunas a otros niños pero que yo diga que se cumplen para todos por igual, no.</p>
<p>Interrogante 4.1: El niño en primaria en esa escolaridad en esa evolución que tiene él, tiene unas necesidades y unos intereses como niño. Por ejemplo, al niño le gusta el juego, le gusta la música, le gusta pintar, sobre eso, ¿cómo adapta usted las matemáticas a esa condición natural del niño?</p>
<p>Entonces, a mí me gusta mucho vincularle las matemáticas a través de las canciones, eso me encanta ellos son felices con las canciones. Me gusta también que utilicen todos sus sentidos [...] que puedan pintar con los dedos, que puedan hacer actividades lúdicas donde ellos sientan que están aprendiendo jugando. Entonces, así yo capto la atención de ellos, que son niños y que no se pueden limitar solamente al lápiz ni al papel, y se consigue un aprendizaje significativo.</p>
<p>Interrogante 5: ¿De qué manera la didáctica de las matemáticas que implementa se encuentra adaptada a los estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos?</p>
<p>El ritmo de aprendizaje desafortunadamente el sistema lo obliga a uno a avanzar, a avanzar y a cumplir con todo. Entonces yo sé que unos aprenden un poquito más despacio que otros, pero si algunos avanzan más en su conocimiento, perfecto. Y si el otro lo poquito que aprende, que lo aprenda bien. Para mí eso es lo importante.</p>
<p>Interrogante 5.1: ¿Usted tiene en cuenta ese ritmo?, ¿Y los estilos de aprender?</p>
<p>Claro, tengo en cuenta ese ritmo. Bueno, sí, definitivamente hay unos niños que la cogen en el aire, pero hay otros que sí necesitan tener algo más palpable, [...] que no sea solamente una explicación en el tablero, sino que ellos vean, lo que dijimos ahorita, tener una matemática para el consumo que se puede aplicar en su vida diaria y así es que lo aprenden.</p>
<p>Interrogante 6: ¿Desde las TIC, se encuentra una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?</p>
<p>Cuando los niños estaban completamente virtual sí. Inclusive hay en GeoGebra en esa, podemos encontrar muchísimas aplicaciones para las cosas de los niños que están en primero. Entonces sí las aplico y sí las encuentro.</p>
<p>Interrogante 7: ¿Implementa una didáctica para la enseñanza y promueve el aprendizaje de las matemáticas fundamentada en la innovación de la realidad?</p>
<p>[...] Sí, hay niños que tienen una facilidad muy buena, hay unos niños que tienen una capacidad muy buena para innovar, hay otros que se quedan solo en la repetición. Uno propone, exactamente, uno propone. Me interesa porque precisamente para hacer la interdisciplinaria e integrar con otras áreas, pues, por ejemplo, se le invita al niño que cree sus propias situaciones problema para trabajar la resolución de problemas y ahí es cuando uno se da cuenta si el niño de verdad se apropió del concepto o no.</p>

Interrogante 8: ¿Para la enseñanza y aprendizaje, utiliza la didáctica de las matemáticas desde el aprendizaje por descubrimiento, al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en la investigación?
Bueno, por descubrimiento, sí; basado en problemas, también. He trabajado el aprendizaje cooperativo, en este momento se me dificulta un poquito por el tema de la pandemia todos los trabajos como son individuales, pero hasta llegar al basado en la investigación, no. Ese no lo he trabajado, los otros, sí.
Interrogante 9: ¿Considera que el profesor de ciencias debe tener un adecuado dominio del conocimiento que imparte, y del uso de una didáctica en particular?
Pero por supuesto. No quiero ofender a nadie, pero en este momento desafortunadamente en matemáticas mucho ingeniero termina siendo profesor del área y claro, él tiene un conocimiento sobre la matemática, pero no sobre la didáctica. O sea, que sí es fundamental que el profesor de ciencias no solamente tenga el dominio curricular sino también sepa didáctica de las matemáticas para que sepa implementarla en el salón de clase son sus estudiantes.
Interrogante 10: ¿Desarrolla la enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas desde un enfoque sistémico de pensamientos matemáticos?
Sí, claro. Sí, tenemos que trabajar todos los pensamientos en los niños porque no podemos quedarnos solamente en la parte numérica el niño también tiene que saber espacialmente cómo desarrollarse y todos hay que trabajarlas en el aula de clase, definitivamente. Y no solamente esas dos, hablo de todas [...] Todas hay que potencializarlas porque, como dijimos, todos desarrollan habilidades que sirven para otras áreas también.
Interrogante 11: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla con enfoque disciplinario, multidisciplinario y transdisciplinario?
Todo el tiempo. Las matemáticas no se pueden limitar solamente a los conceptos matemáticos, se puede integrar con otras áreas, se puede integrar con el diario vivir y eso hay que hacérselo ver a los niños para que le cojan amor a la matemática y que le encuentren que tiene sentido lo que están aprendiendo.
Interrogante 12: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla desde un enfoque de la complejidad?
El enfoque de la complejidad, sí, porque ellos están desarrollando muchas habilidades y la matemática le ayuda a que ellos [...] potencialicen a través de la matemática todo su mundo, no solo los conocimientos matemáticos, todo, el lenguaje, inclusive hasta su parte corporal, o sea, todo lo que uno se imagina sí lo está trabajando.
Interrogante 13: ¿Qué opinión tiene frente a la importancia del material didáctico para la enseñanza y el aprendizaje del conocimiento de las matemáticas?
Es fundamental porque los niños tienen que [...] integrar todos los sentidos posibles para generar su aprendizaje, entonces el material didáctico les permite a ellos a través de la manipulación adquirir un nuevo conocimiento e interiorizarlo.
Interrogante 14: ¿Los estudiantes y usted como docente, manipulan material didáctico concreto para la comprensión del conocimiento en el proceso de aprendizaje? ¿Qué material manipulan?
En este momento estamos limitados con el uso del material concreto, pero sí, siempre lo he usado es muy importante. Ahorita el material que usamos lo deben elaborar los mismos niños y no se puede compartir, pero sí lo usamos [...] el material manipulable que no haya necesidad de compartir por el tema de la pandemia. [...] El material que hemos usado principalmente es cartón porque los niños han estado en su casa y es fácil de conseguir. Una cajita de remedios o algo que les sobre, por ahí hacemos el material y utilizamos las temperas, lo pintamos y con eso trabajamos.
Interrogante 15: ¿Se trabaja en colaboración con otros docentes, para desarrollar un sentido compartido de los materiales didácticos, y del contenido esencial, como prerrequisito de lo que los estudiantes deben aprender?
Ahí sí, colaboración con otros docentes, bueno, no. Esa parte no se da, por el momento, lo que pasa es que no llevo tampoco mucho tiempo en la institución, pero sí sabemos que es un prerrequisito para que aprendan los estudiantes sé que los otros profesores también elaboran con ellos su propio material didáctico, sé que el colegio tiene material didáctico, pero por el tema de la pandemia en este momento la parte colativa con eso está limitado.
Interrogante 16: ¿Se brinda retroalimentación a los estudiantes usando material didáctico, sobre el aprendizaje de las matemáticas?

Sí, claro, a veces esas situaciones se presentan y ahí es donde uno termina como diciendo ¿por qué no lo usé material desde el principio? Hubiera sido más rápido y más significativo para los niños entonces ahí es cuando uno otra vez, reafirma de que es importante el uso de material didáctico.
Interrogante 17: ¿Emplea la didáctica de las matemáticas como una ciencia orientada al diseño de materiales y de procesos didácticos?
Sí, definitivamente, la matemática es tan amplia que permite para el mismo tema estar abordando diferentes materiales didácticos. Entonces, sí, definitivamente la empleo como una ciencia orientada al diseño de materiales.
Interrogante 17.1: ¿Y sobre procesos?
Los procesos también, los procesos de todos los años, uno tiene diferentes estudiantes y no todo el tiempo puede aplicar el mismo proceso, además hay que experimentar también diferentes procesos para uno darse cuenta como cuál es el [...] más significativo para los niños con cuál de pronto aprende más rápido.
Interrogante 18: ¿Se hace adaptación de los materiales didácticos y del contenido matemático que se va a enseñar a los estudiantes? ¿Se simplifica, se buscan ejemplos asequibles a ellos, se restringen algunas propiedades, y se usa un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usados por el matemático profesional?
Sí, claro. Sobre todo, por ejemplo, los del PIAR. Los niños que tienen una necesidad educativa hay que hacerle los ajustes necesarios, sobre todo con ellos hay que adaptarles el material didáctico.
Interrogante 18. 1: Para complementar la pregunta se simplifica, se buscan ejemplos asequibles a ellos, ¿se restringen algunas propiedades y se usa un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente por el matemático profesional?
Sí, adicional a eso también se le puede adicionar texturas, colores que representen algo para esos niños que tienen necesidades educativas.
Interrogante 19: ¿Qué características tendría el material didáctico para una metodología didáctica ideal de las matemáticas?
Bueno, primero tiene que ser un material que sea muy bueno [...] un material que no se desgaste rápidamente porque [...] el primer contacto con ellos es mirar qué es lo que tienen en sus manos, ellos no saben el tema que van a aprender, ellos no saben qué van a hacer con eso, pero ellos lo exploran. Entonces tiene que ser un material, un muy buen material un material noble, ojalá que no sea un plástico ni nada, sino madera, por ejemplo, que es un material que es mejor para trabajar con los niños. Dependiendo del tema, se le debe aplicar color [...] porque hay algunos en que tiene que ser un solo color, un solo tono, hay otros que tiene que ser dos tonos, hay otros que tiene que tener muchos tonos. [...] Por ejemplo cuando uno va a enseñar factorización debe ser dos tonos no más, no se deben aplicar más tonos. Cuando uno va a enseñar sumas, restas, sí pueden ser, dependiendo [...] entonces hay que ver el tema y dependiendo del tema, yo pienso que se le da la característica.
Interrogante 20: ¿Qué aspectos frenan el uso (recursos, formación, tiempo, planificación) de materiales para una didáctica de las matemáticas ideal?
Bueno, yo pienso que la institución y el sistema nos ofrece aliguito de tiempo para la planificación, sí. Pero no hay tiempo para que nosotros mismos hagamos el material porque es que es muy reducido y ya toca entrar al aula de clase y tiempo es muy reducido. Yo, personalmente, quisiera tener más tiempo para elaborar de todo. Y tampoco la institución ofrece los recursos porque son limitados, pero yo creería que lo que más frena es el tiempo. Algunos profesores, la formación, algunos no todos. Yo afortunadamente la tengo, pero creo que me hace falta es tiempo.

Tabla 6

Entrevista Informante 4. Docente licenciado en matemáticas

Informante 4
Percepción y criterio del informante
Interrogante 1: ¿Cuáles son los efectos que produce en la didáctica de las matemáticas, la actual situación de pandemia del coronavirus en las instituciones alumnos, en los docentes y estudiantes?

[...] Ha sido un poco complejo, lo he hecho, he trabajado con ellos así, pero entonces es unos chicos allá virtual y los otros aquí presencial, entonces toca un niño de allá, juega con un niño de acá. Es horrible porque el niño con su fichita tiene que acercarse a la cámara a mostrar su ficha para que de pronto el amiguito de allá pueda leer el número decimal, bien leído, o de pronto para que pueda decir qué número es mayor o menor que. Entonces ha sido un poco complejo, pero pues lo estamos haciendo. ¿Dentro del salón qué he notado? Entre ellos les he dicho: “jueguen ustedes los dos”. Es más chévere. Porque están los dos y están con sus cartas y lo pueden jugar, pero en alternancia, los que están virtual, ha sido difícil porque a ellos les dije, a otro grupo, en vista de que yo veía que se demoraron como muchísimo en el proceso, le dije que, con este grupo, con el segundo, lo van a trabajar virtual “busquen parejita virtual y los de presencial, presencial”. Los de presencial fabuloso, de verdad, se les queda, y juegan, y se emocionan, y de todo. El que está allá, no porque está virtual. Entonces está mirándole al otro amigo, le dice el otro amigo “¿qué qué fue lo que dijo?” porque están todos hablando al tiempo. Entonces sí ha sido complejo trabajar material didáctico y en matemáticas se trabaja muchísimo, entonces sí, sí lo he visto un poco complejo.

Interrogante 1.1: ¿Si ha sido un impacto la pandemia en ese proceder de una didáctica para la institución, para los docentes y para el niño?

Sí, sí ha sido difícil para nosotros los docentes. El año pasado fue difícil. Le puedo contar, el año pasado nosotros trabajamos fue a través de guías, el paso a paso de la guía, el concepto, el ejemplo, “ahora vas a hacer esto”, como un diálogo “vas a hacer eso y ahora esto, esto”, una continuidad. Uno ve que el niño sí lo trabaja, pero uno queda con la incertidumbre si fue el niño o un adulto el que le ayuda a desarrollar la guía y ahora que estamos aquí presencialidad y virtualidad, con el que está presencial uno se da cuenta los vacíos que tienen. Tienen muchos vacíos, y yo le digo “pero, papito, pero si llevabas todo en cinco, primero y segundo período, todo en cinco, y ahora que volvemos a la presencialidad tú no sabes ni escribir un número natural, ¿qué pasó con la posición? unidades, décimas centésimas, un puntico que indica mil ¿Dónde está eso, por qué no lo puedes leer?” Entonces ve dificultad muchísima.

Interrogante 2: ¿Se tienen en cuenta los conocimientos previos, de los estudiantes, para el aprendizaje de nuevos conocimientos matemáticos?

Sí, sí, estos libros de “Todos a aprender” tienen eso. Siempre iniciamos una clase con un pre saber para mirar si sabe o no sabe, sí, señor.

Interrogante 3: ¿Se desarrolla el proceso de aprendizaje de las matemáticas para que el alumno las identifique en diferentes contextos además del escolar, en la cotidianidad, y en lo sociocultural?

Sí, esa es la idea y ellos preguntaban eso: “Profè, pero para qué tantas matemáticas si eso no se usa”. “¡Como que no se usa! Cuando tú vas a comprar la leche, el pan, tú llegas a la tienda, das un billete de 10,000, tú tienes que hacer cálculos matemáticos: ¿cuánto vale? ¿cuánto me devolvió? ¿será que sí devolvió bien?”

Interrogante 3.1: ¿Ejercicios como esos tú los aplicas para que ellos interpreten qué es la cotidianidad de ellos?

Claro, nosotros trabajamos La tienda escolar.

Interrogante 3.2: En cuanto cultural, porque una cosa es el contexto propio que tiene aquí el niño, pero en cuanto a lo cultural, ¿cómo se tiene en cuenta lo cultural para enseñar las matemáticas? Por ejemplo, lo de Piedecuesta, el desarrollo, cómo es que funciona su economía, cuáles son sus cultivos, cuál es la forma producción, la parte del arte, todo lo relacionado.

En esa parte lo trabajamos, de pronto, en situaciones problema. Entonces se les pone, por ejemplo, “tú y tus tíos van a ir a ver un partido de fútbol, tienes que comprar tantas boletas, tienes que prever el tiempo que te vas a desplazar de aquí hasta el estadio, tienes que mirar el costo de pronto del hotel o de lo de los pasajes ¿Qué operaciones haces?” Entonces sí los pone uno en contexto y a pensar. “¿Qué ocurre con tal cosa? ¿Te sobra plata, no te sobra? ¿Qué puedes hacer? ¿No te puedes pasar de este presupuesto que tienes? ¿Qué harías?”. Entonces, sí, sí, eso sí realmente se trabaja.

Interrogante 3.3: ¿Y lo social? ¿Los niños, unos con otros?

Sí, entre ellos mismos. [...] Ha sido muy difícil trabajar, pues ahora que retornaron, ha sido chévere, es lo que te comento, entre ellos mismos se dan cuenta: “No, no es así, mire es que es así”. Allá en la virtualidad es muy difícil, apagan la cámara, si no quieren hablar, apagan el micrófono. Entonces tú no sabes si el niño entendió o no entendió. Sí se queda eso como en el vacío.

Interrogante 4: ¿La didáctica de las matemáticas, que implementa en los ambientes de enseñanza y aprendizaje, se adapta a los intereses y necesidades propios de la niñez?
Sí, [...] por lo menos en la parte de geometría, yo hago que ellos elaboren el material. Traen material hecho, les enseñé jugando en el piso “vamos a... primero, hallar el perímetro de esta figura”, armamos la figura entre todos, entonces contemos “cuánto hay de aquí a aquí con metro, hálleme el perímetro, halla el área y que diferencien cuando uno da en metros y en metro cuadrado”, y eso lo hacemos jugando
Interrogante 4.1: Eso, me interesaba esa palabra: jugando, porque uno de los intereses y necesidades del niño en esta etapa de la escolaridad, es el juego, lo lúdico.
Es jugando. Es lo que te digo, cuando yo te digo lo de las fichitas. Ellos tienen que recortar una ficha con números decimales, los tienen boca abajo y juegan entre dos. Destapan. El número mayor gana, él tiene que saber identificar cuál de los dos es mayor en los decimales, y roban, y dan, y gana el que quede con más fichas. Todo el tiempo es jugando.
Interrogante 5: ¿De qué manera la didáctica de las matemáticas que implementa se encuentra adaptada a los estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos?
Ha sido difícil porque nosotros empezamos un año virtual, es decir, yo apenas estoy conociendo los niños acá, y es lo que te digo, como es virtual, quizás el adulto hacía el trabajo del niño porque si tú ves todos son 5, 5, 5. Ahora que los tenemos en presencialidad, es donde yo estoy notando dificultades. Entonces yo no puedo ir al mismo ritmo porque yo ya veo niños que van un poco más lento y que aprenden diferente. Entonces ahorita que estamos jugando, y lo que digo, todo lo que hacemos, he identificado eso, niños con dificultades, y me toca parar un poco, de pronto dejar un poco que tengo presencial y aquí y sentar un poquito al que tiene dificultad para explicarle mejor.
Interrogante 6: ¿Desde las TIC, se encuentra una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?
Sí, yo manejo una plataforma que se llama “Hidro” es un tablero matemático. Me gusta porque tiene todas las fórmulas para potencia, radicación, fracciones, para todos. Lo chévere de esta plataforma es que es interactiva, entonces yo pongo el ejercicio y mis estudiantes pueden entrar y completar, y pueden entrar varios y desarrollar diferentes ejercicios. Eso les llamaba mucho la atención, pero también tenía dificultad porque muchos no tienen computador, sino celular y al entrar a esa plataforma de pronto no me veía y no sabía que ocurría, quedaban perditos con el celular. ¿Quiénes pueden? de pronto el que tenga el computador, pero sí, esa es una de las herramientas que yo utilizo. Otra que utilizo es la “GeoGebra”.
Interrogante 6.1: ¿Entonces sí las TIC son una herramienta didáctica?
Sí, claro, las TIC son una herramienta súper valiosa. Y [...] el manejo de vídeo. Tú le muestras a través de vídeo la explicación, por ejemplo, del polígono: qué es un polígono, las partes, desprendiendo todo, los lados, los ángulos, qué clase de polígono es; mostrando, mostrando, el paso a paso. Al niño se le queda más cuando lo ve.
Interrogante 7: ¿Implementa una didáctica para la enseñanza y promueve el aprendizaje de las matemáticas fundamentada en la innovación de la realidad?
Sí, sí, yo pienso que todas mis clases son innovadoras y cada vez aprenden más. Es lo que te digo, todo el tiempo y jugando. Todo el tiempo, entonces ellos dicen “uy, profe, yo no entendía antes eso, ahora sí porque usted ya me explicó”. Entonces yo trabajo con geoplanos, entonces con eso me van a armar, los triángulos, me van a armar un polígono, me hallan el área, con ese material didáctico.
Interrogante 8: ¿Para la enseñanza y aprendizaje, utiliza la didáctica de las matemáticas desde el aprendizaje por descubrimiento, al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en la investigación?
Esos libros que trabajamos del Ministerio de Educación todos son a base de problemas. Todo. Entonces nosotros empezamos con una secuencia didáctica “¿Qué es un problema?”
Interrogante 8.1: ¿El modelo basado en problemas?
Sí, es modelo basado en problemas. Entonces viene un problema donde abarca todos los conceptos y ¿cómo lo trabajamos? En grupo es trabajo colaborativo “tú haces una cosa, tú haces la otra” y todos tienen que llegar a un resultado. Que las respuestas pueden ser diferentes, pero que pueden estar bien para todos porque es de acuerdo a cómo cada uno piense.
Interrogante 9: ¿Considera que el profesor de ciencias debe tener un adecuado dominio del conocimiento que imparte, y del uso de una didáctica en particular?

<p>Pues ahí yo te diría que no necesariamente porque, por lo menos, yo soy licenciada en informática [...] Entonces uno viene con una pedagogía a enseñar cualquier cosa entonces. Entonces, no necesariamente tiene que ser el licenciado en matemáticas porque yo, lo que le digo, no lo fui, pero mis estudiantes me entienden.</p>
<p>Interrogante 9.1: ¿Pero su conocimiento en el área de matemática lo tiene claro?</p>
<p>Lo tengo claro y mis estudiantes me entienden súper bien.</p>
<p>Interrogante 9.2: ¿Entonces sí requiere que tenga conocimiento claro del área que enseña?</p>
<p>Sí, sí, porque uno no puede llegar a improvisar y más que las matemáticas son exactas y que hay diferentes formas de enseñarla.</p>
<p>Interrogante 9.3: ¿Implica también entonces el uso de una didáctica en particular?</p>
<p>Sí, sí, sino el niño no da. O sea, si tú coges tablero explica y eso, pero no juegas, no haces cosas para que ellos entiendan mejor, difícil.</p>
<p>Interrogante 10: ¿Desarrolla la enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas desde un enfoque sistémico de pensamientos matemáticos?</p>
<p>Sí, nosotros sí. Nuestro PEI está con todo lo del Ministerio de Educación: con todo, con estándares, con DBA, con todo</p>
<p>Interrogante 11: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla con enfoque disciplinario, multidisciplinario y transdisciplinario?</p>
<p>sí, Transversal sí es.</p>
<p>Interrogante 11.1: ¿Además de la disciplina matemática atiende otra para el desarrollo de esta disciplina?</p>
<p>Sí, nos valemos a veces de ciencias sociales y ciencias naturales, inclusive de español, la comprensión lectora, el comprender lo que están leyendo para darle la solución a la situación.</p>
<p>Interrogante 12: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla desde un enfoque de la complejidad?</p>
<p>Sí, sí, eso va inmerso ahí.</p>
<p>Interrogante 13: ¿Qué opinión tiene frente a la importancia del material didáctico para la enseñanza y el aprendizaje del conocimiento de las matemáticas?</p>
<p>Para mí es súper, súper, importante porque es que el niño aparte de que está manejando el material, está visualizando el ejercicio que se hace, hace que entienda mejor el proceso que se está desarrollando. El porqué yo pongo esta cantidad de canicas acá y si yo lo divido en tantas partes, el entender el porqué, jugando. Y él dice “ah, ya entiendo. Si tengo estos 10 y hago puchitos de a dos... ah, ya”. Puedes deducir la multiplicación, la división, jugando. Se les queda más el conocimiento. No, para mí es fundamental el material.</p>
<p>Interrogante 14: ¿Los estudiantes y usted como docente, manipulan material didáctico concreto para la comprensión del conocimiento en el proceso de aprendizaje? ¿Qué material manipulan?</p>
<p>Aquí utilizan cajitas de cartón para poder manejar las fichitas para unidades, decenas, centenas. Manejamos el geoplano, manejamos tarjetas, tarjetitas, de lo que te decía: mayor-menor, y manejamos todo lo que es de geometría, una pirámide, una pirámide deduciendo qué es un cuadrado, las clases de cuadrado que hay [...] lo de área, área y perímetro que trabajan ellos con fichas.</p>
<p>Interrogante 14.1: ¿Usted misma usa material didáctico?</p>
<p>Sí, y lo elaboramos acá. Siempre se les dice: “Chicos, vamos a elaborar tal cosa” y al día siguiente se les dice para qué.</p>
<p>Interrogante 15: ¿Se trabaja en colaboración con otros docentes, para desarrollar un sentido compartido de los materiales didácticos, y del contenido esencial, como prerrequisito de lo que los estudiantes deben aprender?</p>
<p>Entre nosotros los matemáticos, de pronto, con mi compañero de la tarde. Entonces nos ponemos de acuerdo. Digamos, vamos a trabajar esto; vamos a utilizar este material; mire, este recurso tan chévere que vi, miremos. Sí con él sí a la par.</p>
<p>Interrogante 16: ¿Se brinda retroalimentación a los estudiantes usando material didáctico, sobre el aprendizaje de las matemáticas?</p>
<p>Siempre, mira ahora que lo estamos preparando para las “Pruebas Avanzar”, que trabajamos con ellos. Entonces, primero, se les da “vamos a intentarlo hacerlo ¿cómo lo harías? y después de que terminaban, “bueno, fulanito de tal, ¿cómo te quedó esto?, ¿por qué decidiste que está era la respuesta?”. Escucharlo.</p>

Y después, “bueno te voy a decir en qué erraste, mira, esto es así, así y asá” “Hay, profe, no. Es que yo leí mal. Yo entendí tal cosa”. Sí, siempre se hace retroalimentación.
Interrogante 17: ¿Emplea la didáctica de las matemáticas como una ciencia orientada al diseño de materiales y de procesos didácticos?
Sí, [...] siempre, siempre a través de material didáctico, orientó las matemáticas.
Interrogante 17.1: ¿Y ve que las matemáticas permiten orientar a que yo debo elaborar materiales y por otro lado procesos?
Claro, eso le exige a uno más porque uno se da cuenta de que de verdad funciona.
Interrogante 18: ¿Se hace adaptación de los materiales didácticos y del contenido matemático que se va a enseñar a los estudiantes? ¿Se simplifica, se buscan ejemplos asequibles a ellos, se restringen algunas propiedades, y se usa un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usados por el matemático profesional?
Claro, claro, eso es paulatino. Va en un proceso. Empieza unos desde abajo y va aumentando el nivel, el nivel, el nivel. Esa es la idea.
Interrogante 19: ¿Qué características tendría el material didáctico para una metodología didáctica ideal de las matemáticas?
Pues recursos que se tengan quizá en casa, que no tengan que incurrir en gastos, sino que ellos mismos con esos recursos, se pueda elaborar el material. Yo creería eso, o sea, utilizar material que se tenga en casa, que se den cuenta cómo se puede hacer y manejarlo.
Interrogante 20: ¿Qué aspectos frenan el uso (recursos, formación, tiempo, planificación) de materiales para una didáctica de las matemáticas ideal?
¿Qué lo puede frenar? Esta pandemia. Yo sí sigo diciendo, la parte de la virtualidad ha sido muy compleja. El año pasado yo no pude muchas cosas trabajarlas con ellos porque no contaban con el computador, solo era el celular. Y es lo que te digo, con guías. Entonces es muy difícil tu entrar sólo con guías, de vez en cuando un video porque ellos no podían tener nada. Doy gracias a Dios que este año los padres de familia como que dijeron “invirtamos en una Tablet en algo”, en recursos. Varios papás de verdad se metieron la mano al drill en comprar Tablet. Dicen “No, profe, es que tuve que comprarle porque eso por el celular él no podía”. Entonces ahora, de verdad, El Centro de Comercio, no digo por chicanear, pero pienso que nosotros, el tener estas tecnologías ha servido muchísimo, muchísimo porque yo digo “Nos vamos a quedar con ella y con todo lo que tenemos acá de recurso físico”. Pero, además, el recurso de las TIC nos va a servir muchísimo, que sí, que el año pasado en su momento nos sirvió, pero ahora mucho más. Ahora va a ser las dos tanto el físico, el manipulable, como el que está allá virtualmente en la web.

Tabla 7

Entrevista Informante 5. Docente licenciado en matemáticas

Informante 5
Percepción y criterio del informante
Interrogante 1: ¿Cuáles son los efectos que produce en la didáctica de las matemáticas, la actual situación de pandemia del coronavirus en las instituciones alumnos, en los docentes y estudiantes?
Principalmente, el no poder que ellos estén en el aula de clase, no permite que ellos interactúen, que trabajen con más material manipulable porque en las casas sabemos que es muy reducida la disposición de los padres de familia a esos materiales, entonces pues siempre se ven afectados los niños porque no pueden tener esa interacción, ese compartir entre ellos, ese poder trabajar manipulativamente con material tangible, con material real. Entonces eso dificulta un poco el desarrollo normal del trabajo, aunque pues con la tecnología, pues se ha podido dar solución a muchas de las cosas, pero entonces también la dificultad de ellos es que no tienen todas las herramientas tecnológicas sólo cuentan con un celular, entonces es muy difícil desarrollar normalmente las actividades.
Interrogante 2: ¿Se tienen en cuenta los conocimientos previos, de los estudiantes, para el aprendizaje de nuevos conocimientos matemáticos?

Claro, siempre se hace una actividad en la cual ellos narran, ellos cuentan de diferentes maneras qué conocimientos tienen ellos. Hay algunos que, pues manifiestan sus conocimientos y tienen muchos saberes ya, y mientras que hay otros que, pues, dependiendo de la situación que vivan, son limitados los conocimientos que tengan. Pero siempre se hacen actividades que ellos cuenten, pues, con sus palabras, o mediante una dinámica, ellos vayan ir mostrando lo que conocen del tema.
Interrogante 2.1: ¿Y esos conocimientos previos le ayudan a los nuevos conocimientos?
Claro, sirve muchísimo porque dependiendo de lo que ellos sepan, sabe uno de dónde arrancar la actividad, porque si ellos no tienen la base mínima tiene uno que empezar desde ahí, desde enseñarle lo básico.
Interrogante 3: ¿Se desarrolla el proceso de aprendizaje de las matemáticas para que el alumno las identifique en diferentes contextos además del escolar, en la cotidianidad, y en lo sociocultural?
Claro, o sea, la matemática no podemos limitar nada simplemente al aula de clase, al lugar de trabajo, no. La matemática tiene que mirar y buscar llevar al estudiante a no solamente solucionar lo de aquí, sino solucionar diferentes situaciones: del trabajo, de la calle, del parque, del municipio, de la ciudad, de departamento; o sea, hay que vincular muchísimos ámbitos para que el estudiante luego se desenvuelva en ellos, porque si simplemente le limitamos aquí al salón de clase estamos coartando de que ellos aprendan más
Interrogante 3.1: ¿Dentro de este contexto nuevo se puede interpretar que se maneja también lo cultural?
Claro, todas las áreas se deben manejar.
Interrogante 3.2: ¿Lo social?
Todas
Interrogante 4: ¿La didáctica de las matemáticas, que implementa en los ambientes de enseñanza y aprendizaje, se adapta a los intereses y necesidades propios de la niñez?
Claro, o sea, yo no puedo ir a darles un conocimiento que de nada les sirva, sino uno tiene que siempre pensar es “en qué les sirve a ellos y para qué le sirve”. Entonces es explicarles “el para qué le sirve, de qué manera lo puedo utilizar y en dónde”. O sea, y es que ellos se les debe hacer ver que la matemática la utiliza en todas las áreas y en todos los momentos de la vida. Es importante que ellos aprendan jugando, o sea, es una de las facilidades que tiene, resolviendo situaciones que a ellos les llame la atención porque si yo les pongo una situación donde nada les interesa, pues no la van a desarrollar con el mismo agrado que cuando es algo que sí les guste.
Interrogante 5: ¿De qué manera la didáctica de las matemáticas que implementa se encuentra adaptada a los estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos?
Bueno, Principalmente, empezando se hace como un diagnóstico con los estudiantes para saber de dónde arrancar porque no puedo empezar con algo muy avanzado, si tengo diferentes tipos de conocimiento en los niños. Hay unos que aprenden más rápido, hay otros que aprenden más despacio, hay otros que se les facilita y otros que se les dificulta. Entonces, si yo no miro que cada uno es un mundo diferente, entonces quiero llevarlos a mi ritmo y yo no puedo hacer eso, yo tengo que ir al ritmo del estudiante y mirar de qué manera esa dificultad que tiene el estudiante la logró solucionar ¿para qué? para que ellos todos vayan prácticamente a alcanzar un logro, una meta, que es la que, pues, se propone para fin de año de que ellos todos alcancen esa misma meta.
Interrogante 6: ¿Desde las TIC, se encuentra una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?
Pues hay diferentes propuestas. Principalmente, yo estoy trabajando el desarrollo del pensamiento computacional con los niños que es, pues, bastante bueno, aunque pues ahorita por la situación de la pandemia [...] no ha sido del todo posible desarrollarla como uno quisiera, pero sí es una estrategia muy buena porque al ellos pensar matemáticamente, desarrollan todo y se les facilita muchísimo las cosas.
Interrogante 7: ¿Implementa una didáctica para la enseñanza y promueve el aprendizaje de las matemáticas fundamentada en la innovación de la realidad?
Claro siempre, siempre lo que se busca en el grupo con el cual se trabaja, en este caso, en los tres grupos que yo trabajo, siempre es que ellos vayan a ver que les sirva tanto para su vida, como para amar más lo que hacen, porque muchas veces ve uno que el estudiante viene al colegio o se conecta a la clase porque le toca, y lo ideal es que ellos amen lo que hacen. Entonces, por ejemplo, la forma como yo les trabajo, que es mediante situaciones problemas. Entonces lo que ellos hacen es que desarrollamos ciertas

actividades que a ellos les van a agrandar porque en cada una hay bingos hay juegos y ellos lo manifiestan hay niños que le dicen a uno: “profesora, a mí no me gustaban las matemáticas y ahora me encanta”. Y entonces se inventan juegos o representaciones matemáticas que uno como docente ni se las imagina.

Interrogante 8: ¿Para la enseñanza y aprendizaje, utiliza la didáctica de las matemáticas desde el aprendizaje por descubrimiento, al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en la investigación?

Sí, siempre es bueno empezar de a poco y ellos, por ejemplo, cuando alguien tiene una dificultad, lo que hacen es, el uno el que va como un poquito más adelantado, se convierte como en el ascensor, el tutor del otro estudiante, entonces empiezan a trabajar entre ellos. Entonces logran solucionar más rápido las situaciones, y entonces ellos van descubriendo de que, si sólo no puedo, hay otro que me pueda ayudar también. Entonces entre 2,3 encontramos más fácil la salida. Y lo otro es que ellos han aprendido de que en la matemática no solamente tienen que seguir un camino recto, el camino que el profesor le dice para llegar a un resultado, sino que pueden haber muchos caminos que lo van a llevar a ese mismo resultado.

Interrogante 9: ¿Considera que el profesor de ciencias debe tener un adecuado dominio del conocimiento que imparte, y del uso de una didáctica en particular?

Claro, cualquier profesor sea en la ciencia que sea, si no conoce y no ama lo que hace, difícilmente va a poder transmitirlo a los estudiantes. O sea, eso es algo que lógicamente, si yo no conozco la matemática, y voy a hacer que los estudiantes la amen, difícil. Si no conozco, no puedo enseñar los conocimientos básicos.

Interrogante 9.1: ¿Y debe tener una didáctica para poderlo hacer?

Claro, tiene que tener una buena didáctica, una buena metodología, también, para enseñar porque yo puedo conocerla, conocer una didáctica, pero la forma cómo la transmito puede que no le esté llegando a los estudiantes, entonces hay que saber impartir ese conocimiento y hacerle que el niño entienda y buscar, hacer la manera de que se le facilite.

Interrogante 10: ¿Desarrolla la enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas desde un enfoque sistémico de pensamientos matemáticos?

Claro, siempre hay que llevar al estudiante a que maneje los diferentes tipos de pensamiento, porque yo no me puedo quedar solamente con, por ejemplo, con el pensamiento numérico, sino que tengo que mirar y llevarlo al espacial, llevarlo al sistema..., todos los pensamientos son importantes, y entonces yo no puedo dedicarme a desarrollar simplemente una parte y dejar sin ver las otras, sino que debo involucrarlo en todas, sin estarle diciendo al estudiante “ah, no es que se está desarrollando este tipo de pensamiento”, no, sino que ellos miren las diferentes cosas que comprenden la matemática y cómo se pueden desarrollar diferentes cosas [...] por ejemplo, las pruebas, las que acabaron de presentar ahorita. Si desarrollamos las pruebas de “Evaluar para avanzar”, les preguntan de todos los tipos de pensamiento y si usted en el estudiante no ha desarrollado los diferentes pensamientos, van a quedar bloqueados y no van a saber qué hacer.

Interrogante 11: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla con enfoque disciplinario, multidisciplinario y transdisciplinario?

Claro, o sea, la matemática yo no la puede enseñar como una isla aparte tiene que ser siempre de la mano con las otras áreas, y es algo que yo le recalco a ellos yo les decía a ellos, hay estudiantes que le dicen a uno “profesora yo quiero estudiar algo que no tenga que ver con matemáticas” y yo le digo “le tocó no estudiar nada entonces” por qué porque las matemáticas se relacionan con todas las áreas. Yo les decía a ellos mire, por ejemplo, hace poquito teníamos una actividad y ellos elaboraban un cuento utilizando el tiempo, entonces ellos decían “profesora, tan bonito porque estamos escribiendo un cuento, pero estamos aprendiendo matemáticas y estamos creando una figura artística”. Entonces es relacionarlo con todo. Yo no puedo decir que la matemática es un mundo aparte de las otras ciencias porque la puedo relacionar con sociales, con naturales, con todas. Entonces siempre tengo que llevarlas de la mano y compartir con las demás para que los demás profesores también se involucren y hagan de que las matemáticas se vean en todas las áreas, eso es lo importante que sean todas las áreas como si fuera una sola.

Interrogante 11.1: ¿Además de la disciplina matemática atiende otra para el desarrollo de esta disciplina?

Sí, nos valemos a veces de ciencias sociales y ciencias naturales, inclusive de español, la comprensión lectora, el comprender lo que están leyendo para darle la solución a la situación.

Interrogante 12: ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla desde un enfoque de la complejidad?
Pues, a veces, o sea, siempre uno tiene que no entregarle, como se dice, todo masticadito, sino hay que ir buscándole diferentes grados de dificultad a todo, para que, o sea, no es simplemente que lo más sencillo es lo que les doy, y si hay algo difícil, lo dejo como para una parte, no. Hay que mirar que el estudiante se enfrente a diferentes retos en la vida y hay que irlo llevando como paso a paso desde preescolar, primero y, cada vez, irle colocando como esas metas, entonces el grado de dificultad cada vez va a ser muchísimo más grande.
Interrogante 13: ¿Qué opinión tiene frente a la importancia del material didáctico para la enseñanza y el aprendizaje del conocimiento de las matemáticas?
Eso es indispensable. El material didáctico es como lo más importante para ellos porque si no se convierte en una clase monótona, si yo no le tengo un buen material.
Interrogante 14: ¿Los estudiantes y usted como docente, manipulan material didáctico concreto para la comprensión del conocimiento en el proceso de aprendizaje? ¿Qué material manipulan?
Claro, ellos, por ejemplo, ahorita se está trabajando con un texto en el cual viene para recortar, para armar, para con ese material hacer diferentes actividades, durante la clase y mediante esas actividades que se hacen, llegan ellos al conocimiento.
Interrogante 15: ¿Se trabaja en colaboración con otros docentes, para desarrollar un sentido compartido de los materiales didácticos, y del contenido esencial, como prerrequisito de lo que los estudiantes deben aprender?
Claro, siempre se trabaja, por ejemplo, si es el grado 4, entonces trabajamos todos los cuartos, tanto los docentes de matemáticas con los otros compañeros, para lograr de que haya como esa interdisciplinariedad, y haya esa unión entre todos y se maneje como el mismo lenguaje para todos.
Interrogante 16: ¿Se brinda retroalimentación a los estudiantes usando material didáctico, sobre el aprendizaje de las matemáticas?
Claro, todos los días siempre antes de iniciar una clase se debe mirar qué vimos anteriormente, qué entendieron, qué se les facilitó, qué se les dificultó, lo mismo con las tareas, se revisan. Y eso es una forma de retroalimentar todo lo que se hace.
Interrogante 16.1: ¿Cuál es el propósito de hacer esa retroalimentación?
Uno: que ellos, no olviden las cosas porque tenemos [...] de que lo que no se repite, ellos lo van olvidando; y dos: de que ese conocimiento ellos lo lleven a la práctica. O sea, no simplemente que sea un conocer por conocer este tema, vemos este tema, pero ¿para qué le sirve? ¿Cómo lo puedo poner en práctica? ¿en dónde lo puedo utilizar?
Interrogante 17: ¿Emplea la didáctica de las matemáticas como una ciencia orientada al diseño de materiales y de procesos didácticos?
Pues sí se elabora muchas cosas. Ellos elaboran, prácticamente ahorita más en la casa, tiene que elaborar sus materiales y nosotros como docentes pues uno les va dando las orientaciones. Elabora uno el material para que ellos, paso a paso, vayan elaborando en su casa y todo, pero siempre la finalidad es que ellos lleguen a [...] conocer cada vez más lo relevante, lo importante que va a ser en su vida la matemática.
Interrogante 18: ¿Se hace adaptación de los materiales didácticos y del contenido matemático que se va a enseñar a los estudiantes? ¿Se simplifica, se buscan ejemplos asequibles a ellos, se restringen algunas propiedades, y se usa un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usados por el matemático profesional?
Uno tiene que “bajarse” a la edad de los estudiantes, yo no puedo utilizar la terminología que utiliza un docente en grado once, a irle utilizar con grados segundo, con grado tercero, entonces yo tengo que, como dice, bajarme a la edad de ellos y utilizar los términos en los cuales ellos me entiendan. Entonces tengo que adaptar a lo que ellos están viendo, no puedo quedarme con la terminología que viene en los libros simplemente, sino tengo que tengo que buscarle sinónimos a cada palabra, buscar cómo ellos entienden mejor las cosas.
Interrogante 19: ¿Qué características tendría el material didáctico para una metodología didáctica ideal de las matemáticas?
[...]ideal debe ser de que se lleve a los estudiantes muchísimo a pensar, a razonar, a entender por qué y sobre todo el para qué me sirve, porque yo no me puedo quedar simplemente en enseñarle un tema y le pregunta usted al estudiante para qué le sirve y no sabe. Entonces es mirar por qué enseñó eso, para qué

<p>lo enseño y cómo lo voy a utilizar en los diferentes lugares donde vaya a estar, en el sitio donde vaya a trabajar, en mi casa como lo voy a aplicar. Entonces es buscarle todas esas cosas para que sea de verdad una buena matemática del futuro</p>
<p>Interrogante 20: ¿Qué aspectos frenan el uso (recursos, formación, tiempo, planificación) de materiales para una didáctica de las matemáticas ideal?</p>
<p>Bueno ahí hay algo que lo frena, [...] el tiempo con el que uno cuenta para trabajar, es como limitado. Entonces a usted le dan dos horas de la clase y usted no puede llegar a desarrollar todo lo que usted quisiera hacer. Entonces, mientras que si, por ejemplo, yo pudiera trabajar, digamos, toda la jornada con un solo grupo y desarrollar un solo tema, en las cinco horas de clase, sería excelente porque ellos van a trabajar y van a manipular muchísimo material, van a compartir más entre ellos, en diferentes grupos, y el objetivo del aprendizaje se va a alcanzar muchísimo mejor. Entonces el tiempo es algo que lo limita a uno bastante.</p>
<p>Interrogante 20.1: ¿En cuanto a los recursos?</p>
<p>En cuanto a recursos, pues sabemos que, en los colegios públicos, los recursos son mínimos [...] hay padres de familia, los cuales no tienen recursos para suministrarle a los niños, hay algunos que sí les pueden comprar, hay algunos otros que no le pueden comprar las cosas. Entonces eso también es una limitante, pero con lo poco que haya, o sea, uno debe acomodarse y mirar de qué manera utilizo lo poquito que tenga para que ellos tengan una buena formación.</p>
<p>Interrogante 20.2: ¿Y en cuanto a la formación del docente?</p>
<p>Eso es indispensable porque si como docente lo ponen a dictar matemáticas y usted no le gusta su matemática difícilmente voy a lograr que esos estudiantes se enamoren de algo que yo no estoy enamorado. [...] Entonces siempre la formación debe ser algo primordial y yo creo que uno debe formarse no solamente esperar o quedarse con lo que me dio la universidad, o el posgrado, o el diplomado, no; sino que uno debe autoformarse diariamente, mirar qué cosas van saliendo innovadoras y cómo las puedo utilizar en mi aula de clase.</p>
<p>Interrogante 20.3: En este mismo orden dentro de los aspectos que frenarían esta didáctica ideal, refiriéndonos a la planificación...</p>
<p>Si yo no hago una buena planeación de la clase, ¿cómo voy a obtener un buen logro? o sea, yo no puedo llegar “ah, no es que estoy trabajando con este libro” entonces me rijo por el libro, pero no planeo nada. Entonces si tengo un libro de hace 5, 6 años, está desactualizado. Aunque, la matemática, la suma es suma, la resta es resta, pero yo tengo que mirar cómo se la voy a hacer llegar más fácilmente al estudiante como hago para que a él le guste hacer eso. Si no planifico, llego a simplemente a hacer un profesor, como se decía antiguamente, de tiza y tablero y ya, una clase magistral y no podemos seguir con lo mismo.</p>

Categorización

Para realizar la categorización del análisis e interpretación de la información recogida a través de la entrevista, se relacionarán las categorías iniciales de acuerdo con los criterios y percepciones de los informantes, junto con aquellas categorías que fueron emergiendo en este proceso. En tal sentido, cabe mencionar que se otorgará un significado a la información recogida de manera esquemática para que se puedan reconocer los elementos que hacen parte tanto de las categorías iniciales, las subcategorías como de las emergentes.

Gráfico 5

Categorías iniciales y emergentes Informante 1. Docente licenciado con énfasis en matemáticas

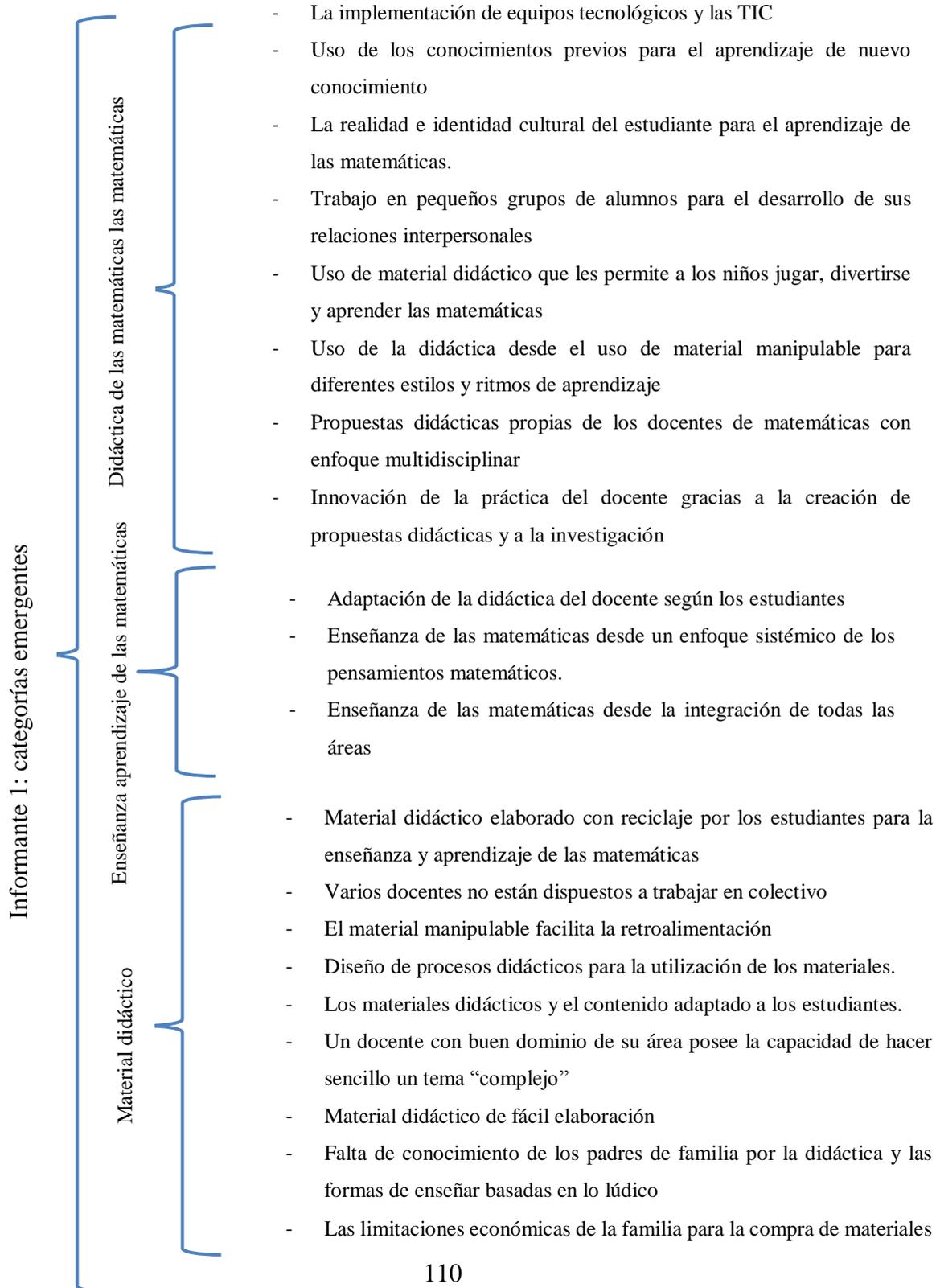


Gráfico 6

Categorías iniciales y emergentes Informante 2. Docente licenciado con énfasis en matemáticas



Gráfico 7

Categorías iniciales y emergentes Informante 3. Docente licenciado en matemáticas

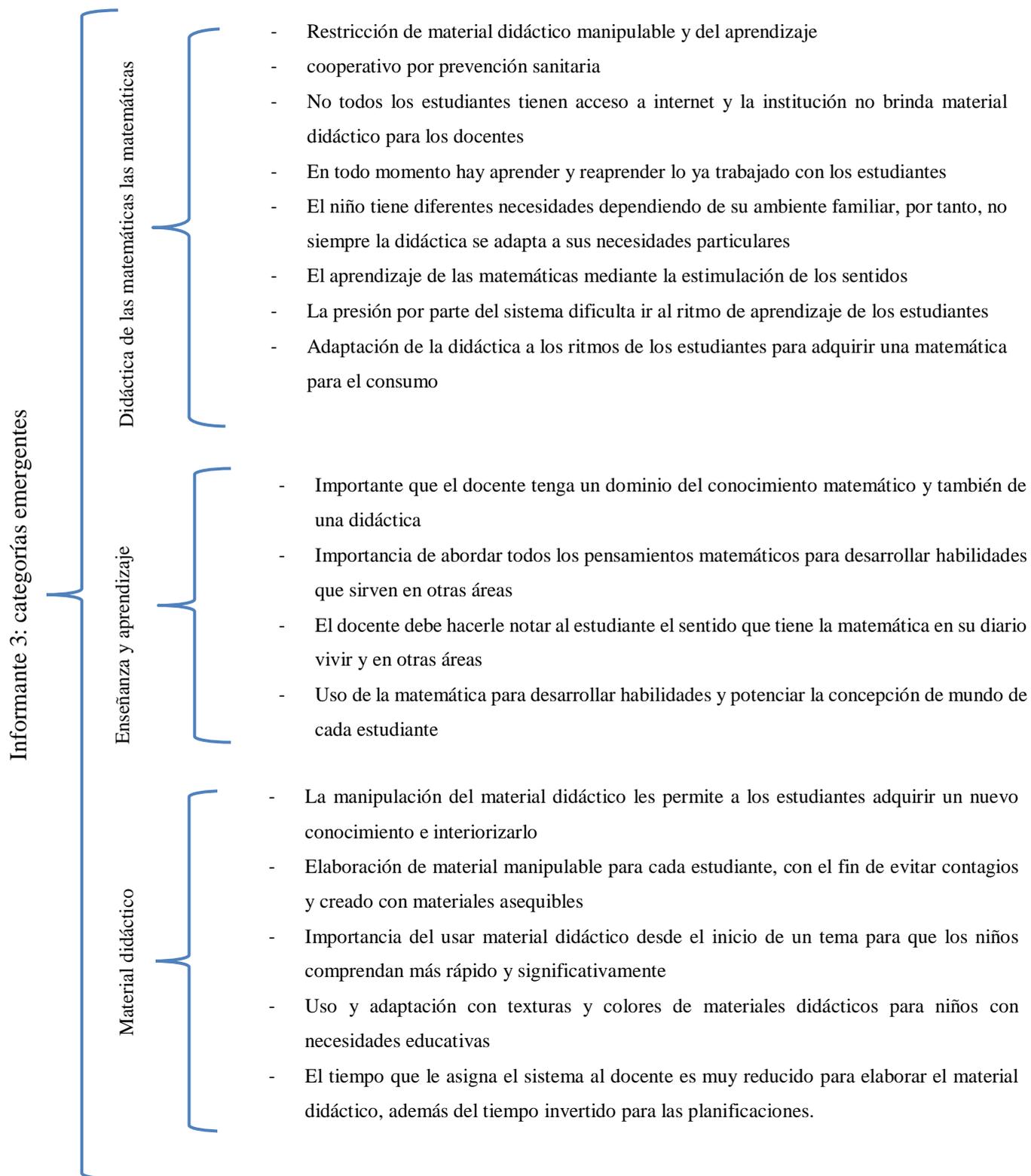


Gráfico 8

Categorías iniciales y emergentes Informante 4. Docente licenciado en matemáticas

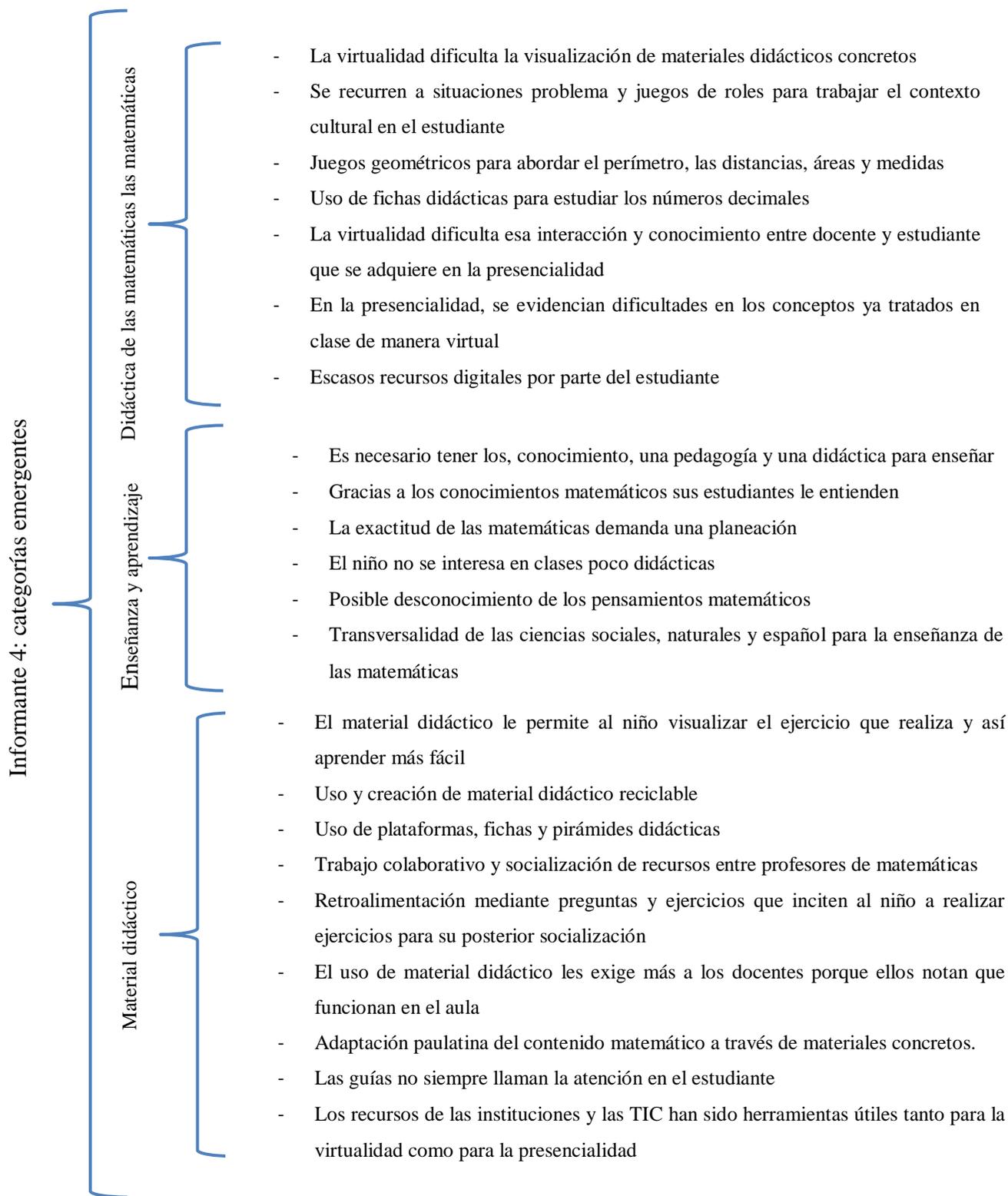
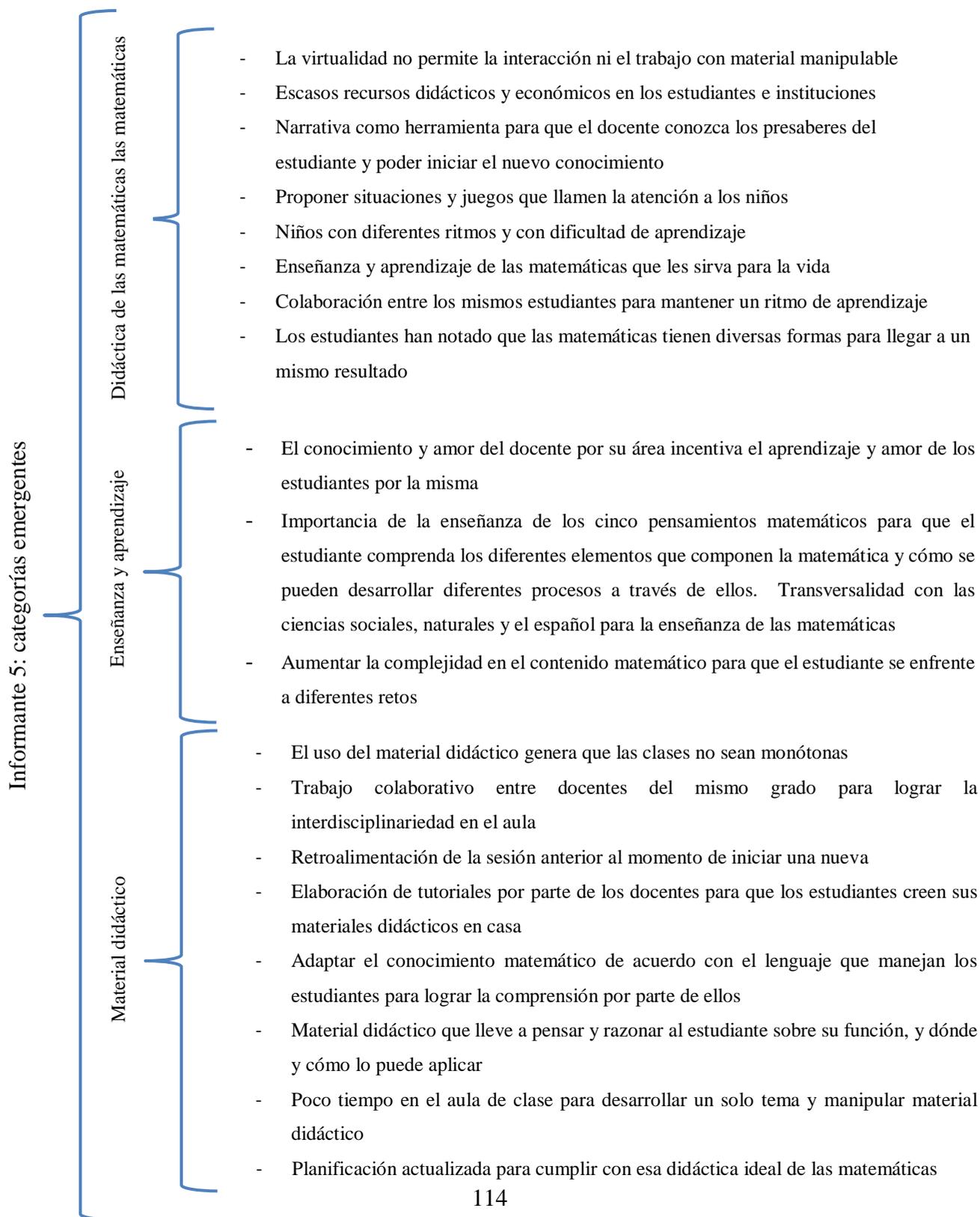


Gráfico 9

Categorías iniciales y emergentes Informante 5. Docente licenciado en matemáticas



A continuación, se presenta la realidad didáctica en el ámbito educativo gracias al análisis de las entrevistas realizadas a los docentes vinculados en las instituciones educativas de básica primaria en el municipio de Piedecuesta del departamento de Santander, Colombia. De esta forma, en este apartado se realizará una comparación entre lo mencionado por los docentes y lo planteado por diversos autores sobre la didáctica, la enseñanza y el aprendizaje, y el uso del material didáctico. Así, el análisis de la información se encasilla de acuerdo con las diferentes temáticas presentes en las diversas categorías y subcategorías de la investigación.

Tabla 8

Descripción general del referente teórico y de las categorías emergentes. Didáctica de las matemáticas

Categoría de investigación
Didáctica de las matemáticas
Subcategorías de la investigación
Pandemia y postpandemia
Referente teórico
La UNESCO (2020) menciona que: “La educación prestada por el estado ha continuado en tiempos de pandemia y ha sufrido un impacto curricular” (p.3) y añade que “desde la suspensión de las clases presenciales y ha impuesto desafíos y soluciones para la forma de implementación del currículo, con medios no presenciales, y con diferentes formas de adaptación, priorización y ajuste” (p.1).
Categoría emergente
Algunos estudiantes se vieron afectados por la virtualidad, debido a que carecían de conectividad y herramientas tecnológicas. La pandemia incentivó el uso de la tecnología y las TIC para la didáctica de las matemáticas. Las clases virtuales dificultan la interacción, la participación y la manipulación de material didáctico tangible en los estudiantes.
Subcategorías de la investigación
Conocimientos previos
Referente teórico
Para Bruner (citado en Olmedo, 2010) entre el docente y educando debiera existir un diálogo y un compromiso, donde la función del docente es traducir la información para que sea comprendida por el educando, organizando la nueva información sobre lo aprendido previamente por el estudiante, estructurando y secuenciándola para que el conocimiento sea aprendido más rápidamente.
Categoría emergente
Los presaberes son la base de la cual parte el docente para que el estudiante adquiera un nuevo conocimiento. Los docentes recurren a herramientas como diagnósticos, creación de historias, uso de material bibliográfico brindado por el Ministerio de Educación y dinámicas en general para identificar los conocimientos previos de sus estudiantes.
Subcategorías de la investigación
Contexto
Referente teórico
En el ámbito de la educación matemática infantil, diversos autores han señalado la necesidad de aprender matemáticas de forma globalizada a partir de contextos significativos para los niños de las

<p>primeras edades: explorando el entorno, jugando, tocando, cantando, contando cuentos, haciendo dramatizaciones, etc. para ir descubriendo progresivamente el espacio, los números, las medidas... (Saá, 2002; Alsina, 2011; Marín, 2013; entre otros). De esta forma, los niños llegan a apreciar las matemáticas porque las observan en su alrededor, las practican, juegan con ellas, permitiendo que en la escuela se aprenda lo que los niños saben de modo intuitivo y adquieran nuevos conocimientos a través de actividades matemáticas más eficaces. (Alsina, 2017, p. 62).</p>
<p>Categoría emergente</p>
<p>Los docentes recurren a la identidad cultural del estudiante para el aprendizaje de las matemáticas, usando el folclor, la danza, las costumbres y las situaciones problema dentro de un contexto cultural. En el aula de clase, los docentes recurren al trabajo en grupos para incentivar el desarrollo de las relaciones interpersonales mediante actividades matemáticas Se estimula el trabajo mutuo entre estudiantes para que se asistan en el aprendizaje de las matemáticas. Las clases virtuales dificultan la interacción entre los estudiantes y su interés por las clases. Los docentes recurren al contexto real de los estudiantes para el aprendizaje y uso en situación de las matemáticas.</p>
<p>Subcategorías de la investigación</p>
<p>Intereses y necesidades de los niños</p>
<p>Referente teórico</p>
<p>Los juegos constituyen un aporte importante en la enseñanza de la Matemática, es fundamental la elección del juego adecuado en los distintos momentos del proceso enseñanza y aprendizaje. Frente al desafío de un juego, sin lápiz y papel, se resuelven innumerables problemas matemáticos (Chacón, 2017, pp. 14-15).</p>
<p>Categoría emergente</p>
<p>El uso de material didáctico como los acertijos, el conteo, la comparación de magnitudes, el armar secuencias, los implementos geométricos y el uso de fichas les permite a los estudiantes aprender matemáticas jugando. La didáctica enfocada en el juego, lo lúdico y la estimulación de sentidos.</p>
<p>Subcategorías de la investigación</p>
<p>Estilos y ritmos de aprendizaje</p>
<p>Referente teórico</p>
<p>El material manipulativo (sea tangible o gráfico-textual) puede ser un puente entre la realidad y los objetos matemáticos, Gran parte de la actividad matemática puede ser descrita como procesos de modelización, en el que interpretamos de forma abstracta, simplificada e idealizada un objeto, un sistema de relaciones o un proceso evolutivo que surge de la descripción de la realidad (Godino, 2004, p.14).</p>
<p>Categoría emergente</p>
<p>La didáctica enfocada en el material manipulable y en el uso de una tecnología que se pueda adaptar a los estilos y ritmos de aprendizaje de los estudiantes. El docente adapta el ritmo en que presenta los diversos contenidos matemáticos con el fin de darle el espacio necesario al estudiante de comprender sosegadamente.</p>
<p>Subcategorías de la investigación</p>
<p>Tecnologías de la Información y Comunicación</p>
<p>Referente teórico</p>
<p>Sobre las ventajas que ofrece su utilización (la mejor manera de sacarles provecho, al ser medios o herramientas que contribuyen a enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje), su incidencia en la cognición y procesos del pensamiento de los estudiantes y la manera como impactan en la reestructuración del currículo educativo (Castillo, 2008, p. 172).</p>
<p>Categoría emergente</p>
<p>Los recursos que brindan las TIC, tales como las páginas de internet con contenido educativo, la plataforma Geogebra, los videos explicativos, entre otros, se presentan como herramientas de aprendizaje indispensables para las propuestas didácticas en el área de matemáticas.</p>
<p>Subcategorías de la investigación</p>
<p>Innovación</p>
<p>Referente teórico</p>

la didáctica de la ciencia en la posmodernidad contempla tres escenarios simultáneos: a) regresar y aferrarse a los presupuestos modernos (que se refleja en las incongruencias entre las reflexiones sobre la manera cómo se deben enseñar las ciencias y la forma cómo se evalúa), b) innovar la realidad, c) poner fin al pasado (manifiesto por ejemplo en los múltiples cambios a nivel curricular y en el surgimiento continuo de nuevas tendencias didácticas, desde el aprendizaje por descubrimiento al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en investigación) (Escudero, 2012, p. 19).
Categoría emergente
El juego en las clases brinda una innovación constante de la realidad del estudiante y una innovación de la práctica docente gracias a la creación de propuestas didácticas.
Subcategorías de la investigación
Métodos didácticos
Referente teórico
la didáctica de la ciencia en la posmodernidad contempla tres escenarios simultáneos: a) regresar y aferrarse a los presupuestos modernos (que se refleja en las incongruencias entre las reflexiones sobre la manera cómo se deben enseñar las ciencias y la forma cómo se evalúa), b) innovar la realidad, c) poner fin al pasado (manifiesto por ejemplo en los múltiples cambios a nivel curricular y en el surgimiento continuo de nuevas tendencias didácticas, desde el aprendizaje por descubrimiento al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en investigación) (Escudero, 2012, p. 19).
Categoría emergente
El uso del aprendizaje cooperativo entre los estudiantes y la investigación en el docente permite actualizar su práctica en el aula.

Tabla 9

Descripción general del referente teórico y de las categorías emergentes. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Categoría de investigación
Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Subcategorías de la investigación
Métodos didácticos
Referente teórico
la didáctica de la ciencia en la posmodernidad contempla tres escenarios simultáneos: a) regresar y aferrarse a los presupuestos modernos (que se refleja en las incongruencias entre las reflexiones sobre la manera cómo se deben enseñar las ciencias y la forma cómo se evalúa), b) innovar la realidad, c) poner fin al pasado (manifiesto por ejemplo en los múltiples cambios a nivel curricular y en el surgimiento continuo de nuevas tendencias didácticas, desde el aprendizaje por descubrimiento al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en investigación) (Escudero, 2012, p. 19).
Categoría emergente
El uso del aprendizaje cooperativo entre los estudiantes y la investigación en el docente permite actualizar su práctica en el aula.
Subcategorías de la investigación
Contenido científico y didáctico
Referente teórico
uno de los problemas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas consiste en la existencia de profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático, carecen de

una formación didáctica sólida, o apenas tienen una formación básica sobre este saber, (Ruiz, 2008, p. 2). Situación que frena el avance del conocimiento al que deberían estar optando los alumnos.
Categoría emergente
El conocimiento claro del docente de matemáticas le permite una facilidad para transmitirlo, le da un dominio sobre el tema e incentiva el gusto de los estudiantes en dicha área. El docente de matemáticas debe tener también una didáctica de la matemática.
Subcategorías de la investigación
Sistemas de pensamiento
Referente teórico
En la etapa de Educación Infantil los niños deberían interpretar el conocimiento como un todo no como disciplinas desconectadas unas de otras. (...) los contenidos de un área adquieren sentido desde la complementariedad con el resto de las áreas, y tendrán que interpretarse en las propuestas didácticas desde la globalidad de la acción y de los aprendizajes. (Alsina 2017 p. 62)
Categoría emergente
Implementación en el aula de los cinco pensamientos matemáticos sin hacerle mención explícita al estudiante de lo que está aprendiendo.
Subcategorías de la investigación
Disciplinariedad, multidisciplinariedad y transdisciplinariedad
Referente teórico
la polidisciplinariedad constituye una asociación de disciplinas en virtud de un proyecto o de un objeto que le es común; mientras que las disciplinas son llamadas como técnicas especializadas para resolver tal o cual problema, en otros momentos, por el contrario, están en profunda interacción para tratar de concebir este objeto y este proyecto. Morín (citado en Portugal, 2009, p. 172)
Categoría emergente
La transversalidad de las matemáticas a áreas como las ciencias sociales, naturales y el español. La integración de las matemáticas a las demás áreas le permite al estudiante concebirlas como un solo conocimiento que le da sentido a su diario vivir.
Subcategorías de la investigación
Complejidad
Referente teórico
la característica principal de la Didáctica de la Matemática es la de su extrema complejidad". Esta disciplina comprende "el complejo fenómeno de la matemática en su desarrollo histórico y actual y su interrelación con otras ciencias, áreas prácticas, tecnología y cultura; la estructura compleja de la enseñanza y la escolaridad dentro de nuestra sociedad; las condiciones y factores altamente diferenciados en el desarrollo cognitivo y social del alumno Steiner (citado en Godino, 2010, p. 38).
Categoría emergente
La complejidad en la enseñanza del conocimiento matemático se presenta de manera paulatina, con el fin de que los estudiantes se enfrenen a nuevos retos y desarrolle nuevas habilidades constantemente.
Subcategorías de la investigación
Materiales y transposición didáctica
Referente teórico
- Hay que seleccionar y secuenciar las partes de las matemáticas que se van a enseñar los estudiantes de un cierto nivel escolar. - Hay que adaptarlas para hacerlas comprensibles a los niños; para ello se requiere prescindir de la formalización y usar un lenguaje comprensible para ellos. - Hay que buscar ejemplos, problemas y situaciones que interesen a los niños y que permitan a los estudiantes apropiarse de los conocimientos pretendidos (Godino, 2003, p.129)
Categoría emergente
Los docentes realizan una adaptación del contenido y de los materiales didácticos que emplean en el aula, con el fin de que los estudiantes comprendan un determinado tema. La adaptación del contenido matemático y de materiales didácticos se realiza de manera paulatina, yendo de lo más "sencillo" a "complejo" y adaptando el lenguaje para que sea comprendido por el estudiante.

Tabla 10

Descripción general del referente teórico y de las categorías emergentes. Material didáctico

Categoría de investigación
Material didáctico
Subcategorías de la investigación
Importancia
Referente teórico
Estos recursos se constituyen en estímulo, apoyo y mediación entre la enseñanza y el proceso de aprender, facilitando, entre otros aspectos, el desarrollo del pensamiento y del lenguaje, la apropiación de saberes y estrategias necesarias para analizar, interpretar, adaptar y transferir el conocimiento: Araujo-Oliveira et al. (citados por Murillo, 2016, p. 3).
Categoría emergente
El material didáctico es relevante en la didáctica de la matemática porque atrae la atención, permite la visualización, estimula los sentidos y hacen que las clases no sean monótonas.
Subcategorías de la investigación
Manipulación
Referente teórico
Para Piaget el aprendizaje es un proceso que mediante el cual el sujeto, a través de la experiencia, la manipulación de objetos, la interacción con las personas, genera o construye conocimiento, modificando, en forma activa sus esquemas cognoscitivos del mundo que lo rodea, mediante el proceso de asimilación y acomodación: Piaget (Citado en Olmedo, 2010)
Categoría emergente
Los docentes y estudiantes elaboran y manipulan materiales didácticos creados a partir de objetos reciclables como regletas, cuadrículas, fichas, pirámides, entre otros.
Subcategorías de la investigación
Materiales que usa
Referente teórico
Godino (2004) considera que los recursos didácticos manipulativos “en realidad, constituyen los instrumentos semióticos del trabajo matemático (sea éste profesional o escolar)” (p. 131). De este modo, en lo relacionado con los recursos didácticos, el autor contempla que “los libros de texto, materiales manipulativos, gráficos y textuales, hasta los recursos tecnológicos (calculadoras, ordenadores, internet, etc.)” (Godino, 2003, p. 14).
Categoría emergente
Hay un trabajo colaborativo entre los mismos docentes de matemáticas y también con docentes de otras áreas, con el fin de lograr interdisciplinariedad en el aula, acordar las necesidades de los estudiantes y socializar recursos didácticos.
Subcategorías de la investigación
Retroalimentación
Referente teórico
Estos recursos se constituyen en estímulo, apoyo y mediación entre la enseñanza y el proceso de aprender, facilitando, entre otros aspectos, el desarrollo del pensamiento y del lenguaje, la apropiación de saberes y estrategias necesarias para analizar, interpretar, adaptar y transferir el conocimiento: Araujo-Oliveira et al. (citados por Murillo, 2016, p. 3).
Categoría emergente
El uso de material didáctico desde que se inicia un tema hasta cuando se retroalimenta facilita la comprensión en los estudiantes.
Subcategorías de la investigación
Diseño de materiales y procesos
Referente teórico

Godino (2003): concibe “la educación matemática, como una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p.2)
Categoría emergente
Las matemáticas enfocadas al uso de materiales y procesos didácticos porque los docentes evidencian que hay mayor comprensión e interés en los estudiantes cuando estos son usados.
Subcategorías de la investigación
Materiales y transposición didáctica
Referente teórico
<ul style="list-style-type: none"> - Hay que seleccionar y secuenciar las partes de las matemáticas que se van a enseñar los estudiantes de un cierto nivel escolar. - Hay que adaptarlas para hacerlas comprensibles a los niños; para ello se requiere prescindir de la formalización y usar un lenguaje comprensible para ellos. - Hay que buscar ejemplos, problemas y situaciones que interesen a los niños y que permitan a los estudiantes apropiarse de los conocimientos pretendidos (Godino, 2003, p. 129).
Categoría emergente
Los docentes realizan una adaptación del contenido y de los materiales didácticos que emplean en el aula, con el fin de que los estudiantes comprendan un determinado tema. La adaptación del contenido matemático y de materiales didácticos se realiza de manera paulatina, yendo de lo más “sencillo” a “complejo” y adaptando el lenguaje para que sea comprendido por el estudiante
Subcategorías de la investigación
Características de los materiales
Referente teórico
Las características de un material didáctico pueden variar según los objetivos, las características del alumnado y las condiciones de estudio, así como las infraestructuras y acceso a las tecnologías. Por ejemplo, un material didáctico para el área de matemáticas no puede ser preparado de la misma forma que para historia del arte. Entre algunas características, el material didáctico: <ul style="list-style-type: none"> – Puede ser adaptado para ser utilizado con o sin la ayuda del profesor. – Es posible utilizarlo de forma individual o grupal. – Es versátil. Un material didáctico puede ser diseñado para diferentes contextos. – Está orientado a motivar. Su diseño debe despertar el interés y la curiosidad por el tema planteado. – Es una fuente de información. – Plantea un ritmo de trabajo. Un material didáctico puede marcar un ritmo de evolución o progreso en el desarrollo cognitivo, las capacidades, los intereses y otros aspectos del estudiante. – Permite que el alumno sea capaz de desarrollar estrategias para evaluar, planificar y organizar su propio aprendizaje. – Propone una revisión o reflexión del conocimiento propio, modifica esquemas. – Debe estar disponible para el momento en que se necesite (Arias, 2019, párr. 5).
Categoría emergente
Las características del material didáctico para una didáctica ideal de las matemáticas son que sea asequible para todos los estudiantes, es decir, con materiales reciclables y que sea de fácil elaboración y manipulación, tanto para el docente como para el estudiante, con el fin de que este último sea incentivado a razonar sobre su función y aplicación en diversos contextos.
Subcategorías de la investigación
Barreras para el uso de materiales
Referente teórico
Algunas desventajas o barreras del material didáctico en los ambientes educativos como: <ul style="list-style-type: none"> - Dificultades económicas: los materiales didácticos son caros, aunque podemos optar por construirlos. - Dificultades estructurales: las condiciones físicas de las clases pueden dificultar el agrupamiento y la división en tiempos puede dificultar el desarrollo de una clase adecuada. - Las concepciones previas de estudiantes, profesores y padres, "los juegos se realizan en el patio", "los juegos generan mucho ruido", " las buenas clases son aquellas donde reina el silencio". - El desarrollo curricular.

<ul style="list-style-type: none"> - Las exigencias que conlleva. - A veces es difícil evaluar los resultados que se obtienen. - Excesivo número de estudiantes: Gonzáles (citado en Gajardo, 2018, p. 61).
Categoría emergente
<p>Los recursos económicos de los estudiantes y de los colegios públicos a veces impiden acceder a cierto tipo de materiales didácticos.</p> <p>El tiempo con el que cuenta el docente para elaborar material didáctico tanto como para implementarlo en el aula no es suficiente.</p> <p>Falta más divulgación de la didáctica para los padres de familia y los docentes, dado que aún se percibe cierto tradicionalismo en la forma en la que se conciben las matemáticas.</p>

Estructuración

En este apartado se presenta el proceso de estructuración, el cual permite validar la comprensión de la realidad del objeto de estudio. De acuerdo con Martínez (2008) el proceso de estructuración:

se trata, pues, del estudio de un todo integrado, que, forma o constituye primordialmente una unidad de análisis y que hace que algo sea lo que es; aunque también cabe la posibilidad de estudiarse una cualidad específica, siempre que se tengan en cuenta los nexos y las relaciones que tiene con el todo, los cuales contribuyen a darle su significación propia (p. 128)

En consecuencia, a partir del estudio integrado, se permitió relacionar, interpretar y llegar a una teorización de acuerdo con la información presentada en los siguientes gráficos que muestran una secuencia lógica en su lectura. Sin olvidar que el ser humano por naturaleza es interpretativo. En otras palabras, “la interpretación, más que un instrumento para adquirir conocimientos, es el modo natural de ser de los seres humanos, y todos los intentos cognoscitivos para desarrollar conocimientos no son sino expresiones de la interpretación sucesiva del mundo” (Martínez, 2008, p. 141).

Gráfico 10

Infograma del informante 1

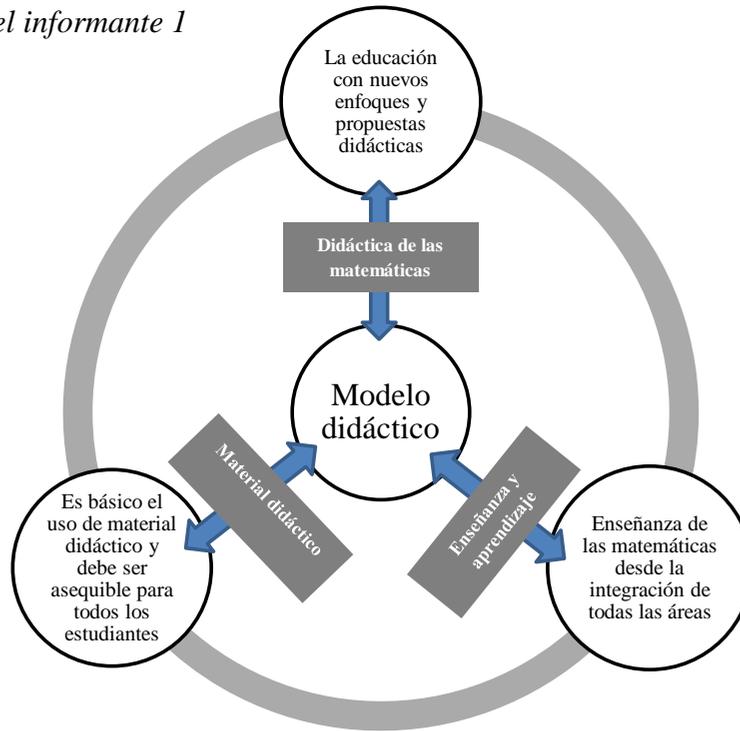


Gráfico 11

Infograma del informante 2

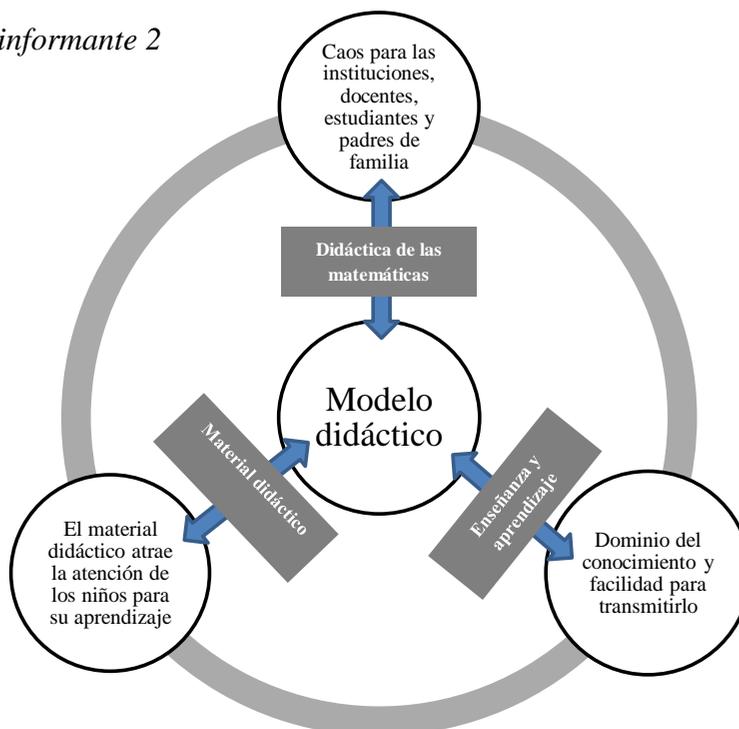


Gráfico 12

Infograma del informante 3

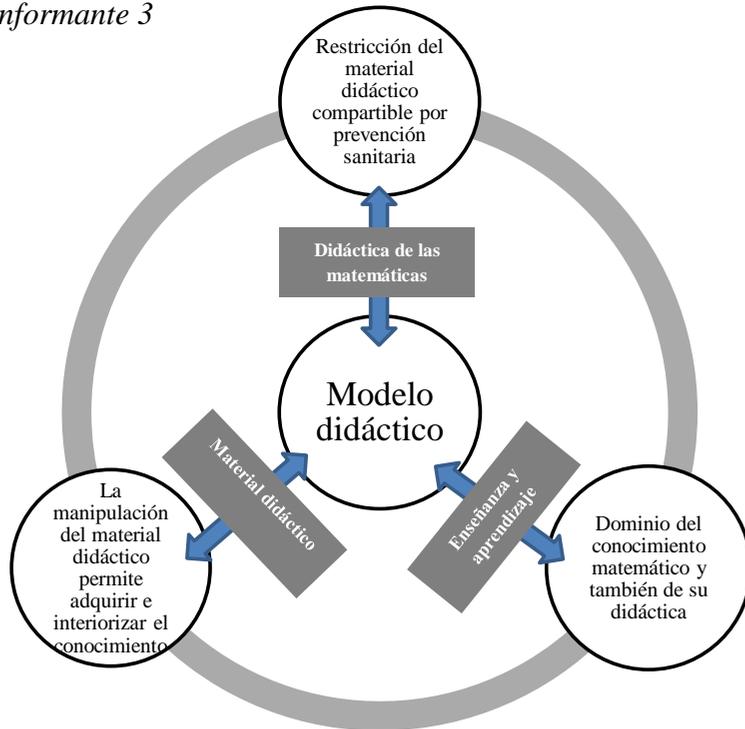


Gráfico 13

Infograma del informante 4

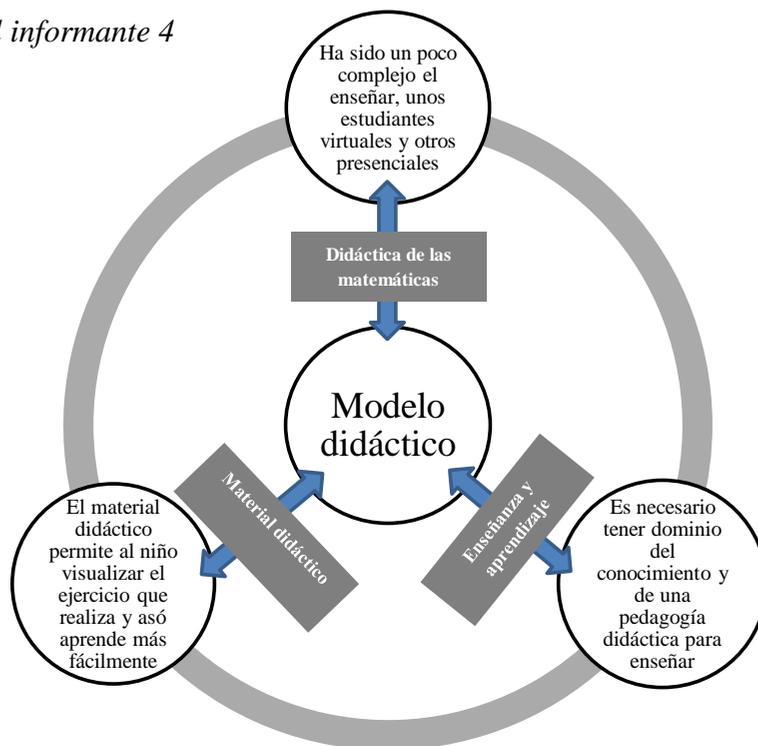
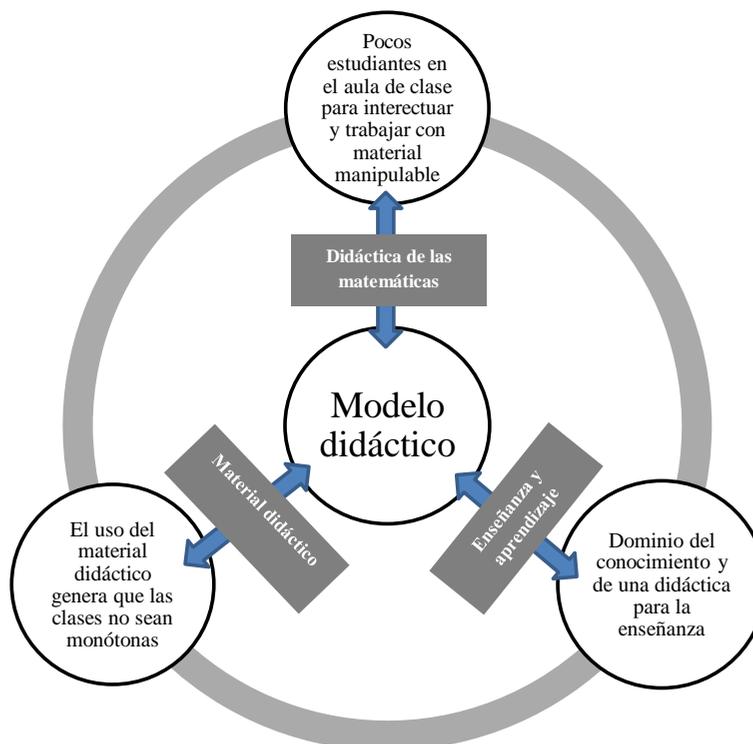


Gráfico 14

Infograma del informante 5



Con base en los anteriores infogramas se puede decir que estos gráficos permitieron relacionar las opiniones de los profesionales docentes con las categorías iniciales de este estudio (Didáctica de las matemáticas, Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y Material didáctico) y también con las categorías emergentes de la presente investigación.

Triangulación

Ahora bien, teniendo en cuenta el análisis realizado en la categorización y estructuración, se realiza una triangulación para así poder dar una completa interpretación de la información recogida.

Tabla 11

Triangulación de la Entrevista en Profundidad. Categoría Inicial: Didáctica de las matemáticas

Categoría inicial
Didáctica de las matemáticas
Subcategoría
Pandemia y postpandemia
Hallazgo en la entrevista
Según la información recolectada en la entrevista, se conoce que los docentes afirman que la pandemia incentivó el uso tanto de la tecnología como de las TIC en el desarrollo de las clases virtuales en el área de matemáticas, sin embargo, muchos estudiantes se vieron afectados por esta modalidad porque carecían de conectividad y de herramientas digitales; además la virtualidad dificulta la interacción, la participación y la manipulación de material didáctico tangible en los mismos estudiantes.
Categoría inicial
Didáctica de las matemáticas
Subcategoría
Conocimientos previos de los estudiantes
Hallazgo en la entrevista
La totalidad de informantes expresan que los presaberes indican el punto de partida para la presentación del contenido matemático en las aulas de clase, con el fin de que los estudiantes a partir de ese conocimiento adquieran uno nuevo. Para identificarlos, ellos recurren a herramientas como pruebas diagnósticas, creación de historias, uso de material bibliográfico brindado por el Ministerio de Educación y dinámicas en general.
Categoría inicial
Didáctica de las matemáticas
Subcategoría
Contexto
Hallazgo en la entrevista
Los informantes expresaron que desarrollan un proceso de aprendizaje de las matemáticas para que el niño las identifique en su contexto cultural, para ello recurren a la identidad del estudiante usando elementos del folclor, la danza, las costumbres y creando situaciones problema dentro de ese mismo contexto cultural. Además, en la parte social, los docentes recurren al trabajo en grupos entre los mismos estudiantes para incentivar el desarrollo de las relaciones interpersonales, el trabajo mutuo, la ayuda o compañerismo en el aprendizaje de actividades matemáticas
Categoría inicial
Didáctica de las matemáticas
Subcategoría
Intereses y necesidades de los niños
Hallazgo en la entrevista
Los informantes afirman tener una didáctica enfocada en el juego, lo lúdico y la estimulación de los sentidos a través de materiales didácticos como los acertijos, el conteo, la comparación de magnitudes, el armar secuencias, los implementos geométricos, el uso de fichas, entre otros.
Categoría inicial
Didáctica de las matemáticas
Subcategoría
Estilos y ritmos de aprendizaje
Hallazgo en la entrevista
Los informantes afirman que adaptan el ritmo en el que presentan los diversos contenidos matemáticos, con el fin de darles a sus estudiantes el espacio necesario de comprender e interiorizar

ese conocimiento. Dicha adaptación está enfocada en el uso de material manipulable y de una tecnología que permita abarcar los estilos y ritmos de aprendizaje de los estudiantes, teniendo en cuenta a su vez los diferentes tipos de inteligencias.
Categoría inicial
Didáctica de las matemáticas
Subcategoría
Tecnología de la información y comunicación
Hallazgo en la entrevista
La totalidad de los informantes expresan que los recursos que brindan las TIC, tales como las páginas de internet con contenido educativo, la plataforma GeoGebra, los videos explicativos, entre otros, se presentan como herramientas de aprendizaje indispensables para las propuestas didácticas en el área de matemáticas.
Categoría inicial
Didáctica de las matemáticas
Subcategoría
Innovación de la realidad
Hallazgo en la entrevista
Los informantes indican que el juego en las clases brinda una innovación constante de la realidad del estudiante y una innovación de su práctica docente gracias a la creación de propuestas didácticas.
Categoría inicial
Didáctica de las matemáticas
Subcategoría
Métodos didácticos
Hallazgo en la entrevista
Los informantes reconocen que utilizan el método didáctico del aprendizaje cooperativo entre los estudiantes, algunos docentes usan el basado en problemas, pero ninguno expresó utilizar la didáctica enfocada al aprendizaje por descubrimiento ni basado en la investigación.

Tabla 12

Triangulación de la Entrevista en Profundidad. Categoría Inicial: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Categoría inicial
Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Subcategoría
Contenido científico y didáctica
Hallazgo en la entrevista
Los informantes indican que tener un conocimiento amplio sobre las matemáticas, les da facilidad al momento de expresarlo en el aula de clase, les da un dominio sobre el tema e incentiva el gusto de sus estudiantes en dicha área. Además, los docentes agregan que, así como se debe tener un conocimiento amplio sobre la matemática, también se debe tener una didáctica de ella.
Categoría inicial
Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Subcategoría
Sistemas de pensamiento
Hallazgo en la entrevista
Algunos informantes afirman que la implementación en el aula de los cinco pensamientos matemáticos se debe realizar sin hacerle una mención explícita al estudiante de lo que está aprendiendo, dado que están inmersos siempre en el contenido matemático.

Categoría inicial
Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Subcategoría
Disciplinariedad, multidisciplinariedad y transdisciplinariedad
Hallazgo en la entrevista
Los informantes expresan que generalmente realizan una transversalidad de las matemáticas con áreas como las ciencias sociales, naturales y el español, dado que además de integrar los diversos saberes, esta transversalidad les permite a los estudiantes concebir este conocimiento como un todo.
Categoría inicial
Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Subcategoría
Complejidad
Hallazgo en la entrevista
Los informantes indican que la complejidad en los conocimientos matemáticos que se abordan en el aula de clase debe ir de la mano con el lenguaje y saberes de los estudiantes, para que, de manera paulatina, se vaya aumentando dicha dificultad, incentivando así a que los estudiantes se enfrenten constantemente a nuevos retos y desarrollen nuevas habilidades.

Tabla 13

Triangulación de la Entrevista en Profundidad. Categoría Inicial: Material didáctico

Categoría inicial
Material didáctico
Subcategoría
Importancia
Hallazgo en la entrevista
La totalidad de los informantes expresa que el material didáctico es relevante en la didáctica de las matemáticas porque atrae la atención de los estudiantes, les permite la visualización, estimula sus sentidos y hacen que las clases no sean monótonas.
Categoría inicial
Material didáctico
Subcategoría
Manipulación
Hallazgo en la entrevista
Los informantes expresan que tanto ellos como sus estudiantes elaboran y manipulan materiales didácticos tales como regletas, cuadrículas, fichas, pirámides, entre otros, fabricados a partir de objetos reciclables.
Categoría inicial
Material didáctico
Subcategoría
Uso
Hallazgo en la entrevista
Los informantes expresan que sí usan material didáctico para la enseñanza de las matemáticas.
Categoría inicial
Material didáctico
Subcategoría
Retroalimentación
Hallazgo en la entrevista

Algunos informantes expresan que trabajan en colaboración con otros docentes, bien sea de la misma área de matemáticas o con los docentes encargados en cubrir las asignaturas de determinado grado escolar, con el fin de acordar las necesidades de los estudiantes, lograr una interdisciplinariedad y socializar recursos didácticos.
Categoría inicial
Material didáctico
Subcategoría
Diseño de material y procesos
Hallazgo en la entrevista
Algunos informantes afirman que el uso del material didáctico concreto desde que se aborda un tema por primera vez en el aula de clase hasta cuando se retroalimenta para pasar a la siguiente temática facilita considerablemente la comprensión en los estudiantes.
Categoría inicial
Material didáctico
Subcategoría
Material y transposición didáctica
Hallazgo en la entrevista
Los informantes expresan que enfocan las matemáticas desde el uso de materiales y procesos didácticos porque con ellos evidencian que hay una mayor comprensión e interés por parte de los estudiantes; sin embargo, los docentes afirman que hay que hacer una adaptación paulatina tanto del contenido matemático como de los materiales didácticos que emplearán en el aula, con el fin de que los estudiantes comprendan un determinado tema, yendo desde lo más “sencillo” a lo más “complejo” y adaptando el lenguaje para que sea acorde al de los estudiantes.
Categoría inicial
Material didáctico
Subcategoría
Características.
Hallazgo en la entrevista
Los informantes indicaron que las características del material didáctico para una didáctica ideal de las matemáticas son que sea asequible para todos los estudiantes, es decir, con materiales reciclables y que sea de fácil elaboración y manipulación, tanto para el docente como para el estudiante, con el fin de que este último sea incentivado a razonar sobre su función y aplicación en diversos contextos.
Categoría inicial
Material didáctico
Subcategoría
Barreras para el uso de material.
Hallazgo en la entrevista
La totalidad de los informantes reconoce que los recursos económicos con los que cuentan los estudiantes y los colegios públicos a veces impiden acceder a cierto tipo de materiales didácticos; además, el tiempo que se le brinda al docente para elaborar material didáctico tanto como para implementarlo en el aula no es suficiente. Por último, afirman que debe haber una mayor divulgación de la didáctica tanto para los padres de familia como para otros docentes, debido a que aún se percibe cierto tradicionalismo en la forma en la que se concibe que se debe enseñar y aprender las matemáticas.

Contrastación

Ahora bien, en este momento se desea “relacionar los resultados obtenidos en la investigación con las conclusiones de otros investigadores para compararlas, contraponerlas, y entender mejor las posibles diferencias” (Martínez, 2004, p. 142).

Con el fin de realizar una integración mayor de los contenidos y así enriquecer los conocimientos del área de las matemáticas, mediante el contraste entre las categorías iniciales de la investigación, la realidad docente y los postulados teóricos.

Tabla 14

Matriz de Contrastación de la Categoría 1: Didáctica de las matemáticas.

Categoría: didáctica de las matemáticas
Realidad docente
El análisis de los resultados permitió observar que la pandemia del COVID-19 efectivamente modificó la didáctica de las matemáticas. Cada uno de los docentes, de diferentes formas, tuvo que recurrir al aprendizaje e investigación de elementos digitales para poder desarrollar sus clases de la mejor manera. En algunos, este cambio hacia lo digital fue más notorio que en otros, dado que se intuye que su metodología no estaba cargada de elementos tecnológicos. Asimismo, el método de aprendizaje con el que más se identifican los docentes es el basado en problemas y el cooperativo, dado que expresan que mediante ellos los niños exponen sus conocimientos, sus vacíos teóricos, desarrollan la empatía y habilidades sociales en general. Por otro lado, los informantes indican que siempre tienen en cuenta los conocimientos previos de sus estudiantes para avanzar en su aprendizaje, y que también adaptan el ritmo de clase según el estudiante lo necesite. En donde el juego es aquello que une y motiva a los estudiantes a aprender las matemáticas.
Postulado de la teoría
La UNESCO (2020) menciona que: “La educación prestada por el estado ha continuado en tiempos de pandemia y ha sufrido un impacto curricular” (p.3) y añade que “desde la suspensión de las clases presenciales y ha impuesto desafíos y soluciones para la forma de implementación del currículo, con medios no presenciales, y con diferentes formas de adaptación, priorización y ajuste” (p.1)
Para Ausubel, es un proceso mediante el cual toda información nueva se asocia a un aspecto relevante del individuo (concepto integrador) y sobre el cual se apoyan y se construyen los nuevos conocimientos. Ausubel acuñó el término aprendizaje significativo. así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje y según Serrano (1990, 59)
En el ámbito de la educación matemática infantil, diversos autores han señalado la necesidad de aprender matemáticas de forma globalizada a partir de contextos significativos para los niños de las primeras edades: explorando el entorno, jugando, tocando, cantando, contando cuentos, haciendo dramatizaciones, etc. para ir descubriendo progresivamente el espacio, los números, las medidas... (Saá, 2002; Alsina, 2011; Marín, 2013; entre otros). De esta forma, los niños llegan a apreciar las matemáticas porque las observan en su alrededor, las practican, juegan con ellas, permitiendo que en la escuela se aprenda lo que los niños saben de modo intuitivo y adquieran nuevos conocimientos a través de actividades matemáticas más eficaces. (Alsina, 2017, p. 62).
“Los juegos constituyen un aporte importante en la enseñanza de la Matemática, es fundamental la elección del juego adecuado en los distintos momentos del proceso enseñanza y aprendizaje. Frente al desafío de un juego, sin lápiz y papel, se resuelven innumerables problemas matemáticos” (Chacón, 2017, pp. 14-15).
El material manipulativo (sea tangible o gráfico-textual) puede ser un puente entre la realidad y los objetos matemáticos, Gran parte de la actividad matemática puede ser descrita como procesos de modelización, en el que interpretamos de forma abstracta, simplificada e idealizada un objeto, un sistema de relaciones o un proceso evolutivo que surge de la descripción de la realidad (Godino, 2004, p.14).
Sobre las ventajas que ofrece su utilización (la mejor manera de sacarles provecho, al ser medios o herramientas que contribuyen a enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje), su incidencia en la cognición y procesos del pensamiento de los estudiantes y la manera como impactan en la reestructuración del currículo educativo (Castillo, 2008, p. 172).

la didáctica de la ciencia en la posmodernidad contempla tres escenarios simultáneos: a) regresar y aferrarse a los presupuestos modernos (que se refleja en las incongruencias entre las reflexiones sobre la manera cómo se deben enseñar las ciencias y la forma cómo se evalúa), b) innovar la realidad, c) poner fin al pasado (manifiesto por ejemplo en los múltiples cambios a nivel curricular y en el surgimiento continuo de nuevas tendencias didácticas, desde el aprendizaje por descubrimiento al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en investigación) (Escudero, 2012, p. 19).

Tabla 15

Matriz de Contrastación de la Categoría 2: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Categoría: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Realidad docente
Los informantes expresan que no hay duda de que ellos, como profesionales en matemáticas, deben amar y conocer perfectamente su área; además, deben tener una didáctica patente, la cual se modifica y adapta según las necesidades y reacciones del estudiante. La totalidad de los entrevistados indican que no pueden dejar a un lado el enfoque sistémico de los cinco pensamientos, pero algunos expresan que no es necesario indicarle al estudiante cuál pensamiento es el que están abordando en clase, sino que él mismo reconozca los diversos componentes que tiene la matemática y su relación con otras áreas. Esto último genera que los docentes recurran frecuentemente a aspectos propios de las ciencias sociales, naturales y español para tratar las matemáticas y así darles una complejidad progresiva a sus contenidos.
Postulado de la teoría
“uno de los problemas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas consiste en la existencia de profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático, carecen de una formación didáctica sólida, o apenas tienen una formación básica sobre este saber, (Ruiz, 2008, p. 2). Situación que frena el avance del conocimiento al que deberían estar optando los alumnos.
En la etapa de Educación Infantil los niños deberían interpretar el conocimiento como un todo y no como disciplinas desconectadas unas de otras. (...) los contenidos de un área adquieren sentido desde la complementariedad con el resto de las áreas, y tendrán que interpretarse en las propuestas didácticas desde la globalidad de la acción y de los aprendizajes. (Alsina, 2017, p. 62).
la polidisciplinariedad constituye una asociación de disciplinas en virtud de un proyecto o de un objeto que le es común; mientras que las disciplinas son llamadas como técnicas especializadas para resolver tal o cual problema, en otros momentos, por el contrario, están en profunda interacción para tratar de concebir este objeto y este proyecto: Morín (citado en Portugal, 2009, p. 172).
la característica principal de la Didáctica de la Matemática es la de su extrema complejidad”. Esta disciplina comprende "el complejo fenómeno de la matemática en su desarrollo histórico y actual y su interrelación con otras ciencias, áreas prácticas, tecnología y cultura; la estructura compleja de la enseñanza y la escolaridad dentro de nuestra sociedad; las condiciones y factores altamente diferenciados en el desarrollo cognitivo y social del alumno: Steiner (citado en Godino, 2010, p. 38).

Tabla 16

Matriz de Contrastación de la Categoría 3: Material didáctico

Categoría: Material didáctico
Realidad docente
<p>Los docentes expresan que indudablemente el material didáctico es indispensable para el desarrollo de sus clases porque despierta el interés en sus estudiantes y les facilita el aprendizaje. Por lo general, se recurren a materiales como cartulinas, lanas, cartón, hilos, entre otros, cuya característica en común es que no generen ningún gasto para el estudiante y que se puedan obtener fácilmente. Asimismo, reconocen que los materiales didácticos no deben suplir una sola necesidad educativa, sino varias, de ahí que su tiempo de planeación y elaboración sea significativo.</p> <p>En el inicio de una clase, cada docente parte de la retroalimentación del tema anterior, con el fin de que los estudiantes puedan apropiarse del conocimiento y llevarlo a su realidad, dado presentan progresivamente una complejidad en los contenidos para que sea más sencilla la comprensión en los niños. Generalmente, los docentes trabajan en colaboración con sus colegas, bien sea de la misma área o del mismo grado, para llegar a la interdisciplinariedad y manejar el mismo lenguaje en el aula.</p>
Postulado de la teoría
<p>Estos recursos se constituyen en estímulo, apoyo y mediación entre la enseñanza y el proceso de aprender, facilitando, entre otros aspectos, el desarrollo del pensamiento y del lenguaje, la apropiación de saberes y estrategias necesarias para analizar, interpretar, adaptar y transferir el conocimiento: Araujo-Oliveira et al. (citados por Murillo, 2016, p. 3).</p> <p>Para Piaget el aprendizaje es un proceso que mediante el cual el sujeto, a través de la experiencia, la manipulación de objetos, la interacción con las personas, genera o construye conocimiento, modificando, en forma activa sus esquemas cognoscitivos del mundo que lo rodea, mediante el proceso de asimilación y acomodación: Piaget (Citado en Olmedo, 2010).</p> <p>Godino (2004) considera que los recursos didácticos manipulativos “en realidad, constituyen los instrumentos semióticos del trabajo matemático (sea éste profesional o escolar)” (p. 131). De este modo, en lo relacionado con los recursos didácticos, el autor contempla que “los libros de texto, materiales manipulativos, gráficos y textuales, hasta los recursos tecnológicos (calculadoras, ordenadores, internet, etc.) (Godino, 2003, p. 14).</p> <p>Estos recursos se constituyen en estímulo, apoyo y mediación entre la enseñanza y el proceso de aprender, facilitando, entre otros aspectos, el desarrollo del pensamiento y del lenguaje, la apropiación de saberes y estrategias necesarias para analizar, interpretar, adaptar y transferir el conocimiento: Araujo-Oliveira et al. (citados por Murillo, 2016, p. 3).</p> <p>Godino (2003): concibe “la educación matemática, como una ciencia orientada al diseño de procesos y recursos para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (p.2).</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hay que seleccionar y secuenciar las partes de las matemáticas que se van a enseñar los estudiantes de un cierto nivel escolar. - Hay que adaptarlas para hacerlas comprensibles a los niños; para ello se requiere prescindir de la formalización y usar un lenguaje comprensible para ellos. - Hay que buscar ejemplos, problemas y situaciones que interesen a los niños y que permitan a los estudiantes apropiarse de los conocimientos pretendidos (Godino, 2003, p. 129). <p>Las características de un material didáctico pueden variar según los objetivos, las características del alumnado y las condiciones de estudio, así como las infraestructuras y acceso a las tecnologías. Por ejemplo, un material didáctico para el área de matemáticas no puede ser preparado de la misma forma que para historia del arte.</p> <p>Entre algunas características, el material didáctico:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Puede ser adaptado para ser utilizado con o sin la ayuda del profesor. – Es posible utilizarlo de forma individual o grupal. – Es versátil. Un material didáctico puede ser diseñado para diferentes contextos. – Está orientado a motivar. Su diseño debe despertar el interés y la curiosidad por el tema planteado. – Es una fuente de información.

- Plantea un ritmo de trabajo. Un material didáctico puede marcar un ritmo de evolución o progreso en el desarrollo cognitivo, las capacidades, los intereses y otros aspectos del estudiante.
- Permite que el alumno sea capaz de desarrollar estrategias para evaluar, planificar y organizar su propio aprendizaje.
- Propone una revisión o reflexión del conocimiento propio, modifica esquemas.
- Debe estar disponible para el momento en que se necesite (Arias, 2019, p. 5).

Algunas desventajas o barreras del material didáctico en los ambientes educativos como:

- Dificultades económicas: los materiales didácticos son caros, aunque podemos optar por construirlos.
- Dificultades estructurales: las condiciones físicas de las clases pueden dificultar el agrupamiento y la división en tiempos puede dificultar el desarrollo de una clase adecuada.
- Las concepciones previas de estudiantes, profesores y padres, "los juegos se realizan en el patio", "los juegos generan mucho ruido", " las buenas clases son aquellas donde reina el silencio".
- El desarrollo curricular.
- Las exigencias que conlleva.
- A veces es difícil evaluar los resultados que se obtienen.
- Excesivo número de estudiantes: Gonzáles (citado en Gajardo, 2018, p. 61)

MOMENTO V TEORIZACIÓN

Interpretación de los hallazgos

Luego de haber abordado cada uno de los anteriores momentos del proceso investigativo, se presenta en este apartado el resultado de la interpretación de los hallazgos, cuyo propósito fue generar un modelo didáctico para la enseñanza de las matemáticas con material didáctico manipulable para alumnos del ciclo de básica primaria en las instituciones oficiales del municipio de Piedecuesta del departamento de Santander, Colombia.

De este modo, se puede decir que los aportes de los docentes de matemáticas demuestran las distintas formas en las que se ejecuta la didáctica en esta área, atendiendo a las necesidades e intereses de sus estudiantes, en donde el uso de materiales didácticos es transversal. Por ende, la discusión de este documento se enfocó en cómo el conocimiento disciplinar de cada docente le permite realizar una labor didáctica eficaz en el aula de clase, recurriendo a determinados materiales didácticos y de acuerdo con los tiempos y temáticas que demanda el currículo. Esta idea se obtiene gracias a que los informantes expresaron que definitivamente el material didáctico es indispensable para el desarrollo de sus clases porque despierta el interés en sus estudiantes y les facilita el aprendizaje. Además, la versatilidad de algunos materiales les permite suplir varias necesidades educativas, lo que genera que su tiempo de planeación y elaboración sea significativo.

En este orden de ideas, el papel del docente es elemental gracias al manejo y a la adaptación de contenidos disciplinares, junto con la realización de la mencionada trasposición didáctica que busca generar una comprensión y apropiación de dicho conocimiento en sus estudiantes. Así, se concibe al docente como un sujeto activo que tiene una doble función: participar en la formulación de las propuestas curriculares atendiendo a su contexto, y producir conocimientos propios que enriquezcan su

práctica pedagógica. Por ende, el rol profesional del docente juega un papel importante gracias a que recurre a diversas estrategias que incorpora y, a la par, desecha para el desarrollo óptimo de su práctica; porque tiene una relación clara con su saber disciplinario; y porque realiza una adaptación constante de conocimientos y materiales didácticos con el fin de ser abordados en el aula. De este modo, se puede decir que se responde a uno de los principales problemas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: la carencia de una formación didáctica sólida, mencionada por Ruiz (2008). Dado que a dicho saber y dominio sobre el contenido matemático se le añade una didáctica de la misma que se preocupa por enseñar de forma atractiva y novedosa según los intereses de los alumnos. Tanto así que los docentes expresan que su amor y conocimiento sobre su área es lo que motiva a sus estudiantes a experimentar sensaciones similares o iguales a estas en torno a las matemáticas.

Por consiguiente, se evidencia que la práctica docente se basa en procesos de transformación y adaptación de acuerdo a la experiencia y a los saberes disciplinares, reconociendo que la didáctica de las matemáticas se crea y adapta constantemente a medida que nuevos retos y herramientas van surgiendo en el contexto escolar. Godino (2003) expresa que hay que seleccionar y adaptar los componentes de las matemáticas que se van a enseñar para hacerlas comprensibles a los estudiantes, dependiendo de su nivel escolar; así mismo, el docente debe buscar ejemplos, situaciones y problemas que busquen llamar la atención de los estudiantes para que ellos se interesen en apropiarse de los conocimientos.

Según lo anterior, se puede decir que es evidente que la transformación de la experiencia del docente es crucial para modificar su saber y práctica pedagógica, dependiendo de la situación en la que se encuentre, con el fin de incentivar la comprensión y apropiación del saber en sus estudiantes. En donde los materiales didácticos no son ajenos a dicha modificación, debido a que constituyen un claro estímulo, apoyo y mediación entre la enseñanza y el proceso de aprender, facilitando, entre otros aspectos, el desarrollo del pensamiento y del lenguaje; la apropiación de saberes y de estrategias necesarias para analizar, interpretar, adaptar y transferir el conocimiento (Murillo, 2016).

Así, el ejercicio del docente implica una evidente intervención en la sociedad porque posee la capacidad de transformar desde realidades hasta la vida misma de las personas. De tal modo, la actividad docente toma sentido en su práctica gracias a que en ella se configuran los conocimientos que le darán forma a los contenidos enseñados, pero también a través de dicha intervención en el trabajo de campo, él adquiere ciertas habilidades que le permiten mejorar constantemente su labor. Sin olvidar que la didáctica de las matemáticas se muestra como extremadamente compleja porque representa el fenómeno de esta área en su desarrollo histórico y actual, y su relación con otras ciencias, con la tecnología y la cultura en busca de un desarrollo cognitivo y social en el estudiante: Steiner (citado en Godino, 2010). De esta forma, el docente se presenta como un ser reflexivo que analiza frecuentemente sus prácticas en relación a sus conocimientos e interacciones con los estudiantes, además que adapta su saber de acuerdo a estrategias innovadoras que respondan a las condiciones dadas por el mismo aprendizaje.

Según lo anterior, se puede decir que el docente usa su saber disciplinar para establecer intercambios pedagógicos y socioafectivos con sus estudiantes, con el fin de promover una didáctica que incite a la transposición de contenidos. Igualmente, el contexto es una herramienta valiosa para trabajar desde la realidad los cinco pensamientos matemáticos, que estipula en Ministerio de Educación Nacional, para que el estudiante vaya reconociendo los diversos componentes que tiene la matemática y su relación con otras disciplinas. Tal como lo expresaron los docentes entrevistados, debido a que ellos, generalmente, recurren, al momento de tratar temas matemáticos, a aspectos propios de las ciencias sociales, naturales y de la lengua castellana y así darles una complejidad gradual a sus contenidos.

De este modo, se puede afirmar que debido a la pandemia del COVID-19 los docentes de matemáticas tuvieron que modificar su didáctica, recurriendo al aprendizaje e investigación de elementos digitales para poder actualizar su práctica pedagógica de acuerdo con las necesidades que demanda la situación. En algunos, este cambio hacia lo digital fue más notorio que en otros, dado que se intuye que su metodología no estaba cargada de elementos tecnológicos, gracias a que expresan que

tuvieron que realizar un esfuerzo significativo para desarrollar sus clases en la modalidad virtual. No obstante, se puede decir que en todos los docentes tanto la experiencia como el saber pedagógico fueron clave para enriquecer su conocimiento y mantener una buena disposición a alternativas que enriquezcan su quehacer docente. Ya lo mencionó la UNESCO (2020): la educación en tiempos de pandemia ha sufrido un evidente impacto curricular porque la suspensión de las clases presenciales conllevó al enfrentamiento de desafíos y soluciones para cumplir con el currículo a través de medios digitales.

Por tal razón, dicha situación de pandemia junto con todas aquellas que se pueden presentar en el aula de clase, posibilita la experiencia de los docentes para generar conocimiento sobre sus prácticas y así mejorarlas. En donde la constante investigación individual y la interacción con otros profesionales, de la misma o de otra área, permiten que surjan nuevas destrezas y habilidades en el docente, y además facilitan la interdisciplinariedad y el uso de un mismo lenguaje con sus estudiantes. Entonces se puede decir que la experiencia es sumamente enriquecedora y positiva gracias a que le permite al docente asumir la complejidad de su práctica pedagógica siempre y cuando el docente sea consciente, esté dispuesto e interesado sobre su labor para reflexionar y sistematizar sus experiencias en beneficio de aprender y autoevaluarse de manera constante.

La labor docente se relaciona íntimamente con el uso de material didáctico mediado por estrategias que inciten a un aprendizaje significativo a través de juegos y lúdicas en los estudiantes. Así, queda claro que los juegos son indispensables para la enseñanza de las matemáticas, en donde la selección o adecuación de una determinada actividad, para abordar determinados contenidos, incita a la resolución de múltiples problemas matemáticos y genera un aporte significativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Chacón, 2017). Consecuentemente, la situación de pandemia mundial ha motivado a los docentes a pensar en estrategias para ser usadas mediante la virtualidad y ahora, en la modalidad híbrida, estrategias didácticas que respeten los protocolos de bioseguridad.

Estos retos han demostrado que el método de aprendizaje que más utilizan los docentes en el aula es el basado en problemas porque mediante este los niños pueden exponer sus conocimientos y sus vacíos teóricos. Además, se encontró que, tanto en la virtualidad como en la presencialidad, es necesario identificar los conocimientos previos de los estudiantes porque así los docentes pueden avanzar en su aprendizaje y adaptar su ritmo de clase según las necesidades de los estudiantes. En palabras de Escudero (2012), en estas épocas postmodernas, la didáctica de la ciencia debe tener presente tres escenarios simultáneos: atender a los presupuestos modernos porque muestran las incongruencias sobre cómo enseñar y evaluar las ciencias; innovar la realidad y consumir tendencias didácticas remotas para darle paso al aprendizaje por descubrimiento, basado en problemas, cooperativo e investigativo.

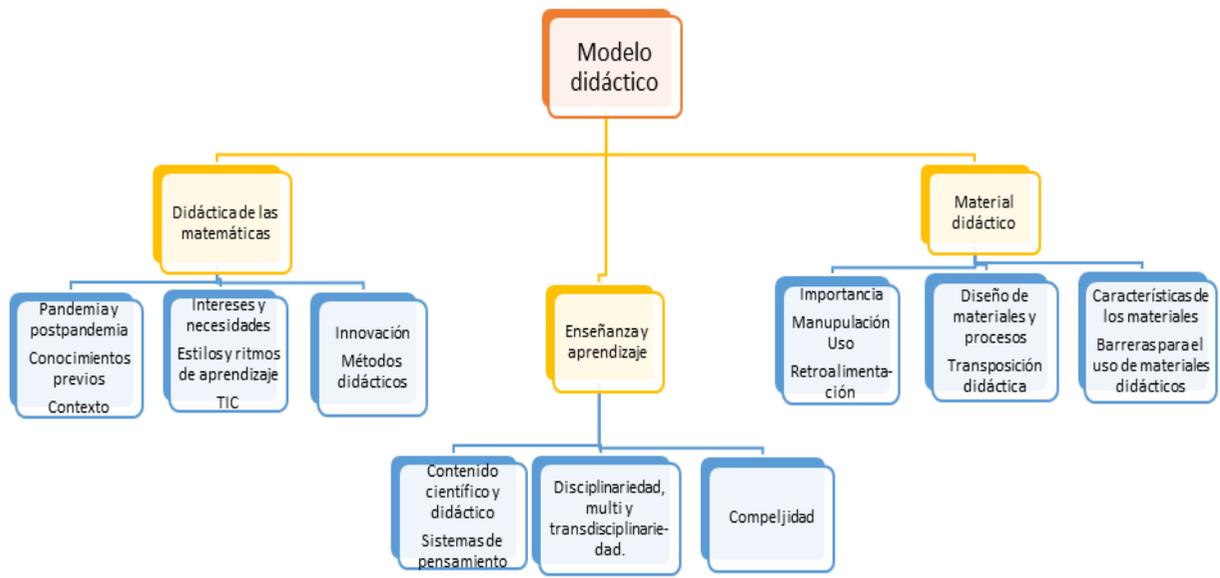
En donde el juego es aquello que une y motiva a todos los estudiantes a aprender matemáticas. Godino (2004) indica que:

El material manipulativo (sea tangible o gráfico-textual) puede ser un puente entre la realidad y los objetos matemáticos. Gran parte de la actividad matemática puede ser descrita como procesos de modelización, en el que interpretamos de forma abstracta, simplificada e idealizada un objeto, un sistema de relaciones o un proceso evolutivo que surge de la descripción de la realidad. (p. 14)

Lo anterior demuestra que el rol del docente se encuentra cargado de obligaciones que trascienden una labor profesional ordinaria, debido a que adquiere un compromiso social que busca educar a nuevas generaciones según las competencias pertinentes que demanda el contexto actual.

Gráfico 15

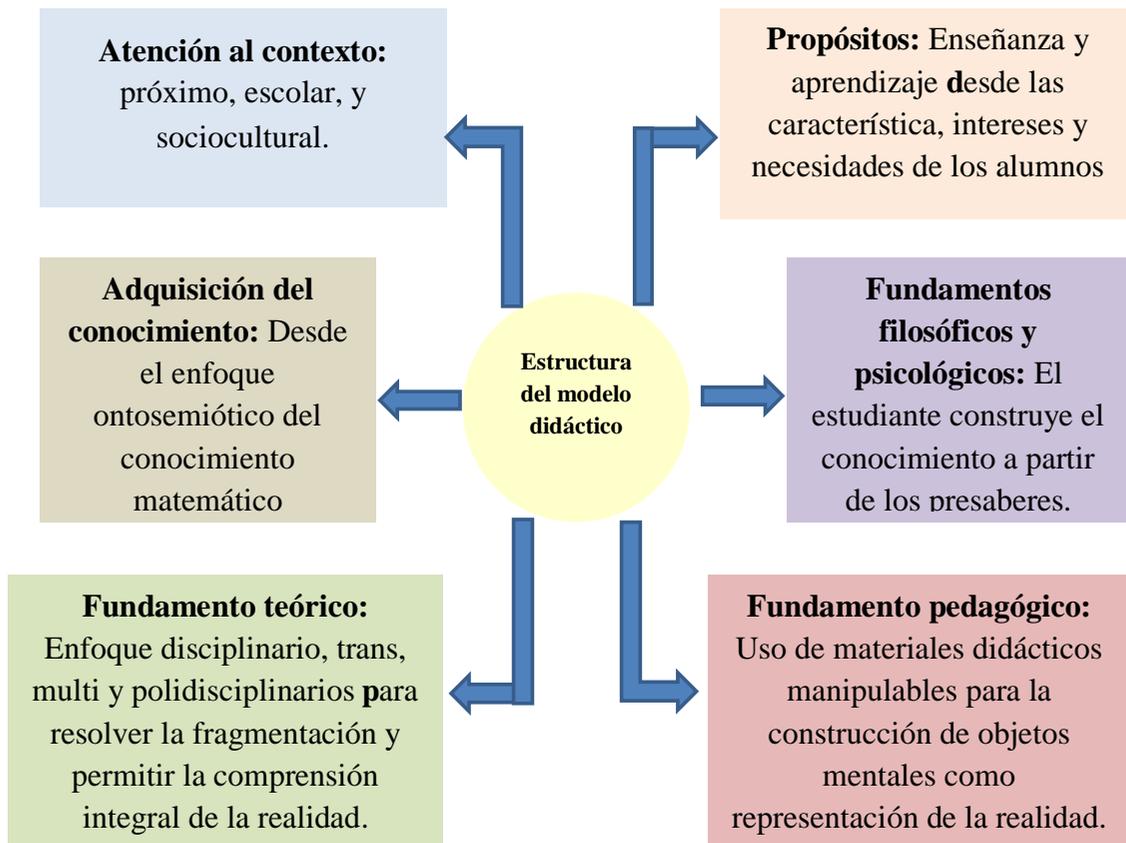
Modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables, en alumnos del ciclo de educación básica primaria



MOMENTO VI ESTRUCTURA DEL MODELO DIDÁCTICO

Gráfico 16

Estructura del modelo didáctico



Presentación

Este documento sobre el modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales manipulables en alumnos del ciclo de educación básica primaria se presenta a los docentes que desarrollan el área de matemáticas en las instituciones educativas del municipio de Piedecuesta y en consideración para los docentes de Colombia. Se busca que sea un referente facilitador, dinamizador e indicador para el desarrollo curricular que se implementa en las instituciones educativas. Debe ser asumido como propuesta generadora desde lo crítico en busca de la calidad de la educación matemática.

El modelo se construye desde un proceso investigativo por un equipo de docentes especializados en el área de matemáticas de las instituciones educativas oficiales del municipio de Piedecuesta para apoyar curricularmente el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Este proceso se realizó a partir del mes de agosto de 2021, mediante entrevistas realizadas a docentes especializados en matemáticas de educación básica primaria del sector oficial y con la orientación de la investigación por el líder de calidad educativa de la Secretaría de Educación de Piedecuesta.

Se presenta inicialmente los motivos que condujeron a la propuesta de este modelo, atendiendo al uso de materiales manipulables y a los desempeños como resultados del área de matemáticas en las instituciones educativas del municipio.

Posteriormente se pone en consideración un modelo que permita orientar a los docentes en el desarrollo de procesos y de materiales manipulables para la implementación del Proyecto Educativo Institucional. El modelo atiende el proceso de la didáctica, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la incorporación de materiales didácticos manipulables para la construcción de un conocimiento a partir del descubrimiento, y de carácter significativo e integral por los alumnos.

Se reconoce que los docentes, se constituyen en los verdaderos validadores del presente modelo, quienes a partir de su experiencia permitirán mejorar constantemente el diseño de procesos y de materiales didácticos manipulativos para resolver los problemas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Propósitos

Los propósitos del modelo didáctico que se está presentando, se encuentran encaminados principalmente al fortalecimiento de los docentes en dos dimensiones:

Ofrecer a los docentes un modelo didáctico como una herramienta teórica y práctica como una opción para la transformación de la realidad educativa de los ambientes pedagógicos, encaminados al desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Orientar a los docentes sobre el uso de materiales didácticos manipulables para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Justificación

El modelo didáctico, es un aporte para la educación, en la medida que se constituye en un referente para los docentes sobre el quehacer como profesionales frente al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en educación primaria, y primordialmente frente al uso de los materiales didácticos manipulables y el impacto que estos tienen a la hora de implementarlos en las aulas para ser dispuestos a los alumnos.

En la mejor de las intenciones, este modelo, les permitirá a los docentes apropiarse de la fundamentación de la didáctica, para implementar el proceso de enseñanza y aprendizaje, de manera clarificadora y desde un referente científico, dando solidez al ejercicio de su práctica.

Para los alumnos, resultará interesante que se atienda a sus características y naturaleza de desarrollo, junto con el proceso de enseñanza, al estar en coherencia, al momento de emprender las acciones pedagógicas. Acción que propiciará en ellos

aprendizajes con sentido y, por consiguiente, significativos. En una contribución a mejores desempeños, posibilitándoles desde su niñez, no solo adquirir el conocimiento, sino que también la vivencia del mismo en el aula, o ambientes de aprendizaje que se disponen para ello. Así mismo, se aportan reflexiones para convertir estos materiales didácticos manipulables, en los verdaderos juguetes de su niñez estudiantil desde su naturaleza lúdica, de pensamiento concreto sensorial, mágico, lleno de fantasías. En donde los estudiantes necesitan dar desborde a su curiosidad de querer conocer todo lo que les rodea, de poder dar rienda suelta a su creatividad, en consecuencia, se les permitirá concebir que los espacios alumnos sean verdaderos ambientes para el aprendizaje, donde además disfrutan, gozan y serán felices.

Por otra parte, desde el modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el docente encontrará puntos de partida que le posibilitan decidir un ambiente enriquecido con materiales didácticos, para que los niños puedan manipular libremente, y que formen parte de los procesos de aprendizaje. En donde se les estará garantizando unos aprendizajes llenos de significado desde su entorno o mundo real, lo cual los encaminará al éxito en niveles cada vez más complejos en su desarrollo de pensamiento. También, los dispondrá a conquistar los saberes y la vivencia de unas experiencias en cada etapa de la escolaridad, como garantía de aprobación y avance a los siguientes niveles en su educación, y que tendrá como efecto la disminución o eliminación de la repitencia y deserción en el sistema escolar.

Dadas las circunstancias por las cuales la humanidad atraviesa, frente a la problemática del COVID -19, y que ha llevado a hacer cambios y transformaciones sustanciales con la forma de convivir, implicando que la vida cotidiana se disponga mediante el aislamiento social, en aras de proteger la vida. Así entonces, la convivencia escolar también demanda una forma distinta en su implementación, por tanto, el currículo escolar sufrió modificaciones dado el nuevo contexto.

De una manera rigurosa se han venido haciendo ajustes en los planes de estudio, condicionando todo lo que ello implica, en cuanto a las flexibilizaciones del conocimiento a impartir, los tiempos para su enseñanza, los métodos a seguir y la

didáctica a utilizar para posibilitar la enseñanza y el aprendizaje. Esto requiere pensar en nuevas estrategias y herramientas que se ajusten a dichos cambios. En este orden, exige un nuevo modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las distintas áreas del plan de estudios y dentro de ellos, y nuevos fundamentos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Estas condiciones motivan también la propuesta de un modelo didáctico para que los docentes encuentren cómo desarrollar su labor profesional, en concordancia con la tecnología que debe asumir para poder estar en correspondencia con el nuevo modelo de alternancia que le exige su actuar en el sistema educativo también transformado, y en aras de la responsabilidad del estado por el reconocimiento como derecho de la educación a la población escolar y el cumplimiento del servicio público educativo.

Fundamento filosófico

El modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se fundamenta esencialmente en las siguientes categorías filosóficas:

Principios

Desde la propuesta de los Principios y Estándares 2000 del NCTM, según Godino (2004), propone atenderlos para el trabajo en el aula:

1. Equidad. La excelencia en la educación matemática requiere equidad unas altas expectativas y fuerte apoyo para todos los estudiantes.
2. Currículo. Un currículo es más que una colección de actividades, debe ser coherente, centrado en unas matemáticas importantes y bien articuladas a lo largo de los distintos niveles.
3. Enseñanza. Una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprensión de lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender y, por tanto, les desafían y apoyan para aprenderlas bien.
4. Aprendizaje. Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de la experiencia y del conocimiento previo.
5. Evaluación. La evaluación debe apoyar el aprendizaje de unas matemáticas importantes y proporcionar información útil tanto a los profesores como a los estudiantes.

6. Tecnología. La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y estimula el aprendizaje de los estudiantes. (p. 11-12)

Por consiguiente, Godino (2004), determina que estos:

principios que describen cuestiones cruciales y que están profundamente interconectadas con los programas de matemáticas, y que constituyen el desarrollo de propuestas curriculares, la selección de materiales didácticos, la planificación de unidades didácticas, el diseño de evaluaciones, las decisiones instruccionales en las clases, y el establecimiento de programas de apoyo para el desarrollo profesional de los profesores (p. 98).

Contexto

El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar (no sólo físico, sino ante todo sociocultural) desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y, por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas. La palabra contexto, tal como se utiliza en los Lineamientos Curriculares, se refiere tanto al contexto más amplio (al entorno sociocultural, al ambiente local, regional, nacional e internacional (como al contexto intermedio de la institución escolar) en donde se viven distintas situaciones y se estudian distintas áreas y al contexto inmediato de aprendizaje preparado por el docente en el espacio del aula, con la creación de situaciones referidas a las matemáticas, a otras áreas, a la vida escolar y al mismo entorno sociocultural, etc., o a situaciones fantásticas, a partir de las cuales los estudiantes puedan pensar, formular, discutir, argumentar y construir conocimiento en forma significativa y comprensiva.

Godino (2018) propone desde el “enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático, que el significado comienza siendo pragmático, relativo al contexto, que permiten orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático” (p.7), lo que lleva a pensar, que un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, debe contener actividades basadas en procesos conceptuales, motrices y

que involucren objetos que permitan la floración de significancia desde la realidad o contexto de los alumnos, para la construcción del conocimiento matemático.

Según estas consideraciones, los docentes de aula en ejercicio, es decir, quienes ya se encuentran desarrollando procesos de enseñanza y promoviendo el aprendizaje a grupos de alumnos de la primaria, tendrán que contemplar a esos estudiantes como una comunidad que autónomamente establece comprobaciones desde una lógica matemática, a partir de razonamientos, la formulación de hipótesis, la invención, la resolución de situaciones, y la aplicación en contextos determinados. Esto incentivó a la formulación del modelo didáctico desde la teoría de las matemáticas en relación con el conocimiento y el rol que debe asumir el docente y alumnos para su aplicación en la vida diaria.

Los recursos didácticos manipulativos según Godino (2004) considera que estos “en realidad, constituyen los instrumentos semióticos del trabajo matemático (sea éste profesional o escolar)” (p. 131). Y los describe y clasifica como: “manipulativos tangibles” y “manipulativos gráfico-textuales-verbales” (p. 131); y para el modelo que se está proponiendo, corresponden a los materiales didácticos manipulativos que se incorporan.

El docente usará su saber disciplinar para establecer intercambios pedagógicos y socioafectivos con sus estudiantes, con el fin de promover una didáctica que incite a la transposición de contenidos. “se trata de descubrir las matemáticas que hay en la vida cotidiana para favorecer que los niños y niñas aprendan a verlas, a interpretarlas, a comprenderlas, para que progresivamente puedan desarrollarse mejor en este contexto” (Alsina, 2017 p. 66)). Igualmente, el contexto es una herramienta valiosa para trabajar desde la realidad los cinco pensamientos matemáticos, que estipula en Ministerio de Educación Nacional, para que el estudiante vaya reconociendo los diversos componentes que tiene la matemática y su relación con otras disciplinas. Tal como lo expresaron los docentes entrevistados, debido a que ellos recurren, generalmente, a aspectos de las ciencias sociales, naturales y de la lengua española para tratar temas matemáticos y así darles una complejidad gradual a sus contenidos.

la UNESCO, (2020). Consideró que:

[...] la pandemia ha modificado los contextos para el desarrollo del currículo, mediante el uso de plataformas y diferentes condiciones sobre las cuales se había diseñado, y también en lo relacionado con aprendizajes y competencias que adoptaron mayor relevancia en el actual contexto. (p. 4)

Las adecuaciones curriculares y los materiales pedagógicos que se elaboren tendrán que atender a las necesidades de la población escolar, como lo son apoyos necesarios para estudiantes con discapacidad o en condiciones diversas que han dificultado la continuación de estudios. También, se debe abordar la diversidad lingüística y cultural de poblaciones migrantes y de comunidades indígenas. Y, además, es necesario incorporar un enfoque de género que permita visibilizar y erradicar situaciones de desigualdad o violencia de género que podrían estar viéndose profundizadas en el contexto de confinamiento.

El juego es aquello que une y motiva a todos los estudiantes a aprender matemáticas. (Godino, 2004) indica que:

El material manipulativo (sea tangible o gráfico-textual) puede ser un puente entre la realidad y los objetos matemáticos. Gran parte de la actividad matemática puede ser descrita como procesos de modelización, en el que interpretamos de forma abstracta, simplificada e idealizada un objeto, un sistema de relaciones o un proceso evolutivo que surge de la descripción de la realidad. (p. 14)

. Esto demuestra que el rol del docente se encuentra cargado de obligaciones que trascienden una labor profesional ordinaria, debido a que adquiere un compromiso social que busca educar a nuevas generaciones según las competencias pertinentes que demanda el contexto actual.

Por tanto, lo didáctico desde la enseñanza y aprendizaje, tendrá implicaciones polidisciplinarias dadas las exigencias curriculares que deben ser construidas en el actual contexto, donde las matemáticas deben estar relacionadas con las demás áreas del conocimiento, y no exclusivamente desde sí mismas. Portugal (2009) enuncia que:

los problemas y soluciones derivados de la atomización y creciente especialización de las ciencias del hombre; este hecho ha dado origen a propuestas que intentan establecer diálogos, puentes y convergencias denominadas multidisciplinariedad, interdisciplinariedad, transdisciplinariedad, y postdisciplinariedad, con lo que se pretende resolver esta fragmentación y permitir la comprensión integral de la realidad. (p. 157)

Soler (2017) describe que “en la segunda mitad del siglo XX y en los comienzos del siglo XXI se intensificó el abordaje de la complejidad, de forma explícita y sistemática, desde diversas perspectivas conceptuales y experimentales” (p. 1). Por ello la didáctica de las matemáticas será abordada desde un enfoque sistémico, que permita interrelacionar los diversos pensamientos en que se ha organizado el conocimiento matemático, lo cual constituye su complejidad. El objeto de estudio se abordó desde el enfoque de la complejidad, Morín (citando en Soler 2017) plantea que:

La idea de interrelación remite a los tipos y formas de unión entre los elementos o individuos, entre estos elementos / individuos y el Todo. La idea de “sistema” remite a la unidad compleja del todo interrelacionado, a sus caracteres y propiedades fenoménicas. La idea de organización remite a la disposición de las partes dentro, en y por un Todo. (p. 59)

Siendo ello la configuración de esta propuesta didáctica que se diseñó para la implementación del proceso de enseñanza y aprendizaje que conduce a la adquisición del conocimiento, desde una mirada de la complejidad y sistemática.

Pero ese saber o conocimiento debe abordarse de tal manera que pueda ser comprendido tanto por el docente como por los alumnos Chevallard (1998) cuando se refiere que “el trabajo que transforma de un objeto de saber a enseñar a un objeto de enseñanza, es lo que denominamos transposición didáctica” (p. 16). Esto en la medida que, para el acto educativo de la enseñanza y el aprendizaje, los docentes, toman lo establecido por la ciencia de la didáctica, y lo transfieren a las acciones educativas para dar a conocer un determinado concepto, proceso o relaciones del conocimiento establecido en los planes de estudios de las instituciones educativas. Por ende, para el caso del modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el ciclo de la educación primaria, recurre a dicha transposición didáctica, cuando los

docentes toman de la didáctica científica sus conceptualizaciones y las aplican en el aula de clases para facilitar los aprendizajes de los alumnos, a través de los procesos de enseñanza y desde la complejidad del actual contexto.

Para Morín (citado en Soler, 2017) “la complejidad es un tejido de constituyentes heterogéneos inseparablemente asociados que presentan la paradoja de lo uno y lo múltiple, de la incertidumbre, de la indeterminación y lo aleatorio, de la mezcla entre el orden y el desorden.” (p. 3). Ello, porque tiene conexión desde el punto de partida de la realidad actual tanto a nivel nacional y mundial, frente a la situación de pandemia provocada por el COVID - 19, con la convicción de que lo que vivimos hoy día, son los inicios de un mundo nuevo y que la renovación del pensamiento es el primer paso para crear ese nuevo mundo, que se torna cada vez más complejo, en la medida en que se deben atender a innumerables frentes para el desarrollo del proceso formativo de los alumnos. Aquí se encuentra un gran reto que, visto desde la educación, es lo que el citado autor denomina como el pensamiento complejo, al enmarcar el conocimiento como un todo entrelazado en las relaciones que tienen cada una de las partes que estructuran la realidad, concebidas como un sistema. Es por ello que el modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, busca constituir cada una de las partes que estructuran el todo del conocimiento propuesto en los planes de estudio por las instituciones alumnos, los cuales requieren de metodologías y materiales didácticos para su implementación en la búsqueda de los nuevos saberes por los alumnos.

Todos los países constituyen planes de desarrollo que se basan en la inversión en los diferentes campos que requiere la población. Dentro de estos planes de desarrollo se encuentra la atención de la educación, desde el planteamiento de unos fines propios que se buscarán alcanzar a través del tiempo. Es así que dentro de esta gama de pretensiones se encuentran los planes de estudio que guiarán a la población en la conquista de unos saberes conforme a su contexto para complementar en el tiempo la cultura local y ponerse a tono con los avances del mundo.

A lo anterior, se suma la necesidad de valorar y atender los efectos que, a corto o mediano plazo, conllevan el confinamiento y el desarrollo del trabajo educativo en casa, para el estado emocional y el proceso de desarrollo y aprendizaje de las niñas, niños y jóvenes, junto con su posibilidad de permanencia dentro del sistema educativo. De este modo, exploraciones recientes divulgadas en el contexto internacional indican que el proceso de aprendizaje con acompañamiento remoto en casa ha contribuido a que el impacto del aislamiento en las brechas de acceso a la educación y a que los aprendizajes y la equidad hayan sido menores a los que se hubieran presentado de no generar una oferta educativa en los hogares. Interacciones que son posibles gracias a la experiencia educativa institucional.

Los recursos digitales permiten a docentes y estudiantes mantener una dinámica interactiva por medio de Ambientes Digitales de Aprendizaje (ADA) que estén acordes con el contexto y necesidades específicas, en las cuales se involucran diferentes tipos y fuentes de información, en plataformas digitales. En cualquier caso, es fundamental que la selección de contenidos corresponda a los objetivos de aprendizaje priorizados.

Esta mediación pedagógica se caracteriza por facilitar a docentes y estudiantes el uso de gran variedad de contenidos que se encuentran en la Internet. Se desarrolla un acompañamiento a distancia y pone a disposición de docentes, estudiantes y familias, tecnologías, recursos y herramientas que permiten desarrollar aprendizajes que de manera sistemática le ayudarán a solucionar retos cotidianos, a tomar decisiones, a reflexionar y comprender las dinámicas de su contexto. La interacción es permanente a través de una comunicación multidireccional o de redes entre más de tres personas, y está orientada por el docente gracias a la información y retroalimentación que brinda al estudiante.

En el contexto de emergencia sanitaria, el concepto de alternancia está referido a la prestación del servicio educativo mediante la conjugación de distintas variables y circunstancias presentes en la operación del mismo, de acuerdo con las posibilidades de la población, de la institución y del territorio. Así, la pandemia es una excelente oportunidad para cambiar la forma en que enseñamos matemáticas en las escuelas.

Fundamentos Psicológicos

Godino (2004). determina que:

cuando queremos enseñar un cierto contenido matemático, hay que adaptarlo a la edad y conocimientos de los estudiantes, con lo cual hay que simplificarlo, buscar ejemplos asequibles a los estudiantes, restringir algunas propiedades, usar un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usados por el matemático profesional. (p. 42)

En consecuencia, hay que hacer una “transposición didáctica” [...] que significa “el cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado como objeto de enseñanza” (p. 42). Esto implica un modelo didáctico que contemple la enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático, adaptado a las características de los alumnos, desde sus intereses y necesidades cognitivas, del desarrollo del pensamiento y desde lo socioafectivo, propio de su edad cronológica y psicológica, por la cual están desarrollándose en la escolaridad.

En cuanto a los modelos didácticos que cumplan con las anteriores exigencias, Canales (2013) plantea que “todo docente intenta emplear el método idóneo para tratar desarrollar el máximo potencial en cada uno de sus estudiantes para preparar así individuos críticos, autónomos, capaces de tomar decisiones y de vivir en sociedad” (p. 2). Por tanto, el modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debe lograr tales propósitos. Canales (2013), describe que “todo lo que se hace en el aula forma una dinámica y forma de trabajar inscrita en un marco epistemológico que recoge el cómo se genera y se valida el conocimiento, fundamentado por una base psicológica y pedagógica”. (p. 4). En consecuencia, el modelo didáctico debe orientar para permitir a los alumnos construir el conocimiento, como lo plantea Bruner (citado en Canales, 2002): “lo que hay que conseguir, es que el alumno sea activo y protagonista en este proceso” (p. 12). Y Canales (2013) establece que “para tratar desarrollar su máximo potencial, el pensamiento crítico, el desarrollo de la autonomía y su armonización con la sociedad” (p. 2), mediante los procesos de enseñanza y aprendizaje que propicien el desarrollo de dichas categorías para su formación integral.

Según Canales (2013) el modelo de la didáctica tradicional como:

transmisión-recepción, academicista, normativo o pasivo, es precisamente donde al alumno se le considera como páginas en blanco y es misión del profesor ir llenando esas páginas con conocimientos que solo él posee y que son considerados como verdaderos y se van acumulando uno tras otro en la cabeza del alumno. (p. 10)

El modelo didáctico solo exigirá una actividad pasiva de los estudiantes, donde solo memorizan y retienen y no se les permitirán procesos cognitivos de comprensión e interpretación más allá de lo recitado por el docente quien es poseedor de la verdad.

Pero si, por el contrario, el modelo didáctico que se propone es bajo el enfoque por “descubrimiento”, vamos a encontrar una dinámica muy distinta al enfoque tradicional, Brunner (citado en Canales, 2013) consideraba que “los individuos constantemente están recibiendo información, procesándola y organizándola en su cabeza, y lo que hay que conseguir, es que el alumno sea activo y protagonista en este proceso”. (p. 12). Esta idea permite considerar que, gracias a la condición natural de los estudiantes de ir en la búsqueda del conocimiento, su experiencia es activa y tienen una propia iniciativa para aprender. Por tanto, se formulará un modelo didáctico que promueva estas condiciones naturales de los alumnos para desarrollar unos procesos de enseñanza y aprendizaje del conocimiento que contemplen tales condiciones, para obtener un aprendizaje desde la autonomía de los estudiantes.

Para el modelo didáctico constructivista Canales (2013), indica que “la escuela es un lugar de iniciación y puesta en contacto con la cultura, es la escuela quien facilita ese acceso y la interpretación personal de cada individuo, a la par que interviene planificando aspectos que promuevan el desarrollo del alumnado” (p. 15). Para ello, “el alumno es el principal protagonista y el que va construyendo sus conocimientos, él es el mayor responsable de este proceso, aunque no está solo en su viaje” (Canales, 2013, p. 15). Por ende, el modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde la propuesta investigativa abordará tales consideraciones, desde el hacer del alumno, donde el conocimiento que irán apropiando los alumnos provendrá desde su propio contexto cultural desde lo que se planifica como objeto de

conocimiento, y así sean protagonistas de su propio aprendizaje en el abordaje para descubrirlo.

Desde la investigación, se buscó que las diferentes posturas que se asumen sobre los modelos didácticos para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria, se hiciera una reflexión desde los enfoques tradicionales, por descubrimiento y constructivistas, para la generación de un nuevo modelo de didáctica. Y en consecuencia, brindar a los docentes un modelo didáctico que les proporcione orientaciones en doble vía, donde deberán implementar una didáctica que se encuentre a tono con el desarrollo del pensamiento de los alumnos en el ciclo de la educación básica primaria, y relacionada de manera directa con su entorno o realidad natural y, desde la tecnológica, en respuesta a las condiciones del modelo de alternancia que se implementa como trabajo académico en casa y desde la presencialidad progresiva dadas las exigencias de la pandemia y de la post pandemia. Para la implementación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como área que se encuentra dentro de la estructura del plan de estudios propio de la educación básica primaria, y que debe ser impartida para complementar el desarrollo integral de los alumnos en esta etapa de estudios.

Fundamentos Pedagógicos

Si el aprendizaje de las matemáticas requiere comprensión por parte de los estudiantes, entonces se deberá recurrir a procesos que vinculen esa acción de comprensión, indicando que por parte del estudiante, dichas acciones le permitirán llegar a tal propósito, por tanto, se deberá iniciar con procedimientos que el docente implementará para que esta comprensión quede asimilada en los alumnos, retomando el conocimiento científico, y que lo transpone didácticamente en el ejercicio de la enseñanza y el aprendizaje con sus estudiantes. En consecuencia, emprendiendo acciones dinámicas y a establecer relaciones con su conocimiento. En pocas palabras, que los alumnos partan de lo que ya saben para adquirir el conocimiento con el cual van a entrar en contacto y moldearlo a partir de su propia experiencia que los invita a descubrirlo.

Godino (2004) en relación con lo anterior, es relevante que a medida que se vayan conociendo las nociones de los docentes de matemáticas, se atiendan a dos de los principios de la enseñanza de las matemáticas, para el trabajo en el aula con los alumnos, según lo dispuesto por Principios y Estándares (2000) del NCTM.:

La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprensión de lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender, y por tanto les desafían y apoyan para aprenderlas bien.

Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de la experiencia y el conocimiento previo, Estos principios deben ser tenidos en cuenta en el desarrollo de propuestas curriculares, la selección de materiales didácticos, en la planificación de unidades didácticas, las decisiones instruccionales en las clases (p. 12).

Entonces, el docente fijará una posición de guía frente al trabajo del estudiante, y será copartícipe de ese aprendizaje con él, como de las creaciones y descubrimientos que se suceden dentro los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aquí el docente tendrá que tener formación tanto en el conocimiento de la disciplina que imparte como de su didáctica para poder enseñarla y posibilitar su aprendizaje.

La UNESCO (citada en Ruiz, 2008) plantea que: “existen factores relacionados con los docentes de matemática que afectan su proceso de enseñanza aprendizaje, siendo la, [...] Falta generalizada de profesores de ciencias en todos los niveles de los sistemas educativos” (p. 2). y en la educación primaria, del municipio de Piedecuesta, se puede decir que la mayoría de docentes vinculados carecen de especialización en las diferentes áreas del conocimiento. Por otra parte, Ruiz (2008) indica que se da la “existencia de profesores de ciencias que, aunque con un adecuado dominio del contenido matemático, carecen de una formación didáctica sólida” (p. 2). Esto es que a apenas tienen una formación básica sobre este saber, situación que frena el avance del conocimiento al que deberían estar optando los alumnos.

En tal sentido, lo propuesto para la enseñanza y aprendizaje, por parte de los docentes a los alumnos, no se hace atendiendo criterios validados dentro de una didáctica propia en esta área, con la consecuencia de un aprendizaje a distancia del

deber ser. Ruiz (2008) plantea que se constituye en “el peor de los casos en que el profesor de ciencias no tiene un adecuado dominio del contenido que imparte” (p. 2). Esto es grave, ya que se está desarrollando una enseñanza y unos aprendizajes sin la debida fundamentación científica y se está propiciando la construcción de un conocimiento cimentado en el error y la duda. Es normal que, en la labor docente, un buen profesor de matemática no alcance todos los objetivos previstos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pero bajo la dirección de un profesor incompetente profesionalmente, por cualquiera de los factores anteriormente señalados, el aprendizaje resulta poco sólido y engañoso.

En otro sentido Castillo (2008) considera que, desde las TICS, surge una propuesta pedagógica basada en el constructivismo para su uso óptimo en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, “como consecuencia de la inminente incorporación de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) a la enseñanza de las ciencias, y particularmente a la de la matemática, se ha visto transformada la práctica pedagógica de los docentes” (p. 171). En la educación, hay investigaciones sobre la importancia de las TIC: “Sobre las ventajas que ofrece su utilización (la mejor manera de sacarles provecho, al ser medios o herramientas que contribuyen a enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje–aprendizaje)” (p. 172). En este sentido, desde las TICS, el docente encuentra herramientas didácticas para el trabajo propuesto en el aula a sus estudiantes, y de manera especial desde una forma muy atractiva para ellos, es impórtate saberlos orientar a su uso de manera adecuada, según corresponda las temáticas que se van a tratar dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje y en relación con las características del grupo.

Gallego Gil Domingo (2008) determina que “la enseñanza debe adaptarse al alumno, y no al revés” (p. 1). Por ello la enseñanza debe ir a tono con sus características y necesidades, y dentro de estas el estilo como aprende de manera particular. Por ello, “el conocimiento de los Estilos de Aprendizaje de los estudiantes constituye el primer paso para mejorar nuestra labor docente.” (p. 1). Siendo ello una de las acciones que todo docente debe realizar para conocer los estilos de aprendizaje de sus estudiantes, y de ello partir para emprender los procesos de enseñanza y aprendizaje. Lo cual

permite a los alumnos estar interactuando en los ambientes de aprendizaje a tono como desde su condición natural para aprender, y sintiéndose cómodos y a gusto con lo que hacen. Los estilos de aprendizaje considerados por Gallego (2008) “son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje” (p. 96).

Gallego (2008), considera que “difícilmente puede entenderse una buena labor docente sin un conocimiento teórico seguido de un desarrollo práctico, y viceversa.” (p. 96). Por tanto, llegar al conocimiento matemático es pertinente que el docente oriente a los estudiantes hacia un aprendizaje desde la práctica, y en consecuencia deberá disponer de los recursos didácticos como materiales manipulativos para este cometido.

Castillo (2008), en su obra Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, indica que:

Ya no se debate sobre su necesidad, sino sobre las ventajas que ofrece su utilización (la mejor manera de sacarles provecho, al ser medios o herramientas que contribuyen a enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje), su incidencia en la cognición y procesos del pensamiento de los estudiantes y la manera como impactan en la reestructuración del currículo educativo. (p. 1)

En este sentido las TICS, son en nuestra época uno de los grandes medios y herramientas para la facilitación del conocimiento dentro de los diferentes ambientes formativos. Y los docentes y estudiantes encuentran en ellas una de las mejores formas para adquirir los conocimientos.

Muñoz (2016) en su obra Didáctica de las matemáticas para docentes de Educación Primaria, plantea que:

La Didáctica de las Matemáticas, es un área de conocimiento con identidad propia, con fundamentos y herramientas metodológicas específicas, que se nutre de la matemática y de otras ciencias de la educación, pues, son las matemáticas como objeto de enseñanza y

aprendizaje, y el foco, es el profesor en su cometido de enseñar matemáticas y en los requerimientos epistemológicos y pedagógicos que exige su práctica profesional. (p. 90)

Chacón (2017) en su estudio, didáctica para la enseñanza de la matemática a través de los seminarios talleres: juegos inteligentes, establece que [...] “los juegos en la enseñanza de la Matemática conllevan a motivar al estudiante con situaciones atractivas y recreativas” (pp. 79-88)” (p. 6). Siendo ello actividad fundamental para el trabajo con los alumnos a la hora de desarrollar en los distintos ambientes de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El juego debe ser integrado al momento de propiciar aprendizajes, ya que este, estimula al alumno a seguir las pautas propuestas sobre un determinado juego que se elabora como recurso didáctico.

Godino (2004). determina que:

cuando queremos enseñar un cierto contenido matemático, hay que adaptarlo a la edad y conocimientos de los estudiantes, con lo cual hay que simplificarlo, buscar ejemplos asequibles a los estudiantes, restringir algunas propiedades, usar un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usados por el matemático profesional. (p. 42)

En consecuencia, hay que hacer una “transposición didáctica” [...] que significa “el cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado como objeto de enseñanza” (p. 42). Esto implica un modelo didáctico que contemple la enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático, adaptado a las características de los alumnos, desde sus intereses y necesidades cognitivas, del desarrollo del pensamiento y desde lo socioafectivo, propio de su edad cronológica y psicológica, por la cual están desarrollándose en la escolaridad.

Canales (2013) plantea que “todo docente intenta emplear el método idóneo para tratar desarrollar el máximo potencial en cada uno de sus estudiantes para preparar así individuos críticos, autónomos, capaces de tomar decisiones y de vivir en sociedad” (p. 2). Por tanto, el modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debe lograr tales propósitos. Canales (2013) describe que “todo lo que se

hace en el aula forma una dinámica y forma de trabajar inscrita en un marco epistemológico que recoge el cómo se genera y se valida el conocimiento, fundamentado por una base psicológica y pedagógica” (p. 4). En consecuencia, el modelo didáctico debe orientar para permitir a los alumnos construir el conocimiento, como lo plantea Bruner (citado en Canales, 2002) quien consideraba que “lo que hay que conseguir, es que el alumno sea activo y protagonista en este proceso” (p. 12). De igual modo, Canales (2013) establece que “para tratar desarrollar su máximo potencial, el pensamiento crítico, el desarrollo de la autonomía y su armonización con la sociedad” (p. 2), mediante los procesos de enseñanza y aprendizaje que propicien el desarrollo de dichas categorías para su formación integral.

Para el modelo didáctico constructivista Canales (2013) indica que “la escuela es un lugar de iniciación y puesta en contacto con la cultura, es la escuela quien facilita ese acceso y la interpretación personal de cada individuo, a la par que interviene planificando aspectos que promuevan el desarrollo del alumnado” (p. 15). Para ello Canales (2013) describe que “el alumno es el principal protagonista y el que va construyendo sus conocimientos, él es el mayor responsable de este proceso, aunque no está solo en su viaje” (p. 15). Por ende, el modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde la propuesta investigativa abordará tales consideraciones, desde el hacer del alumno, donde el conocimiento que irán apropiando los alumnos provendrá desde su propio contexto cultural desde lo que se planifica como objeto de conocimiento, y así sean protagonistas de su propio aprendizaje en el abordaje para descubrirlo.

Castillo (2008) considera que, desde las TICS, surge una propuesta pedagógica basada en el constructivismo para su uso óptimo en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, “como consecuencia de la inminente incorporación de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) a la enseñanza de las ciencias, y particularmente a la de la matemática, se ha visto transformada la práctica pedagógica de los docentes” (p. 171). En la educación, hay investigaciones sobre la importancia de las TIC: “Sobre las ventajas que ofrece su utilización (la mejor manera de sacarles provecho, al ser medios o herramientas que contribuyen a enriquecer el proceso de

enseñanza y aprendizaje–aprendizaje)” (p. 172). En este sentido desde las TICS, el docente encuentra herramientas didácticas para el trabajo propuesto en el aula a sus estudiantes, y de manera especial desde una forma muy atractiva para ellos, es impórtate saberlos orientar a su uso de manera adecuada, según corresponda las temáticas que se van a tratar dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje y en relación con las características del grupo.

Gallego Gil Domingo (2008) determina que “la enseñanza debe adaptarse al alumno, y no al revés” (p. 1). Por ello la enseñanza debe ir a tono con sus características y necesidades, y dentro de estas el estilo como aprende de manera particular. Por ende, este mismo autor indica que “el conocimiento de los Estilos de Aprendizaje de los estudiantes constituye el primer paso para mejorar nuestra labor docente” (p. 1). Siendo ello una de las acciones que todo docente debe realizar para conocer los estilos de aprendizaje de sus estudiantes, y de ello partir para emprender los procesos de enseñanza y aprendizaje. Lo cual permite a los alumnos estar interactuando en los ambientes de aprendizaje a tono como desde su condición natural para aprender, y sintiéndose cómodos y a gusto con lo que hacen. Los estilos de aprendizaje considerados por Gallego (2008) “son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje” (p. 96).

Gallego (2008) considera que “difícilmente puede entenderse una buena labor docente sin un conocimiento teórico seguido de un desarrollo práctico, y viceversa.” (p. 96). Por tanto, llegar al conocimiento matemático es pertinente que el docente oriente a los estudiantes hacia un aprendizaje desde la práctica, y en consecuencia deberá disponer de los recursos didácticos como materiales manipulativos para este cometido.

En las instituciones educativas, se observa el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, de múltiples maneras por los docentes, quienes recurren a diferentes métodos para aproximar el conocimiento a sus alumnos. No obstante, cabe precisar que los desempeños académicos de estos últimos, a la hora de evidenciar sus

resultados, no son los más apropiados. Un resultado poco favorable, a pesar de que algunos docentes sí emplean materiales didácticos manipulables y se los proporcionan a los niños para que los exploren y obtengan de esta experiencia las conceptualizaciones deseadas en algunos momentos dados. Estos materiales didácticos manipulativos aportan a los alumnos múltiple información, que les facilita apropiarse de un saber que descubren al establecer relación con dichos materiales, y que resultaría muy difícil obtenerlo, solo con la propuesta formal del discurso teórico y emitido en su oralidad por el docente.

Pero, otros docentes, cuando se requiere el uso de materiales didácticos manipulables, no los incorporan para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, dejando que la única aproximación del pensamiento sea a través del plano formal, donde las experiencias vividas por los alumnos son exclusivas en lo reflexivo, y sacándolos de su condición de intereses y necesidades. Aspectos que son propios de la psicología en la etapa de escolaridad primaria, la cual obedece a la exploración sensorial y concreta frente a los procesos cognitivos, y que deben originarse a partir de la interacción con los materiales que deben usar y manipular para dicho propósito. De este modo, en el caso de los docentes que carecen del uso de materiales didácticos manipulativos, se puede decir que los aprendizajes que adquieren los niños se encuentran lejos de lo que requieren para su construcción de la imagen de dicha realidad, a partir de sus sentidos.

Lo anterior conlleva a que los desempeños de los alumnos, sean distantes de ser significativos, y por consiguiente no muy alentadores sobre las distintas temáticas que constituyen los aprendizajes en la educación básica primaria. Y cuando los docentes no dan el adecuado uso de los materiales didácticos dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, están retardando o impidiendo el desarrollo de procesos cognitivos básicos que deben ser experimentados por los alumnos, en esta etapa de la educación primaria. Lo anterior conlleva unas consecuencias que se resumen en tener mayores dificultades sobre unos contenidos aprendidos sin sentido y al enfrentar mayores dificultades en sus estudios secundarios, por no haber cubierto esta etapa en la primaria con materiales concretos.

En este orden, el modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables en alumnos en la educación básica primaria, comprende que los materiales pasarían a ser las diferentes manifestaciones observables, explicadas e interpretadas sobre aquellas que se generan durante el proceso educativo, y de igual manera sobre los efectos que estos materiales didácticos conllevan sobre el impacto que hacen en los aprendizajes de los alumnos.

El abordaje de la realidad no basta con dar explicaciones al fenómeno del uso del material didáctico manipulable durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, corresponde también, expresar e interpretar los efectos generados en los alumnos sobre los conocimientos adquiridos y la dimensión de estos mismos conocimientos en el plano cognitivo, social, cultural y sobre la estimulación en ellos a continuar en nuevos hallazgos para el saber, para una educación inclusiva, y para un desarrollo sostenible y de calidad.

Atendiendo a los aportes de Jean Piaget, Lev Vygotsky, Roger Bruner y Ausubel se presentan de manera sintética los conceptos y puntos de vista sobre el proceso de enseñanza, expuesto en su teoría sobre el estadio de operaciones concretas (Olmedo, 2010). En este sentido, los autores llegan a determinadas conceptualizaciones, las cuales se exponen a continuación:

Cuadro 1

El proceso de enseñanza y aprendizaje desde el pensamiento constructivista

Teórico	Teoría	Concepto de enseñanza	Concepto de aprendizaje
Jean Piaget	Teoría cognitiva	<i>Según esta concepción de aprendizaje, la enseñanza, debe proveer las oportunidades y materiales para que los niños aprendan activamente, descubran y formen sus propias concepciones o nociones del mundo que les rodea, usando sus propios instrumentos de asimilación de la realidad que provienen de la actividad constructiva de la inteligencia del sujeto.</i>	<i>Para Piaget el aprendizaje es un proceso que mediante el cual el sujeto, a través de la experiencia, la manipulación de objetos, la interacción con las personas, genera o construye conocimiento, modificando, en forma activa sus esquemas cognoscitivos del mundo que lo rodea, mediante el proceso de asimilación y acomodación.</i>

Lev Vygotsky	Teoría socio histórica cultural)	: debe descubrir la Zona de Desarrollo Próximo. ya que tiene que ver con lo que niño puede hacer con ayuda, preocupándose de conductas o conocimientos en proceso de cambio. Esta Zona de desarrollo al grado de modificabilidad e indica las habilidades, competencias que se pueden activar mediante el apoyo de mediadores para interiorizarlas y reconstruirlas por sí mismo.	Se produce en un contexto de interacción con: adultos, pares, cultura, instituciones. Estos son agentes de desarrollo que impulsan y regulan el comportamiento del sujeto, el cual desarrolla sus habilidades mentales (pensamiento, atención, memoria, voluntad) a través del descubrimiento y el proceso de interiorización, que le permite apropiarse de los signos e instrumentos de la cultura, reconstruyendo sus significados.
Jerome Bruner	Aprendizaje por descubrimiento)	Debe entusiasmar a los estudiantes a descubrir principios por sí mismos. Entre el docente y educando debiera existir un diálogo y un compromiso, donde la función del docente es traducir la información para que sea comprendida por el educando, organizando la nueva información sobre lo aprendido previamente por el estudiante, estructurando y secuenciándola para que el conocimiento sea aprendido más rápidamente.	: Proceso activo en que los estudiantes construyen o descubren nuevas ideas o conceptos, basados en el conocimiento pasado y presente o en una estructura cognoscitiva, esquema o modelo mental, por la selección, transformación de la información, construcción de hipótesis, toma de decisiones, ordenación de los datos para ir más allá de ellos.
David Ausubel	Aprendizaje significativo	Proceso mediante el cual se busca que el conocimiento nuevo que se promueve debe centrarse en los conocimientos previos que tienen los estudiantes. Se busca enseñar mediante el descubrimiento a que deben llegar los estudiantes desde la propuesta del docente.	Para Ausubel, es un proceso mediante el cual toda información nueva se asocia a un aspecto relevante del individuo (concepto integrador) y sobre el cual se apoyan y se construyen los nuevos conocimientos. Ausubel acuñó el término aprendizaje significativo. así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje y según Serrano (1990, 59), aprender significativamente “consiste en la comprensión, elaboración, asimilación e integración a uno mismo de lo que se aprende”. El aprendizaje significativo combina aspectos cognoscitivos con afectivos y así personaliza el aprendizaje.

Nota: Olmedo (2010), conceptos sobre enseñanza y aprendizaje desde el pensamiento constructivista

Fundamentos matemáticos

Programa del modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Para la enseñanza y aprendizaje Godino (2010) enuncia que:

[...] “los fenómenos de enseñanza - aprendizaje bajo el enfoque sistémico. Bajo esta perspectiva, el funcionamiento global de un hecho didáctico no puede ser explicado por el estudio separado de cada uno de sus componentes, de igual manera que ocurre con los fenómenos económicos o sociales. (p. 28)

El modelo didáctico está estructurado por módulos, los cuales atenderán los cinco procesos generales que se contemplarán en los lineamientos curriculares de matemáticas: “Formular y resolver problemas; Modelar procesos y fenómenos de la realidad; Comunicar; Razonar; Formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” Ministerio de Educación Nacional Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá. (1998 p. 51).

La formulación, tratamiento y resolución de problemas corresponde a un proceso que se desarrolla para todas las actividades de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas el cual requiere del uso de materiales didácticos manipulables; se convierte en el proceso central de las matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los estudiantes. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (p. 51)

La modelación puede entenderse como la representación real con materiales didácticos manipulativos o

como sistema figurativo mental, o gráfico que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema (a veces se dice también una estructura) que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. Un modelo se produce para poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales mediante el uso de materiales manipulables o imaginados, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar hacia las demostraciones (p. 52)

La comunicación del conocimiento matemático se concibe como

las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas (p. 54)

Godino (2018) propone desde el “enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático, que el significado comienza siendo pragmático, relativo al contexto, que permiten orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático” (p.7). Lleva a pensar, que un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, debe contener actividades basadas en procesos conceptuales, motrices y que involucren materiales didácticos manipulables que permitan la floración de significancia desde la realidad o contexto de los alumnos, para la construcción del conocimiento matemático.

El razonamiento lógico matemático como competencia que se va desarrollando en los estudiantes

empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales didácticos manipulables que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales didácticos manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos. (p. 54)

y de la misma manera el desarrollo de las competencias básicas

relacionadas con la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos que implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados algoritmos, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles

en unas situaciones y no en otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras. (p. 55)

Los cinco pensamientos que estructuran el área de las matemáticas

Es importante advertir que los cinco pensamientos que constituyen la estructura del área de las matemáticas, se encuentran encaminados al desarrollo de las competencias básicas de los estudiantes, por consiguiente:

estos procesos están muy relacionados con las competencias en su sentido más amplio, “saber hacer en contexto”, pues ser matemáticamente competente requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de estos procesos generales, en los cuales cada estudiante va pasando por distintos niveles de competencia. Además de relacionarse con esos cinco procesos, ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional. (p. 56)

Para el tratamiento de los pensamientos matemáticos es necesario tener muy en claro de manera ontológica y epistemológica lo existente en la actualidad sobre los estudios que los han abordado para con ello asumir una postura franca para la promoción del desarrollo de las competencias básicas en los estudiantes. Es así como:

a mediados del Siglo XX, Piaget, J. (1978) estudió la transición de la manera de razonar de los adolescentes de lo que él llamó “el pensamiento operatorio concreto” al “operatorio formal” y propuso un conjunto de operaciones lógico-matemáticas que podrían explicar ese paso. En sus estudios previos sobre la lógica y la epistemología había propuesto que el pensamiento lógico actúa por medio de operaciones sobre las proposiciones y que el pensamiento matemático se distingue del lógico porque versa sobre el número y sobre el espacio, dando lugar a la aritmética y a la geometría. Tanto el pensamiento lógico como el matemático se distinguirían del pensamiento físico, que utiliza los dos anteriores, pero tiene una relación diferente con la realidad y la experiencia. (p. 56)

en este orden se presenta la concepción de cada uno de los cinco pensamientos matemáticos, establecidos en el currículo de la educación colombiana desde el área de

matemáticas, para ser implementados a partir de los planes de estudio y conforme a las características contextuales, sociales y culturales en las instituciones educativas.

El pensamiento numérico y los sistemas numéricos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas para Colombia, plantean el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. Dichos planteamientos se enriquecen si, además, se propone trabajar con las magnitudes, las cantidades y sus medidas como base para dar significado y comprender mejor los procesos generales relativos al pensamiento numérico y para ligarlo con el pensamiento métrico. (p. 58)

Ahora bien, el desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos, es necesario contemplarlo como:

el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales, contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. Esto requiere del estudio de conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos, (p. 61). Por tanto, partiendo además del uso de materiales didácticos manipulables.

Para el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, atenderá las diversas consideraciones relacionadas con procedimientos y materiales didácticos manipulables de tal manera que pueda desarrollar actividades para la:

comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. La construcción de los conceptos de cada magnitud; la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes; la estimación de la medida de cantidades de distintas magnitudes y los aspectos del proceso de capturar lo continuo con lo discreto; la apreciación del rango de las magnitudes; la selección de

unidades de medida, de patrones y de instrumentos y procesos de medición; la diferencia entre la unidad y los patrones de medición; la asignación numérica; el papel del trasfondo social de la medición. (p. 63)

a continuación de se hará referencia al pensamiento aleatorio y sistema de medidas:

aleatorio y los sistemas de datos llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos que exige la incorporación de material didáctico manipulable, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos. (p. 64-65)

para cerrar con el quinto pensamiento que estructura las matemáticas, se hará mención al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos:

como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.

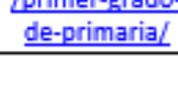
Como tal se evidencia que la utilización de procesos y de materiales didácticos manipulables se hace necesario a la hora de aproximar la construcción del conocimiento desde un enfoque significativo.

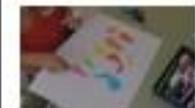
Desde esta global concepción de los pensamientos matemáticos, a continuación, se presentan los estándares básicos de competencias que estructuran al área de las matemáticas para cada uno de los grados del ciclo de educación básica primaria donde se quiere mostrar la estrecha relación de dichos estándares desde cada uno de los pensamientos matemáticos con los procesos didácticos que se deben alcanzar en las tres etapas para la implementación del área, según corresponda al conjunto de grados que estructuran los ciclos de la escolaridad primaria. Por ello en cada una de las siguientes tablas, y respectivamente desde las columnas de izquierda a derecha se entrecruzan a manera de ejemplo, los estándares con los materiales didácticos manipulables que pueden ser incorporados para la comprensión y asimilación del conocimiento y desarrollo de las competencias básicas de manera significativa desde una enseñanza y aprendizaje por descubrimiento por parte de los estudiantes.

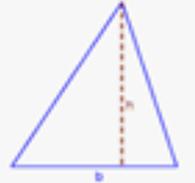
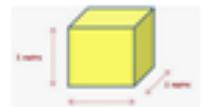
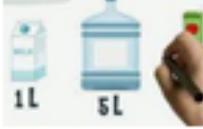
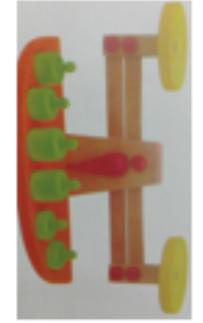
En consecuencia, primeramente y sin pasarlo por alto en ninguna de las etapas del proceso de enseñanza y aprendizaje se debe dejar de utilizar materiales didácticos manipulables para entrar en contacto directo con la realidad, la cual se descubre a partir del uso de su capacidad sensorial y motora. Dicha etapa debe cubrir en un alto porcentaje la actividad académica en la escolaridad de educación básica primaria, luego si se desarrollan las etapas del conocimiento y competencias matemáticas con el uso de las imágenes y se finaliza con las representaciones simbólicas.

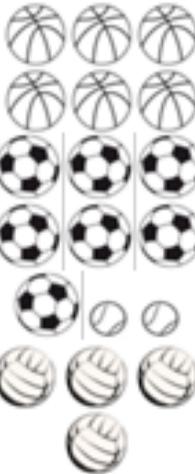
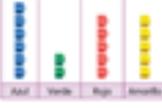
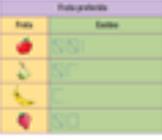
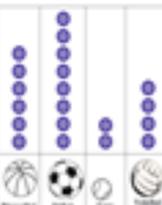
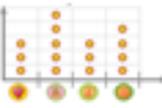
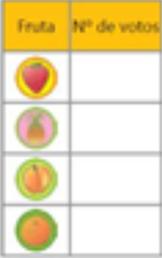
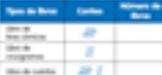
De este modo, el modelo didáctico que se presenta es a partir de esta relación donde posee la capacidad de orientar a los estudiantes y, también, permitirles construir el conocimiento, para que así se logre que “el estudiante sea activo y protagonista en este proceso” Bruner (citado en Canales, 2002, p. 12). En donde se debe desarrollar el máximo potencial de los estudiantes, el pensamiento crítico, su autonomía y armonía en la sociedad, junto con unos procesos de enseñanza y aprendizaje que propicien el desarrollo de estas categorías en pro de una formación integral (Canales, 2013).

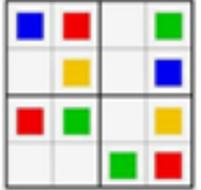
ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

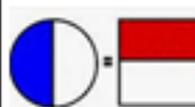
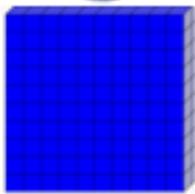
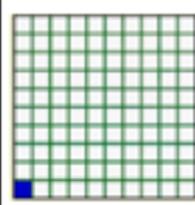
CICLO DE GRADOS DE PRIMERO A TERCERO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS			
ESTÁNDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).			1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10...
2. Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.			$3+4=7$ $9-3=6$ $5 \times 8=40$ $20 \div 4=5$
3. Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas.			
4. Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.			
5. Uso representaciones principalmente concretas y pictóricas para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.			
6. Uso representaciones principalmente concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.			$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$
7. Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.			$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$
8. Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.			
9. Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.			
10. Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.			
11. Identifico, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables.			
12. Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).			https://actividadeseducativas.net/primer-grado-de-primaria/

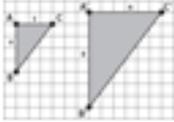
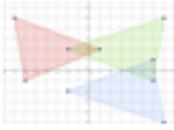
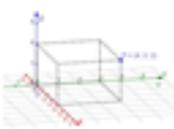
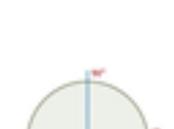
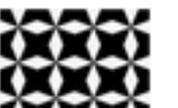
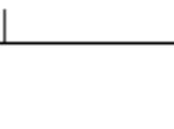
CICLO DE GRADOS DE PRIMERO A TERCERO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS			
ESTÁNDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.			Perímetros Perímetro del cuadrado $P = \underline{t+t+t+t}$
2. Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.			Perímetro del rectángulo $P = \underline{t+t+a+a}$
3. Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.			Perímetro de triángulo $P = \underline{t+t+t}$
4. Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.			Áreas Del cuadrado $A = \underline{t \times t}$
5. Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.			Del rectángulo $A = \underline{b \times a}$
6. Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.			Área del triángulo $A = \underline{\frac{b \times a}{2}}$
7. Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).			
8. Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.			
9. Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.			

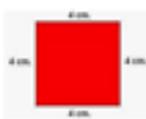
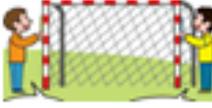
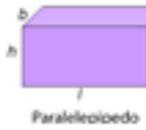
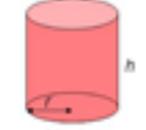
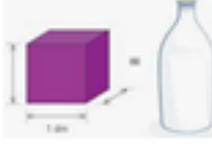
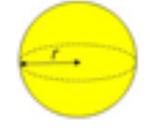
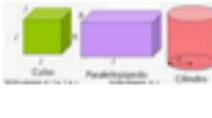
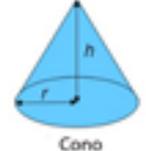
CICLO DE GRADOS DE PRIMERO A TERCERO DE EDUCACION BÁSICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS			
ESTÁNDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.			Perímetros Perímetro del cuadrado $P = l+l+l+l$
2. Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.			Perímetro del rectángulo $P = l+l+a+a$ Perímetro de triángulo $P = l+l+l$
3. Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto.			Áreas Del cuadrado $A = l \times l$ Del rectángulo $A = b \times a$
4. Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.		 $P = l+l+l+l$ $A = l \times l$	Área del triángulo $A = \frac{b \times h}{2}$
5. Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.			Volumen
6. Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas.			Volumen de cubo $V = l \times l \times l$ Volumen del prisma rectangular $V = b \times l \times a$

CICLO DE GRADOS DE PRIMERO A TERCERO DE EDUCACION BASICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS			
ESTÁNDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.	  	    	   
2. Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.			
3. Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.			
4. Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.			
5. Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.			
6. Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.			
7. Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.			
8. Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.			

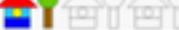
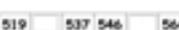
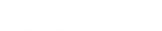
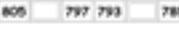
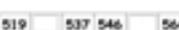
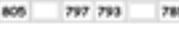
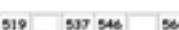
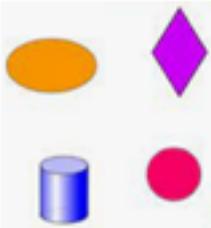
CICLO DE GRADOS DE PRIMERO A TERCERO DE EDUCACION BASICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALITICOS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS			
ESTÁNDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).		 	
2. Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.	 		
3. Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos, aunque el valor siga igual.	 		  
4. Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.			

CICLO DE GRADOS DE CUARTO A QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS			
ESTÁNDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.			
2. Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.			
3. Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.			$\frac{4}{4} \div \frac{1}{4} = 4$
4. Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.			
5. Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.			$\frac{1}{2}$
6. Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.			$\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$
7. Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.			$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$
8. Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.			$\frac{10}{6} = 1\frac{4}{6}$
9. Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.			$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$
10. Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.			
11. Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.	https://actividad.eseducativas.net/primer-grado-de-primaria/		$1 \text{ centésimo} = \frac{1}{100} = 0.01$
12. Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.			

CICLO DE GRADOS DE CUARTO A QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS			
ESTÁNDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.			
2. Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.			
3. Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.			
4. Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.			
5. Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.			
6. Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.			
7. Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.			
8. Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.			
			
			
			
			

CICLO DE GRADOS DE CUARTO A QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS			
ESTÁNDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).			Área = a^2 siendo a un lado del cuadrado
2. Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.			Área = $b \times a$
3. Utilizo y justifico el uso de la estimación para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación.			Cubo Volumen = $l \times l \times l$
4. Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos.			Paralelepípedo Volumen = $l \times b \times h$
5. Justifico relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos.			Cilindro Volumen = $\pi r^2 h$
6. Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.			Esfera Volumen = $\frac{4}{3} \pi r^3$
7. Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.			Cono Volumen = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

CICLO DE GRADOS DE CUARTO A QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS			
ESTANDARES	USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS MANIPULABLES	USO DE IMÁGENES	USO SIMBÓLICO
1. Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).			
2. Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.			
3. Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).			
4. Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.			
5. Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.			
6. Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.			$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N}$
7. Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.			

CICLO DE GRADOS DE CUARTO A QUINTO DE EDUCACION BASICA PRIMARIA			
PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALITICOS			
PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS			
ESTANDARES	USO DE MATERIALES DIDACTICOS MANIPULABLES	USO DE IMAGENES	USO SIMBOLICO
1. Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.		    	    
2. Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.		   	   
3. Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.		   	   
4. Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.		   	   
5. Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.		    https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/Sucesiones	   

Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas alumnos son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos.

El aprendizaje se propone como un proceso activo que emerge de las interacciones entre estudiantes y contextos, entre estudiantes y estudiantes y entre estudiantes y profesores en el tratamiento de las situaciones matemáticas.

Los materiales didácticos manipulativos, entendidos no sólo como el conjunto de materiales apropiados para la enseñanza, sino como todo tipo de soportes materiales o virtuales sobre los cuales se estructuran las situaciones problema más apropiadas para el desarrollo de la actividad matemática de los estudiantes, deben ser analizados en términos de los elementos conceptuales y procedimentales que efectivamente permiten utilizarlos si ya están disponibles, o si no existen, diseñarlos y construirlos.

Los materiales didácticos manipulativos, puestos en escena a través de una situación de aprendizaje significativo y comprensivo, permite recrear ciertos elementos estructurales de los conceptos y de los procedimientos que se proponen para que los estudiantes los aprendan y ejerciten y, así, esa situación ayuda a profundizar y consolidar los distintos procesos generales y los distintos tipos de pensamiento matemático. En este sentido, los materiales didácticos manipulables se hacen mediadores eficaces en la apropiación de conceptos y procedimientos básicos de las matemáticas y en el avance hacia niveles de competencia cada vez más altos.

Los materiales didácticos manipulables pueden ser materiales estructurados con fines educativos (regletas, fichas, cartas, juegos, modelos en cartón, madera o plástico, etc.); o tomados de otras disciplinas y contextos para ser adaptados a los fines que requiera la tarea. Entre estos recursos, pueden destacarse aquellos configurados desde ambientes informáticos como calculadoras, software especializado, páginas interactivas de Internet, etc. Estos ambientes informáticos, que bien pueden estar presentes desde los primeros años de la Educación Básica, proponen nuevos retos y perspectivas a los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas en tanto que permiten reorganizaciones curriculares, pues no sólo realizan de manera rápida y eficiente tareas rutinarias, sino que también integran diferentes tipos de representaciones para el tratamiento de los conceptos (tablas, gráficas, ecuaciones, simulaciones, modelaciones, etc.). Todo esto facilita a los estudiantes centrarse en los

procesos de razonamiento propio de las matemáticas y, en muchos casos, puede poner a su alcance problemáticas antes reservadas a otros niveles más avanzados de la escolaridad.

La evaluación ha de poner énfasis en la valoración permanente de las distintas actuaciones de los estudiantes cuando interpretan y tratan situaciones matemáticas y a partir de ellas formulan y solucionan problemas. Estas actuaciones se potencian cuando el docente mantiene siempre la exigencia de que los estudiantes propongan interpretaciones y conjeturas; proporcionen explicaciones y ampliaciones; argumenten, justifiquen y expliquen los procedimientos seguidos o las soluciones propuestas.

La evaluación como valoración permanente integra la observación atenta y paciente como herramienta necesaria para obtener información sobre la interacción entre estudiantes, entre éstos y los materiales y recursos didácticos y sobre los procesos generales de la actividad matemática tanto individual como grupal. Para obtener información de calidad sobre las actividades de los estudiantes es necesario precisar los criterios de referencia acordes con lo que se cree es el nivel exigible de la actividad matemática del estudiante en el conjunto de grados al que pertenece. No puede olvidarse que la calidad de los juicios que se emitan sobre el avance en los niveles de Competencias de los estudiantes depende de un amplio número de evidencias de las actuaciones de los estudiantes, obtenidos de diversas fuentes de información y de distintas situaciones que estimulen las producciones orales, gestuales, gráficas y escritas.

Validación del modelo

La validación del modelo se realizó mediante un equipo piloto conformado por docentes del ciclo de educación básica primaria de instituciones del sector oficiales de la zona urbana y rural del municipio de Piedecuesta.

Para ello se preparó la respectiva agenda a desarrollar en las sesiones de encuentro con los docentes, la cual consistió en los siguientes ítems:

1. Presentación del modelo
2. Actividad para la puesta en práctica del modelo

En efecto se procedió a realizar la presentación del modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables a los respectivos equipos de docentes dando a conocer la forma como se encuentra estructurado y los propósitos que se propone alcanzar al ser implementado dentro del currículo para el desarrollo del área de matemáticas en las instituciones educativas. Destacando dentro de ello la justificación, y los fundamentos filosófico, psicológico, pedagógico y teórico que lo constituyen. Por otra parte, se describió la programación modular que conforman. A este respecto se generó la participación activa de los docentes mediante el intercambio de opiniones que se fueron dando durante la presentación, y siempre con la expectativa de poderlo aplicar en los ambientes de enseñanza y aprendizaje con sus alumnos.

Seguido a ello se desarrolló la actividad que se tenía organizada para poner en práctica lo indicado con el modelo sobre el uso de materiales didácticos manipulables para el proceso de enseñanza y aprendizaje, donde se procedió a realizarla de la siguiente manera:

a). Fase de exploración: se entregaron materiales didácticos manipulables a cada uno de los docentes participantes. Este material consistió en bloques de madera decorados de diferentes colores, formas y tamaños, los cuales debían reconocerlos mediante la exploración sensorial, para luego dar respuesta a las preguntas que se le iban formulando y que consistieron como sigue a continuación: ¿para usted en qué consisten estos materiales? ¿Qué representan? ¿para qué sirven? ¿Cuáles son los colores que estos materiales tienen? ¿Cómo están conformados? ¿Cómo es su superficie? etc., en fin, esto se convirtió en un dialogo con opiniones sobre los interrogantes formulados donde se recibieron múltiples respuestas a saber: son bloques que representan cuerpos geométricos, que sirven para armar algo, y son de colores azul, rojo, verde y naranja. Tiene bordes rectos, puntas agudas, unos poseen superficie lisa otros superficie rugosa. En las siguientes imágenes se muestra parte de este proceso exploratorio del material didáctico manipulativo por los docentes.



Luego se destacó a los docentes que esta fase exploratoria de los materiales didácticos es muy valiosa ya que permite a los niños dar rienda suelta a su imaginación, así como ellos como docentes lo hicieron y es el inicio en los niños a la estructuración de objetos mentales a partir del contacto con la realidad que se les está presentando. Es en esta fase donde el material didáctico manipulable genera en los alumnos el contacto con algo nuevo que se les ofrece para dar desborde a su imaginación y por consiguiente a la creación de algo que se empezó a generar en sus mentes. Por ello deben fijar mucha atención en desarrollar al máximo esta fase con los alumnos cada vez que deban introducir materiales didácticos manipulables en sus ambientes de clase.

b). Fase de creación desde la autónoma del estudiante: una vez explorados los materiales didácticos manipulables se les solicitó a los docentes la construcción de algo de su propio ingenio donde deberían utilizar las ocho piezas entregadas. Y resulto muy aportante para todo el grupo de docentes ya que luego de realizadas sus construcciones se les interrogó con la siguiente pregunta: ¿en qué consiste lo que construiste? Y dieron múltiples respuestas al respecto dentro de ellas se precisan las siguientes:



Lo que armé es un robot, es una torre, es un carro, es una secuencia de colores y formas, es una pirámide, es una torre que simboliza el equilibrio. Y se acompañaros estas descripciones con preguntas como las siguientes, ¿y que son los robots?, ¿Cómo

los hacen? ¿para que los hacen?, finalizando con la siguiente propuesta: es tan amable ¿podrías consultar lo que tu desees sobre los robot y mañanas nos lo cuenta a todos al iniciar la clase? Con la afirmación positiva indicando que sí. Esto mismo se les propuso a los demás docentes participantes. En síntesis, sobre lo expresado se aprovechó para relacionarlo con otras disciplinas, con el contexto sociocultural, con la economía, con otras áreas del plan de estudios etc.

Dadas las respectivas respuestas, se les hizo énfasis que en esta fase de creación hay que comprenderla de tal manera como se les exaltaron las creaciones realizadas por cada uno de los docentes, respetando lo que describen sin alterar el significado de lo que representaron. Y se les orientó que de la misma manera se le deben concebir las creaciones que los niños realizan desde su propio ingenio, ya que lo que resulta sustancial en esta fase es que den desborde a la imaginación desde su orientación de la autonomía, pues cuando abren su mente a algo nuevo, su pensamiento se transforma en otro muy distinto y su mente no será la que existía antes de sus creaciones y de ahí en adelante no van a parar para otras innovaciones.

c). Fase de creación desde la propuesta del docente: Aquí se les solicitó que, utilizando las ocho piezas entregadas, construyeran un cubo:



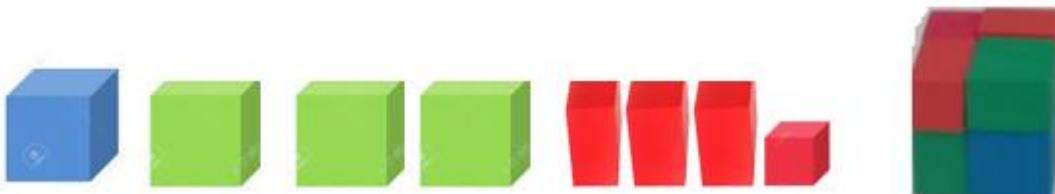
Los docentes procedieron a realizar la construcción del cubo, donde unos lo hicieron empleando menor tiempo que otros, pero al final de cinco minutos todos habían concluido con la propuesta que se las había hecho de construirlo. Manifestando

diferentes emociones sobre la conquista del reto en que se les había convertido la realización de dicha actividad.

Posteriormente se les solicitó a los docentes que compararan las piezas unas con las otras y las clasificaran según correspondía y las creaciones fueron como se muestra en las imágenes:



Aquí los docentes expresaron que hay un cubo grande de color azul y un cubo pequeño de color rojo, y que las demás piezas se relacionan de a tres con el cubo azul y el cubo rojo, es decir tres verdes que tienen la misma medida en dos de sus caras que las del cubo azul y tres de color naranja que tienen la misma medida en dos de sus caras que las del cubo rojo. Y la otra medida de los prismas verdes corresponde con la medida de las longitudes del cubo rojo y lo mismo sucede con las longitudes de los prismas de color naranja con el cubo azul.



En efecto a lo que se llegó fue a la representación física con material manipulable de la expresión algebraica de la suma del binomio cubo perfecto

$$(a+b)^3 = a^3 \text{ (blue cube)} + 3a^2b \text{ (three green prisms)} + 3ab^2 \text{ (three red prisms)} + b^3 \text{ (red cube)}$$

Esto causó un alto impacto en los docentes al comprender por primera vez que dicha notación algebraica que habían aprendido hace muchos años correspondería a

una representación con materiales manipulables de una manera tan comprensible como la que habían acabado de realizar.

Los comentarios a este respecto fueron muy positivos y dentro de los cuales uno que se destacó fue que definitivamente a los estudiantes les queda más fácil comprender lo que aprenden, si lo aprenden bajo un procedimiento donde se utilicen materiales didácticos manipulables. En este orden solicitaron que se les debería proporcionar cursos de formación donde se les promoviera de esta misma forma a utilizar materiales didácticos para las diferentes áreas, y de la misma manera a diseñar procesos y materiales al respecto.

En definitiva el ambiente para los docentes satisfacción plena, no solamente por haber realizados los retos de construcción con los materiales, sin también, por que encontraron una orientación muy acertada sobre el manejo de recursos didácticos manipulables para la enseñanza de las matemáticas y sobre la orientación que también alcanzaron al estar dispuestos a diseñar con los alumnos materiales didácticos, y a realizar gestiones al interior de las instituciones para la adquisición de nuevos materiales.

Como compromiso final se propuso que para el próximo año 2022, se programaran talleres estructurados para el desarrollo de las temáticas del plan de estudio en sesiones que fueron aprobadas desde el área de calidad educativa de la Secretaría de Educación para la totalidad de las instituciones tanto del sector urbano como rural y así mismo realizar talleres con grupos de niños de os diferentes grados de la escolaridad primaria.

Cabe destacar que a dos sesiones con docentes se contó con la asistencia de dos funcionarios del Ministerio de Educación Nacional y la señora secretaria de Educación Municipal, quienes se comprometieron en la programación de los talleres para dicho nuevo año, y que el modelo didáctico para la enseñanza de las matemáticas sea presentado como experiencia exitosa desde la Secretaría de Educación de Piedecuesta ante el Foro Nacional de la Calidad de la Educación 2022.

MOMENTO VII CONSIDERACIONES FINALES

En primer lugar, en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con base en la manipulación de materiales didácticos en el ciclo de primaria en el municipio de Piedecuesta, se puede decir que pese a que existe una interacción tanto de los estudiantes como de los docentes con esta herramienta didáctica, no se puede concebir como un elemento protagonista en las prácticas docentes y, por lo tanto, no es un método cotidiano en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En los tiempos de pandemia y, ahora, con visión postpandemia las herramientas didácticas más utilizadas por los docentes fueron aquellas que pertenecían al ámbito digital, dado que la modalidad virtual y la alerta sanitaria dificultaba la manipulación de materiales didácticos concretos; además, se tuvo que recurrir a la elaboración de estos en casa con ayuda de los padres de familia. Esta situación dificultó, en parte, el acompañamiento del docente y la accesibilidad a los implementos necesarios para elaborar el material didáctico en casa. Por ende, como primera conclusión se puede decir que la pandemia a causa del COVID-19 fue un suceso que modificó radicalmente la cotidianidad de las personas y su entorno educativo. Y si bien la manera de atender a este cambio fue pertinente, faltaría más innovación y creatividad por parte de los docentes e instituciones para poder orientar la didáctica de las matemáticas al uso y manipulación de materiales concretos.

Por otro lado, cabe recordar que los entrevistados coincidieron en que los recursos de los estudiantes eran escasos y en muchas ocasiones no contaban con acceso a internet ni con implementos tecnológicos para acceder a las clases virtuales. De este modo, se puede decir que los materiales didácticos manipulables son una solución a estas desigualdades socioeconómicas en la población estudiantil, dado que una vez se obtengan o realicen estos recursos didácticos, pueden ser usados innumerables veces y satisfacer varias necesidades educativas y recreativas en el aula. Para lograrlo, queda en evidencia que su elaboración debe ser mediante materiales reciclables o de fácil

acceso para los estudiantes y docentes, o bien los materiales didácticos pueden ser suministrados por parte del gobierno, con el fin de cumplir con el derecho a la educación de calidad estipulado en la normativa vigente. Para que así, la didáctica en las aulas de clase en los grados de básica primaria esté cada vez más enfocada al juego, lo lúdico y la estimulación de los sentidos en los estudiantes a través del uso de materiales didácticos, dado que el juego permite crear esa innovación constante tanto en la realidad del estudiante como en la práctica docente gracias a la elaboración y adecuación de propuestas didácticas enfocadas en los intereses y necesidades de los estudiantes.

En relación con la situación actual en la que se encuentra la didáctica de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se puede decir que sin lugar a dudas los docentes reconocen que debe existir una adaptación tanto de la didáctica como de los contenidos disciplinares por parte del docente para ser llevados al aula de clase, dado que la enseñanza de las matemáticas debe realizarse desde los conceptos más simples para llegar paulatinamente a los más complejos o abstractos, y para que los estudiantes se encuentren con diferentes retos de aprendizaje. Todo con el propósito de que los estudiantes pongan en práctica y como punto de partida sus presaberes, para que así el docente pueda utilizar ese conocimiento y orientarlos a adquirir un saber nuevo. Sin olvidar que, para lograrlo, el docente debe tener un dominio tanto del conocimiento matemático como de la didáctica para poder modificar y adaptar las temáticas presentes en el currículo de modo que sean llamativos, interesantes y comprensibles por el estudiante, en pocas palabras, que las clases de matemáticas manejen el mismo lenguaje del estudiante.

Por otra parte, se puede decir que la capacitación constante del docente es primordial en el ejercicio de la docencia, dado que esta actividad le permitirá estar actualizado en cuestiones pedagógicas. Sin embargo, queda en evidencia que esta formación, en su mayoría, deberá ejercerse de forma autodidáctica por parte del docente, es decir, será el reflejo de su interés por cada día mejorar en su labor. Esta idea se obtiene bajo la premisa que en la actualidad hay un sinnúmero de videos, investigaciones, artículos, etc. en la red sobre la educación que permiten estar a la

vanguardia en los métodos didácticos y el uso de materiales didácticos manipulables, que pueden ser empleados en el aula de clase, con el fin de innovar y llamar la atención del estudiante para sus aprendizajes. Sin olvidar las capacitaciones gratuitas del Magisterio que también permiten mejorar cada vez más en la labor docente. De este modo, se puede decir que la motivación para aprender, al igual que es relevante para el estudiante, también lo es para el docente, dado que este aspecto permitirá adquirir un aprendizaje significativo y, además, cultivar un interés sobre determinados temas y así adaptarlos según sus necesidades educativas cotidianas. Sin echar al descuido la responsabilidad que en materia de formación docente y de la provisión de recursos didácticos le corresponde al estado quien en derecho le corresponde la iniciativa a partir de la formulación de políticas públicas encaminadas a la formación constante y en pertinencia con las necesidades que tienen los docentes en materia de formación y de actualización constante para el cumplimiento de procesos encaminados a ofrecer una educación de calidad y comprometida con un desarrollo sostenible a nivel nacional, latinoamericano y mundial.

REFERENCIAS

- Albarracín, L. (2018). Aprender a enseñar matemáticas en la educación primaria, <https://www.sintesis.com/data/indices/9788491711087.pdf>
- Alsina, A. (2017). Educación matemática infantil desde la perspectiva del conexionismo: Análisis de una práctica educativa de aula. *Revista de Didáctica de las matemáticas*, file:///D:/DISCO%20C/Downloads/2017-numeros-95-6176.pdf
- Arias, E (2019). Material didáctico: características, funciones, tipos, importancia. Liferder, <https://www.liferder.com/material-didactico/>.
- Arteaga, B. y Macías, (2016). Didáctica de las matemáticas en educación infantil. (U. I. A., Ed.) 46 - 52, https://www.unir.net/wp-content/uploads/2016/04/Didactica_matematicas_cap_1.pdf
- Barberousse, P. (2008). Fundamentos teóricos del pensamiento complejo de Edgar Morín. *Revista Educare*, 12(2), 123 - 124, <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4781017#:~:text=Fundamentos%20te%C3%B3ricos%20del%20Pensamiento%20complejo%20de%20Edgar%20Morin,-Barberousse%20Alfonso%2C%20Paulette&text=El%20abordaje%20de%20la%20complejidad,nivel%20cualitativamente%20distinto%20y%20original.>
- Canales, M. (8 de Julio de 2013). Modelos didácticos, enfoques de aprendizaje y rendimiento del alumnado de primaria. *Ucrea*, 79, <https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/2897/CanalesGarciaMaria.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Canales, M. (2013). Modelos didácticos, enfoques de aprendizaje y rendimiento del alumnado de primaria. *Repositorio Abierto de la universidad de cantabria Ucrea*, 79. Obtenido de <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/2897>
- Cañedo, R. (2009). El conocimiento y la era de la complejidad. *ACIMED*. 2009. Recuperado de <http://scielo.sld.cu/pdf/aci/v20n1/aci06709.pdf>
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 1, <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n2/v11n2a2.pdf>
- Castillo, V. A. (2017). Aplicación de la teoría de las situaciones didácticas a las Ciencias Sociales. *Educare*, 1, <https://www.redalyc.org/jatsRepo/356/35656000005/html/index.html>
- Chacón, J. (2017). Didáctica para la enseñanza de las matemáticas a través de los seminarios talleres: Juegos inteligentes. En J. Chacón, *Didáctica para la enseñanza de las matemáticas a través de los seminarios talleres: Juegos inteligentes* (pág. 2). Bogotá: Universidad Pedagógica y tecnológica de Colombia, <https://revistas.uptc.edu.co/index.php/rastrostro/article/view/9262/7701>
- Chevallard, Y. (1998). La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado. (A. G. Editor,

- Ed.), https://www.terras.edu.ar/biblioteca/11/11DID_Chevallard_Unidad_3.pdf
- Contreras, F. A. (2012). La evolución de la didáctica de la matemática. *Horizonte de la ciencia*, 1, <https://revistas.uncp.edu.pe/index.php/horizontedelaciencia/article/view/144/152>
- De la Rosa, D. , Giménez, P. y De la calle, C. (2018). Educación para el desarrollo sostenible: el papel de la universidad en la agenda 2030. *Revista Prisma Social N° 25 la sociedad del aprendizaje: retos educativos en la sociedad y cultura posmoderna*, <https://revistaprismasocial.es/article/view/2709/3165>
- Delgado, P. (21 de julio de 2020). Observatorio de innovación educativa, <https://observatorio.tec.mx/edu-news/ensenanza-de-las-matematicas-covid19>
- Díaz, A. (2009). Pensar la didáctica. *Ciencias sociales y educación*, 372, https://revistas.udem.edu.co/index.php/Ciencias_Sociales/article/view/3421/3040
- Domínguez, M. d. (2009). La importancia de la comunicación no verbal en el desarrollo cultural de las sociedades. Monterrey: Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores, <https://www.redalyc.org/pdf/1995/199520478047.pdf>
- Domínguez, S. (24 de agosto de 2007). El objeto de estudio en la investigación.. *Diversas aproximaciones*. (R. d. desarrollo, Ed.) 2, http://www.cucs.udg.mx/revistas/edu_desarrollo/anteriores/7/007_Dominguez.pdf
- Educación, N. M. (junio de 2020). Lineamientos para la prestación del servicio de educación en casa y en presencialidad bajo el esquema de alternancia y la implementación de prácticas de bioseguridad en la comunidad educativa. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-399094_recurso_1.pdf
- Escudero, C. L. (2018). Técnicas y metodos cualitativos para la investigación científica. Machala: Editorial UTMACH, <http://repositorio.utmachala.edu.ec/bitstream/48000/12501/1/Tecnicas-y-MetodosCualitativosParaInvestigacionCientifica.pdf>
- Escudero, N. (2012). La didáctica de las ciencias en la postmodernidad. Barcelona: *Revista de investigación y experiencias didácticas*, <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/293406/381933>
- Gajardo, F. (2018). Metodología de enseñanza copisi para el aprendizaje del algoritmo de la división en 4° básico. Universidad de Concepción. Los Ángeles, Chile, <https://1library.co/document/ydj8wkey-metodologia-ensenanza-copisi-aprendizaje-algoritmo-division-basico.html>
- Gallego Gil Domingo, A. N. (2008). Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista Complutense de Educación* ISSN: 1130-2496 Vol. 19 Núm. 1 (2008) 95-112, <https://core.ac.uk/download/pdf/38820742.pdf>
- Godino, J. D. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para docentes. (F. d. educación, Ed.) 11, https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-docentes/manual/1_Fundamentos.pdf

- Godino, J. D. (2004). Didáctica de las matemáticas para docentes. 130, https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-docentes/manual/9_didactica_docentes.pdf
- Godino, J. D. (2010). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. Granada: Universidad de Granada, https://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas1. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM-IACME), Recife (Brasil), 2011, https://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf
- Godino, J., Batanero C., Contreras, Á., Estepa, A., Lacasta, E. y Wilhelmi, M. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño, https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20et%20al_2013%20Ingenieria%20didactica.pdf
- Godino, J. D. (2018). Bases semióticas, antropológicas y cognitivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática, http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/JDGodino_bases_sac_EOS.pdf
- Huacarillo, L.(2018). Debilidades en la utilización de materiales educativos en el desarrollo de sesiones de aprendizaje. Escuela de posgrado. Lima Perú, http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/USIL/6451/4/2018_IDME_HUARACALLO_LEONARDA.pdf
- López, J. C. (21 de marzo de 2021). Los manipulables en la enseñanza de las matemáticas, <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/Manipulables>
- Ruiz. S. (2008). Problemas actuales de la enseñanza de las matemáticas. Reviosta iberoamericana de educación. <https://rieoei.org/historico/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf>
- Marinelli, H. A. (mayo de 2020). La educación en tiempos del coronavirus. (B. I. Desarrollo, Ed.) 19, <https://publications.iadb.org/publications/spanish/document/La-educacion-en-tiempos-del-coronavirus-Los-sistemas-educativos-de-America-Latina-y-el-Caribe-ante-COVID-19.pdf>
- Martinez, M. (2008). La investigación cualitativa: Sintesis conceptual. Revista IIPSI. facultad de psicología UN M S M. https://sisbib.unmsm.edu.pe/bvrevistas/investigacion_psicologia/v09_n1/pdf/a09v9n1.pdf
- Mieles M. (2012). Investigación cualitativa: el análisis temático para el tratamiento de la información desde el enfoque de la fenomenología social. Universidad del Magdalena, Santa Marta, Colombia <http://www.scielo.org.co/pdf/unih/n74/n74a10.pdf>
- MEN (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá., https://www.mineducacion.gov.co/1621/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf
- MEN (2020). Lineamientos para la prestación del servicio de educación en casa y en presencialidad bajo el esquema de alternancia y la implementación de prácticas de bioseguridad en la comunidad educativa, https://www.mineducacion.gov.co/1759/articulos-399094_recurso_1.pdf

- Moral, C. (2006). Criterios de validez en la investigación cualitativa actual. *Revista de Investigación Educativa*. Asociación Interuniversitaria de Investigación Pedagógica España, <https://www.redalyc.org/pdf/2833/283321886008.pdf>
- Morin, E. (Junio de 1994). Sobre la interdisciplinariedad. *Centro internacional de investigación y estudios interdisciplinarios*, 2, <https://ciret-transdisciplinarity.org/bulletin/b2c2.php>
- Muñoz, M. (2016). Didáctica de las matemáticas para docentes de. (E. P. S.A., Ed.) 89, <https://core.ac.uk/download/pdf/132454655.pdf>
- Murcia, M. E. (23 de septiembre de 2015). Educación matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria. *Entre ciencias e ingeniería*, 23 - 30, <http://www.scielo.org.co/pdf/ecei/v9n18/v9n18a04.pdf>
- Murillo, F. J. (20 de junio de 2016). Los Recursos Didácticos de Matemáticas en las Aulas de Educación Primaria en América Latina: Disponibilidad e Incidencia en el Aprendizaje de los Estudiantes. *Revista académica evaluada por pares, independiente, de acceso abierto y multilingüe*, 24(67), 4, <https://www.redalyc.org/pdf/2750/275043450067.pdf>
- Navarrete, P. J. (2017). Importancia de los materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas, http://tauja.ujaen.es/bitstream/10953.1/5752/1/Navarrete_Rodríguez_PedroJos_TFG_Educacin_Primarya.pdf
- Olmedo, P. J. (2010). Implicaciones del desarrollo cognitivo en el proceso de enseñanza - aprendizaje en el alumnado de 6 a 16 años. *Psicol Psiquitr nino y adolesc*, 3 - 9, https://psiquiatriainfantil.org/2010/2010_1.pdf
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, I. C. (2020). La educación en un mundo tras la COVID: nuevas ideas para la acción pública. Comisión internacional sobre Los futuros de la educación, <https://unesdoc.unesco.org/search/N-EXPLORE-f3c55701-5a8a-468f-a96d-988fadba4e>
- Portugal, F. (2009). Las ciencias del hombre multi, inter, trans, poli, post disciplinariedad. *Escritura y Pensamiento* Año XII, W 24,2009, 157-187, [file:///D:/DISCO%20C/Downloads/26936%20\(1\).pdf](file:///D:/DISCO%20C/Downloads/26936%20(1).pdf)
- Ramos, C. A. (2015). Los paradigmas de la investigación científica. http://www.unife.edu.pe/publicaciones/revistas/psicologia/2015_1/Carlos_Ramos.pdf
- Rivera, J. D. (2017). Línea de tiempo de la didáctica. (J. D. Bohorquez, Editor) Obtenido de Timeline created: <https://www.timetoast.com/timelines/linea-de-tiempo-de-la-didactica-e17eef6e-3503-4577-aef9-952bac21308c>
- Rivera, J. D. (2020). Línea de tiempo -Evolución de la didáctica en las matemáticas, Timetoast timelines: <https://www.timetoast.com/timelines/recursos-didacticos-d0e27807-2a03-492b-a377-7c6bbcb812a>
- Ruiz, J. (2008). Problemas actuales de la enseñanza de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, <https://rieoei.org/historico/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf>

- Sanchez Ana, S. D. (2001). El método (VI ed.). Madrid: Ediciones cátedra Grupo ediciones S.A, file:///D:/DISCO%20C/Downloads/el-metodo-1-la-naturaleza-de-la-naturaleza%20(1).pdf
- Sánchez, S. (1998). Fundamentos para la investigación educativa (Vol. 66). Bogotá: Magisterio, file:///D:/DISCO%20C/Downloads/298936864-Sanchez-Gamboa-Silvio-Fundamentos-Para-La-Investigacion-Educativa.pdf
- Schettini, P. (2016). Técnicas y estrategias en la investigación cualitativa (Vol. Primera edición). La Plata, Argentina: Universidad de la Plata, http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/53686/Documento_completo___-%20Cortazzo%20CATEDRA%20.pdf-PDFA.pdf?sequence=1
- SEMPIEDECUESTA. (2020). Orientaciones a Directivos docentes y docentes para garantizar la prestación del servicio educativo en casa durante la emergencia sanitaria COVID-19. Piedecuesta: SEMPIEDECUESTA,
- Soler, Y. (15 de Junio de 2017). Teorías sobre los sistemas complejos. Administración y Desarrollo, 47(2), <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6403420>
TeoriasSobreLosSistemasComplejos-6403420.pdf
- Strauss, A. (2002). Bases de la investigación cualitativa. técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. 17, <https://diversidadlocal.files.wordpress.com/2012/09/bases-investigacion-cualitativa.pdf>
- Taylor, (1987). Introducción a los métodos cualitativos de investigación. Editorial Paidós 1ª ed., Barcelona 1987 Traducción de Jorge Piatigorsky. Recuperado: http://chamilo.cut.edu.mx:8080/chamilo/courses/MODELOSDEINVESTIGACIONII2019III/document/libro_metodo_de_investigacion.pdf
- UNESCO, C. (2020). La educación en tiempos de la pandemia de COVID - 19. Santiago de Chile: Oficina de Santiago de Chile, https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/45904/1/S2000510_es.pdf
- UNKNOWN Blogger. (2016). Importancia del material didáctico en la enseñanza. <http://umgquetzaltenago.blogspot.com/2016/04/importancia-del-material-didactico-los.html>
- Valsilachis, I. (2006). Estrategias de investigación cualitativa. 7, <http://investigacionsocial.sociales.uba.ar/wp-content/uploads/sites/103/2013/03/Estrategias-de-la-investigacion-cualitativa-1.pdf>



ANEXO A. CARTA DE PARTICIPACIÓN

**REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO
DOCTORADO EN EDUCACION**

Piedecuesta – Colombia, 03 de agosto de 2021

Apreciado docente,

De manera efusiva quiero manifestarle que ha sido seleccionado entre el personal docente, y de manera especial por desempeñarse en el área de matemáticas en educación básica primaria. En este sentido se le está dando a conocer un instrumento correspondiente al guion de la entrevista que está inscrito a las necesidades de investigación de tesis doctoral, para obtener información, y con esta “Generar un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables en el ciclo de la educación básica primaria”, es preciso reiterar que el carácter de la entrevista a efectuar se llevará bajo total reserva, la información que usted proporcione al responder cada pregunta debe ser objetiva y lo más concreta posible, como contribución significativa a la veracidad, permitiendo establecer la estructura de la teorización de la tesis doctoral en curso.

Gracias por su cooperación.

Sin otro particular al cual hacer referencia, le agradece

Jorge Eliécer Gutiérrez Uribe



ANEXO B. GUIÓN DE ENTREVISTA

INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA PARA EL DOCENTE DE BÁSICA PRIMARIA

A continuación, se le está dando a conocer un instrumento correspondiente al guion de la entrevista que está inscrito a las necesidades de investigación de tesis doctoral, para obtener información, y con esta “Generar un modelo didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables en el ciclo de la educación básica primaria”, es preciso reiterar que el carácter de la entrevista a efectuar se llevará bajo total privacidad, la información que usted proporcione al responder cada pregunta debe ser objetiva y lo más concreta posible, como contribución significativa a la veracidad, permitiendo establecer la estructura de la teorización de la tesis doctoral en curso.

Con la información suministrada en la entrevista, se pretende dar respuesta a los siguientes, propósitos de investigación:

Develar la situación de la didáctica de las matemáticas en estos tiempos de pandemia y con visión postpandemia, desde el proceso de enseñanza, aprendizaje y sobre la manipulación de los materiales didácticos con los alumnos.

Interpretar los hallazgos develados sobre las circunstancias educativas que acontecen en materia de la didáctica y que se hacen presentes en las prácticas pedagógicas que emplea el docente para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Analizar la situación de la didáctica que se implementa para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Guion de la entrevista
1. ¿Cuáles son los efectos que produce en la didáctica de las matemáticas, la actual situación de pandemia del coronavirus en las instituciones alumnos, en los docentes y estudiantes?
2. ¿Se tienen en cuenta los conocimientos previos, de los estudiantes, para el aprendizaje de nuevos conocimientos matemáticos?
3. ¿Se desarrolla el proceso de aprendizaje de las matemáticas para que el alumno las identifique en diferentes contextos además del escolar, en la cotidianidad, y en lo sociocultural?
4. ¿La didáctica de las matemáticas, que implementa en los ambientes de enseñanza y aprendizaje, se adapta a los intereses y necesidades propios de la niñez?
5. ¿De qué manera la didáctica de las matemáticas que implementa se encuentra adaptada a los estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos?
6. ¿Desde las TIC, se encuentra una propuesta didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?
7. ¿Implementa una didáctica para la enseñanza y promueve el aprendizaje de las matemáticas fundamentada en la innovación de la realidad?
8. ¿Para la enseñanza y aprendizaje, utiliza la didáctica de las matemáticas desde el aprendizaje por descubrimiento, al basado en problemas, pasando por el aprendizaje cooperativo hasta llegar al basado en la investigación?
9. ¿Considera que el profesor de ciencias debe tener un adecuado dominio del conocimiento que imparte, y del uso de una didáctica en particular?
10. ¿Desarrolla la enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas desde un enfoque sistémico de pensamientos matemáticos?
11. ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla con enfoque disciplinario, multidisciplinario y transdisciplinario?
12. ¿La enseñanza y aprendizaje del conocimiento de las matemáticas lo desarrolla desde un enfoque de la complejidad?
13. ¿Qué opinión tiene frente a la importancia del material didáctico para la enseñanza y el aprendizaje del conocimiento de las matemáticas?
14. ¿Los estudiantes y usted como docente, manipulan material didáctico concreto para la comprensión del conocimiento en el proceso de aprendizaje? ¿Qué material manipulan?
15. ¿Se trabaja en colaboración con otros docentes, para desarrollar un sentido compartido de los materiales didácticos, y del contenido esencial, como prerequisite de lo que los estudiantes deben aprender?
16. ¿Se brinda retroalimentación a los estudiantes usando material didáctico, sobre el aprendizaje de las matemáticas?
17. ¿Emplea la didáctica de las matemáticas como una ciencia orientada al diseño de materiales y de procesos didácticos?

18. ¿Se hace adaptación de los materiales didácticos y del contenido matemático que se va a enseñar a los estudiantes?
¿Se simplifica, se buscan ejemplos asequibles a ellos, se restringen algunas propiedades, y se usa un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usados por el matemático profesional?

19. ¿Qué características tendría el material didáctico para una metodología didáctica ideal de las matemáticas?

20. ¿Qué aspectos frenan el uso (recursos, formación, tiempo, planificación) de materiales para una didáctica de las matemáticas ideal?

Cordialmente,

A handwritten signature in black ink, consisting of a large, loopy 'J' followed by several smaller, overlapping loops and a horizontal line extending to the left.

Jorge Eliécer Gutiérrez Uribe