



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL “GERVASIO RUBIO”



LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DESDE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

Autora: María Salazar Aristizábal
Tutor: Dr. Carlos Gámez

Rubio, mayo de 2026



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL “GERVASIO RUBIO”



LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DESDE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

Proyecto de Tesis presentado como requisito parcial para optar al grado de Doctor en
Educación

Autora: María Salazar Aristizábal
Tutor: Dr. Carlos Gámez

Rubio, mayo de 2026.



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL
LIBERTADOR INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL
“GERVASIO RUBIO” SECRETARÍA**

A C T A

Reunidos el día martes, tres de marzo de dos mil veintiséis, en la sede de la Subdirección de Investigación y Postgrado, del Instituto Pedagógico Rural “Gervasio Rubio,” los Doctores: **CARLOS GÁMEZ**(TUTOR), **DAYSÍ RAMÍREZ**, **DANIEL DUARTE**, **JIMMY QUINTERO** Y **ALEXANDER CONTRERAS**, Cédulas de Identidad Números V.-14605720, V.-10161373, V.-10170160, V.-16421531 y V.-10157089, respectivamente, jurados designados en el Consejo Directivo N° 695, con fecha del 28 de Enero de 2026, de conformidad con el Artículo 164 del Reglamento de Estudios de Postgrado Conducentes a Títulos Académicos, para evaluar la Tesis Doctoral Titulada: **“LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DESDE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA”**, presentado por la participante **SALAZAR ARIZTIZABAL MARÍA CRUCELLY**, cédula de ciudadanía N° CC.-26423561/ pasaporte N° P.- AT942854, como requisito parcial para optar al título de **Doctor en Educación**, acuerdan, de conformidad con lo estipulado en los Artículos 177 y 178 del Reglamento de Estudios de Postgrado de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador el siguiente veredicto: **APROBADO**, en fe de lo cual firmamos.

DR. CARLOS GÁMEZ
C.I.N° V.- 14605720

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO
TUTOR

DR. DANIEL DUARTE
C.I.N° V.- 10170160

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO

DR. DAYSÍ RAMÍREZ
C.I.N° V.- 10161373

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO

DR. JIMMY QUINTERO
C.I.N° V.- 16421531

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO

DR. ALEXANDER CONTRERAS
C.I.N° V.- 10157089

UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TÁCHIRA



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL "GERVASIO RUBIO"
Vicerrectorado de Investigación y Postgrado



Educación matemática

ACEPTACIÓN DEL TUTOR

Por la presente hago constar que he leído la tesis doctoral presentada por el ciudadano María Crucely Salazar para optar al Grado de Doctor en Educación, cuyo título tentativo es: **La resolución de problemas matemáticos desde la aplicación del método de Pólya en educación secundaria**. La cual considero que reúne los requisitos y méritos suficientes para ser presentada ante el jurado que se designe.

En la Ciudad de Rubio a los 05 días del mes de enero de 2026

Dr. Carlos Gámez
C.I. 14605720

Dedicatoria

A este logro le dedico a Dios, quien ha sido mi lazo constante, mi fuerza frente a las situaciones difíciles y la luz que dirigió toda mi andanza como académica. El agradecimiento que le dirijo se debe a que, como un niño al que se le ha dado sabiduría, paciencia y garra, he llegado a rendir esta etapa en mi vida tanto personal como profesional. A mi familia, por su amor, su dedicación y su apoyo incondicional a lo largo de este camino de formación doctoral, cada muestra de palabras de apoyo, cada demostración de paciencia y cada muestra de confianza han contado para ir avanzando, hasta el extremo de, en los momentos más complicados, llevar a cabo. A ustedes lo dedico, ya que también forman parte de este logro.

María Crucelly Salazar Aristizábal

Reconocimiento

Expreso mi más sincero agradecimiento hacia la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico Rural " Gervasio Rubio ", por la oportunidad que me brindó de fortalecer mi formación académica e investigativa en el ámbito de la educación. Mi gratitud se extiende de modo particular hacia mi tutor, el Dr. Carlos Gámez, quien me ha orientado, acompañado y aportado durante el desarrollo de esta investigación. Del mismo modo, reconozco a los docentes y estudiantes de la Institución Educativa Eduardo Santos de Neiva, quienes hicieron posible la realización de este estudio con su participación, disposición y apertura a compartir sus experiencias sobre la resolución de problemas matemáticos; voces que permitieron acercarme con mayor profundidad al valor pedagógico del método de Pólya y a su aporte al fortalecimiento del aprendizaje matemático en la educación secundaria.

María Crucelly Salazar Aristizábal

ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN.....	13
INTRODUCCIÓN	14
SECCIÓN I	17
EL PROBLEMA	17
Objetivos de la investigación	23
Justificación de la investigación.....	23
SECCIÓN II.	26
MARCO TEÓRICO REFERENCIAL	26
Antecedentes del estudio.....	26
SECCIÓN III	52
RECORRIDO METODOLÓGICO	52
Naturaleza del estudio.....	52
Paradigma	52
Enfoque	52
Método.....	54
Escenario.....	55
Informante clave	56
Técnica e instrumentos de recolección de datos	57
Rigor científico de la investigación	58
SECCIÓN IV.....	60
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	60
MOMENTO V	120

CONSTRUCTO TEÓRICO	120
MOMENTO VI.	132
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	¡Error! Marcador no definido.
Anexo	141
RESUMEN.....	143

Lista de tablas

Tabla 2. Fases del método	54
Tabla 3. Caracterización de Informantes Clave	56
Tabla 5. Categorías y subcategorías emergentes	61
Tabla 6. Categorización emergente sobre las concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos	62
Tabla 7. Categorización emergente sobre estrategias didácticas y metodológicas	80
Tabla 8. Categorización emergente sobre aplicación del método de Polya	100

Lista de figuras

Figura 1. Red semántica de la subcategoría Comprensión del proceso de resolución	67
Figura 2. Red semántica de la subcategoría importancia de la resolución de problemas en el aprendizaje.....	70
Figura 3. Red semántica de la subcategoría de la reflexión y aprendizaje del error. ..	74
Figura 4. Red semántica de la subcategoría adaptación a nuevos problemas.....	78
Figura 5. Red integradora de la categoría de Concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos.	79
Figura 6. Red semántica de la subcategoría recursos pedagógicos empleados	84
Figura 7. Red semántica de la subcategoría enfoques y procedimiento de enseñanza	86
Figura 8. Red semántica de la subcategoría de flexibilidad en las estrategias de resolución	89
Figura 9. Red semántica de la subcategoría de trabajo colaborativo y aprendizaje social	93
Figura 10. Red semántica de la subcategoría de Perseverancia y flexibilidad como factores clave.	98
Figura 11. Integración de la categoría y subcategoría.....	99
Figura 12. Red semántica de la subcategoría de transferencia y contextualización del conocimiento	103
Figura 13. Red semántica de la subcategoría de Metacognición como herramienta fundamental.....	108
Figura 14. Red semántica de la subcategoría de motivación como motor del aprendizaje	111
Figura 15. Red semántica de la subcategoría de aprendizaje autónomo y crítico.....	115
Figura 16. Red integradora de la categoría Aplicación del método de Polya y sus subcategorías.....	116
Figura 17. Integración de las categorías	117
Figura 18. Esquema del constructo teórico.....	121
Figura 19. Constructo teórico del primer objetivo específico	124

Figura 20. Constructo del objetivo específico dos	126
Figura 21. Constructo teórico del objetivo específico tres	127
Figura 22. Constructo del cuarto objetivo específico	129
Figura 23. Integración de los constructos teóricos	130

Lista de anexos

Anexo A. Instrumento de recolección de datos	141
Anexo B. Respuestas de las entrevistas	151

RESUMEN

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL "GERVASIO RUBIO"
Doctorado en Educación

Línea de investigación: Educación Matemática

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DESDE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE PÓLYA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA.

Autora. María Crucelly Salazar

Tutor: Dr. Carlos Gámez

Fecha: 14 de mayo 2026

RESUMEN

El objeto de estudio de la presente investigación fue el uso del método de Pólya para la resolución de problemas matemáticos con estudiantes de secundaria. Para ello se aplicó un paradigma interpretativo, enfoque cualitativo y método fenomenológico, lo que le otorgó la capacidad de adentrarse en las experiencias y en las percepciones de la práctica docente y de los alumnos implicados en ella. De este modo, a partir de la aplicación de entrevistas semiestructuradas a los informantes clave. Los hallazgos develaron que los docentes y los estudiantes reconocieron la utilidad del método de Pólya, resaltando que su estructura permitió a los estudiantes trabajar en los problemas matemáticos de una manera ordenada, clara y con motivación. La teorización indicó que la práctica docente habilitó a su vez reconocer las bondades y los obstáculos relacionados con la adaptación al método, parte de esta práctica se configuró a partir de la utilización de metodologías tradicionales, cuya aplicación propició la imposibilidad de desarrollar la flexibilidad en el método de Pólya suponiendo el hecho de resolver problemas complejos. Así, la resolución de problemas matemáticos con el método de Pólya generó reflexión, autonomía y habilidades cognitivas en los estudiantes

Descriptores: Resolución de problemas, Método de Pólya, Educación matemática, Investigación cualitativa.

INTRODUCCIÓN

El objeto de estudio de esta investigación estuvo centrado en el uso del método de Pólya para solucionar problemas matemáticos en estudiantes de secundaria, para develar cómo los estudiantes hicieron uso del método con el fin de desarrollar las habilidades de resolución de problemas, fomentando en su uso no solo la aplicación de estrategias matemáticas, sino también la forma en la que desarrollan su capacidad reflexiva y especialmente su capacidad de metacognición para el aprendizaje. El método de Pólya, conocido por su estructura en cuatro pasos, permitió a los estudiantes resolver problemas complejos de forma ordenada y sistematizada, favoreciendo la autonomía y la reflexión sobre sus propios procesos cognitivos.

La importancia de este estudio estuvo basada en la necesidad de estudiar cómo los estudiantes de secundaria pudieron beneficiarse del uso de este método para mejorar su habilidad con la resolución de problemas, así como para aprender de los errores. En un contexto escolar que priorizó el desarrollo del pensamiento crítico y la autonomía, la aplicación del método de Pólya representó una vía para fortalecer estos dos aspectos tan importantes en el aprendizaje matemático, concediendo a los estudiantes herramientas para abordar y resolver problemas de una manera autónoma y reflexiva.

En consecuencia, la presente tesis se encuentra articulada en los diversos momentos esenciales que permiten abordar el proceso de investigación de forma ordenada, detallada y completa. El primer momento, titulado "El Problema", abarcó lo relacionado con el planteamiento del problema, así como la formulación de los objetivos y también la justificación de la investigación, caracterizando en este sentido la pertinencia y la necesidad del estudio en la realidad educativa contemporánea. El segundo momento, el "Marco teórico referencial", concretamente se ocupó de los antecedentes relevantes, del sustrato teórico y de las corrientes pedagógicas que dotaron de soporte a la investigación; así como los marcos normativos que lo apoyan. Esta sección se ocupó de proporcionar la base conceptual y legal, así como la base teórica y de criterios que orientaron la posterior labor de análisis de la información recogida y su interpretación.

El tercer momento, "Recorrido metodológico", da cuenta del tipo de estudio, del enfoque, del paradigma y del método que ha sido dedicado, así como de los criterios de

selección de los sujetos participantes, del contexto institucional, así como de las estrategias de recolección y tratamiento de la información. En esta sección, se puso de manifiesto el rigor científico que predomina en las investigaciones de corte cualitativo, salvaguardando de este modo la fortaleza y validez de los hallazgos con los que contábamos, a partir de la aplicación de los principios de credibilidad, transferibilidad, confirmabilidad y consistencia.

En la sección cuatro, "Análisis de Resultados", da cuenta de una interpretación minuciosa de los datos que emergieron de las entrevistas semiestructuradas que fueron elaboradas con los informantes claves. En el transcurso del análisis se fueron sistematizando las categorías emergentes en torno a la resolución de problemas matemáticos, como la confianza, metacognición, perseverancia, flexibilidad y autonomía. Los resultados indican que el método de Pólya permitió alcanzar la formalidad deseada para poder resolver problemas matemáticos. Sin embargo, se evidenció la existencia de ciertos elementos reticentes, como la resistencia a renunciar a esquemas tradicionales de resolución de problemas en Matemáticas. La reflexión sobre los errores y la forma de adaptarse de los alumnos a nuevos problemas fueron considerados como los elementos clave de la mejora de la competencia vinculada con la matemática.

En la quinta sección, "Teorización" unió los resultados obtenidos con las teorías pedagógicas y psicológicas que sustentan el método de Pólya. Las teorías de Piaget (1970), Vygotsky (1978), y Flavell (1979) constituyen el marco conceptual adecuado para comprender cómo el método de Pólya favorece el pensamiento crítico, la autonomía, y la metacognición de los alumnos. Piaget resalta que el conocimiento se construye con la interacción activa en el entorno, lo que se ve reflejado en el proceso de resolución de problemas que propone el método de Pólya. Por su parte, Vygotsky también considera la importancia de la interacción social y del aprendizaje colaborativo, aspectos que también están presentes en el uso del método. La metacognición que Flavell propone se mostró como un instrumento fundamental para que los estudiantes analizaran sobre sus propios procesos de pensamiento y pudieran ir corrigiendo sus enfoques.

La sexta sección "Conclusiones y Recomendaciones" recoge las conclusiones definitivas de la investigación y una serie de recomendaciones relacionadas con la interpretación de los resultados que se han ido obteniendo. La primera conclusión que

se puede afirmar es que el método de Pólya es una herramienta muy útil para hacer que los alumnos de educación secundaria aprendan a resolver problemas matemáticos, dado que promueve el desarrollo de las habilidades cognitivas y metacognitivas de los alumnos. Se develó que los docentes deben recibir formación continuada para trabajarlo en su quehacer pedagógico. Siguiendo esta línea de recomendaciones se indicó la implementación del trabajo colaborativo de manera estructurada para que se pueda abordar en las clases de matemática. Las últimas recomendaciones que se puede hacer en el presente momento es la que incluye herramientas tecnológicas que puedan tener una buena aplicación del método de Pólya de tal forma que el alumnado encuentre la oportunidad de experimentar de manera práctica los problemas matemáticos.

SECCIÓN I

EL PROBLEMA

A nivel internacional, las agendas educativas han puesto de manifiesto que una de las competencias básicas para desarrollar el pensamiento crítico y la toma de decisiones fundamentada es la resolución de problemas matemáticos. En este sentido, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2021), indica que la meta 4 del Objetivo de Desarrollo Sostenibles (ODS-4, Educación 2030) enfatiza en que las matemáticas constituyen la base para la movilidad entre disciplinas o el saber interpretar la información. En este marco, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2023), a través de los estudios internacionales, llama en repetidas ocasiones a que se dé cabida a la resolución de problemas, al razonamiento lógico y a la modelización en el currículo de matemáticas, ya que de esta forma los alumnos podrán aplicar herramientas numéricas o algebraicas ante situaciones de la vida cotidiana y, por lo tanto, se verá favorecida un pensamiento crítico más allá de las fórmulas matemáticas.

La enseñanza de las matemáticas se centra en los requisitos de competencias que permiten el manejo, el análisis de la información y la justificación de las decisiones por medio de la argumentación cuantitativa. En el supuesto de que esta competencia alcanza niveles altos, especialmente en ámbitos como la productividad o la innovación (Banco Mundial, 2018). Al respecto, los sistemas educativos más eficaces cuentan con un currículo explícito, presentan tareas retadoras que fomentan alcanzar competencias relativas a la resolución de problemas, promoviendo con esto tanto la competencia técnica como la socioemocional, lo que ayuda a gestionar la ansiedad matemática, y mejora la autoeficacia.

Desde la didáctica se sostiene la idea de que la competencia matemática enlaza dimensiones como la comprensión conceptual, la fluidez de los procedimientos, la elaboración de estrategias, el razonamiento analítico y la exposición productiva, dimensiones que une el instrumental y lo formativo (Castro y Torralbo, 2020). Este deber ser requiere de experiencias de aprendizaje auténticas, evaluaciones formativas y la

participación de los alumnos para mediar entre lo que se enseña en la escuela y las situaciones reales y variadas.

Desde esta perspectiva, la resolución de problemas matemáticos tiene una de las posiciones centrales del debate internacional en educación, por cuanto ésta disciplina permite concretar ese ideal formador, que se articula en comprensión, estrategia, razonamiento y aplicación. En la misma línea, desde la OCDE (2023), se propone que la enseñanza de las matemáticas esté orientada a las capacidades de los estudiantes de poder utilizar sus conocimientos en situaciones reales y desde la UNESCO (2022) se sostiene que la enseñanza de las matemáticas deba promover habilidades transferibles y el pensamiento crítico. Pero, a pesar de esas orientaciones, continúan siendo predominantes en muchas de las prácticas escolares tradicionales centradas en ejercicios rutinarios, escasa contextualización y poca participación del alumno en la construcción del conocimiento. En consonancia con este planteamiento, la resolución de problemas en educación secundaria se fortalece a través de aquellos enfoques didácticos que integran procesos como la modelación o el razonamiento matemático. En este sentido, Font, Godino y Gallardo (2023) postulan que:

El modelado busca relacionar la realidad empírica con la realidad matemática y desarrollar en los estudiantes potencialidades en su pensamiento. Promover espacios en el aula para que los estudiantes modelen, los permite poner en marcha habilidades de previsión, exposición y dar solución a situaciones en el contexto de la realidad empírica (p. 87).

Esta afirmación demuestra que la resolución de problemas no solo tiene que ver con la aplicación de procedimientos, sino con la construcción del significado a partir de situaciones en la realidad empírica, lo que está alineado con el método de Pólya en cuanto al desarrollo de procesos de comprensión, planificación, ejecución y verificación. Es decir, su implementación influye en los procesos educativos al potenciar el razonamiento matemático, la autonomía o la capacidad del estudiante en la resolución de problemas desde una posición reflexiva en educación secundaria.

En Colombia, la educación matemática se encuentra ante grandes retos. Las cifras de las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA, 2022), establecidas a nivel internacional, muestran que los estudiantes colombianos están por debajo de la media de la OCDE en lo que hace referencia a la capacidad para razonar e intervenir en problemas matemáticos. Igualmente, los

documentos de las pruebas Saber en 3°, 5° y 9° del ICFES (2023) reflejan que tan solo el 40 % de los estudiantes logra resolver problemas de baja complejidad. Los datos expuestos acusan, a su vez, una desarticulación existente entre los aprendizajes matemáticos producidos en la escuela y las capacidades necesarias para la resolución de problemas fenomenológicos cotidianos.

En esta misma línea, en el contexto colombiano existe una brecha entre lo que propone el Ministerio de Educación Nacional en los Estándares Básicos de Competencias y lo que propiamente ocurre en el aula, aunque se considera a la resolución de problemas como un eje central del aprendizaje matemático, aún se asisten a prácticas convencionales, descontextualizadas y centradas en la mera repetición de procedimientos. De aquí emergen causas como la escasa mediación pedagógica, la debilidad en la contextualización y el bajo uso de estrategias heurísticas; y como consecuencia, ver una vez más niveles de desempeño muy bajos, dificultades en el razonamiento matemático, desmotivación en el área y escasa posibilidad de hacer una transferencia de lo aprendido a la vida cotidiana.

La educación actual, entendida como una experiencia de formación integral, refleja en las matemáticas y en la lectoescritura dos de los saberes fundamentales que permiten afrontar el conocimiento y la cultura. Ambas competencias, de carácter instrumental, facilitan abordar otros saberes, por esta razón su desarrollo es considerado un objeto fundamental en los sistemas educativos (Rico, 2012). En este sentido, las matemáticas no sólo consisten en un conjunto de fórmulas abstractas, sino que se convierten en herramienta universal para comprender, interpretar y transformar la realidad. Como se plantea en el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2014):

Las matemáticas no deben asumirse únicamente como un cúmulo de teorías desarticuladas. Su verdadera finalidad es brindar a los individuos la capacidad de pensar, razonar y expresarse en múltiples contextos de la vida cotidiana y profesional. Resolver problemas, interpretar información cuantitativa y comunicar ideas mediante un lenguaje riguroso y preciso son aspectos que las convierten en un medio de inserción social y cultural, clave para la vida en comunidad y el ejercicio de la ciudadanía responsable p. 19).

De lo anterior se vuelve a configurar un pronóstico nada esperanzador: si no se implementan cambios educativos sostenibles, el contexto de la educación matemática del sistema educativo colombiano podría perpetuar una formación matemática

fragmentada, basada en la memorización de una jerga de contenido hasta cierto punto vacío. Como señala Jiménez et al. (2023):

Las dificultades en matemáticas no pueden entenderse únicamente como fallas individuales. Las dificultades o las causas son de carácter estructural del sistema escolar (metodologías sin innovación, formación insuficiente del profesorado; escasamente relacionado lo que se enseña en la escuela con la vida cotidiana). Asumir esta problemática como un reto colectivo, la cual exige de los docentes, directores, familias y comunidades es crucial, porque en caso contrario será difícil sobrepasar las brechas de calidad y garantizar que todos los alumnos y todas las alumnas puedan crear un pensamiento crítico y flexible capaz de responder a los retos del mundo actual (p. 74).

Los resultados del análisis realizado indican la existencia de una situación de exclusión, al presentar una educación matemática en Colombia que continúa centrada en la memorización sin una verdadera comprensión. Jiménez et al. (2023) nos recuerdan que el hecho de tener dificultades en matemáticas viene dado por las fallas estructurales del mismo sistema educativo, por metodologías de la enseñanza sin la innovación pertinente, por la formación de los docentes totalmente desactualizada y la desconexión de la vida del estudiante con los temas que son estudiados. Este punto de vista hace necesario dar una respuesta colectiva a este problema que tiene que ver con un trabajo tanto de docentes como de directivos, familias y comunidades. Si no se sostienen cambios en el tiempo, las brechas educativas en términos de calidad seguirán ampliándose y será cada vez más difícil desarrollar el pensamiento crítico y las competencias necesarias que nos permita afrontar el tiempo.

Los resultados que aporta este análisis permiten establecer una situación de exclusión puesto que en las prácticas de enseñanza y de aprendizaje de la educación matemática en Colombia, comprobada por el análisis antes expuesto, la educación matemática continúa siendo la educación matemática de la memorización y la falta de comprensión. Esta situación se desarrolla en el marco de un contexto educativo en donde, a pesar de las orientaciones del Ministerio de Educación Nacional, se practican prácticas educativas tradicionales, escasamente innovadoras y deficientes en la formación docente que limita la posibilidad de desarrollar competencias de resolución de problemas. Desde la perspectiva didáctica, esta situación problemática puede ser entendida a partir de la comprensión de que la resolución de problemas deba constituirse en el núcleo de la actividad matemática escolar. Como plantea Godino (2024):

La actividad matemática escolar debe organizarse en torno a la resolución de problemas, los cuales permiten articular los procesos de comprensión, representación, argumentación y validación del conocimiento. No se reducen exclusivamente a la mera aplicación de procedimientos, sino a construir significados a partir de situaciones que requieren interpretación, toma de decisiones y reflexión respecto de las soluciones (p. 19).

Este planteamiento refrenda la exigencia de que se rehaga la enseñanza de las matemáticas en el contexto colombiano, superando planteamientos tradicionales e impulsando prácticas que giren en torno a la comprensión, el razonamiento y la aplicación del conocimiento para cerrar brechas de educación y de construir competencias de resolución de problemas derivados de las dificultades del contexto.

La Institución Educativa Eduardo Santos, ubicada en el municipio de Neiva, da cuenta de las tensiones que se evidencian en el contexto del sistema educativo nacional. La problemática de la institución se presenta de modo evidente a través de los resultados arrojados por las pruebas internas practicadas a los estudiantes, los cuales observan la presentación de dificultades en el dominio de un lenguaje matemático adaptado, las cambiantes referencias de enunciados de expresión literal al lenguaje matemático, la aplicación de estrategias adecuadas para afrontar el abordaje de los problemas planteados. Así también, en las reuniones del Comité de Área se ha advertido de modo reiterado que la enseñanza en esta Institución Educativa es la de un modelo de repetición mecánica de procedimientos para la obtención de soluciones matemáticas, lo que hace que la motivación sea baja. Por ello, para su propio trabajo puede considerar la existencia de ansiedad y autopercepción negativa respecto de su propio desempeño.

En este proceso, la problemática antes expuesta cobra realce al profundizar sobre el papel que ocupa la resolución de problemas matemáticos en calidad de eje del proceso de aprendizaje. La escasa apropiación del lenguaje matemático y la dificultad para interpretar enunciados evidencian no solo determinados vacíos conceptuales, también la carencia de estrategias cognitivas que guíen a los estudiantes en la interpretación, planificación y ejecución de los problemas matemáticos. Entre las causas posibles de la situación descrita están las prácticas pedagógicas centradas en la memorización de algoritmos y una escasa contextualización de los problemas matemáticos a resolver, lo cual implica poca promoción del pensamiento crítico. Como consecuencia, los estudiantes tienen escasa transferencia de conocimientos a situaciones reales, se

sienten inseguros a la hora de enfrentarse a nuevos retos matemáticos y poco a poco se desmotivan respecto del área, repercutiendo negativamente en su rendimiento académico, así como en la construcción de competencias desde la perspectiva de la vida.

El método de George Pólya puede ser una buena y adecuada fórmula pedagógica para la materia de matemáticas en la educación secundaria, porque explica la resolución de un problema a partir de las siguientes etapas: La comprensión del problema, la elaboración de un plan, la ejecución del plan y la verificación de la solución, y permite tanto el desarrollo de habilidades cognitivas y como metacognitivas, y puede contribuir a que la ansiedad que siente el alumnado antes de enfrentarse con problemas matemáticos disminuya, puesto que da lugar a un conjunto de herramientas organizadas para dar respuestas a una situación problemática; favorece el desarrollo del razonamiento lógico, el desarrollo de la autonomía y la confianza personal, lo puede influir positivamente sobre la motivación y sobre la calidad del aprendizaje; por tanto, la introducción sistemática del método de Pólya puede ser el punto de respuesta pedagógica que puede responder a las carencias que hemos señalado y favorecer un aprendizaje significativo y funcional en la enseñanza de la matemática.

Estos conflictos no solo se reflejan en los planes de mejoramiento institucional, puesto que la ausencia de estrategias pedagógicas activas y las escasas conexiones del contenido matemático con las situaciones de la vida cotidiana limitan el desarrollo de competencias matemáticas profundas de los estudiantes, sino que también se constituyen en los elementos que están siendo conocidos como barreras que afectan al rendimiento académico y al bienestar emocional de los estudiantes. Es decir, que la situación no se encuentra solamente en el bajo rendimiento de las pruebas, sino que responde a un amplio desafío pedagógico que demanda la utilización de metodologías activas que transformen el proceso educativo y el de aprendizaje de las matemáticas.

Desde este planteamiento se estructuran los siguientes interrogantes: ¿Cómo generar constructos teóricos que sirvieran a la resolución de problemas matemáticos según el método de Pólya en los alumnos de educación secundaria en la Institución Educativa Eduardo Santos de Neiva-Colombia? ¿Qué entienden los actores educativos acerca del proceso de resolución de problemas matemáticos de la educación

secundaria? ¿Qué métodos de enseñanza aplican los profesores en la resolución de problemas matemáticos en educación secundaria? ¿Cuáles son los aportes del método de Pólya los procesos involucrados para la resolución de problemas matemáticos contextualizados en estudiantes de educación secundaria? ¿A partir de qué elementos teóricos podrían construirse las bases para la aplicación del método de Pólya a la resolución de problemas matemáticos en la educación secundaria en la Institución Educativa Eduardo Santos de Neiva?

Objetivos de la investigación

Objetivo general:

Generar un constructo teórico para la resolución de problemas matemáticos desde el método de Pólya en educación secundaria en la institución educativa Eduardo Santos de Neiva Colombia.

Objetivos específicos

Identificar desde la concepción de los actores educativos el proceso para resolución de problemas matemáticos en educación secundaria.

Describir los métodos de enseñanza empleados por los docentes para la resolución de problemas matemáticos en la educación secundaria.

Interpretar desde los aportes del método de Pólya los procesos involucrados para la resolución de problemas matemáticos en educación secundaria.

Conformar elementos teóricos que fundamenten la aplicación del método de Pólya en la resolución de problemas matemáticos en la educación secundaria de la Institución Educativa Eduardo Santos de Neiva.

Justificación de la investigación

La investigación se fundamentó en la necesidad de dar respuesta a las barreras persistentes en la resolución de problemas matemáticos por parte de los alumnos de educación secundaria de la Institución Educativa Eduardo Santos de Neiva. Las dificultades se encuentran evidenciadas en las pruebas internas y externas en cuanto a la comprensión de los conceptos, la aplicación de las estrategias adecuadas y la actitud esencial que tiene que ver con la matemática, ya que estas limitaciones también traen

consigo una mayor dificultad en el rendimiento escolar y genera, a su vez, una sensación de insuficiencia en cuanto a la confianza y en cuanto al bienestar emocional de la educación secundaria de los alumnos que llevan a cabo la resolución de problemas matemáticos. La problemática que se ha ido explicitando motiva dicho análisis, que responde a la necesidad de la búsqueda de las soluciones pedagógicas que fortalezcan el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas en situaciones de la escuela vividas por los alumnos.

Desde el aporte teórico, el estudio construyó un marco conceptual fundamentando en el método de Pólya mediante el cual se articule la comprensión, la planificación, la ejecución y la evaluación de problemas matemáticos, lo que supone articular los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales de una forma coherente, poniendo de manifiesto el desarrollo integralmente de competencias matemáticas, así como ofrecer un sólido espaldarazo para futuras propuestas de investigación y propuestas pedagógicas en educación secundaria. Al respecto, Restrepo (2022) indica que “realizar un dominio práctico de un marco conceptual, que permita generar una serie de estrategias cognitivas complejas, favorece un aprendizaje profundo y transferible en contextos educativos diversos” (p. 45), lo que muestra que el método de Pólya, más que organizar un proceso de aprendizaje, también ayuda a incrementar la capacidad de los estudiantes para aplicar el método de Pólya de forma crítica y reflexiva en situaciones nuevas, confirmando así la validez del marco teórico que hemos propuesto.

Respecto del aporte práctico, el trabajo de investigación develó cómo los docentes prácticos la resolución de problemas en el aula, de modo que sean ellos los que favorezcan este proceso de manera reflexiva y autónoma. Esperando mejorar el rendimiento académico, aumentar la motivación de los estudiantes y fortalecer su capacidad para enfrentarse a situaciones problemáticas de forma creativa y resolutiva, generando un aprendizaje más significativo y duradero. Cada vez hay más evidencias que avalan la importancia de las estrategias activas en el aula con el fin de “incrementar la motivación, la participación, la autonomía de los/as estudiantes y conseguir un aprendizaje más contextualizado y funcional” (Mendoza y Herrera, 2021, p. 77). Así, las estrategias prácticas extraídas del método de Pólya promueven el aprendizaje

participativo y activo de modo que los estudiantes desarrollen aprendizajes que puedan ser transferidos y aplicables a diferentes contextos del ámbito académico y cotidiano.

En cuanto al aporte metodológico, el proyecto estableció un modelo de enseñanza que toma como base las fases del método de Pólya considerando el análisis teórico, la planificación de actividades y la evaluación de tipo formativa. Este modelo permite a los docentes guiar al alumnado paso a paso en el proceso de resolver problemas, adecuando las estrategias a las distintas necesidades y diferentes contextos que pueden tener sus alumnos, generando la reflexión y la autonomía en su aprendizaje de las matemáticas. Tal y como indican Gómez y Salcedo (2023), “el uso de un modelo de tipo metodológico estructurado permite, el docente, guiar al estudiante en la aplicación práctica de los conceptos matemáticos, de manera que se potencie la capacidad de análisis, el pensamiento crítico y la resolución de problemas” (p. 64). Desde este punto de vista, nos muestra que un planteamiento de tipo metodológico sistemático no solo facilitará el aprendizaje de una forma adecuada, sino que, además, favorecerá la autonomía del alumnado, algo que permite que la resolución de problemas se convierta en un proceso reflexivo y autosuficiente.

El impacto que tuvo la investigación fue muy importante a nivel institucional y también académico, ya que proporcionó evidencias que pueden fortalecer programas de formación docente, mejorar las prácticas pedagógicas y ser una referencia para futuros proyectos en condiciones similares a las del presente. A su vez, ofrece aportes en la producción de conocimientos teóricos en la enseñanza de las matemáticas, así como también mejorar la práctica didáctica que contribuya en el desarrollo del conjunto de los estudiantes y en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Se encuentra situada dentro de la línea de Educación Matemática, situada para abordar investigaciones que se expongan en foros, congresos, talleres, publicaciones y con ello se consolidan de alguna manera contribuciones importantes para el debate educativo y para la mejora de continuidad en la enseñanza de la matemática.

SECCIÓN II.

MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

Esta sección corresponde al Marco Referencial de la investigación, el mismo que se estructura en tres componentes fundamentales: los antecedentes de la investigación, la historiografía de la resolución de problemas matemáticos, y el sustento teórico las bases legales que orientan la enseñanza en la educación secundaria. El propósito es ofrecer un sustento teórico para la comprensión del contexto académico, histórico y normativo que enmarcan la problemática motivo de estudio. En Hernández et al. (2014), se establece que el marco referencial “ofrece un sustento teórico y empírico que permite ubicar el problema de investigación en un campo de conocimiento ya establecido” (p. 93). De tal manera que el texto se inicia por el análisis que realizan estudios anteriores en el ámbito de la resolución de problemas, el análisis de la evolución del pensamiento matemático como eje educativo de primer orden, las teorías que sustentan la investigación y de las normativas que regulan la formación matemática en Colombia.

Antecedentes del estudio

Los antecedentes de investigación entregaron las bases para la presente investigación sobre los fundamentos teóricos para la resolución de problemas matemáticos. A nivel internacional, un referente notable que proporciona los fundamentos teóricos a la presente propuesta es el que realiza Fernández (2023), titulado *Desarrollo de competencias matemáticas en la resolución de problemas a partir del uso de las TIC*, que se desarrolló en México y fue presentado ante la Universidad UMECID de Panamá. En esta investigación, la finalidad es valorar el impacto que tienen las competencias matemáticas al estar potenciadas por TIC en la resolución de las situaciones problemáticas. Para conseguir el objetivo anterior, la metodología utilizada corresponde a una investigación de tipo cualitativo, a través del diseño basado en la revisión documental exhaustiva. El material objeto de estudio se realizó a partir de una búsqueda sistemática en una serie de bases de datos académicas, tales como Scielo; Redalyc; Google Scholar y Dialnet; finalmente, se han seleccionado 32 documentos, así como también artículos científicos, tesis posgraduales y trabajos académicos.

En los resultados más relevantes se ha puesto de manifiesto que las competencias matemáticas se ven fortalecidas notablemente gracias a la resolución de problemas con herramientas tecnológicas. Hubo un inquietante desarrollo del razonamiento lógico, la capacidad de análisis, la comprensión contextual de los problemas, tanto en los alumnos como en los profesores que participaron en la actividad. La investigación concluye que el uso correcto de las TIC no solo incrementa los procesos de adquirir conocimientos, sino que en sí mismos modifican el proceso de aprendizaje favoreciendo prácticas más activas, colaborativas y orientadas a una comprensión global del conocimiento matemático.

La investigación ofrece reflexiones que hacen reconsiderar los métodos de enseñanza tradicionales de las matemáticas, en la medida en que pone de relieve que la utilización de estrategias didácticas innovadoras como el uso de las mediaciones digitales propicia de forma considerable los conocimientos y competencias asociadas a la resolución de problemas. El trabajo no hace mención expresa del método de Pólya, pero su resultado permite deducir que el método utilizado para su investigación también tiene repercusiones en la efectividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En el marco de esta investigación sobre las bases teóricas en las que se apoya la resolución de problemas matemáticos bajo el método de Pólya en la educación secundaria, este estudio representa un referente de valor. El estudio pone de manifiesto que el desarrollo del pensamiento matemático va más allá de la mera transmisión de contenidos; en este desarrollo adquiere especial importancia la forma metodológica que estructura el aprendizaje, así como su contextualización.

De igual manera, el trabajo llevado a cabo por Mamani (2023), denominado *Dificultades en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado B de Educación Primaria de la Institución Educativa Nuestra Señora de Fátima, Cusco – 2022*, desarrollado en la Universidad Santa Rosa de Perú, tuvo como propósito fundamental la identificación de los factores que constituyen las dificultades para desarrollar las habilidades en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado de Educación Primaria. A partir de un enfoque cualitativo con un diseño etnográfico y con un paradigma interpretativo, fue posible llegar a determinar las

prácticas pedagógicas y las condiciones escolares que influyen en el aprendizaje matemático.

El trabajo se realizó con una muestra intencionada de 7 estudiantes e hizo uso de instrumentos como entrevistas en profundidad, observación participante, registros etnográficos y anecdóticos. De los principales hallazgos cabe destacar insuficiencias en conocimientos previos tales como cantidades, seriaciones y equivalencias, así como escasa comprensión de textos. Otra de las evidencias que emergieron del campo de estudio fue el escaso nivel de innovación en las estrategias didácticas, lo que hacía que éstas se repitieran de modo monótono, lo que desembocaba en el desinterés, la dispersión de la atención, la mínima implicación en la tarea y la escasa participación en las actividades matemáticas.

Este estudio se ha constituido en un referente muy importante para aquellas investigaciones que giren en torno a la resolución de problemas matemáticos, como la que nos ocupa, que se encuentra sustentada en el método de Pólya. Aun cuando para ello se encuentre orientado hacia el nivel primario, los resultados nos permiten ver cómo ciertas dificultades se arrastran hasta la educación secundaria. Asimismo, refuerzan la necesidad de la puesta en práctica de metodologías activas, reflexivas y contextualizadas, en coherencia con los principios que promueve el método de Pólya, que a su vez favorece el desarrollo del pensamiento lógico y una comprensión profundamente integrada.

A nivel nacional la investigación de Contreras (2022), desde la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL) en Venezuela y desarrollada en el marco colombiano, se centró en la fundamentación de constructos teóricos de razonamiento y argumentación al resolver problemas trigonométricos en educación media. Un estudio que pertenece a la línea de investigación en Educación Matemática en el Núcleo de Investigación Didáctica y Tecnología Educativa (NIDITE) que se enmarca dentro de un enfoque cualitativo y con un paradigma interpretativo, en el que se sustentan métodos hermenéuticos como la interacción simbólica y la Grounded Theory; la participación fue de seis estudiantes de grado décimo y cuatro docentes; hace uso de la entrevista en profundidad como principal recurso de recolección de información.

Como principales hallazgos resalta el hecho de que la resolución de problemas en la trigonometría contribuye al robustecimiento del pensamiento lógico y de la argumentación matemática, dado que incluye elementos como el uso del lenguaje formal, la contextualización de las situaciones problemáticas, así como la articulación entre la teoría y la práctica. Como resultado del análisis emergen tres constructos: la concepción del docente sobre la enseñanza de la matemática y el razonamiento lógico, la concepción del estudiante sobre sus competencias, sus estrategias y sus procesos matemáticos y la relación entre el razonamiento y la argumentación para la resolución de problemas propios de la materia.

Dichos aportes forman un insumo valioso en el sentido de ser de utilidad para la investigación en, a partir de, a partir de sus resultados y aportes, al percatarnos de que sus propios resultados llevan a profundizar en la comprensión de determinados procesos cognitivos determinantes como el razonamiento y la argumentación coherentes con los pasos que han sido elaborados por Pólya: comprensión del problema, elaboración de un plan, ejecución y revisión, por lo que este referente amplía y afianza el marco conceptual y metodológico del presente trabajo, propendiendo de esta manera a repensar la práctica pedagógica desde una mirada crítico-reflexiva e integradora.

En relación con los referentes nacionales, el trabajo de Silva (2024), realizado en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador UPEL de Venezuela, titulado La resolución de problemas en el área de Matemáticas mediado por la comprensión del Método Pólya refiere a la creciente importancia del enfoque ofrecido por Pólya en la formación de las matemáticas. Esta investigación tiene como objetivo principal ofrecer una contribución teórica a la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, basada en la comprensión del método de Pólya, con énfasis en su uso en los profesores de educación secundaria del Colegio Integrado Divino Niño del municipio de Capitanejo, Santander (Colombia).

La referencia metodológica se conecta con el paradigma cualitativo interpretativo, y se fundamenta en el enfoque hermenéutico que se recoge en la manera cualitativa. La técnica de recolección de los datos fue la técnica de las entrevistas profundizadas a los entrevistados, profesores y estudiantes de la institución que participaba en el estudio. El análisis de la información dejó aflorar cuatro ejes teóricos: (1) Didáctica de la

comprensión porque subraya la lectura con intención como el fenómeno para ir contextualizando la resolución de problemas matemáticos; (2) Didáctica de la concepción porque destaca el desarrollo del pensamiento matemático remarcando las estrategias pedagógicas innovadoras, digitales y analógicas; (3) Didáctica de la ejecución porque modifica la función del docente, desplazando el proceso hacia los estudiantes y las alumnas como protagonistas; y (4) Didáctica resiliente y retrospectiva porque enfatiza la disposición resiliente del docente y de los estudiantes como elemento esencial para alcanzar el éxito en el proceso de aprendizaje.

Los resultados obtenidos de la investigación contribuyen de forma directa a los fundamentos conceptuales del presente trabajo al permitir la comprensión de la forma en la que se entrelazan los componentes metodológicos del enfoque de Pólya con elementos de tipo pedagógico, actitudinal y cognitivo, en el contexto del aula. Esta contribución a la línea de implicaciones refuerza la idea de que la enseñanza de la resolución de problemas no debe concentrarse en la propia técnica entendida como tal, sino más bien facilitar procesos de educación que propicien la comprensión, el pensamiento crítico, la reflexión pedagógica y también el acompañamiento; por tanto, se constituirá un referente clave para la producción de propuestas didácticas integrales en el contexto de una educación centrada en el ser humano y que sea coherente con la teoría del aprendizaje situado.

Acorde con lo anteriormente mencionado, en la investigación titulada Fundamentos teóricos para un aprendizaje significativo de las matemáticas desde la resolución de problemas en la educación básica colombiana, llevada a cabo por Villamizar (2023) en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL) de Venezuela, se describe la importancia de promover un aprendizaje genuino de las matemáticas a través de la resolución de problemas. Este enfoque teórico busca fomentar una comprensión profunda de las ideas relevantes y de los conceptos matemáticos en situaciones cotidianas, a la vez que pone de manifiesto la importancia de un aprendizaje que pase de lo abstracto a lo cotidiano.

Desde la perspectiva de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, el autor defiende que el conocimiento se construye cuando la nueva información se ancla de una forma significativa a los conocimientos previos del aprendiz; aplicando la teoría que nos

ocupa, esto querría decir que el alumnado tiene que relacionar los conocimientos previamente adquiridos con los nuevos conocimientos que emergen en el contexto de la resolución de problemas, que les permita aplicarlos a situaciones de la vida real y, de esta manera, facilitar la apropiación de los conocimientos matemáticos y su transferencia a situaciones de la vida cotidiana.

La investigación se centró en tres aspectos específicos de la realidad educativa de la Institución Educativa Alonso Carvajal, en Norte de Santander (Colombia). Primero, se indagó sobre las percepciones de los docentes de la práctica de la resolución de problemas como metodología, frente a situaciones complejas de la clase. En segundo lugar, se expusieron las prácticas pedagógicas de los profesores. Y por último, se intentó dar sustento teórico a un modelo de enseñanza basado en la resolución de problemas para los alumnos de educación básica primaria y secundaria.

La presente investigación aporta intereses educativos en la medida que permite encontrar una base teórica que relacione los métodos de Pólya y el uso que realizan los docentes en cuanto a la resolución de problemas matemáticos, enfatizando de qué manera este método puede contribuir a que comprenda de forma más rica los contenidos matemáticos y orientar un aprendizaje significativo podemos decir que ha lugar a un aprendizaje más rico, más profundo, más relevante; a la vez que constituye una base conceptual que permite facilitar la transferencia de la metodología de Pólya a las aulas de secundaria favoreciendo de este modo, el desarrollo de las habilidades del pensamiento lógico y crítico por parte de su alumnado, y a la vez para realizar una mejora didáctica en la práctica.

Por último, la investigación "Concepciones del docente sobre los procesos de análisis y resolución de problemas matemáticos" realizada por Delgado (2022) en la universidad UPEL estudia los factores que afectan la enseñanza de las matemáticas en la educación colombiana como el rol de las concepciones sociales de los docentes. Este estudio concreta la idea de entender de qué forma los maestros interpretan e instruyen cómo resolver problemas matemáticos, puesto que las significaciones sociales tienen un papel importante en la construcción de una realidad educativa que, en ocasiones, puede llegar a ser distorsionada.

El principal objetivo de la investigación fue la elaboración de alguna teoría que explicase estas concepciones y que ayudase a mejorar los procesos de la enseñanza. Para ello se asumió un enfoque de trabajo cualitativo a partir del método fenomenológico dentro del paradigma interpretativo, que permitió tener una mirada más en profundidad de las vivencias y puntos de vista de los docentes del área de las matemáticas en el Colegio Juan Pablo I.

La metodología empleada consiste en la realización de entrevistas exhaustivas a cuatro docentes de matemáticas, que se constituyeron en informantes claves. Las entrevistas fueron sometidas a análisis a través de la triangulación hermenéutica con el objetivo de contrastar los relatos de los docentes con los fundamentos teóricos y las valoraciones contenidas en las observaciones de la investigadora, así como de enriquecer el conocimiento adquirido sobre el tema estudiado. Los resultados más significativos señalaban, sin duda, la necesidad de replantear los procesos formativos en torno a una didáctica que favorezca el desarrollo de las capacidades para resolver problemas matemáticos de manera que la enseñanza de las matemáticas se adapte a las necesidades reales de los alumnos.

Dentro de las conclusiones, se resalta 'la utilidad de la contextualización de la enseñanza de la matemática para poder paliar las dificultades que tienen los alumnos en las aulas', a la par que enfatiza la necesidad de incorporar teorías didácticas más eficaces en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Asimismo, el valor de esta investigación para el estudio de 'Fundamentos teóricos para la resolución de problemas matemáticos fundamentados en el método de Pólya en educación secundaria' reside, entre otras cosas, en la reflexión que permite sobre las concepciones y las prácticas pedagógicas de los docentes en relación con la resolución de problemas. Los resultados de este estudio ayudan en el enriquecimiento del marco teórico de la investigación actual, mediante la posibilidad de mejorar la enseñanza y alentar la práctica más adecuada de la metodología del método de Pólya dentro del contexto de la educación secundaria.

Evolución histórica y prospectiva de la resolución de problemas matemáticos

La historiografía acerca de la resolución de problemas muestra una evolución digna de tenerse en consideración en las diferentes etapas del recorrido histórico de la humanidad. En la Prehistoria, los primeros humanos se enfrentaron a problemas de tipo

vital y comenzaron a usar métodos o procedimientos de aproximación al objetivo del problema en cuestión utilizando, por ejemplo, algo tan elemental como el ensayo y error, la imitación y la intuición. Esta etapa originaria marcó el punto de partida del proceso histórico de la resolución de problemas, *ibid.* en la Prehistoria, ya que se constituyó como un primer umbral de la adaptación humana por medio del aprendizaje empírico y la observación directa del contexto. El proceso de innovar o de adaptarse a otras situaciones u a otros problemas o bien a un cambio impuesto por las condiciones imperantes ha sido sin lugar a duda un aspecto nuclear en la evolución de los seres humanos desde sus etapas más remotas.

En la etapa Antigua, según Puig (2006), civilizaciones como la egipcia, la griega y la romana fueron muy reconocidas por sus avances en matemáticas y geometría, aplicando para ello métodos relativamente sistemáticos para la solución de problemas arquitectónicos, sociales y comerciales. Autores como Euclides en Grecia y Arquímedes en Roma se encuentran entre las referencias de estas culturas, las cuales sentaron, entre otros aspectos, contribuciones que luego marcarían la vía de la resolución de problemas y que tendrían fuertes repercusiones en la fijación de fundamentos matemáticos todavía existentes en nuestros días. El uso de teoremas geométricos y de principios matemáticos para resolver una construcción, para dar respuesta a problemas prácticos pone de manifiesto un nivel de pensamiento y aplicación del conocimiento muy importante en la antigüedad.

A lo largo de la Edad Media, la resolución de problemas había estado netamente orientada, como ya hemos dicho, por los axiomas de la filosofía escolástica y la teología cristiana, los mismos que limitaban, en el fondo, el pensamiento de este periodo. Por el contrario, ya en la época del Renacimiento empezará a desarrollarse el método científico, que, de una manera u otra, empieza a dar respuesta a problemas desde un método científico que se plantea constantemente desde la observación, la experimentación, la inducción y la deducción. Son bien conocidos los autores del Renacimiento que utilizan este método científico: desde Leonardo da Vinci y su aplicación para resolver problemas de la física o de la anatomía, hasta Galileo Galilei y su aplicación en la ingeniería, por sólo citar algunos ejemplos. El Renacimiento no sólo inició una nueva forma de ver el

mundo natural y humano, sino que en cierto sentido sentó las bases de la ciencia moderna y el uso del método científico como recurso ante problemas complejos.

En el contexto de la Revolución Industrial, una serie de avances científicos y tecnológicos permitió solventar los problemas de ingeniería, producción, logística y similares de forma más eficiente. James Watt o Thomas Edison son autores asociados a esta época cuyas innovaciones tecnológicas permitieron resolver problemas de una forma u otra en la sociedad moderna. Esta evolución en la historia, para Sigarreta y Rodríguez (2006) conforma la historia de la resolución de problemas, la cual evoluciona y se refina continuamente a lo largo del tiempo, subrayando, así, su trascendencia y universalidad en todos los tipos de saberes y conocimientos humanos.

La enseñanza de la resolución de problemas en matemáticas en las prácticas escolares en Colombia ha ido evolucionando gracias a metodologías y teorías internacionales, pero contextualizadas a la realidad de la cual forma parte. En especial, la práctica docente ha mostrado una forma distinta, tal como la propuesta en el método de Pólya, orientada en traer consigo una mejor comprensión y aplicación de las matemáticas en la vida real, que no sólo pretende ser mejor en la resolución de problemas, sino también en la práctica de habilidades críticas. Gutiérrez y Cárdenas (2017) proponen que la práctica docente ha ido transitando hacia métodos más constructivistas y orientados en desarrollar competencias matemáticas que permitan a los alumnos, no sólo la resolución de problemas, sino también el desarrollo del pensamiento crítico y la autonomía en su propio aprendizaje. Esa adaptación de un modelo de resolución de problemas como el que nos muestran las teorías internacionales sería una forma más de comprometerse con la mejora de la educación matemática, haciendo que los alumnos se enfrenten a retos matemáticos de una forma más contextualizada a la realidad de la que forman parte.

Bases teóricas

Fundamentación epistemológica del estudio

La teoría del conocimiento propuesta por Skinner (1938), concibe el aprendizaje como una modificación de la conducta manifiesta, que es bajo el control de los estímulos del medio. Desde esta teoría queda excluido cualquier proceso mental no corroborado empíricamente; la atención se centra en las respuestas de los sujetos ante estímulos

concretos. La definición que aporta Skinner reza así: "El refuerzo constituye el principio esencial que preside la conducta, ya que las acciones que producen consecuencias satisfactorias suelen repetirse" (p. 65). Por conducto del condicionamiento operante se pueden reforzar las conductas deseadas mediante recompensas, creando un medio educativo en el que el aprendizaje es consecuencia del manejo de las variables externas.

En el ámbito de la enseñanza matemática, esta teoría se ejemplifica en la práctica mediante estrategias de enseñanza sistemáticas: pruebas repetitivas, premios inmediatos y la retroalimentación permanente dan vía libre a la consolidación de destrezas operativas. Así los alumnos dan respuestas a estímulos que han sido preparados por el docente, entendido este como el organizador del entorno de aprendizaje. Estas prácticas permiten consolidar habilidades más básicas que van desde la resolución de operaciones a través de algoritmos o mediante el uso de reglas aritméticas, de manera que esta estructuración permite aprender rutinas que son necesarias para poder ir a prácticas más complejas.

No obstante, la física o el conductismo resultan muy limitantes en situaciones donde interpretar, modelar o resolver problemas matemáticos desde una postura crítica o creativa sea indispensable. La primacía otorgada a la respuesta correcta puede llevar a una mecanización del pensamiento que impida al alumno establecer conexiones conceptuales profundas. Sin embargo, su función instrumental en las etapas iniciales del proceso de enseñanza-aprendizaje resulta incuestionable, pues permite consolidar estructuras básicas imprescindibles para el aprendizaje posterior. Por ello, la implementación de este enfoque debe estar articulada con otros que respondan a la dimensión cognitiva y afectiva del aprendizaje matemático, favoreciendo así un desarrollo más completo de las competencias.

Según el enfoque de Piaget (1970), la adquisición del conocimiento se produce por un proceso activo que realiza el sujeto por una reorganización de las estructuras mentales de que dispone según su contacto con la realidad. Este desarrollo cognitivo lo hace avanzar por fases que hacen posible alcanzar una nueva lógica de análisis y, por ende, una lógica de comprensión. Para el autor, "el conocimiento se produce por una sucesión de equilibrios y desequilibrios en función de los niveles de pensamiento que hacen posibles niveles de pensamiento más complejos" (p. 15). En este sentido, la

experiencia, el conflicto cognitivo y la actividad mental son los tres pilares de la teoría en la que el aprendizaje no conlleva la simple acumulación de datos, sino que hay transformación.

Dentro del aprendizaje matemático, el constructivismo favorece una enseñanza de la resolución de problemas reales que provocan que el alumno ponga en marcha sus esquemas mentales que le permiten realizar hipótesis, verificar resultados y ajustar procedimientos. En lugar de memorizar fórmulas, se procura que el alumno entienda las relaciones que se establecen entre los conceptos y se apodere del contenido a partir de su propio marco de referencia. Por tanto, el aprendizaje se convierte en un proceso de asimilación y acomodación que determina un proceso de autonomía intelectual y de pensamiento lógico que resulta esencial a la hora de afrontar la resolución de los problemas matemáticos. Ahora bien, Gómez (2000), explica que:

Una de las maneras de enseñanza que pueden desprenderse de este enfoque es que el alumno interactúe con el medio en un ambiente natural o preparado para que tenga contacto con nueva información que se asimile a sus esquemas o que le presente una disonancia cognoscitiva que le lleve a revisar sus esquemas para alterarlos si es necesario o para desechar la información por considerarla errónea (p.40).

Este modelo también pone de manifiesto la importancia del error como proceso de aprendizaje, ya que da lugar a que el estudiante/a reflexione y venga a significar lo que ya sabe. Por consiguiente, el papel del profesor/a queda transformado en el de un mediador que plantea situaciones problemáticas y genera espacios para análisis en grupo y metacognición. Las actividades tienen que ser planteadas de modo que saquen a relucir las reflexiones sobre el cálculo, evitando prácticas mecánicas, y favoreciendo actividades que puedan dar lugar a procesos de comprensión profunda. En este sentido, el constructivismo se convierte en una buena teoría para potenciar la competencia matemática desde una perspectiva cognitiva, activa y significativa.

Otro aporte fundamental es el de Rogers (1969), como representante de las teorías humanistas, propone una visión del aprendizaje centrada en la persona, en la cual el desarrollo del potencial humano y la autorrealización constituyen los ejes fundamentales del proceso educativo. El autor afirma que “el único aprendizaje que influye significativamente en la conducta es aquel que el individuo descubre por sí mismo” (p. 5). Esta postura implica reconocer al estudiante como un ser integral, cuyas

emociones, motivaciones y experiencias deben ser valoradas como parte esencial del proceso de aprendizaje.

Desde el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, esta perspectiva supone una necesidad de transformación en el quehacer de la enseñanza. El aula debe transformarse en un espacio en el que el estudiante se sienta cómodo, acogido y dispuesto a enfrentarse a los retos intelectuales sin miedo a errar. Lo que se entiende por resolución de problemas sería visto como un camino de crecimiento a nivel personal y académico, en el que se fomenta uno de los aspectos más importantes de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: la capacidad lógica, pero también la autoconfianza y la responsabilidad respecto al conocimiento. La participación, el respeto por los ritmos de los alumnos y la validación del esfuerzo individual son principios que se instalan en esta propuesta de trabajo.

El enfoque humanista, por lo tanto, no excluye la importancia de los elementos ligados al aprendizaje cognitivo de las matemáticas, sino que da cabida a un planteamiento más integral y amplio, en el que la dimensión emocional, afectiva y ética del proceso de aprendizaje tiene un protagonismo decisivo. Una de las ventajas que resulta de la aplicación del enfoque humanista en la enseñanza de las matemáticas es el resignificado de la propia disciplina, la consideración de esta como una herramienta para el desarrollo del ser humano. En ese sentido, la figura del docente como mediador del aprendizaje favorecerá la experiencia auténtica que permita experimentar la curiosidad, el diálogo y la implicación con el saber. Por lo tanto, las teorías humanistas constituyen un acervo de principios potencialmente válidos para la construcción de una educación matemática inclusiva (Azañedo y Crespo, 2008; Valero, 2006) y que persiga el bienestar del estudiante.

Así mismo, el aprendizaje significativo de Ausubel (1968) ocurre cuando la nueva información se conecta de manera sustancial con los conocimientos previos del estudiante, generando una estructura conceptual coherente. El autor sostiene que "el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia" (p. 12). Este enfoque plantea que el conocimiento no se incorpora de manera arbitraria, sino que debe integrarse en la red

cognitiva del alumno, permitiendo la reorganización y el enriquecimiento de sus esquemas previos.

En el contexto matemático, aplicar esta teoría requiere identificar las ideas previas de los estudiantes y establecer vínculos conceptuales entre lo que ya conocen y lo que están por aprender. Esta articulación favorece la comprensión de nociones abstractas como fracciones, proporciones o ecuaciones, facilitando la resolución de problemas desde un enfoque lógico y estructurado. La utilización de organizadores previos, esquemas visuales, analogías y ejemplos contextualizados son herramientas metodológicas coherentes con este marco teórico, ya que promueven un aprendizaje que se ancla en experiencias cognitivas relevantes para el estudiante.

A lo anterior, Gómez (2000), sobre la función de la escuela, enfatiza que:

Mientras que el aprendizaje en la escuela, con frecuencia se relaciona con la manipulación de símbolos abstractos y con la ejecución de actividades aisladas, la mayor parte del pensamiento que se requiere fuera de la escuela está ligado a tareas específicas o metas, ya sea para hacer un presupuesto, manejar un negocio o crear un producto. El aprendizaje no puede separarse de las actividades y de las condiciones en las que éstas ocurren. Consecuentemente, los alumnos necesitan trabajar en tareas que les presenten oportunidades para la indagación y el manejo de problemas que no tienen soluciones inmediatas si queremos que utilicen fuera del aula lo que aprendan y les sea significativo (p.42).

Además, la teoría de Ausubel subraya la necesidad de una enseñanza intencionada y bien planificada, en la que el contenido se presenta de forma jerárquica, progresiva y estructurada. Para lograr ese objetivo, el papel del docente tiene una importancia crucial, puesto que debe ser el orientador que permita que los alumnos comprendan mediante una enseñanza clara y lógica. Esta clarificación es especialmente eficaz para el desarrollo del pensamiento matemático, ya que permite una comprensión operativa de los conceptos y su uso en la resolución de situaciones problema. En este sentido, el aprendizaje significativo se convierte en una herramienta epistemológica y didáctica para la formación matemática con sentido.

De esta forma, la formación matemática ha seguido una evolución importante en los últimos años, ampliándose más allá del aula y abarcando distintos escenarios dentro del saber. Esta ampliación ha integrado formas interdisciplinarias que sostienen las matemáticas desde cuestiones socioculturales y políticas, es decir, que no se limitan a la actividad escolar.

De acuerdo con D'Amore y Radford (2017):

La investigación en torno a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática se ha visto enriquecida en los últimos años con la aparición de nuevas problemáticas y nuevos enfoques, entre los cuales cabe señalar los enfoques socioculturales y políticos. Dichos enfoques han puesto en evidencia la complejidad en la que se encuentra inmersa el aula de matemática, la escuela, así como los docentes y estudiantes. Esos enfoques han puesto igualmente en evidencia la de los procesos de enseñanza y aprendizaje (pág. 25).

Dicha mirada crítica posibilita adentrarse de una mejor manera en la comprensión de la educación matemática al reconocer la necesidades de adaptaciones a los cambios sociales y culturales que afectan tanto a los discentes como a los docentes, así como también la importancia de reflexionar acerca de los respectivos métodos, multas y procesos que pueden verse implicados en el aprendizaje matemático. En este nuevo de la educación matemática, la enseñanza de la matemática no puede considerarse únicamente como una mera práctica de entrega de contenidos, así como una práctica fluida, transformada por elementos sociales, culturales y lingüísticos. En este sentido, los discentes no sólo entran en el aula como meros receptores de conocimiento; sino que, por el contrario, llegan con una serie de saberes previos, experiencias personales y formas de interactuar con el conocimiento matemático.

Tal diversidad requiere una pedagogía flexible que no solo reconozca las estrategias didácticas pragmáticas adecuadas, sino que también sea capaz de adaptarlas a las condiciones propias de cada uno de los grupos de una determinada clase. En este sentido, Skovsmose (2011) se ocupa de esta problemática e incide en la educación matemática desde un enfoque crítico, donde el objetivo principal de dicha educación es formar a las personas tanto en habilidades hasta cierto punto técnicas como en la concienciación de los usos sociales, políticos de las matemáticas. Como señala el autor, "la educación matemática debería proporcionar al estudiante recursos de análisis e instrumentos en la transformación de la realidad a partir del pensamiento matemático". Esto supone una comprensión del ámbito de las matemáticas en contextos situacionales y por lo tanto en las propias matemáticas más ampliadas que una mera formación técnica.

Por otra parte, Ernest (2020) mantienen que las matemáticas no son un saber neutro ni la misma para todo el mundo, sino que hay impregnaciones de significados del pasado, ideológicos y políticos en las matemáticas que deben ser entendidos y

cuestionados. La enseñanza de las matemáticas no es una práctica de enseñanza aislada de la vida social ni de la vida política, precisamente porque la enseñanza es un acto que tiene que ver con el contexto social y político del que forma parte. En este planteamiento, enseñar las matemáticas como la unidad didáctica, el problema, etc., son saberes también impregnados de poder emancipación, a la vez de opresión. En este sentido, Ernest (2020) señala que *"la matemática escolar puede ser una herramienta para la emancipación o la opresión, dependiendo de cómo se enseñe y de qué tipo de fines se persigan"* (p. 67). Este planteamiento perfila una reflexión ética sobre los objetivos que pueden perseguirse en la educación matemática, invitar a los docentes a cuestionarse qué tipo de saberes están enseñando y en qué medida pueden aportar a la formación de ciudadanos críticos que puedan participar de una sociedad más justa y con mayor posibilidad de democracia, destacando la dimensión social y política de la enseñanza de la matemática, pero también destacando la importancia de una visión holística de la formación del alumnado.

La enseñanza de la matemática no puede limitarse a la adquisición de habilidades cognitivas y técnicas, sino que debe incluir el desarrollo de competencias sociales y políticas que les permita a los estudiantes cuestionar y transformar las estructuras de poder que están en su entorno y de las que, en numerosas ocasiones, no son conscientes. Así, la estrecha conexión entre las matemáticas y las realidades sociopolíticas aporta a los alumnos la posibilidad de enfrentarse a problemas que tienen sentido, que son pertinentes y contextualizados, favoreciendo un aprendizaje significativo. Esta visión también conlleva un cambio en los métodos de enseñanza tradicionales en detrimento de una pedagogía inclusiva, participativa y reflexiva que asegure el desarrollo del pensamiento crítico y de la capacidad de decidir. En este sentido, la propuesta de Torres (2022) en relación con la teoría de la enseñanza de la matemática debe contemplar más allá de la simple transmisión de conocimientos abstractos y descontextualizados, es decir, de la enseñanza de la matemática a través de los mismos puntos de vista de las matemáticas integrados con su aplicación.

En esta dirección, se debe enseñar matemáticas a los alumnos en el sentido de una herramienta para dar respuesta a los problemas concretos que la vida cotidiana le pueda presentar. La manera de abordar los conocimientos matemáticos permite que los

alumnos se conviertan en los agentes activos de su aprendizaje, donde el estudio no se limita a repetir procedimientos y permite aplicar conceptos matemáticos en situaciones concretas. Además, la educación matemática debe permitir al alumno alcanzar una mayor autonomía, permitirle tematizar su propio juicio y su capacidad crítica frente a aquellas situaciones que le son planteadas social y políticamente.

El significado que se asigna a la enseñanza de las matemáticas desde esta perspectiva, Gamboa (2022), se asocia con un elemento que posibilita la reflexión de los estudiantes sobre las relaciones sociales que los rodean y, a su vez, que los lleve a plantearse el uso de los conocimientos matemáticos para resolver problemas que tienen gran incidencia social. Esto supone que la enseñanza debe ir dirigida a educar una actitud crítica del conocimiento, empoderar a los estudiantes a cuestionar las maneras tradicionales de comprender y poner en práctica las matemáticas en distintas áreas sociales. Ya que el entrelazamiento de enfoques socioculturales y políticos en la enseñanza de las matemáticas permite que la clase de matemáticas contribuya no solo al perfeccionamiento de los conocimientos técnicos, sino que también ayude a cultivar una forma crítica de ver el mundo que lleve a los estudiantes a intervenir en la sociedad y a participar en ella.

La educación matemática debe concebirse hoy en día como una práctica que no solamente intenta preparar estudiantes para los exámenes o pruebas académicas, o bien para formar con sus contenidos personas que sepan manipular mejor los productos culturales, sino que debe ser entendida como un espacio de formación de los estudiantes como ciudadanos responsables -esto es, de cómo van a ser capaces de transformarse en una realidad a la que son capaces de comprometerse cambiando su entorno para construirlo y transformando las estructuras que les rodean. Se trata de una enseñanza de la matemática donde las implicaciones ético-políticas, sociales y explicativas forma parte de cómo se puede reconocer uno mismo/a como sujeto de su propio devenir, es decir, como alguien que es capaz de cuestionar la propia realidad; de tal manera que "cuando la matemática se llega a entender como un instrumento privilegiado para la emancipación de la propia realidad, se puede empezar a vislumbrar una educación matemática inclusiva, pertinente y transformadora, que prepare a los estudiantes para participar activamente en sus procesos sociales y políticos" (Gómez, 2005, p. 82)".

Cuando se plantea la resolución de problemas matemáticos, la teoría de la resolución de problemas es central para entenderla y mejorar la capacidad de los sujetos frente a las situaciones problemáticas que les caracterizan. De entre los referentes anteriormente aludidos, destaca el método de Pólya (1945) y que establece un procedimiento explícito y sistemático para abordar problemas matemáticos. Su planteamiento se articula en base a las siguientes cuatro etapas esenciales: 1. Comprender el problema. 2. Indicar un plan. 3. Poner en práctica el plan e 4. Comprobar las soluciones obtenidas. A través de la estimulación del pensamiento analítico y reflexivo, este método favorece la disposición de habilidades básicas para resolver problemas matemáticos de una manera eficaz.

En este orden de ideas, Cuello et al. (2021) sostienen que el método de Polya emerge como una herramienta fundamental en la enseñanza de matemáticas dentro del aula escolar. Este modelo estructurado de abordar problemas de matemáticas, que comprende aspectos como la identificación del problema, la formulación de un plan, la realización de este y la revisión de la solución, favorece la resolución de problemas matemáticos. También, este sistema de trabajar los problemas matemáticos inyecta el pensamiento crítico, así como la autonomía del estudiante. Al aplicar esta técnica, los alumnos no se limitan a aprender a aplicar los procedimientos matemáticos, sino que también aprenden a enfrentarse a las dificultades de forma lógica y sistemática.

De la misma forma, Vásquez y Tarrillo (2022) afirman que el método de Polya se ajusta particularmente a las necesidades educativas actuales, ya que promueve un aprendizaje activo y participativo en el área de las matemáticas. Además, al incluir principios de metacognición/autorregulación, permite a los alumnos resolver los problemas de forma adecuada, facilitando así una comprensión clara de los conceptos matemáticos. La estructura clara y con pasos determinados del método, que orienta a los alumnos, potencia el desarrollo de capacidades cognitivas de orden superior y facilita la transferencia de conocimientos a situaciones nuevas y complejas.

Desde su punto de vista, Ayala (2021) señala que el método de Polya conforma una herramienta didáctica básica para la enseñanza básica de las matemáticas en el siglo XXI. Con su enfoque en la comprensibilidad profunda del problema, la idea de construir estrategias o planificar para el proceso de la resolución, la ejecución ordenada

del problema y la revisión crítica, el método de Polya no solo se centra en la resolución del problema matemático, sino que también ayuda a afianzar la confianza, la superación personal y la autoeficacia de los alumnos. La utilización sistemática del método de Polya en las aulas determina que el rendimiento académico de estas mejore y, por esto, los y las estudiantes son capaces de afrontar problemas matemáticos y cognitivos desde una mayor confianza y con más competencia.

Del mismo modo, la teoría sociocultural sostiene que el aprendizaje es social y es producto de la interacción de los estudiantes y del docente con herramientas culturales disponibles, tales como el lenguaje, los símbolos matemáticos. Para Vygotsky la resolución de problemas matemáticos no se desgasta a través de la aplicación mecánica de fórmulas ya predefinidas, sino a través de la colaboración en que los compañeros interpretan problemas, debaten, ajustan las formas propias de resolución a partir de sus experiencias previas y de orientaciones recibidas con anterioridad. Esta mediación del docente, que también incluye los intercambios entre pares, permite internalizar procesos y conceptos que luego contribuyen a la reflexión, la creatividad y la autonomía en el aprendizaje.

Conforme a esta concepción, el método de Pólya, expuesto en Santos (1996), establece un procedimiento definido a seguir con una serie de pasos que permiten tener un mayor control del trabajo en la resolución de problemas a través de cuatro etapas: primera, comprender el problema; segunda, elaborar un plan; tercera, ejecutar el plan; cuarta, comprobar los resultados. Este modo de concebir la resolución de problemas, en combinación con la teoría sociocultural, da lugar al desarrollo de competencias matemáticas puesto que los alumnos no solo resuelven, sino que justifican sus decisiones, comparan las distintas estrategias, modifican los resultados en función del diálogo con sus compañeros y la información que reciben. De esta manera se produce un aprendizaje significativo y duradero pudiendo la colaboración y la interacción significar herramientas imprescindibles para la construcción del conocimiento.

La resolución de problemas, desde esta perspectiva, se entiende como un proceso cognitivo complejo que integra habilidades conceptuales, procedimentales y actitudinales (Piñeros et al., 2015). Comprender el enunciado, identificar variables y relaciones, diseñar un plan de acción y evaluar los resultados son pasos que se enriquecen mediante

la mediación social. La interacción constante con el docente y los compañeros fortalece la capacidad de los estudiantes para reflexionar críticamente, explorar múltiples estrategias y aplicar conocimientos en contextos diversos, desarrollando así pensamiento autónomo y creativo.

Los métodos de resolución de problemas, como el enfoque de Polya se beneficia al ser aplicados dentro de un marco sociocultural (Lozada, 2018). La colaboración, el diálogo y el uso de recursos didácticos permiten a los estudiantes experimentar, cuestionar y construir sus propias estrategias de resolución. Esto no solo fortalece el dominio de conceptos matemáticos, sino que también prepara a los alumnos para enfrentar desafíos de manera crítica y creativa, fomentando competencias transferibles a situaciones académicas y de la vida cotidiana.

La integración del método de Pólya con la teoría sociocultural de Vygotsky proporciona un enfoque robusto para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Este enfoque combina la estructura y sistematicidad del método con la riqueza del aprendizaje social y colaborativo, promoviendo un desarrollo integral de habilidades cognitivas, metacognitivas y actitudinales. De este modo, los estudiantes adquieren no solo competencias matemáticas, sino también herramientas para enfrentar problemas de manera autónoma, creativa y fundamentada, en un proceso de aprendizaje activo, significativo y adaptado a su contexto.

La resolución de problemas como eje de la enseñanza matemática: aportes de Ackoff, Contreras, la Universidad Nacional de Cuyo de Argentina

La investigación se desarrolla a partir de información básica, que es relevante porque aporta información explicativa y práctica al estudio. En este sentido, se recogen las ideas de autores como Russell L. Ackoff, Luis Carlos Contreras y la Universidad Nacional de Cuyo, que aportan claves conceptuales sobre la enseñanza de la resolución de problemas para poder aplicarla a la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria.

Aunque en torno de esto Ackoff, en su libro *El arte de resolver problemas*, plantea una manera de enseñar que considera la resolución de problemas como un proceso creativo y estructurado, es decir que en la que la imaginación y la creatividad se combinan con la rigurosidad. Entender los problemas como un arte, según el propio

Ackoff (1978), significa disfrutar del proceso, entender que los errores son oportunidades de aprendizaje e intentar una multitud de opciones de solución. La estrategia propuesta en este tipo de trabajo se basa en la idea de que el profesor puede ayudar a los estudiantes a identificar opciones, testear y reflexionar sobre el efecto de sus elecciones, así como ayudar a que se adquieran habilidades que se puedan transferir a otros ambientes de aprendizaje o para la vida cotidiana.

En relación con esto, Contreras (2009), en su publicación El papel de la resolución de problemas en el aula, resalta que esta técnica sería una estrategia didáctica que favorece la construcción activa del conocimiento. Los alumnos, pues, no solo emplean los saberes previos, sino que llevan a cabo procesos de desarrollo de operaciones cognoscitivas superiores, tales como pensamiento crítico y creatividad. En este sentido, también Cofrey (1991, citado en Contreras, 2009) hace suya esta visión e indica que:

...la estructura no está en el problema -está en el significado definido social y contextualmente de las palabras al ser interpretadas por el que las escucha... Para el constructivista, el problema sólo queda definido respecto al resolutor. Un problema es sólo un problema en la medida en que es sentido problemático por el resolutor. Definido de esta forma, como obstáculo hacia el que un estudiante se dirige, un problema no posee status independiente. Con el objetivo de diferenciar este enfoque del empleo típico de problemas en las aulas de matemáticas, he elegido el término problemático, en referencia al 'obstáculo' que halla el estudiante (p. 117).

Esta cita reafirma que el problema debe abordarse en función del punto de vista del alumno, asumiendo en consideración sus conocimientos, su experiencia y el contexto social que le influye. La Universidad Nacional de Cuyo (2018) proporciona un enfoque globalidad de lo que la resolución de problemas con el siguiente eje:

...frente a un problema del tipo que fuere siempre debe recordar que no haya una única alternativa de solución; el camino de seguir para su resolución dependerá de innumerables factores, algunos de ellos son conocimientos previos, ideas propias, recursos creativos, experiencia personal, habilidad para representar, diagramar, conjeturar (p. 60).

Esta visión da a conocer la pluralidad de trayectorias posibles y la validez del pensamiento reflexivo y de la interpretación individual, conduciendo a la construcción de un tipo de metodología activa en el que el centro del aprendizaje no es el docente, sino el alumno y su protagonismo. Polya (1945) corrige y complementa estas posturas construyendo la resolución de problemas en cuatro momentos: comprender el problema, elaborar el plan, llevar a cabo el plan, y por último hacer comprobaciones de la solución. Este esquema datado de resoluciones de los problemas permite conducir a los alumnos

de una forma gradual e individualizada, orientando la metacognición y la autonomía. Por fin, la integración de las ideas de Ackoff, Contreras y la UNCuyo nos muestra que la resolución de problemas no es sólo un procedimiento mecánico, sino que consiste en una construcción que pone en relación el análisis, la creatividad y la adaptación a los contextos.

El cruce de estas miradas apoya la aplicación de metodologías activas, como el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje cooperativo, que promueven la cooperación, el desarrollo de habilidades sociales y la puesta en práctica de todo lo que se ha aprendido, de forma que, para poner el foco en la resolución de problemas, se hace un aprendizaje significativo que articula los conceptos matemáticos con la realidad de los alumnos, facilitando a la vez la transferencia de la habilidad a diferentes contextos.

La formación del docente es central para el éxito de estas. Contreras (2009) manifiesta que los docentes deben diseñar situaciones problemáticas que estén conectadas con la realidad del estudiante, que provoquen su interés o la motivación que en él puedan suscitar y que también evalúe el proceso, teniendo como un criterio la argumentación, la justificación y la reflexión sobre la solución propuesta. Schoenfeld (1985) también recalca la necesidad de enseñar estrategias metacognitivas y heurísticas, para que el estudiante pueda planificar la solución y evaluarla por su cuenta/por sí mismo. También haya que incluir la evaluación del proceso de resolución, en la que se considere la creatividad, la reflexión y el esfuerzo, independientemente de la mera obtención de la respuesta correcta. Esta consideración global permite obtener una valoración del aprendizaje más amplia, favoreciendo la confianza y la disposición del estudiante para encontrar respuestas a nuevos problemas, con autonomía y rigor.

La reflexión sugerida por cada texto permite vislumbrar que la resolución de problemas en matemáticas es más que aplicar procedimientos o fórmulas; en definitiva, es un proceso que integra el pensamiento crítico, la creatividad y la autonomía. Los aportes de Ackoff, por su parte, evidencian que tratar la resolución de problemas como un arte permite explorar diversas opciones, correr riesgos, aprender de los errores, lo que aumenta la confianza y la habilidad para afrontar nuevos problemas de forma innovadora; mientras que la visión de Contreras, centrada en la utilización de las estrategias acordes a las características y necesidades del grupo favorece la

construcción del conocimiento y potencia el aprendizaje como un proceso de reforma que trasciende la memorización y que promueve la aparición de habilidades cognitivas complejas.

En adición a ello, la aportación que hace la Universidad Nacional de Cuyo corrobora la necesidad de forma personal y contextual el problema, dado que, al fin y al cabo, no puede haber una única solución. Aquí también hay que saber valorar los conocimientos previos, la creatividad y la propia experiencia de cada alumno; hay que saber planificar y organizar adecuadamente el procedimiento para resolverlo. Así, estos mismos puntos de vista nos permiten entender que la enseñanza académica a partir de la resolución de problemas tiene que ser flexible, proactiva y reflexiva y conseguir en los alumnos la capacidad de enfrentarse a situaciones complejas con confianza, autonomía y pensamiento crítico, que son las capacidades necesarias para un aprendizaje significativo y duradero.

El Enfoque Integral de la Resolución de Problemas Matemáticos: Reflexiones desde la Teoría de María Luz Gallego

La resolución de problemas matemáticos es considerada una de las habilidades más esenciales en el aprendizaje de las matemáticas, pues permite desarrollar en los estudiantes no solo la capacidad de aplicar conceptos, sino también de pensar de manera crítica y reflexiva. Según Gallego (2007), este proceso no debe limitarse a la mera aplicación de fórmulas, sino que debe ser entendido como una oportunidad para que los estudiantes fortalezcan sus habilidades cognitivas. La autora defiende el planteamiento de resolver problemas como una actividad mental compleja que articula los saberes previos con la nueva experiencia, ya que permite que el alumnado pueda entrar en la complejidad y no quedarse entre lo mecánico, sino que puede crear una comprensión profunda de los conceptos matemáticos. Alofin (2007) sostiene que la resolución de problemas, y más aún cuando se encara desde el enfoque significativo, también permiten acercar las matemáticas a situaciones cotidianas. Gallego (2007) subraya que, cuando los problemas propuestos tienen un uso práctico y son relevantes para la vida cotidiana de los alumnos, la motivación y el interés por las matemáticas se distribuyen.

Desde este planteamiento se defiende que las matemáticas no se deben ver como un conjunto de reglas abstractas y desvinculadas de la realidad, sino como una herramienta poderosa para comprender y analizar fenómenos del entorno. Esta conexión con la situación real de los alumnos hace que vean las matemáticas como algo útil y accesible, en contraposición con percibirlas como una lejanía y una teoría.

Por su parte, Gallego (2007) considera que el proceso de resolución de problemas debe ser una actividad reflexiva; es decir, los alumnos deben ser capaces de evaluar y ajustar sus estrategias a medida que avancen en un problema. La autora comenta que "el aprendizaje significativo se produce cuando los alumnos no se limitan a resolver un problema, sino que reflexionan sobre el proceso, advierten los errores y deciden acerca de la manera de corregirlos" (p. 55). Esta capacidad de autoreflexionar refuerza el pensamiento crítico y permite a los alumnos adquirir habilidades de metacognición, es decir, la capacidad de enfrentarse autónomamente a problemas similares en el futuro.

Finalmente, Gallego (2007) considera que la enseñanza de la resolución de problemas debe centrarse en el proceso en lugar de sólo en su resultado. La autora afirma que "la verdadera comprensión matemática no se produce en el momento en que el alumno encuentra la respuesta correcta; se produce cuando el alumno es capaz de presentar un razonamiento ordenado y lógico" (p. 61). Este enfoque proporciona un clima en el que los alumnos pueden aprender de sus errores, experimentar a partir de diferentes formas de hacer y variadas estrategias y, mediante la práctica, experimentar una mejora de sus capacidades de resolución. En la perspectiva de Gallego, el proceso de resolución de problemas puede ser un medio para reforzar competencias que pueden dar lugar al acceso de los estudiantes a otros avatares fuera del contexto del aula.

El Arte de Resolver Problemas: Estrategias y Reflexiones de Russell Jacob

Como todo proceso, se lleva un paso a paso. Ante ello, Jacob (2010) defiende que la resolución de problemas no es simplemente una búsqueda de una respuesta correcta, sino que tiene otro tipo de características, que se basa en el hecho de que la resolución de problemas debe ser vista como un proceso que requiere creatividad, flexibilidad y un enfoque orientado a la resolución de problemas; es necesario, es importante que los individuos comprendan que para ser verdaderamente eficaces, las mismas personas deben aprender a realizar una aproximación reflexiva sobre los problemas, utilizando

herramientas cognitivas que permitan organizar su pensamiento y adaptar sus estrategias de manera eficaz ante cualquier situación que se les plantee.

Jacob (2010) defiende que la resolución de problemas representa un "arte" que se puede aprender mediante la práctica reiterada. Este enfoque no se limita a poner en práctica soluciones ya conocidas para que cada problema dado requiera una solución concreta; para el autor, se debe procurar profundizar en la realidad del problema y explorar las distintas soluciones. De este modo, los estudiantes y profesionales van desarrollando una capacidad para resolver problemas que va más allá del ámbito académico, aplicándola en su vida cotidiana. Jacob insiste una vez más en que la verdadera competencia en la resolución de problemas se consigue cuando los sujetos aprenden a explorar alternativas, a cuestionar enfoques en el proceso y a adaptarse a nuevas perspectivas para hallar la solución más adecuada.

Uno de los aspectos centrales del abordaje de Jacob (2010) es la reflexión. A su entender, el hecho de resolver un problema debe acompañarse de una crítica del método que se ha utilizado. Por tanto, reflexionar sobre cómo se ha llegado a la solución, localizar los errores que se han cometido, pensar qué se podría haber modificado constituyen una serie de pasos a seguir que son, en el aprendizaje, básicos. La autoconciencia de esa práctica, tal como sostiene Jacob, incrementa la posibilidad de que las personas sean capaces de resolver problemas similares en el futuro. A través de la reflexión, las y los estudiantes no solo comprenden a fondo el problema, sino que además desarrollan habilidades de autorregulación que les permiten resolver problemas de manera autónoma y eficaz.

Por último, Jacob (2010) destaca que la perseverancia y la actitud ante el fracaso son factores clave. La resolución de problemas, para Jacob, no es un proceso directo, y el fracaso no solo es inevitable, sino que lo que caracteriza a los buenos resultados de problemas es la capacidad de aprendizaje a partir del fracaso y la adaptación en su consecuencia. Se debe considerar que el fracaso no es un obstáculo, sino una ocasión para modificar las estrategias que se han puesto en marcha, y seguir adelante. Para Jacob, la perseverancia y la flexibilidad a la hora de revisar los enfoques son aspectos fundamentales para afrontar cualquier problema que se presente en el camino hacia la solución.

Bases legales

La fundamentación legal en el ámbito educativo de la educación colombiana se basa en normativas que fundamenten el derecho a la educación y marquen las pautas para su desarrollo. La Constitución Política de Colombia (1991) y la Ley General de Educación (1994) son las normativas básicas que guían la política educativa en el país. Estas normativas dicen que la educación es un derecho fundamental y un servicio público que tiene como propósito facilitar el acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y los valores culturales, enfatiza el deber del Estado para garantizar el acceso a la educación y promover el desarrollo cultural.

Consecuente con los mencionados principios, la Ley 115 de 1994, o Ley General de Educación, estipula, como ya se ha rabí entre otros, que los fines de la educación son la formación integral de la personalidad, el desarrollo del conocimiento científico y técnico avanzado, el enriquecimiento del pensamiento crítico y reflexivo... Es que se hace referencia a la importancia de las intervenciones que realizan los docentes y educadores y la familia, y a la manera en que deben planificarse y ejecutarse las acciones pedagógicas para incrementar el aprendizaje de los educandos.

Respecto a la normativa particular de la enseñanza de las asignaturas, el mismo decreto esto es, el Decreto 1860 (1994)- fija las directrices de la puesta en práctica de los contenidos del currículo o de la planificación de las actividades que se desarrollan. Este decreto pone el acento en la necesidad de implementar estrategias pedagógicas activas, estrategias pedagógicas vivenciales como aquellas que promuevan la progresión cognitiva del alumnado y/o la enseñanza de la capacidad crítica y reflexiva de los estudiantes, y da relevancia a los docentes, que deben elaborar y aplicar recursos para mejorar la calidad de la enseñanza y el rendimiento de los estudiantes.

Los lineamientos curriculares de matemáticas (1998) en Colombia por su parte establecen las orientaciones y los principios orientadores para el desarrollo de los programas de estudio de esta área. Estos lineamientos enfatizan la importancia de favorecer la comprensión de los conceptos matemáticos fundamentales, el desarrollo del pensamiento lógico matemático y el uso de las matemáticas como herramienta para resolver problemas en distintas situaciones. Se enfatiza la importancia de favorecer los

puntos de vista positivos frente a las matemáticas y la importancia de integrar el razonamiento matemático en el cotidiano de los estudiantes.

Aun así, los Estándares Básicos de Matemáticas (2006) indican las competencias que se espera lograr en cada uno de los niveles de enseñanza. De ahí que tales estándares atribuyan contextos que determinan qué conocimientos, qué habilidades y qué actitudes deben desarrollar los alumnos en Matemáticas para poder ser considerados como competentes, para la atención que requieren en esta materia y/o área. A partir de aquí, los estándares se hallan estructurados en niveles de enseñanza y abordan temas, tales como: números y operaciones, geometría o álgebra, estadística, etc. Así pues, los estándares constituyen un marco de referencia claro y estructurado a partir del cual guiar la enseñanza y la evaluación del estudiante; lo que permite una progresión en el desarrollo de las habilidades matemáticas que empieza con los primeros niveles de enseñanza y finaliza con la educación secundaria.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas (2006) definen aquellos criterios mínimos que deben garantizar los establecimientos educativos como una de las garantías de conseguir aprendizajes adecuados en este ámbito curricular. De este modo, los derechos básicos de aprendizaje de matemáticas incorporan principalmente el acceso igual con calidad en esta materia, la participación activa y significativa de los estudiantes en la enseñanza-aprendizaje, la evaluación justa y equitativa del alumnado y el acompañamiento pedagógico que permita superar las dificultades que pueda representar el aprendizaje de las matemáticas. Con ello, se entiende también la puesta en práctica de un sistema educativo inclusivo, que permita dar respuesta a las necesidades de cada uno de los estudiantes y, por lo tanto, garantizar que todos los estudiantes puedan llegar a los estándares establecidos y desarrollar todo su potencial en el ámbito matemático.

SECCIÓN III

RECORRIDO METODOLÓGICO

Naturaleza del estudio

En este epígrafe presentado el procedimiento metodológico que se ha seguido para realizar la presente pesquisa, la cual tuvo lugar en un enfoque cualitativo y luego arrojó en el paradigma interpretativo mediante el método fenomenológico que pudo explorar y comprender las vivencias, interpretaciones y valoraciones que los actores educativos construyen a partir del fenómeno investigado. Este estudio tiene lugar en la Institución Educativa Eduardo Santos, localizada en la ciudad de Neiva entorno real en el que se manifiestan muchas y diversas prácticas pedagógicas relacionadas con la resolución de problemas matemáticos. Los informantes claves están integrados por tres (3) docentes del área de matemáticas con experiencia en la enseñanza del área en grados superiores y (2) estudiantes de grado décimo y undécimo. Para la recolección de información de la misma, se recurrió a la técnica de la entrevista con guión de entrevista semiestructurada.

Paradigma de la investigación

El presente estudio optó por el paradigma interpretativo. La aproximación está centrada en comprender los significados y las visiones sociales llevadas a cabo por los actores sociales, privilegiando la interpretación subjetiva de las acciones en lugar de la medición de los objetivos, lo que permite captar la realidad desde la óptica de los informantes. Calello (2022) indica que:

El paradigma interpretativo comprende la realidad social a partir del sentido que los actores otorgan a sus acciones; por ello, privilegia la comprensión, la perspectiva del sujeto, los valores contextuales y la interpretación de experiencias antes que la medición objetiva de hechos sociales (p.8).

Por lo tanto, el paradigma interpretativo se centra principalmente en la explicación profunda de las acciones sociales atendiendo a la óptica del sujeto, aunque busca tratar una realidad muy compleja y subjetiva, suele estar en contraposición con aproximaciones cuantitativas, las cuales centralizan su interés en medir los hechos, pero no le otorgan importancia a los significados que emanar de los actores. De esta forma, al centrarse en las narraciones de experiencias y contextos, este paradigma ofrece una visión integral, poniendo

de relieve el valor de los significados y los valores personales que articula la realidad sobre la resolución de problemas matemáticos.

Enfoque de la investigación

Por consiguiente, este trabajo se enmarcado desde un enfoque cualitativo que acentúa la profunda comprensión de mundo subjetivo e intersubjetivo de las personas, determinadas por los hábitos y por sus experiencias fenomenológicas interpretativas. Tal es la razón para desentrañarse en el sentido y en el significado en un contexto histórico determinado integrando un enfoque comprendido y de sentido; el principio de este enfoque se comparte metodológicamente en la libertad al poder manejar aquellos métodos que se circunscriben a las vivencias directas, posibilitando así la flexibilidad y la creatividad metodológica. Este enfoque presenta toda su diferencia en el tipo de fases y procedimientos que se ponen en marcha a lo largo de la investigación. Para Salazar (2020), este enfoque:

...parten del supuesto básico de que el mundo social está construido de significados y símbolos. De ahí que la intersubjetividad sea una pieza clave de la investigación cualitativa y punto de partida para captar reflexivamente los significados sociales. La realidad social así vista está hecha de significados compartidos de manera intersubjetiva. El objetivo y lo objetivo es el sentido intersubjetivo que se atribuye a una acción. La investigación cualitativa puede ser vista como el intento de obtener una comprensión profunda de los significados y definiciones de la situación tal como nos la presentan las personas, más que la producción de una medida cuantitativa de sus características o conducta (p.3).

De esta manera, se generaron conceptos e interpretaciones sobre los datos empíricos, lo que implicó el conocimiento del mundo vivencial de los sujetos que están allí implicados, de haber empezado por la realidad y ya sea desde las experiencias individuales de los participantes o desde las experiencias compartidas por los mismos; en este caso la investigadora se ubicó en el medio habitual de la práctica de los docentes con sus escolares para dar cuenta y entender una realidad compleja orientada a la enseñanza, de acuerdo a los principios metodológicos del método Pólya para la resolución de problemas y su idea de que el método de enseñanza de la resolución de problemas debe entender los problemas y las didácticas desde un sentido técnico, a partir de una idea de las experiencias de docentes y escolares, de su comprensión, de sus percepciones y prácticas, que explicar y/o mostrar una otra interpretación más enriquecida y contextualizada de los datos recolectados y con ello genere conclusiones

y/o recomendaciones suficientemente fundamentadas que permitan avanzar teóricamente en la resolución de problemas y su práctica.

Método de investigación

En la elaboración del presente estudio, se adoptó la metodología fenomenológica propuesta por Husserl (1913), para conocer la esencia de las vivencias de los sujetos que participan, construyendo cómo los mismos manifiestan y le dan sentido a un determinado fenómeno. A través de la reducción fenomenológica se suspenden los juicios anteriores para poder analizar las vivencias en su forma más pura con la finalidad de poder descubrir patrones y estructuras de significado que emergen de forma directa de la conciencia de los sujetos. “El método fenomenológico de Husserl implica la suspensión de supuestos preexistentes para describir la estructura de la conciencia tal como se presenta, centrando la atención en la vivencia pura de los fenómenos antes de toda interpretación teórica” (González, 2022, p. 47). La fenomenología aplicada en la teoría de las ciencias sociales es entendida como una metodología que permite investigar la realidad subjetiva de los actores y conocer sus puntos de vista y la forma que tienen para construir sentido en el contexto de sus interacciones cotidianas.

El método fenomenológico, según Castillo et al. (2022) se organiza en las siguientes fases que guían su aplicación:

Tabla 1. Fases del método

Fase	Descripción	Relación con la Categorización
1. Suspensión fenomenológica	En esta fase se suspenden los juicios y las interpretaciones previos para que los fenómenos se presenten tal como son en la conciencia de los participantes. Este proceso busca analizar las experiencias de manera pura.	La reducción fenomenológica permite que los datos emergentes se presenten de forma sin preconceptos, lo que facilita la identificación de las categorías y subcategorías directamente desde las experiencias de los participantes.
2. Descripción de la experiencia	Consiste en recoger cómo los participantes perciben, sienten y piensan sobre el fenómeno, brindando una representación completa de	En la categorización, esta fase permite capturar descripciones detalladas de las experiencias, que luego serán codificadas para identificar patrones comunes, que formarán las

	la vivencia sin interpretaciones ajenas.	categorías centrales del análisis.
3. Identificación de patrones y estructuras de significado	A partir de las descripciones, se identifican regularidades y estructuras que brotan directamente de la experiencia, ayudando a comprender la esencia del fenómeno estudiado.	Esta fase facilita el proceso de categorización, ya que se buscan patrones recurrentes en las descripciones que se transforman en categorías y subcategorías que reflejan la comprensión colectiva del fenómeno.
4. Interpretación hermenéutica	En esta fase, se interpretan las experiencias de los participantes en relación con el conocimiento y la práctica educativa, enfatizando el pensamiento reflexivo y la construcción de sentido.	Las categorías que emergen en esta fase se conectan con el análisis reflexivo de las prácticas pedagógicas y las interpretaciones de los docentes y estudiantes, enriqueciendo el entendimiento del fenómeno desde diferentes perspectivas.
5. Aplicación pedagógica	Los resultados se convierten en estrategias didácticas que fortalecen la comprensión, la autonomía y la capacidad de resolver problemas matemáticos, adaptadas a la experiencia de los participantes.	Esta fase da paso a la implementación de las categorías en el aula, orientando la práctica pedagógica a través de estrategias didácticas basadas en la experiencia vivida de los participantes, lo que completa el proceso de categorización.

Escenario

El escenario de esta investigación se ubica en la Institución Educativa Eduardo Santos, localizada en Neiva, Colombia, en el barrio Eduardo Santos, en la comuna 9 de la ciudad. Esta institución ofrece educación formal desde el nivel preescolar hasta el grado once, con una población estudiantil aproximada de 1200 alumnos en su sede central. El criterio de selección del escenario para este estudio se basa en su contexto específico, pues se ha identificado como un entorno educativo clave para analizar la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de educación secundaria.

La institución se caracteriza por una comunidad educativa que proviene principalmente de los estratos socioeconómicos 0 y 1, lo que refleja las dificultades socioeconómicas de las familias, que en su mayoría dependen de trabajos temporales

para cubrir las necesidades básicas. Este contexto social tiene un impacto significativo en el entorno escolar, especialmente en lo que respecta a las oportunidades educativas y el apoyo pedagógico disponible. Por esta razón, es crucial explorar cómo los estudiantes de esta institución abordan la resolución de problemas matemáticos en un ambiente que enfrenta retos socioeconómicos que influyen directamente en su rendimiento académico y en el acceso a oportunidades de desarrollo.

El criterio de selección de este escenario se justifica no solo por su contexto socioeconómico, sino también por el interés de estudiar la práctica educativa en un entorno donde las oportunidades de apoyo son esenciales para el avance académico de los estudiantes. A través de este enfoque, se busca comprender cómo los factores externos, como las condiciones socioeconómicas, pueden influir en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, en especial en el ámbito de la resolución de problemas.

Informante clave

Los informantes clave de la investigación se concentran en tres (3) docentes de matemáticas del grado décimo de la institución, quienes poseen una trayectoria necesaria para aportar a la investigación desde su experiencia y conocimientos pedagógicos. Además, la investigación considerará la participación de dos (2) estudiantes de grado décimo y undécimo de secundaria con la perspectiva de proporcionar herramientas de análisis para comprender las dinámicas y dificultades que las y los estudiantes de un grado educativo superior encuentran a la hora de enfrentar problemas matemáticos involucrados en la investigación. El poder contar con este escueto grupo de informantes clave permite una mirada integral y enriquecedora del contexto educativo de la Institución Educativa Eduardo Santos mediante diferentes miradas.

Tabla 2. Caracterización de Informantes Clave

Informantes	Características	Etiqueta
Docente 1	Docente de matemáticas con más de 10 años de experiencia en la enseñanza de matemáticas.	DM1
Docente 2	Docente de matemáticas con 12 años de experiencia y una maestría en Gestión Educativa.	DM2

Docente 3	Docente de matemáticas con experiencia en la enseñanza en educación secundaria.	DM 3
Estudiante	Estudiante de grado décimo, seleccionado para aportar su visión sobre los retos de la resolución de problemas.	EST1
Estudiante	Estudiante de grado undécimo, seleccionado para aportar su visión sobre los retos de la resolución de problemas.	EST2

Técnica e instrumentos de recolección de datos

En la actual investigación se hace uso de una técnica e instrumento característico del enfoque cualitativo, como técnica la entrevista semiestructurada, a la que se despliega como instrumento el propio guion de entrevista semiestructurada. En palabras de Denzin y Lincoln (2018), la entrevista semiestructurada constituye una de las principales estrategias en la investigación cualitativa, y tiene por objeto poder profundizar en las vivencias y las percepciones que tienen los informantes en el marco de un contexto flexible. Ese tipo de la entrevista semiestructurada propicia datos ricos y contextualizados, por su propia naturaleza de mezclar preguntas ya formuladas con la posibilidad de formular preguntas nuevas, en función de las categorías desde donde se ha tomado una perspectiva general de la investigación: resolución de problemas matemáticos, maneras de enseñanza en función de la resolución de problemas y el método de Pólya; ya que se desea entender cómo abordan los profesores y los alumnos la resolución de problemas matemáticos, las estrategias pedagógicas que se desarrollan en el aula de aula y la aplicabilidad del método de Pólya en el pensamiento matemático.

Interpretación de la información

La interpretación de la información a partir del método fenomenológico se lleva a cabo mediante el análisis fenomenológico: se trata de describir de forma exhaustiva las experiencias de los participantes, de identificar los significados básicos de dichas experiencias y de sintetizar patrones y estructuras comunes que indiquen la esencia del fenómeno estudiado. En este proceso es importante destacar la reducción fenomenológica, que implica muchas veces acomodar los juicios previos y reflexionar sobre lo esencial de la experiencia, y la interpretación hermenéutica, que permite el acceso a cómo los participantes conferían sentido a las experiencias dentro de su contexto. Por último, se procede a realizar una descripción integradora de la experiencia

que comunique de forma profunda y matizada cómo los individuos percibían y significaban el fenómeno de estudio (San Martín, 2020).

Para San Martín (2020), "el análisis fenomenológico es aquel que ayuda a comprender los valores y las experiencias humanas, considerando no sólo la parte subjetiva, sino que a la vez también la parte contextual, y que permite generar categorías de significado que ponen de manifiesto la realidad de los participantes". Es por esto que esta mirada es especialmente provechosa en el contexto de las investigaciones educativas, pues permite interpretar los modos en los que los estudiantes y los docentes viven y construyen sentido en procesos de cierta complejidad como los que representan la resolución de problemas matemáticos o la aplicación de metodologías que sufren un cambio como el método de Pólya.

Rigor científico de la investigación

El rigor científico en una investigación es un componente fundamental que asegura la validez y la confiabilidad de los resultados obtenidos. Según Cuba y Lincoln (2013), el rigor científico no solo se refiere a la exactitud y la precisión en los métodos utilizados, sino también a la coherencia y la transparencia en todo el proceso investigativo. Los autores destacan que el rigor en la investigación cualitativa, por ejemplo, se logra mediante la cuidadosa selección de los métodos de recolección de datos, la estricta aplicación de técnicas analíticas y la constante reflexión sobre los hallazgos, con el fin de evitar cualquier sesgo o interpretación errónea.

La credibilidad de la información que puede adoptar una investigación cualitativa en torno a la fundamentación teórica de la resolución de problemas matemáticos, tal como ha sido implementada a través del método de Pólya, es un aspecto clave en relación con la validez y la fiabilidad o fiabilidad de los resultados. Tal como indican Lincoln y Guba (1985), la credibilidad tiene que ver con la confianza depositada en la "verdad" de los datos y las interpretaciones provenientes de estos. A fin de incrementar la credibilidad, empleamos estrategias como la triangulación de datos, la prolongada implicación en el campo del investigador, la saturación teórica y las constantes verificaciones con los participantes.

La triangulación es un procedimiento que permite contrastar información según distintas fuentes, métodos y/o perspectivas teóricas, mientras que los chequeos de

miembro son aquellos procedimientos orientados a comprobar que las interpretaciones corresponden efectivamente a las experiencias de los sujetos, pero el rigor de la investigación cualitativa también tiene en cuenta otros criterios como la transferibilidad, que hace referencia a la posibilidad de que se apliquen los hallazgos en condiciones similares; la confirmabilidad, asegurando que el investigador pueda comprobar que los resultados emergen de los datos y no del sesgo del investigador; y la consistencia, que implica que el proceso investigativo es sistemático y coherente durante el transcurso del estudio (Bazo, 2019). La prolongada implicación en el campo y la continua retroalimentación con los participantes permite que las conclusiones respondan a la realidad vivida, lo que garantiza la validez del estudio y la confianza hacia los hallazgos.

SECCIÓN IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La etapa de la recolección de la información mediante las entrevistas en profundidad con los informantes iniciales constituyó la primera parte del proceso de investigación. Las entrevistas fueron grabadas y transcritas, de forma que se exhibía la fidelidad de las respuestas y se respetaba el discurso de los distintos participantes. Una vez realizada la transcripción literal, se llevó a cabo una lectura de reflexión, donde se comprendió el sentido de las experiencias narradas. La transcripción se copió y se pegó posteriormente en un documento de Word, donde se incorporaron las contribuciones de todas las entrevistas. En ese documento de Word se realizó la importación de la información a ATLAS.ti para la codificación del contenido. Por último, se revieron las respuestas de los informantes que se repetían, donde llegaron a emerger los fragmentos que sirvieron para establecer las categorías, subcategorías y la textura fenomenológica, facilitando la construcción del sentido compartido y la comprensión en profundidad del fenómeno estudiado.

La investigación analiza cómo el método de Pólya puede ayudar en la resolución de problemas en estudiantes de educación secundaria e intenta comprender y evaluar el impacto de este método en el aprendizaje de la matemática de este segmento educativo. Se utilizó para este análisis el método fenomenológico de Husserl, que ofrece un tratamiento profundo y significativo a la recolección de las experiencias vividas por los participantes. Se utilizaron para ello las fases de la reducción fenomenológica: la descripción de la experiencia, la identificación de los patrones y las estructuras de significado, y la interpretación hermenéutica para la identificación de patrones que a la vez reflejan y afectan los componentes cognitivos y emocionales de la resolución de problemas. Se realizaron entrevistas a los docentes para captar su percepción de cómo los estudiantes, a través del método de Pólya, abordan los problemas matemáticos, y así integrar las voces de los informantes clave con los hallazgos de estudios previos y las teorías de la educación matemática de Piaget, Vygotsky y Skinner, entre otros.

Al concluir la reducción de las fases del método fenomenológico, procedió el análisis y categorización de la información proporcionada por los informantes. A partir de

este punto, se presentan las categorías y subcategorías que han ido surgiendo a lo largo del proceso. En la tabla 5, se exponen las categorías y subcategorías que dan cuenta de los temas principales que se lograron identificar en la investigación, permitiendo así profundizar en aquellos elementos más relevantes que hacen al fenómeno que hemos investigado. Las subcategorías, por su parte, permiten resolver con mayor precisión en la identificación de patrones y características propias de cada categoría, facilitando una organización de la información develada por los informantes.

Tabla 3. Categorías y subcategorías emergentes

Categoría emergente	Subcategorías
Concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos	Adaptación a nuevos problemas
	Reflexión y aprendizaje del error
	Importancia de la resolución de problemas en el aprendizaje
	Comprensión del proceso de resolución
Estrategias didácticas y metodológicas	Recursos pedagógicos empleados
	Enfoques y procedimientos de enseñanza
	Trabajo colaborativo y aprendizaje social
	Flexibilidad en las estrategias de resolución
	Perseverancia y flexibilidad como factores clave
Aplicación del método de Pólya	Transferencia y contextualización del conocimiento
	Metacognición como herramienta fundamental
	Motivación como motor del aprendizaje
	Aprendizaje autónomo y crítico

Categoría: Concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos

En esta categoría se encuentran las creencias y las concepciones que tienen los docentes y los estudiantes acerca de la resolución de problemas matemáticos. Se observa cómo las creencias y las concepciones inciden en la forma de aprender, en la comprensión de los problemas matemáticos, la reflexión sobre los errores cometidos y la posibilidad de responder a situaciones nuevas. A continuación, se presenta una tabla 6 que organiza las subcategorías y texturas fenomenológicas que emanan del análisis que se llevó a cabo acerca de las estrategias didácticas y metodológicas que fueron aplicadas para resolver problemas matemáticos.

La tabla se agrupa con diferentes elementos que presentan desde los recursos didácticos sobre la utilización de recursos manipulativos y simuladores matemáticos, hasta las estrategias de enseñanza tal como la metacognición o los procedimientos y enfoques de enseñanza, así como aspectos vinculados a la coexistencia del trabajo en grupo y la flexibilidad de las estrategias en la resolución de problemas, además de la perseverancia y la flexibilidad como ingredientes básicos para alcanzar el objetivo de enseñanza y aprendizaje. Cada una de las subcategorías están contempladas como una estrategia didáctica esencial que, además de fomentar la comprensión y resolución de problemas matemáticos también fomenta la extensión de las habilidades sociales y cognitivas de los estudiantes que podrán poner en práctica en diversos contextos educativos.

Tabla 4. Categorización emergente sobre las concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos

Textura fenomenológica	Subcategoría	Categoría
Adaptación	Adaptación a nuevos problemas	Concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos
Flexibilidad		
Estrategias		
Transferencia		
Reflexión	Reflexión y aprendizaje del error	
Error		
Revisión		
Aprendizaje		
Importancia		

Comprensión	Importancia de la resolución de problemas en el aprendizaje
Motivación	
Práctica	
Secuenciación	Comprensión del proceso de resolución
Lógica	
Claridad	
Pensamiento	
Cognición	
Solución	
Confianza	
Razonamiento	

La resolución de problemas matemáticos es una habilidad esencial en la educación matemática, y su comprensión va más allá de la simple aplicación de fórmulas. Según DM1, la resolución de problemas no es solo una cuestión de encontrar respuestas rápidas, sino que involucra un proceso cognitivo profundo. Según sus palabras, "es un método que implica un conjunto de fases cognitivas", donde los alumnos tienen que ser capaces de llegar a una comprensión completa del problema, de los datos a los que están dispuestos a hacer uso y del recorrido que tienen que hacer para llegar a la solución. Esta perspectiva de la resolución de problemas asigna una importancia inicial a que sean los alumnos los que sean capaces de comprender el problema antes de optar por la aplicación de la estrategia que decidan de entre las estrategias algebraicas, geométricas o lógicas. La comprensión es esencial, no sólo para las matemáticas, sino también para la vida cotidiana, ya que los problemas complejos requieren estrategias de detección, un proceso que adiestra a los alumnos a resolver problemas que van más allá de los límites del aula.

En este sentido, DM2 hace hincapié en el aspecto de que para resolver problemas no solo hay que tener el conocimiento matemático correspondiente, sino que se requiere de la existencia de una habilidad cognitiva de carácter complejo. "No se trata simplemente de utilizar de memoria fórmulas matemáticas, sino que hay que entender de qué trata el problema y tener una idea en mente de cómo podemos realizar un plan", señala DM2. Para esta visión es necesaria la flexibilidad de las habilidades en cuanto a los tipos de problemas, puesto que el alumnado tiene que ser capaz de dirigirse a una nueva situación en la que sea necesario elegir las mejores estrategias en función de las

características específicas que contenga la situación. En este punto, la flexibilidad cognitiva ejercería un papel fundamental en el desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos.

DM3 ofrece una visión precedentemente diferenciada, resulta interesante resaltar que la resolución de problemas es un proceso de exploración y reflexión que, en el caso de la resolución de problemas, "lo que tiene de ventaja este tipo de problemas es que se enseña a los alumnos a pensar matemáticamente", lo que significa que no consiste únicamente en memorizar procedimientos o fórmulas, sino en que deben ser capaces de interpretar el enunciado, de dar valor a los datos que tienen ante sí mismos y de elaborar un plan para la solución, manteniendo en todo caso el hilo conductor de los acuerdos y las decisiones que se van tomando; lo más importante es que en lugar de buscar la respuesta, lo que tienen que hacer es ejercitar habilidades de razonamiento lógico y reflexionar. Este enfoque se relaciona con la metacognición, ya que deben serlo en la manera en que están desarrollando el problema, y para actividades del día a día, tanto en matemáticas como fuera de ellas.

Desde la perspectiva estudiantil, la resolución de problemas en matemáticas es también el conjunto de pasos que permiten organizar y estructurar el pensamiento. EST1 apunta que "resolver un problema matemático no consiste solo en conseguir encontrar la solución correcta, sino que se asegura también que el procedimiento ha sido correcto y se ha entendido bien", dando cuenta de una visión honda de la resolución de problemas matemáticos en la medida que no solo se trata de encontrar la solución, sino que también se trata de garantizar la solución que ha sido trabajada. La organización y la estructuración del pensamiento son cuestiones básicas a tener en cuenta para la resolución más adecuada de los problemas. Otra cuestión muy relevante que este estudiante apunta tiene que ver con la revisión del trabajo. Para este estudiante, la revisión del trabajo teniendo en cuenta cada uno de los pasos realizados y con una revisión general del trabajo final, siempre es totalmente necesaria para garantizar que se logra un resultado final que sea coherente con el proceso seguido.

Por su parte, EST2 entiende la resolución de problemas como un desafío: "Siempre intento dividir el problema en trocitos más pequeños", asegura EST2. "De todo esto lo que más me interesa es tener claro qué se me está pidiendo y qué es lo que

tengo", comenta EST2. Esta referencia viene a confirmar el hecho de que la comprensión de lo que se pide es clave en la posibilidad de resolver el mismo, de modo que si los estudiantes conocen qué están intentando resolver, esto les posibilitará elegir de una manera más adecuada cómo abordar el problema. Así mismo, la flexibilidad cognitiva es clave si se trata de problemas más complejos que requieren que el propio estudiante deba modificar el uso de las estrategias en la marcha.

No obstante, no todo está resultando ser fácil para los estudiantes. En particular, tanto EST1 como EST2 explican que las dificultades que presentan con los problemas de matemáticas se producen en buena parte porque suelen tener dificultades con la forma de organizar su pensamiento y que ante problemas que suelen tener longitud o complejidad, los estudiantes tienden a experimentar frustración. EST1 menciona algo como "a veces el planteamiento asegura la necesidad de entender palabras o frases que todavía no entiendo muy bien", con lo que interpreta que se suele perder más tiempo en el contexto del problema, esto es, no es capaz de construir las soluciones adecuadas. En estos momentos, cuando el problema requiere que supere un paso o secuencia, los estudiantes sienten que las cosas empiezan a apretarlos, lo que los lleva a experimentar cierta ansiedad en casos de matemáticas. EST2 también admitía que ha experimentado dificultades ante problemas que son muy largos o que requieren más de una estrategia, hasta el punto de que las finalidades parecen irse desperdiciando del proceso.

Con el fin de solventar estas dificultades, los alumnos exponen una serie de sugerencias. EST1 considera necesario que los profesores den más ejemplos en clase para ver cómo resolver problemas iguales. También añade que es esencial que los profesores dediquen tiempo a la práctica y a explicar el lenguaje matemático que a veces resulta críptico. EST2, por su parte, también pide hacer más práctica en clase y tener más tiempo para resolver problemas con la ayuda del profesor. Ambos alumnos señalan que ayudar a los compañeros puede ayudar en la resolución de problemas, pues les permite compartir estrategias y aprender unos de otros.

Subcategoría: Comprensión del proceso de resolución

La comprensión del proceso de resolución constituye uno de los aspectos más importantes de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas. Esta subcategoría expresa cómo los alumnos hacen suyos los pasos y las estrategias que requieren para

resolver problemas matemáticos con claridad y estructura, asegurando no sólo la respuesta correcta, sino que también el hecho de que comprendan cada una de las etapas del proceso.

La comprensión del proceso de resolución es un aspecto fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. DM1 destaca que la resolución de problemas no se trata solo de encontrar la respuesta correcta, sino de entender completamente cada parte del proceso: "los estudiantes deben ser capaces de entender completamente el problema formulado, los datos necesarios, los pasos que deben seguir para la solución del problema". Dicha circunstancia remite a lo que hay que hacer al identificar las claves que constituyen el problema a resolver. Esta cuestión no únicamente remite al hecho de descubrir los modelos, que son las claves del problema a resolver, sino que también remite a la captación de la secuencia lógica de pasos que han de llevarse a cabo para resolver el problema. Captar de este modo el significado del problema a resolver certifica que el alumno ha alcanzado un nivel profundo de captación que, por su parte, le permite llegar a problemas de mayor complejidad o bien desarrollar una mentalidad crítica hacia los problemas que resuelve.

DM2 complementa esta visión, señalando que "la resolución de problemas no es simplemente memorizar fórmulas; se trata de comprender el problema desde su esencia". Para DM2, la comprensión del proceso implica que los estudiantes sean capaces de descomponer el problema en partes manejables y reflexionar sobre las estrategias más adecuadas para abordarlo. Esta reflexión continua sobre el proceso de resolución fortalece las habilidades cognitivas de los estudiantes, permitiéndoles elegir las mejores estrategias de acuerdo con las características de cada problema. La flexibilidad y la capacidad de adaptación a diferentes situaciones se convierten en elementos clave de este enfoque, ayudando a los estudiantes a abordar problemas de manera efectiva y con confianza.

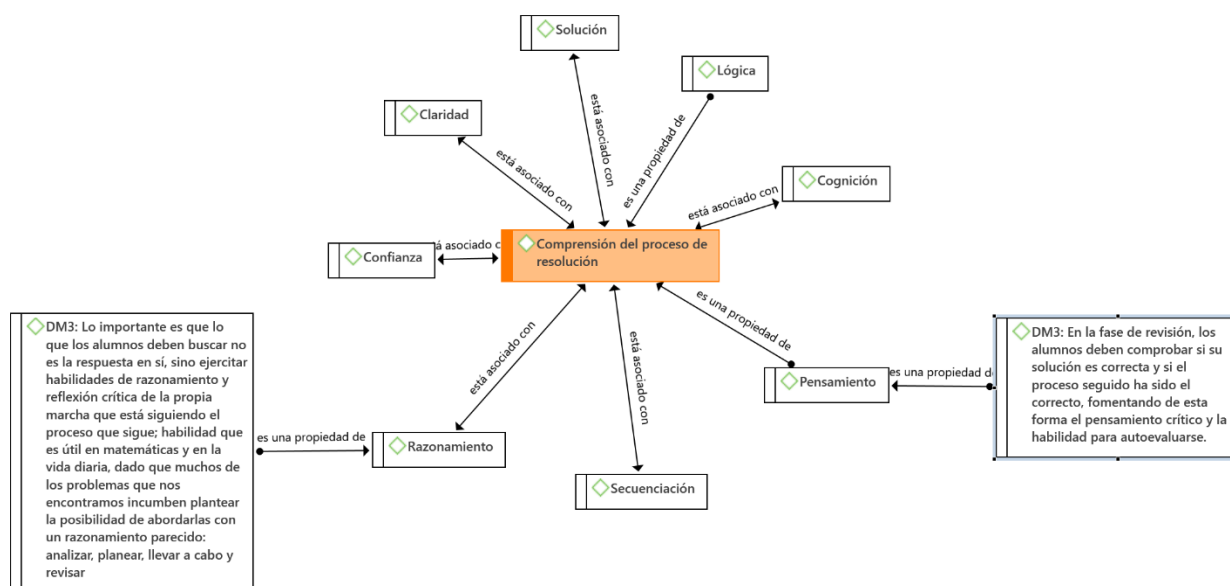
Desde el punto de vista de los estudiantes, entender el proceso de resolución es fundamental para poder obtener resultados positivos, tal y como comenta EST1, aludiendo a que, para él, "resolver un problema no es simplemente encontrar la respuesta correcta sino asegurar que se ha hecho bien el procedimiento y que se ha llegado a entender bien lo que se hace". Precisamente ese comentario hace hincapié en

la cuestión de que los estudiantes no solo se hayan en la búsqueda de una solución, sino que también reflexionen sobre el procedimiento que han seguido, ordenando y organizando de cada uno de los pasos que han supuesto tranquilidad de la resolución. La revisión de las respuestas al final es una parte esencial de este proceso, ya que permite que los estudiantes verifiquen si han seguido correctamente todos los pasos y si la solución final tiene sentido dentro del contexto del problema.

Para EST2, la comprensión de lo que se pide en el problema es el primer paso crucial. "Lo que más me interesa de todo esto es tener claro qué se me está pidiendo y con qué datos cuento", explica EST2. Este enfoque refleja la importancia de entender el problema antes de comenzar a resolverlo. Solo al comprender el enunciado y los datos proporcionados, los estudiantes pueden identificar la estrategia más adecuada para su resolución, lo que facilita la elección de métodos y la organización de los cálculos de manera efectiva.

La subcategoría del proceso de resolución, como se observa en la Figura 1, está conformada por los atributos razonamiento, pensamiento, lógica, secuenciación, cognición, claridad, confianza y solución, los cuales permiten entender que la resolución de los problemas matemáticos no es únicamente la obtención de una respuesta, sino que se articula a partir de una serie de acciones sistemáticas y plenamente conscientes.

Figura 1. Red semántica de la subcategoría Comprensión del proceso de resolución



Promover la comprensión del proceso de resolución permite desarrollar habilidades críticas, autónomas y metacognitivas en los estudiantes. Los hallazgos evidencian que las dificultades más frecuentes se centran en la escasa comprensión del procedimiento, lo que limita la capacidad para explicar, verificar o transferir soluciones. Por ello, fomentar el razonamiento, la secuenciación y la reflexión del proceso constituye un recurso pedagógico esencial para un aprendizaje matemático significativo y transferible.

Subcategoría: Importancia de la resolución de problemas en el aprendizaje

Esta subcategoría subraya la importancia de resolver problemas matemáticos como una habilidad cognitiva fundamental, no solamente para el aprendizaje de las matemáticas, sino también para el propio desarrollo de competencias que sean de utilidad en la vida cotidiana. Permite que el alumnado pueda desarrollar una serie de habilidades como el pensamiento crítico, la confianza y la autonomía, sin dejar de vincular lo aprendido en el aula con las situaciones más reales y prácticas posibles.

La resolución de problemas matemáticos es considerada una habilidad esencial para el desarrollo cognitivo de los estudiantes, no solo dentro del ámbito matemático, sino también en la vida cotidiana. Para DM1, la resolución de problemas es "mucho más que una búsqueda rápida de la respuesta". En su opinión: "lo que la resolución de problemas matemáticos tiene que ser para mí es mucho más que simplemente conseguir la respuesta agradable". Dicho en otras palabras, puede ser de gran ayuda para que las alumnas y los alumnos tengan que empezar a lidiar con problemas complejos, que lleguen a confiar en ellos y que aprendan a aplicar las matemáticas a un contexto real. A la vez, no solo es una forma de preparar a los alumnos para las matemáticas, sino también para afrontar los problemas cotidianos como aquellos que tienen que ver con decisiones financieras o la planificación de una fiesta.

DM2 también enfatiza la importancia de la resolución de problemas como una capacidad cognitiva compleja. Para él, la resolución de problemas no consiste únicamente en aplicar fórmulas matemáticas, sino que es un ejercicio reflexivo que permitirá desarrollar habilidades sobre el pensamiento crítico. Cuando los estudiantes vierten problemas matemáticos tienen que llegar a identificar los datos importantes, planificar el proceso de resolución, aplicar las estrategias más adecuadas, lo que supone

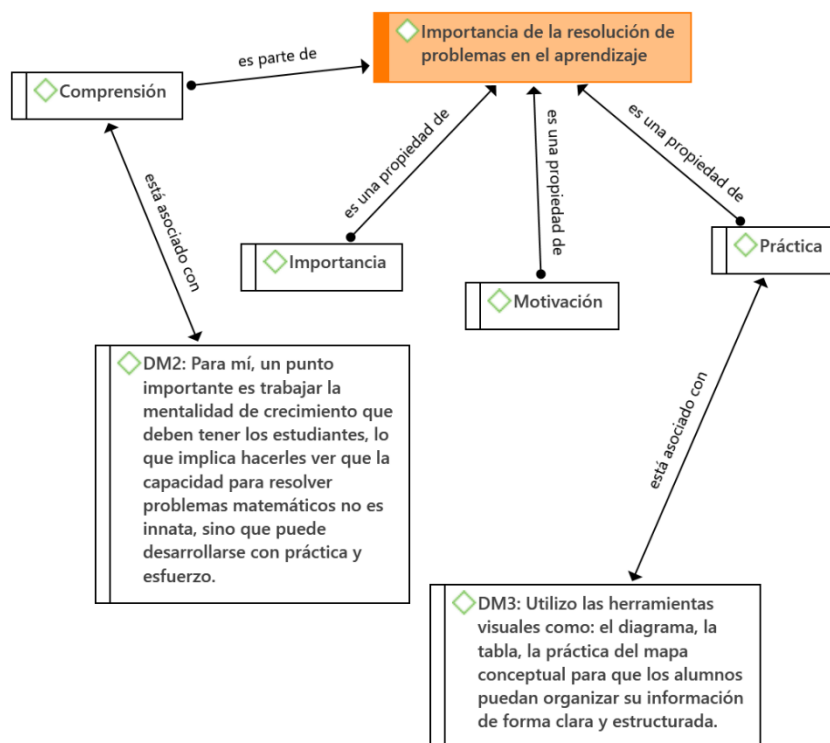
una comprensión más completa y flexible de los conceptos matemáticos. Este planteamiento no solo adquiere un papel importante en el trabajo de los problemas en clase sino que forma a los estudiantes en la posibilidad de tener recursos o habilidades para resolver problemas en contextos de la vida profesional y personal.

En el caso de DM3, la resolución de problemas se entiende como una habilidad transferible, esencial para el desarrollo de los pensamientos matemáticos y críticos. "La ventaja de este tipo de problemas es que se ayuda a los alumnos a pensar matemáticamente", dice el DM3. "La capacidad de reflexionar críticamente sobre el proceso seguido durante la resolución de los problemas obtienes que los alumnos no sólo sepan resolver problemas concretos, sino que además desarrollen habilidades transferibles a otros dominios. Igualmente, la resolución de problemas directamente favorece la autonomía, puesto que los alumnos van aprendiendo a abordarlos por sí solos, tomando así decisiones sobre cómo plantear la resolución de problemas nuevos".

Desde la perspectiva de los estudiantes, la resolución de problemas tiene una aplicación directa en la vida cotidiana, lo que hace que su aprendizaje sea relevante y útil. EST1 considera que "resolver problemas matemáticos es muy útil; no solo me da la oportunidad de aprender matemáticas, sino que también me enseña a pensar de forma lógica y estructurada". Además, esta habilidad se aplica en situaciones cotidianas, como cuando se necesitan realizar cálculos financieros o estimar recursos para actividades cotidianas. EST2 también destaca la importancia de la perseverancia al enfrentar problemas complejos, lo que le permite desarrollar habilidades para resolver retos más allá de las matemáticas, como la organización y la toma de decisiones en la vida diaria.

La subcategoría importancia de la resolución de problemas para el aprendizaje, de acuerdo con lo exhibido en la figura 2, está compuesta por la combinación de las texturas fenomenológicas comprensión, importancia, motivación y práctica, que dan cuenta de que resolver problemas matemáticos contribuye con un aprendizaje más significativo. En la red semántica se evidencia cómo esta subcategoría se asocia a la necesidad de reforzar la comprensión de los contenidos, de fomentar la motivación del alumnado y de consolidar el aprendizaje mediante la práctica.

Figura 2. Red semántica de la subcategoría importancia de la resolución de problemas en el aprendizaje.



la resolución de problemas matemáticos se erige como una de las estrategias esenciales y principales para el aprendizaje significativo dado que por medio de las habilidades cognitivas, metacognitivas y socioemocionales es susceptible de construirse. Los hallazgos sugieren que no solamente se puede entender la matemática y ponerla en práctica, sino que además se puede fomentar la autonomía y el pensamiento crítico y la perseverancia y la confianza de los alumnos, entre otras capacidades. Es más, el aprendizaje de la resolución de problemas tiene relevancia práctica, al poder transferir este tipo de estrategias en situaciones cotidianas y profesiones. Además, el aprendizaje escolar es más reflexivo, flexible y busca una educación más integral del alumnado.

Subcategoría: Reflexión y aprendizaje del error

El proceso de reflexión sobre los errores se convierte en un patrón básico del aprendizaje que desarrollan los alumnos mientras realizan la resolución de los problemas matemáticos que se encuentran en la práctica. Asimismo, esta subcategoría nos permitirá saber cómo los estudiantes aprenden de sus fallos aprendiendo a cambiar sus estrategias para mejorar sus resultados y adquirir autonomía en el aprendizaje.

El proceso reflexivo sobre los errores constituye un patrón esencial del aprendizaje que llevan a cabo los alumnos cuando están inmersos en la resolución de problemas matemáticos. DM1 y DM3 afirman que los estudiantes tienen que aprender a reflexionar sobre sus errores, de modo que puedan aprender de ellos y modificar sus formas de resolución de los problemas. Las reflexiones sobre los errores no solamente permiten corregir los errores cometidos de forma inmediata, sino que también favorecen un aprendizaje más elaborado, son capaces de dilucidar la causa (o causas) que han llevado al error, así evitarlo en el futuro. La reflexión sobre los errores permite que los educandos aprendan a convertirse en buenos pensadores de su propio proceso de conocimiento, con aptitudes reflexivas de sus propias estrategias que han puesto en juego y que, en cualquier caso, tienen que ajustarlas para ser más eficientes en sus resoluciones de los problemas.

El error, tal como postula Piaget (1970), es una parte primordial del proceso de aprender, dado que el error provoca una disonancia cognitiva en el estudiante, esto es, cuando se establece una descompensación de los esquemas de los alumnos, lo cual provoca que revise o modifique sus esquemas. La disonancia se deriva de la conformidad en la que tiene que realizar un esfuerzo para realizar la sintonía entre lo que se esperaban conseguir y lo que en realidad le sucede. Con la reflexión sobre lo que han hecho mal logran superar dicha disonancia y reorganizar de nuevo su conocimiento sobre la forma de resolver el problema, adecuando los esquemas y ampliando la forma que tienen. De este modo, el error no es un fracaso, sino que es una oportunidad de aprender que permite a los estudiantes comprender de forma más profunda lo que es el proceso para resolver y las estrategias matemáticas que hay detrás de ello.

La condición de poder reflexionar sobre los errores también permite a los estudiantes entender lo que han realizado mal, sino cómo poder avanzar y hacer la aplicación del mismo conocimiento de manera más fructífera en el futuro. DM3 dirá que la reflexión es lo que permite a los estudiantes darse cuenta de lo que han hecho mal y les indica cómo mejoran y qué línea de enfoque deben tomar para obtener una solución más eficiente. Esta reflexión crítica no solo contribuye a mejorar el rendimiento en el ámbito de problemas concretos de matemáticas, sino que además promueve habilidades metacognitivas que los alumnos pueden utilizar para otro tipo de situaciones de

aprendizaje. Este proceso de autoconocimiento y autorregulación será relevante en el desarrollo de habilidades de resolución de problemas por la propia cuenta de los estudiantes, con eficacia.

El hecho de reflexionar sobre errores también se encuentra relacionado de forma estrecha con la noción de autonomía en el aprendizaje. De acuerdo con DM2 y DM3 los alumnos deben aprender a ser responsables de su propio proceso de resolución de problemas, lo que implica tomar decisiones relacionadas con una resolución de problemas informada y no solamente dejarse guiar por el profesor. Este proceso reporta autonomía, que evoluciona en la medida en que los educandos obtienen más confianza en su habilidad y en su proceso de resolución. La reflexión sobre los fallos tiene una importancia notable para este desarrollo, permite a los estudiantes saber cómo modificar su manera de abordar el problema de manera autónoma, favoreciendo así la autonomía en su aprendizaje.

La autonomía en la resolución de problemas está en consonancia con la teoría humanista de Rogers (1969), quien precisamente afirma que el aprendizaje más significativo se da cuando el estudiante es capaz de controlar su propio proceso de aprendizaje. Rogers comenta que el estudiante debe ser considerado un agente activo en su propio aprendizaje y eso significa que tiene la oportunidad de elegir, enfrentarse a problemas y de aprender de sus errores. Esta postura humanista resalta que la autonomía no sólo mejora el rendimiento académico, sino que identifica maneras de mejorar la autoconfianza del alumno, da la libertad de resolver el problema y avanzar en el proceso de acuerdo con su condición de aprendizaje.

La autonomía también está considerada al mismo tiempo como responsabilidad relacionada con el aprendizaje. De acuerdo con el DM2, el alumnado debe hacerse responsable de las decisiones que ha tomado y de las acciones que ha emprendido en el proceso de resolver problemas. Este sentido de la responsabilidad se traduce en que los alumnos no se limitan a tratar de obtener la respuesta correcta, sino que también han de reflexionar acerca del modo de haber llegado a la respuesta y de cómo mejorar su forma de llegar a la respuesta en el futuro. Este proceso de la responsabilidad se apoya totalmente en la teoría constructivista de Piaget (1970), que defiende que el conocimiento se construye de forma activa en la interacción con el medio exterior, así como que el

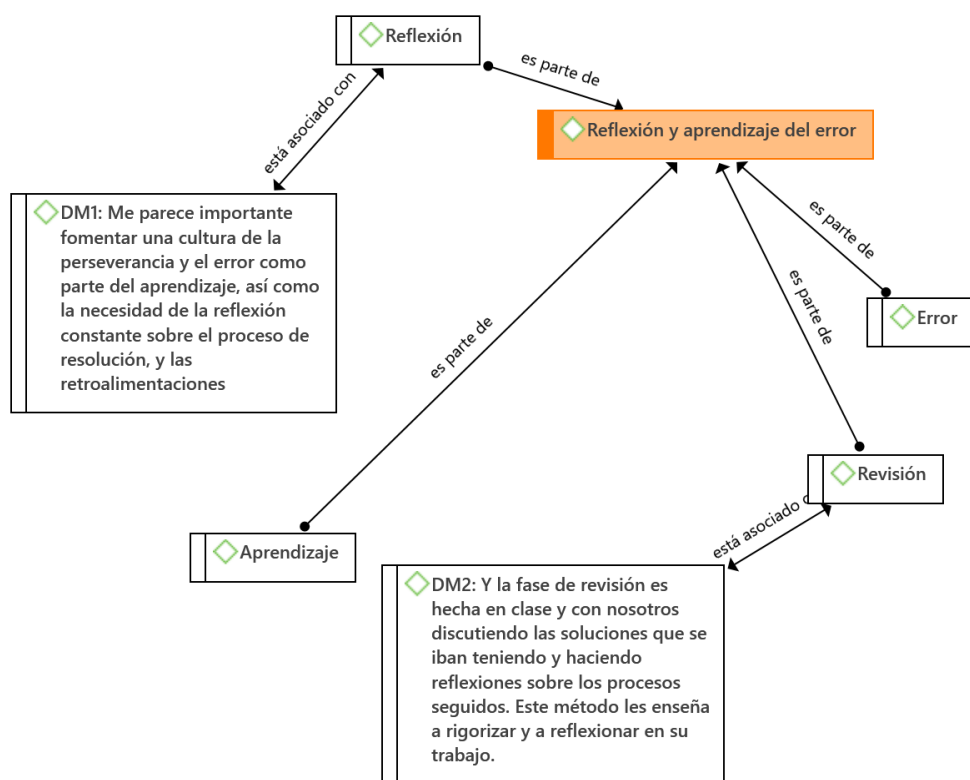
aprendizaje se produce cuando los estudiantes se hacen responsables de su propio proceso cognitivo. En el presente contexto, la responsabilidad no solo significa el compromiso del propio alumnado con la tarea de resolver problemas, sino que también incorpora la evaluación y un ajuste de los propios procesos de aprendizaje.

Por último, la autonomía en el aprendizaje lleva a los escolares a enfrentarse a problemas más complejos con más confianza de forma independiente y DM3 recalca que cuando los alumnos se vuelven más autónomos se sienten más seguros para resolver problemas complejos sin ayuda del exterior. Dicho de otra forma, esa experiencia es crucial para el desarrollo de habilidades que los educandos pueden aplicar en contextos muy diversos, en el contexto del aula y fuera de ella; la autonomía refuerza también la crítica del alumnado al permitirles tomar decisiones sobre cómo afrontar los problemas y resultando en un conocimiento más profundo y significativo.

La reflexión sobre los errores y la autonomía son, en primer lugar, patrones de la experiencia de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos, patrones que los educandos desarrollan y que permiten un conocimiento autónomo y metacognitivo y que les permiten aprender de sus errores, modificar la forma de enfocar los problemas o realizar otros problemas de forma autónoma. La reflexión continua y la toma de decisiones autónomas contribuyen al desarrollo no solo de habilidades matemáticas, y de confianza sino también de la misma resiliencia del alumnado en la forma de poder afrontar las dificultades tanto en los problemas del aula como en la vida misma.

La subcategoría reflexión y aprendizaje del error reflejada en la figura 3 tiene su origen en los atributos reflexión, error, revisión y aprendizaje, los cuales nos permiten interpretar el error en la solución de los problemas matemáticos no como un mal resultado, sino como una oportunidad didáctica para consolidar el propio pensamiento y mejorar los procesos de aprendizaje. La red semántica deja de manifiesto que dicha subcategoría ha estado sostenida por la idea de que la reflexión sistemáticamente sobre los procedimientos utilizados al mismo tiempo favorece la revisión de las soluciones, la detección de los fallos y la construcción del nuevo aprendizaje a partir del error.

Figura 3. Red semántica de la subcategoría de la reflexión y aprendizaje del error.



La reflexión y el aprendizaje del error se asientan como un elemento fundamental para el desarrollo de las habilidades matemáticas y metacognitivas. Esta subcategoría evidencia que la propia reflexión sobre los errores cometidos no solo sirve para corregir las respuestas, sino que también propicia la autonomía, la responsabilidad y el pensamiento crítico del estudiante. La práctica reflexiva y sistemática se convierte en un factor que fomenta la capacidad del alumnado para ajustar sus estrategias, aumenta la confianza y la perseverancia y logra transferir lo aprendido en contextos distintos, lo que resulta en un aprendizaje más profundo, significativo y transferible en el aula, así como fuera de ella.

Subcategoría: Adaptación a nuevos problemas

La adaptación hacia nuevos problemas es un elemento clave en la resolución de problemas matemáticos y la adquisición de competencias transferibles. Las evidencias aportadas ponen de manifiesto que el dominio de la habilidad que permite alterar las estrategias y emplear flexiblemente los conocimientos hace que el alumnado pueda

afrontar lo desconocido de forma creativa, independiente y con confianza, lo que se deja evidenciar en esta subcategoría en que resulta importante trabajar y mejorar la flexibilidad cognitiva, la transferencia y la cooperación dentro del aula, y que permite alcanzar aprendizajes más profundos, significativos y transferidos a la escuela y a la vida cotidiana.

Este patrón hace referencia a que los estudiantes son capaces de resolver problemas matemáticos nuevos y aplican su conocimiento de forma flexible. La capacidad para poder variar su estrategia de resolución ante un problema nuevo es muy importante, porque no todos tienen la misma estructura. Con la capacidad de poder ajustar sus estrategias de resolución, los estudiantes son capaces de desarrollar un enfoque flexible, lo que les permite abordar los problemas con confianza y creatividad, esta capacidad de adaptación también tiene que ver con la resolución de problemas en diferentes contextos, los estudiantes son capaces de transferir las competencias adquiridas en problemas de matemáticas a otros ámbitos del conocimiento o a situaciones cotidianas fuera de la escuela.

Este patrón adaptativo hacia nuevos problemas proviene de la teoría constructivista de Piaget (1970), que postula que no se produce un aprendizaje auténtico hasta que el estudiante debe enfrentarse a situaciones que obliguen a la reconstrucción de los esquemas mentales; estas son las situaciones donde se produce una toma de conciencia por parte del estudiante de que al intentar resolver un nuevo problema no es capaz de hacerlo y puede poner en marcha un proceso de asimilación y acomodación que le permita incorporar ese nuevo tema al conocimiento ya existente. Así, el conocimiento nuevo que se genera por el estudiante es el resultado de un proceso de tipo constructivista, donde el aprendizaje va sucediendo en función de los preconceptos de los que ya dispone el estudiante. La adaptación cognitiva es el componente fundamental del aprendizaje, y este permite que los estudiantes no solo sigan creciendo sino que se enfrenten a problemas no solo matemáticos complejos, sino que permitan el desarrollo en la habilidad para resolver problemas que puedan aparecer en la cotidianidad y en situaciones de tipo académico, pero fuera de la matemática. De esta manera, la capacidad de los alumnos para enfrentarse a nuevos problemas contribuye a

fomentar ese tipo de aprendizaje profundo que va mucho más allá de la mera aplicación de fórmulas.

Cuando los estudiantes tienen que enfrentarse a diferentes tipos de problemas, les están entrenando para que su mente esté en condiciones de pensar de una forma más abstracta y crítica. Esta capacidad para adaptarse está profundamente ligada a la capacidad para desarrollar competencias matemáticas que vayan más allá de conocimientos puntuales y que hacen referencia a diferentes ámbitos del conocimiento y a situaciones de la vida. La flexibilidad cognitiva, es la capacidad de respuesta del estudiante a la mayoría de los problemas complejos que puede encontrar, les va a permitir proponer soluciones novedosas y eficientes que serán las respuestas que su mente procurará. Y con eso se dotará a la tarea de un tipo de competencia que no se limita exclusivamente a los conocimientos, sino que se extensión a la vida misma en todas sus facetas.

Todo lo anterior lleva a la siguiente indicación en función de confirmar que los patrones que pueden extraerse en las respuestas de los informantes son los que ofrecen la experiencia de resolución de los problemas matemáticos. La progresión, la metacognición, la perseverancia, la reflexión sobre el error, la colaboración, positiva o negativa, la motivación, la autonomía, la adaptación a nuevos problemas. Todos ellos son factores que están interrelacionados y que estructuran la experiencia de los estudiantes/as que tienen que resolver problemas.

Estos patrones no solo engloban los procesos cognitivos que el alumno/a deberá dominar para resolver los problemas matemáticos, sino también si van en la misma dirección emocional como lo hace la motivación o la confianza del propio estudiante/a. Por consiguiente, aceptar que todos ellos están interconstruidos y entrelazados puede facilitar a los didactas a generar estrategias que favorezcan aprendizajes significativos y autónomos fortalecedores de las competencias necesarias para resolver los desafíos matemáticos, en situaciones poco comunes de la vida cotidiana.

Transformar los hallazgos extraídos de la investigación en estrategias didácticas que puedan provocar la comprensión, la autonomía y la resolución de problemas matemáticos. Es así como a partir de los resultados se han marcado diferentes prácticas que pueden ser llevadas a cabo con el fin de enriquecer el proceso de

enseñanza/aprendizaje. Las estrategias en este caso deben estar centradas en proporcionar la posibilidad de que los alumnos tengan acceso a los instrumentos necesarios para enfocar los problemas matemáticos de forma reflexiva, flexible y autónomamente, expuesto de esta forma que los alumnos puedan desarrollarse en su competencia cognitivo-, metacognitiva-, dentro de un ámbito de aprendizaje activo y participativo.

Una de las principales estrategias didácticas que se desprenden de los hallazgos es la ayuda de forma gradual y estructurada de la enseñanza de la resolución de problemas, que ha de seguirse bajo las fases del método de Pólya, puesto que esta estructura que guía a los estudiantes les ofrece el seguimiento que han de dar al problema, les ayuda a organizar el pensamiento y a sistematizar y aplicar la estrategia. En este sentido, con la guía en todas las fases de la resolución de los problemas, se puede apalancar en la comprensión de la resolución de problemas promoviendo el pensamiento crítico y el análisis de estrategias que sus compañeros han empleado, después de una serie de ejemplos y practicas analizadas en el aula. Así, los futuros maestras no sólo aprenden las matemáticas, sino que son conscientes también de las autoevaluaciones y reajustes de las estrategias para abordar la resolución de problemas.

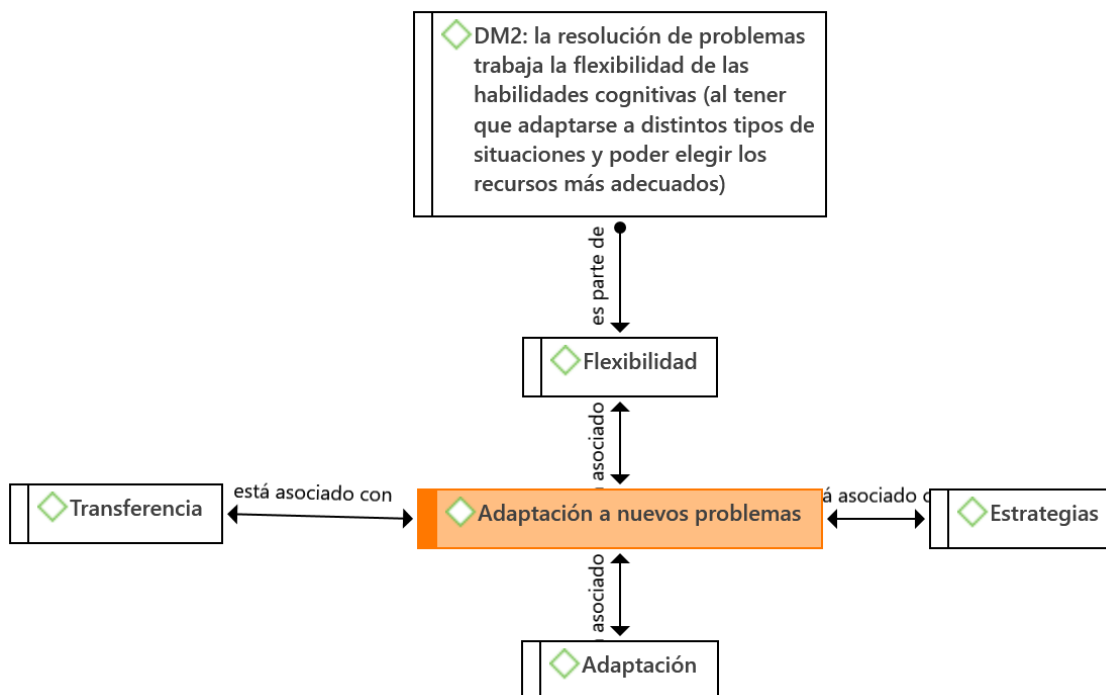
La autonomía ocupa un lugar destacado también en la integración de los hallazgos desde un punto de vista pedagógico. Se espera que los profesores promuevan un entorno de aprendizaje donde el alumnado tenga la responsabilidad sobre su propia forma de resolver problemas, lo que se puede conseguir ofreciendo al alumnado oportunidades para resolver problemas en presencia de la posibilidad de reflexionar sobre ellos y de adaptarse. El uso de actividades de resolución autónomas en combinación con retroalimentación constructiva propicia entre el alumnado una mentalidad flexible y crítica, que se entiende como una pieza esencial para el trabajo en el abordaje de problemas matemáticos más complejos en situaciones posteriores.

La interacción cooperativa entre estudiantes debe estar presente de una manera más sistemática en las clases de matemáticas. En el aula, la experiencia de trabajar en grupo involucra compartir algunas estrategias, discutir las mismas, aprender las unas de las otras. La cierta relación favorece la vivencia de la resolución, pero también posibilita la metacognición en y con el grupo, es decir, los estudiantes reflexionan sobre sus

propios procesos de pensamiento a partir de lo que comparten sus compañeros y compañeras. Las estrategias de enseñanza que abordan el trabajo cooperativo ayudan a generar una mejor comprensión de las nociones matemáticas y contribuyen, así mismo, a la vez a facilitar el desarrollo de habilidades sociales y comunicativas que son imprescindibles para un aprendizaje integral.

La subcategoría de adaptación a nuevos problemas se convierte en un elemento esencial, en el proceso de resolver problemas matemáticos, de la capacidad de los estudiantes para hacer frente a situaciones desconocidas, utilizando de forma flexible el conocimiento previo que poseen. Esta subcategoría, tal como lo demuestra la figura 4 se va construyendo a partir de las distintas texturas fenomenológicas que se han identificado en la lectura del análisis: transferencia, estrategia, adaptación, flexibilidad, etc., que nos van sirviendo como guías para dar cuenta de la forma en que los estudiantes adaptan sus procesos cognitivos ante diferentes tipos de situaciones problemáticas.

Figura 4. Red semántica de la subcategoría adaptación a nuevos problemas



La adaptación a nuevos problemas forma parte básica de la solución de problemas matemáticos y del desarrollo de competencias transferibles. Los resultados de esta

revisión dejan ver que la capacidad de adaptar estrategias y de llevar a cabo no sólo la apropiación sino también la transferencia de los aprendizajes favorece los encuentros de los estudiantes con situaciones no conocidas fortaleciendo su creatividad, la autonomía y la seguridad. Este subapartado pone de manifiesto la necesidad de establecer un aprendizaje flexible en la adaptación a nuevos problemas, la transferencia del aprendizaje y el encuentro cooperativo para que el aprendizaje sea más profundo, significativo y aplicable en la vida escolar y/o cotidiana.

Figura 5. Red integradora de la categoría de Concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos.



La red integradora de la figura 5 explica cómo las subcategorías de adaptación al nuevo problema, reflexión y aprendizaje del error, importancia de la resolución de problemas y comprensión del proceso de la resolución están conectadas y se ayudan mutuamente; cada una de ellas introduce aspectos imprescindibles a fin de que los estudiantes puedan alcanzar un desarrollo del pensamiento crítico, del trabajo autónomo, de la flexibilidad y de la transferencia de lo que han aprendido. La interacción entre estas dimensiones potencia un aprendizaje matemático más profundo, significativo y

transferible, donde los estudiantes no sólo llegan a resolver problemas, sino que comprenden, reflexionan y consolidan estrategias de resolución útiles.

Categoría: Estrategias didácticas y metodológicas

En esta sección se presenta la tabla 6 que articula las distintas subcategorías y sus respectivos códigos, que han sido extraídos del análisis acerca de las estrategias didácticas y metodológicas aplicadas a la resolución de problemas matemáticos. A través de esta tabla se sistematizan una serie de elementos que van desde los recursos pedagógicos utilizados (recursos manipulativos, simuladores matemáticos, etc.) hasta las estrategias de enseñanza, pasando por el trabajo colaborativo, la flexibilidad ante las estrategias de resolución, y la perseverancia y flexibilidad como elementos esenciales. Cada subcategoría recoge aquella estrategia didáctica fundamental que lleva a la práctica la comprensión y la resolución de problemas matemáticos, fomenta las habilidades sociales y cognitivas de los alumnos que han de ser puestas en práctica más allá de los problemas matemáticos.

Tabla 5. Categorización emergente sobre estrategias didácticas y metodológicas

Textura fenomenológica	Subcategoría	Categoría
Recursos manipulativos	Recursos pedagógicos empleados	Estrategias didácticas y metodológicas
Tecnología educativa		
Simuladores matemáticos		
Metacognición	Enfoques y procedimientos de enseñanza	
Reflexión continua		
Evaluación continua		
Descomposición	Trabajo colaborativo y aprendizaje social	
Trabajo grupal		
Intercambio de ideas		
Reflexión metacognitiva	Flexibilidad en las estrategias de resolución	
Trabajo en equipo		
Soluciones creativas		
Adaptación de estrategias		
Revisión de estrategias		
Exploración		
Perseverancia		

Técnicas de adaptación	Perseverancia y flexibilidad como factores clave
Ensayo-error	
Confianza	
Método de Pólya	

En el contexto de la resolución de problemas matemáticos, las estrategias didácticas y metodológicas juegan un papel fundamental en el proceso de aprendizaje. DM1 considera que la estrategia pedagógica debe ir más allá de la simple aplicación de técnicas y debe enfocarse en la comprensión profunda de los problemas. Para él, es esencial descomponer los problemas en partes más pequeñas y accesibles, de modo que los estudiantes puedan abordarlos sin sentirse abrumados. No solo contribuye a la gestión de la complejidad, sino que genera una confianza en la capacidad de dar solución a problemas con más dificultad con el tiempo; de hecho, DM1 subraya el valor de la práctica del contenido de manera continuada y en interacción con la evaluación y no sólo de las soluciones sino también el proceso seguido por parte de los alumnos ya que reflexionando en los errores va ajustando las estrategias que hace que todos los problemas matemáticos sean resueltos con más facilidad y con éxito.

DM2, por su parte, subraya la relevancia de la metacognición para las estrategias de enseñanza. Para él, "el desarrollo de la metacognición es esencial: los estudiantes deben ser conscientes de las cosas que realizan, de aquello que hacen y de cómo mejorar su estrategia de planteamiento". Esta estrategia de enseñanza permite a los estudiantes reflexionar acerca de su propio proceso de pensamiento cuando deben resolver problemas. Esto les da autonomía y control sobre su propio aprendizaje. Además, DM2 defiende que deban ser flexibles con el uso de las estrategias: Cada problema puede requerir una estrategia de resolución diferente. Los estudiantes deben ser capaces de cambiar de estrategia según las características de los problemas y, por lo tanto, ser creativos y flexibles en el sentido cognitivo. Esta forma de enseñanza queda además complementada por el trabajo cooperativo en el aula: los estudiantes pueden aprender unos de otros y enriquecer las estrategias de los demás en la cooperación.

Para DM3, las estrategias didácticas favorecen un tipo de abordaje más exploratorio de los problemas matemáticos. Dice DM3 que «resolver problemas matemáticos es un proceso de exploración» y, por ello, los estudiantes no deben solo

recurrir a soluciones automáticas, sino que deben aprender a pensar durante el proceso. DM3 subraya la importancia de la flexibilidad y de la perseverancia, pero, sobre todo, con problemas difícilmente clasificables. Las estrategias didácticas deben facilitar el hecho de que los estudiantes tengan que esforzarse por no abandonar ante los escollos, sino que deben arriesgar y seguir a la búsqueda de soluciones, revisando el proceso y aprendiendo de los errores propios. Esta estrategia refuerza las competencias matemáticas a nivel de profundización cognitiva, pero también es útil para enseñar competencias cognitivas más generales: lógico-argumentativas y reflexivas.

Desde la perspectiva de los estudiantes, las estrategias didácticas también son esenciales para su comprensión y resolución de problemas. EST1 señala que su profesor utiliza la estrategia de pensar en voz alta durante la resolución de problemas, lo que le ayuda a externalizar su proceso de razonamiento y organizar sus ideas. Esta técnica permite que el estudiante reflexione sobre su propio pensamiento mientras resuelve el problema, lo que facilita la identificación de posibles errores. Además, descomponer los problemas en pasos más pequeños les ayuda a sentirse menos agobiados y a comprender mejor los conceptos involucrados. EST2 también valora la importancia de trabajar en grupo, ya que esto le permite compartir estrategias con sus compañeros, enriquecer su propio proceso de resolución y aprender nuevas formas de abordar los problemas matemáticos.

Subcategoría: Recursos pedagógicos empleados

El uso de recursos pedagógicos es un aspecto fundamental para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos y es precisamente esta subcategoría la que permite que materiales manipulativos y simuladores matemáticos, así como herramientas tecnológicas, faciliten la comprensión de conceptos abstractos, propicien la práctica reflexiva y aumenten el trabajo autónomo y la participación del alumnado en el aprendizaje.

El uso de recursos pedagógicos es fundamental para apoyar la resolución de problemas matemáticos en el aula. Según DM1, los materiales manipulativos como las regletas de álgebra y bloques de construcción son recursos que permiten a los estudiantes visualizar y comprender conceptos abstractos de manera concreta. Estos recursos proporcionan una forma tangible de interactuar con los problemas, facilitando

la comprensión de conceptos como álgebra y geometría. Además, DM1 utiliza herramientas tecnológicas como simuladores matemáticos y programas interactivos, los cuales permiten a los estudiantes practicar de manera dinámica, visualizando los problemas matemáticos de forma más atractiva. De acuerdo con DM1, estos recursos no solo hacen el aprendizaje más interesante, sino que también permiten que los estudiantes conecten las matemáticas con situaciones del mundo real.

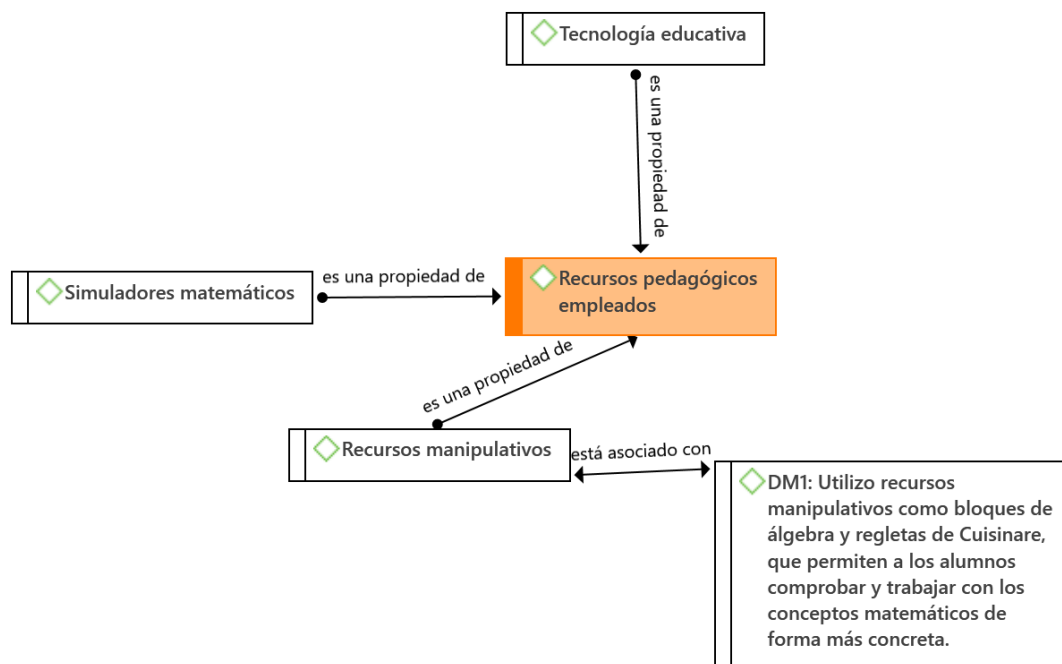
DM2 también reconoce la importancia de los recursos tecnológicos en la enseñanza matemática. Para él, las aplicaciones matemáticas en línea son una herramienta crucial, ya que permiten a los estudiantes practicar y recibir retroalimentación instantánea. Esto les da la oportunidad de corregir errores en tiempo real y mejorar su comprensión de los conceptos matemáticos. Además, DM2 utiliza pizarras digitales y presentaciones interactivas, que ayudan a representar visualmente los problemas y las soluciones. Estos recursos facilitan la comprensión y permiten que los estudiantes vean las conexiones entre los diferentes conceptos matemáticos de manera clara y estructurada.

Para DM3, los problemas matemáticos contextualizados son uno de los recursos más poderosos que emplea en sus clases. Al utilizar problemas basados en situaciones cotidianas, como la planificación de eventos o la organización de recursos, DM3 conecta las matemáticas con la vida real de los estudiantes. Además, emplea representaciones visuales como diagramas y tablas, que permiten a los estudiantes organizar la información de manera clara. Este enfoque no solo facilita la comprensión, sino que también hace que los estudiantes vean las matemáticas como algo práctico y aplicable en su día a día. Las simulaciones digitales también son una herramienta clave que DM3 utiliza para que los estudiantes puedan practicar la resolución de problemas en un entorno más flexible y autónomo.

La subcategoría recursos pedagógicos empleados, tal como se presenta en la Figura 5 va conformándose a partir de los códigos tecnología educativa, simuladores matemáticos y recursos manipulativos, reflejando la diversidad de los recursos que se pone en acción en el proceso de enseñanza con el objetivo de facilitar la comprensión de los contenidos matemáticos. La red semántica refleja que estos recursos concretan la enseñanza, facilitada sobre todo mediante los materiales manipulativos que dan lugar

a los conceptos abstractos, así como los recursos tecnológicos que enriquecen la enseñanza.

Figura 6. Red semántica de la subcategoría recursos pedagógicos empleados



La utilización de recursos pedagógicos resulta ser uno de los factores que influye en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. La conjunción de materiales manipulativos, simuladores y herramientas tecnológicas ayudan al alumnado a afianzar el aprendizaje comprensivo de los conceptos abstractos, la práctica reflexiva y el aprendizaje por descubrimiento. La combinación de los recursos pedagógicos favorecerá las transferencias de los conocimientos a situaciones concretas, reforzará la autonomía del alumnado y promoverá un aprendizaje significativo, profundo y transferible en el contexto escolar y en la vida cotidiana.

Subcategoría: Enfoques y procedimientos de enseñanza

Los enfoques y procedimientos de enseñanza son un componente nuclear en la resolución de los problemas de la matemática, ya que son los responsables de cómo los alumnos de sus funciones como: procesar información, descomponer los problemas complejos y desarrollar una estrategia robusta, reflexiva y colaborativa para resolver una situación educativa determinada

En cuanto a los enfoques y procedimientos de enseñanza, DM1 destaca la importancia de descomponer los problemas en partes más pequeñas y manejables. Según él, esta estrategia permite que los estudiantes se sientan menos abrumados y ganen confianza en sus habilidades para resolver problemas más complejos. Además, DM1 enfatiza que es fundamental fomentar la reflexión sobre el proceso de resolución, permitiendo que los estudiantes comprendan cada paso que siguen. El hecho de que la evaluación continua sea un aspecto fundamental para DM2, no solo para evaluar la existencia de errores sino para que los estudiantes reflexionen sobre el proceso y vayan desarrollando sus competencias a lo largo del tiempo.

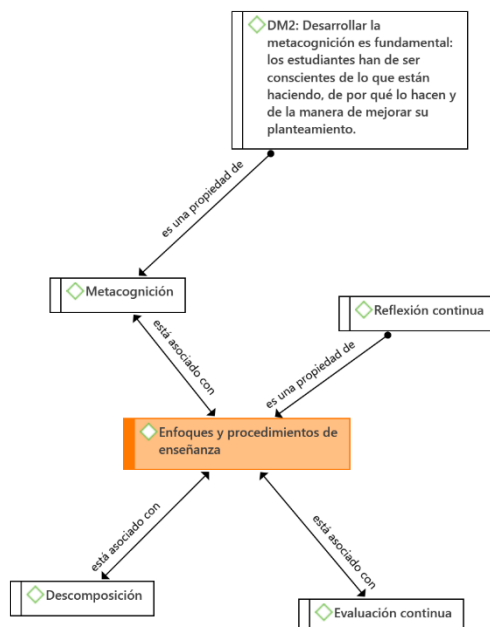
Por su parte, también DM2 insiste mucho en la metacognición como una más de las estrategias didácticas que utiliza. Para él, es importante que los estudiantes sean conscientes del propio proceso de pensamiento que desarrollan cuando resuelven problemas, lo que les permite elegir qué estrategias seguir y evaluar la eficacia de las estrategias que escogen. Además, DM2 sigue utilizando estrategias colaborativas, de manera que se propone estimular el trabajo grupal mediante el cual los estudiantes se asocian para intercambiar estrategias y aprender del trabajo de los compañeros. Esto también permite realizar cierto tipo de trabajo en el grupo y favorece la flexibilidad en el pensamiento porque los estudiantes comparan las maneras de resolver problemas y, al hacerlo, pueden incorporar nuevas ideas.

DM3 pone en práctica un enfoque exploratorio, ya que sugiere a los estudiantes que no se limiten solamente a aplicar los procedimientos establecidos para la resolución de cada una de las situaciones-problema, sino que piensen de manera crítica al enfrentarse a un problema. Para la DM3, explorar diferentes estrategias y perseverar es fundamental cuando los propios estudiantes deben resolver problemas complejos. Para contribuir a ello, la DM3 plantea entender que el tiempo es la forma de permitir a los estudiantes revisar y reflexionar sobre las soluciones que proponen, siendo así una de las formas de fomentar la autonomía en la resolución de problemas. El concepto de flexibilidad que promueve la DM3 también es importante, ya que los estudiantes deben ser capaces de aprender a incorporar las características de los diferentes problemas que se les ofrecen.

Desde la perspectiva de los estudiantes, las estrategias pedagógicas empleadas por los docentes son clave para su aprendizaje. EST1 menciona que su profesor utiliza la técnica de pensar en voz alta, lo que permite a los estudiantes externalizar su razonamiento y organizar sus ideas. Esto facilita la identificación de posibles errores y mejora la comprensión del proceso de resolución. EST1 también valora la descomposición de los problemas, lo que le ayuda a manejar la complejidad de los problemas y a sentirse más seguro en su capacidad para encontrar soluciones. Por su parte, EST2 aprecia el enfoque de trabajo en grupo, ya que esto les permite compartir estrategias, discutir soluciones y aprender de las ideas de sus compañeros. El trabajo colaborativo refuerza su comprensión y les da la oportunidad de ver los problemas desde diferentes perspectivas.

En el caso de la subcategoría enfoques y procedimientos de enseñanza, como se puede comprobar en la Figura 6, está estructurada mediante los códigos metacognición, reflexión continua, evaluación continua y descomposición. Estos códigos muestran que la enseñanza de las matemáticas implica métodos que favorecen un pensamiento sobre el propio aprendizaje del alumnado. La red semántica permite, pues, reconocer que, en algún modo, todos estos elementos fomentan la revisión, el perfeccionamiento de las estrategias que se usan y una progresión en los problemas. Como autora considero que este hallazgo significa que fomentar la metacognición y la reflexión continua fortalece un aprendizaje más autodirigido, consciente y eficaz para la resolución de problemas matemáticos.

Figura 7. Red semántica de la subcategoría enfoques y procedimiento de enseñanza



Los enfoques, procedimientos de enseñanza constituyen un aspecto fundamental para el aprendizaje matemático de calidad. La combinación de descomposición de problemas, estrategias metacognitivas, reflexión constante y trabajo colaborativo permite a los estudiantes lograr autonomía, pensamiento crítico y flexibilidad cognitiva. La aplicación constante de estos métodos permite fortalecer la capacidad del alumnado para resolver problemas complejos de manera organizada y reflexiva, favoreciendo aprendizajes significativos, profundos, transferibles en un aula y en contextos de la vida diaria.

Subcategoría: Flexibilidad en las estrategias de resolución

La flexibilidad en la resolución de problemas constituye una de las características fundamentales que reside en las respuestas aportadas por las personas informantes. Los estudiantes, al tener que enfrentarse a diferentes problemas matemáticos, han de ser lo suficientemente flexibles como para modificar su forma de resolución bajo los condicionantes específicos de la cada cosa. Ello implica que no han de ceñirse a una única estrategia, sino que han de ser capaces de probar con soluciones distintas, de forma variada, hasta dar con la más apropiada. Este tipo de flexibilidad no solamente facilita la resolución de problemas, sino que también tiende a incrementar la creatividad en este proceso. Los estudiantes que va desarrollando esta capacidad comienzan a adaptar su forma de resolver, a pensar de forma flexible, es decir, van modificando el modo de acceder a los problemas según lo que el contexto exige y ello es fundamental en la resolución de problemas complejos y de múltiples pasos.

Este tipo de flexibilidad se encuentra muy en línea con la teoría constructivista de Piaget (1970), para quien el conocimiento no se entiende como la simple incorporación de información, sino que se entiende como una construcción activa en la que el sujeto pone en relación su entorno con las posibilidades objetivas de adquirirlo. La forma de afrontar este proceso es la de una asimilación y de una acomodación, donde los estudiantes tendrían que modificar sus esquemas para acomodarse a nuevas experiencias y nuevos conocimientos. De esta forma, la flexibilidad es fundamental porque da la posibilidad de revisar enfoques y ajustar a medida que se adquiere nueva información o hacia problemas en un entorno desconocido. Esta posibilidad de adaptarse y de ir reconfigurando enfoques se establece, pues, como un elemento clave para el

aprendizaje constructivista en el sentido de que refuerza la idea de que el conocimiento no es estático, sino que se construye a partir de la experiencia.

La flexibilidad, por otro lado, también sería sinónimo de la capacidad de experimentar con nuevos tipos de estrategias y soluciones. No se puede considerar que el estudiante simplemente aplique los métodos existentes, sino que, en su aprendizaje, debe atreverse a explorar diferentes caminos o buscar alternativas para su resolución, en definitiva, desarrollar una actitud de aprendizaje activo, de tal modo que el estudiante se convierta en un agente activo en el proceso de resolución. Esta actitud de indagar y experimentar es fundamental a la hora de abordar problemas donde no está clara o no existe la solución, como pudiera ser el caso de muchos de los problemas matemáticos de carácter complejo. La disposición a probar distintas soluciones eventualmente lleva a un aprendizaje lateral, permite que el estudiante aborde el problema desde muy diferentes perspectivas y le permita intentar construir nuevas respuestas.

Por otra parte, la flexibilidad de la resolución de problemas tiene que ver también con la posibilidad de aprender de los errores. Es decir, una vez el estudiante ha probado una estrategia que no ha resultado eficaz no debe rendirse, sino ser capaz de rectificar el enfoque de trabajo, aprender del error cometido, y buscar una nueva solución. Este proceso de ensayo-error, junto con la reflexión acerca del error, constituye una clave en el aprendizaje, permite aprender de sus fracasos y ajustar sus modos de enfrentarse al aprendizaje en el futuro. La flexibilidad no sólo es la capacidad para reconducir o cambiar el modo de enfrentarse al aprendizaje, sino que es también la disposición para leer el error como un recurso para aprender, lo que refuerza el proceso de construcción del conocimiento.

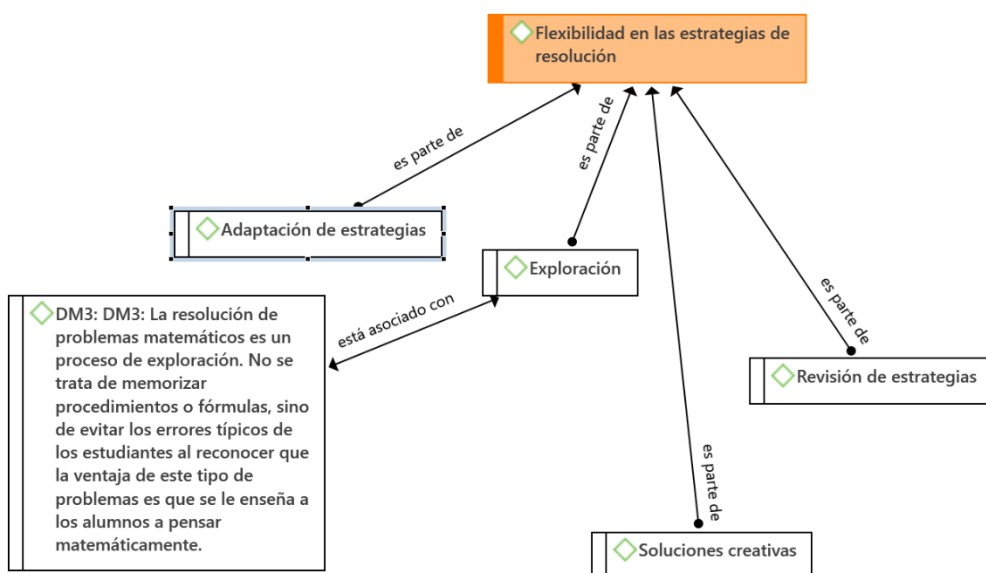
Desde una óptica pedagógica, cultivar la flexibilidad en los que aprenden implica darles un espacio de aprendizaje en el que experimentar y explorar el aprendizaje y diferentes modos de llevarlo a cabo. Según Vygotsky (1978), el mutuo máximo aprendizaje se obtiene siempre que los alumnos se enfrenten a los retos que les obliguen a ir variando sus estrategias con el apoyo adecuado. Por apoyo se entenderá el propio docente, los demás compañeros o bien aquellos materiales que les ayuden a ir ensayando nuevas maneras de abordar el problema planteado. Esta flexibilidad también requiere un aprendizaje tipo cooperativo donde el alumnado pueda seguir compartiendo

y discutiendo diferentes maneras de resolver los problemas para así enriquecer su forma de aproximarse a los problemas mediante una adecuada competencia resolutoria.

La flexibilidad en la resolución de problemas se convierte en una habilidad fundamental no solo para la resolución de problemas matemáticos sino es el mismo desarrollo de habilidades que el alumnado puede utilizar en diferentes momentos de su vida académica y personal. Ser capaz de diversificar todo tipo de problema y tener diferentes maneras de abordarlos como cualquier tipo de variable adaptativa, les permite no solo mejorar el saber resolver un problema matemático, sino adquirir aquellas habilidades transferibles que pueden y deben aplicar fuera del ámbito escolar. Para ello, este enfoque permite ir adaptando los problemas proponiendo nuevas maneras resolutorias, lo que les permite resolver este tipo de problemas complejos que requieren un pensamiento crítico y un cambio en la manera de abordar la situación. Así, la flexibilidad matemática se convierte en una habilidad destinada a asegurar el éxito de la resolución lejos del ámbito escolar.

Desde la perspectiva de la flexibilidad en las estrategias de resolución de los problemas, como se puede ver en la Figura 7, podemos decir que en ella se incluyen los códigos adaptación de estrategias, exploración, revisión de estrategias y soluciones creativas, los cuales reafirmamos al considerar que la resolución de problemas de la Matemática se caracteriza por ser un proceso dinámico, pero no mecánico. La red semántica demuestra que los estudiantes se ven implicados en explorar distintos caminos, adaptar las estrategias y revisar los procedimientos que los llevarán a encontrar soluciones más creativas.

Figura 8. Red semántica de la subcategoría de flexibilidad en las estrategias de resolución



La flexibilidad en las estrategias de resolución se establece como un recurso esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Permite que el alumnado se aleje de la mera memorización, desarrollando habilidades comunicativas, autónomas y adaptativas, que les ayuden a resolver problemas complejos con creatividad y pensamiento crítico. Esta subcategoría permite evidenciar la necesidad de promover un aprendizaje en el que se desarrollen las características de aprendizaje activo, exploratorio y cooperativo, en el que la adaptación continua de las estrategias permita transferir los conocimientos y competencias sobre múltiples contextos, desarrollando un aprendizaje profundo y significativo.

Subcategoría: Trabajo colaborativo y aprendizaje social

El trabajo colaborativo y el aprendizaje social se han convertido en una parte importante de la resolución de los problemas matemáticos porque facilitan un espacio físico y virtual para que los estudiantes puedan compartir ideas, discutir soluciones a encontrar y puedan construir el conocimiento juntos. Esta subcategoría permite observar cómo la interacción con compañeros y docentes promueve el desarrollo cognitivo, metacognitivo y socioemocional, reforzando la autonomía, la motivación y la confianza en el aprendizaje.

El trabajo colaborativo es una característica fundamental, que sobresale en las respuestas de DM1 y DM2, para el tratamiento de la resolución de problemas matemáticos. Según DM1, los alumnos no únicamente resuelven problemas de forma aislada, sino que tienen la ocasión de compartir sus ideas y disertar sobre sus enfoques con sus compañeros, en este tipo de interacción puede haber un intercambio de ideas que posibilita a los estudiantes enriquecer su comprensión del problema a partir de las ideas de sus compañeros. Asimismo, DM2, según la respuesta también hace hincapié en que el trabajo en equipo puede ayudar a los estudiantes a resolver problemas, pero también fomenta un aprendizaje recíproco pueden observar cómo sus compañeros abordan el mismo problema de distintas formas y pueden aplicar esos enfoques en situaciones futuras.

Este patrón de trabajo colaborativo se halla en perfecta sintonía con la teoría del aprendizaje social de Vygotsky (1978) argumenta que el aprendizaje no se produce en soledad, sino demuestra un carácter profundamente social la interacción con los demás

determina el desarrollo cognitivo. Con el trabajo en grupo, el estudiante se encuentra en la posibilidad de aprender con el docente, sí, pero también de aprender con el resto de sus compañeros. La idea de un aprendizaje social en el que los estudiantes se apropian de estrategias o modos de hacer que probablemente no hubiesen pensado por sí mismos se puede fácilmente identificar en la ZDP, cuando Vygotsky indica aquellas tareas que el alumnado puede abordar con ayuda de otros, razón por la cual el trabajo cooperativo permite que los alumnos superen sus propios límites y los de sus pares.

Así, el trabajo cooperativo también permite que se desarrollen habilidades metacognitivas. DM1 refiere cómo los estudiantes se encuentran reflexionando sobre sus propios procesos del pensamiento cuando discuten con sus compañeros. El hecho de que se produzca este tipo de reflexión compartida entre los alumnos les da la posibilidad de tener conciencia de las respuestas que son capaces de dar usando sus propios caminos de razonamiento y la posibilidad de adaptar esta conciencia en función de lo que pueden aprender de los demás. La metacognición es la capacidad que tiene uno de pensar sobre su propio pensamiento. Por tanto, son fundamentales para poder tener la capacidad de conocer y mejorar la respuesta frente a un posible problema. DM2 también hace hincapié en el hecho de que los estudiantes cuando escuchan las respuestas que dan los demás tienen la posibilidad de evaluar sus propias respuestas y de reconocer mejoras o adaptaciones posibles. El trabajo en grupo también propicia un ambiente de aprendizaje mucho más seguro donde los educandos puedan compartir sus ideas sin el temor al juicio.; el ambiente de trabajo en equipo permite que todos sus miembros puedan participar y que las ideas sean validadas grupalmente.

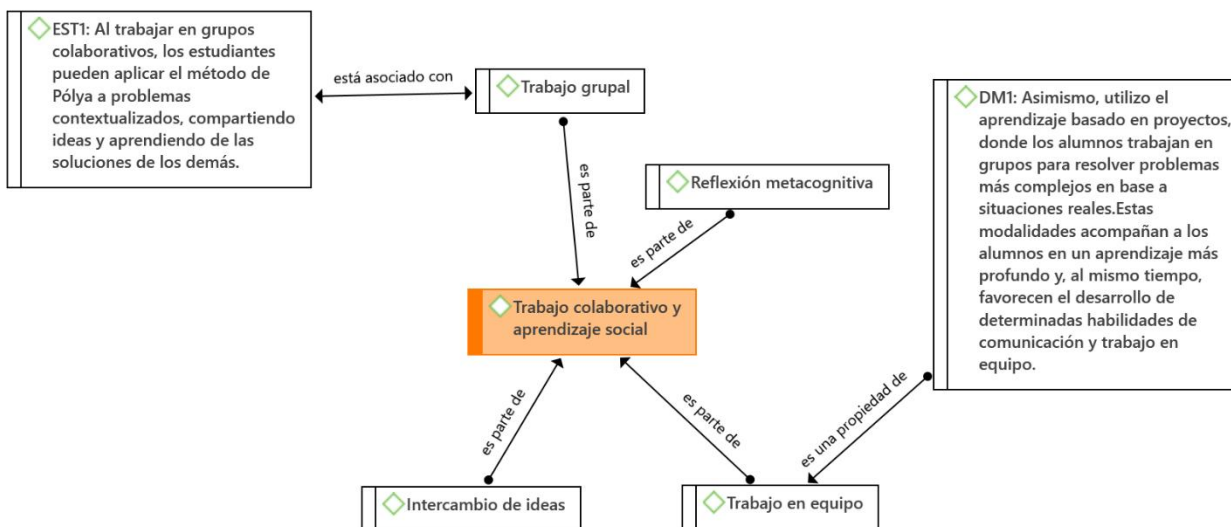
Otro de los aspectos significativos del trabajo colaborativo es que permite que se desarrollen habilidades sociales, necesarias para aprender también fuera de la escuela. Los estudiantes que trabajan juntos no solamente trabajan técnicamente, sino que también se ayudan los unos a los otros en su comunicación, relativa a la resolución de conflictos. Estas habilidades son un factor indispensable en el entorno laboral, donde el trabajo en grupo y las relaciones interpersonales son piezas clave para llegar al objetivo. En el marco del trabajo en grupo, los estudiantes aprenden a escuchar y a respetar las ideas de las otras personas, lo que favorece el proceso de resolución de problemas y aumenta las relaciones interpersonales dentro del aula.

El trabajo colaborativo en resolución de problemas matemáticos también refuerza la motivación de los estudiantes: cuando los estudiantes colaboran, pueden compartir el éxito de haber encontrado o llegado a una solución y celebrarlo de forma grupal. Es decir, ese sentimiento de comunidad, ese propósito compartido, puede ser un fuerte elemento motivador, los estudiantes piensan que están trabajando para un objetivo propio y que su participación tiene un impacto importante en el empuje del grupo. Esta motivación compartida no tan solo promueve la resolución de problemas, sino que también produce un sentimiento de pertenencia a un grupo y una actitud positiva hacia el aprendizaje en general.

La conclusión en la que quiero terminar es que el trabajo colaborativo es un componente básico dentro del proceso de resolución de problemas matemáticos, promueve el intercambio de ideas, la reflexión metacognitiva y el desarrollo de habilidades sociales y cognitivas. En el marco del trabajo colaborativo, los estudiantes no tan sólo aprenden a resolver problemas de forma eficiente, sino que también van llegando a una comprensión más profunda respecto a los conceptos matemáticos. Este procedimiento de aprendizaje va en la línea de las teorías de Vygotsky muestra la importancia del contexto social en el aprendizaje, así como el valor de la colaboración considerada como una herramienta para desarrollar el aprendizaje significativo y para favorecer el aprendizaje cognitivo.

Trabajo colaborativo y aprendizaje social, en la Figura 8, se edifica en base a los códigos trabajo grupal, intercambio de ideas, trabajo en grupo y reflexión metacognitiva; estos códigos muestran como la resolución de problemas matemáticos se apoya en contextos socialmente interactivos. La red semántica indica que trabajo en grupos permite a los alumnos compartir estrategias, aprender de sus compañeros y reflexionar sobre sus propios procesos de aprendizaje, propiciando así un aprendizaje más elaborado; desde mi punto de vista, este hallazgo indica que el aprendizaje colaborativo permite no solo mejorar el aprendizaje -entendido como la comprensión de los contenidos en cuanto de la construcción de los conceptos por parte de los alumnos- sino que también propicia habilidades de comunicación, pensamiento crítico y co-construcción del conocimiento en clase.

Figura 9. Red semántica de la subcategoría de trabajo colaborativo y aprendizaje social



La resolución de problemas matemáticos facilita el intercambio de ideas, la reflexión metacognitiva y el desarrollo de habilidades sociales y cognitivas, fortaleciendo la motivación y el sentido de pertenencia de los estudiantes. Esta subcategoría evidencia que el aprendizaje en contextos colaborativos permite no solo comprender mejor los conceptos matemáticos, sino también aplicar estrategias de manera autónoma y crítica, promoviendo un aprendizaje más significativo, profundo y transferible tanto dentro como fuera del aula.

Subcategoría: Perseverancia y flexibilidad como factores clave

DM3 propone un patrón significativo en la resolución de problemas matemáticos, resaltando la importancia de la flexibilidad y la perseverancia, lo que muestra que los estudiantes deben aprender a afrontar la frustración y seguir insistiendo cuando surgen dificultades. En el trabajo sobre la resolución de problemas matemáticos, muchos de los problemas que los estudiantes encuentran deben resolverse realizando intentos sucesivos para llegar a la respuesta porque no todos los problemas llevan de inmediato a la solución. Asimismo, el proceso matemático no se desea que tenga un recorrido lineal, sino que se espera la posibilidad de que el propio estudiante tome diferentes caminos o estrategias de forma sucesiva hasta llegar a una solución. Este rendimiento en la perseverancia ante el error y en la insistencia es, por tanto, fundamental para el desarrollo de competencias eficaces en matemáticas. El concepto de perseverancia y

flexibilidad que defiende DM3 coincide con la teoría del aprendizaje de Skinner (1938) que señala que las conductas que son reforzadas por el éxito tienden a repetirse.

Skinner sostiene que el refuerzo positivo es fundamental para reforzar los comportamientos deseados así, como la perseverancia. Cuando en el contexto de las matemáticas, los estudiantes hallan la solución a un problema tras haberlo intentado en múltiples ocasiones, este refuerzo del tener éxito hace que la confianza se incremente y anima a los estudiantes a no desistir. Skinner también señala que la perseverancia en la frustración puede ser adquirida y cultivada dentro de un medio que brinde retroalimentación positiva; es decir, que se genera un ciclo en el que la perseverancia es reforzada y que alienta a los estudiantes a repetir sus intentos hasta alcanzar la solución.

La flexibilidad en la resolución de problemas matemáticos es otro aspecto relevante que se menciona en lo que respecta a DM3; a saber, que los aprendizajes se deben dar no solo por perseverancia, sino que también por flexibilidad, también. La flexibilidad es necesaria cuando una estrategia no resulta. En lugar de rendirse, los alumnos han de tener la capacidad de ser flexibles y de adoptar otras alternativas antes que darse por vencidos hasta que verdaderamente den con una respuesta adecuada a la solución del problema. Esta flexibilidad está muy próxima del aprendizaje adaptativo, donde los estudiantes son capaces de modificar sus estrategias de solución con relación a las propiedades del problema. Adaptarse es un proceso que ha de ser utilizado cuando los problemas son más complejos y requieren buscar respuestas imaginativas, de manera más creativa y menos rígida. Asimismo, la flexibilidad denota que dichas estrategias para la solución de problemas tienen la capacidad de explorar los caminos por donde aquellos piensan que llegarán a la solución de forma no convencional.

Este patrón de flexibilidad es propio del enfoque que da Vygotsky (1978) donde el aprendizaje será más adecuado cuando se adapte a los condicionantes del alumno y a los problemas a los que ha de hacer frente. Vygotsky señala que los alumnos tienen la posibilidad de trabajar en la zona de desarrollo próximo (ZDP), en la que hacen tareas que no podrían realizar en solitario, pero que son factibles de realización a partir del soporte correspondiente, ya sea a partir de un compañero, un docente, o un instructor. La flexibilidad en esta situación, por otro lado, hace referencia a la posibilidad del estudiante de modificar sus estrategias por medio del soporte, a partir de las dificultades

cognitivas que limitarían su potencial para resolver problemas. En la ZDP, los alumnos exploran diversas estrategias de resolución, desde la modificación de las estrategias que se encuentran menos dominadas a las habilidades que están prácticamente asimiladas, bajo la guía de compañeros, de profesores o de instructores, lo que les permite mantener la progresión en el aprendizaje sin estar condicionados por dificultades que pueden encontrarse en un principio.

La relación entre perseverancia y flexibilidad también se enmarca en el aprendizaje autónomo. En esta situación de resolución de problemas, los estudiantes que dan la cara y son flexibles producen habilidades de autoeficacia, que les permitirán tener confianza en uno mismo a la hora de resolver problemas, incluso en la eventualidad de que los primeros intentos fracasen. Este método favorece un aprendizaje autorregulado, donde los alumnos sí no solo son capaces de resolver problemas matemáticos, sino que además aprenden a gestionar su propio proceso de aprendizaje. La persistencia los ayuda a mantener el esfuerzo pese a las dificultades y la flexibilidad a cambiar sus maneras de trabajar cuando lo necesitan, lo que aumenta la autonomía en la resolución de problemas. Además, esta autonomía es clave para que puedan transferir lo aprendido a situaciones más complejas en el futuro, dentro y fuera de las aulas.

Por otro lado, otro hecho interesante es el que DM3 también destaca la importancia de la autoevaluación en la flexibilidad y la persistencia. Los estudiantes no son sólo persistentes en la búsqueda de la solución, sino que también son capaces de reflexionar sobre su proceso y corregir las maneras de trabajar si lo creen necesario. El propio proceso de valoración del aprendizaje es aquel que potencia la facultad del estudiantado para reconocer que funciona y qué no lo hace, lo que les llevará a modificar sus estrategias en relación con lo que han ido produciendo; la facultad de autoevaluarse a la ligera es, por supuesto, un acto reflexivo crítico, corresponde a una de las prácticas de una propuesta de metacognición sobre el pensamiento autónomo, el alumnado aprenderá a monitorizar cómo realiza el aprendizaje y cómo lo efectúa para mejorar el desarrollo, reflexionando sobre los errores que comete o sobre los aciertos que tiene.

El potenciar la preservación y la flexibilidad también es dependiente de una facultad en el alumnado de autoevaluarse críticamente y en términos constructivos. DM3

también indica que llevar a cabo un enfoque que priorice tanto la perseverancia como la flexibilidad no es solamente algo esencial en matemáticas, sino que estas cualidades pueden ser llevadas a cabo en otros muchos ámbitos de la vida cotidiana de los estudiantes. La resolución de problemas matemáticos no sólo permite que el alumnado aprenda conceptos matemáticos; además, supone aprender a relativizar los problemas. El hecho de ser perseverante permite no claudicar en ningún momento cuando se interponen dificultades, mientras que el hecho de ser flexible permite poder encontrar soluciones nuevas cuando se presentan dificultades, tanto dificultades en la solución como en el planteamiento.

Estas habilidades son básicas no sólo para el aprendizaje personal, sino también para el aprendizaje profesional de los estudiantes y se pueden aplicar en muchas más situaciones, por ejemplo, en la vida social, familiar y profesional de estos. Por consiguiente, el patrón de perseverancia y flexibilidad que DM3 afecta representa el proceso de aprendizaje de los alumnos, los cuales ven en la perseverancia el hecho de tener que ir afrontando retos de manera continua y la flexibilidad como aquella habilidad que está más relacionada con la adaptación a situaciones sobre las que en ocasiones se debe negociar y donde la búsqueda de alternativas puede ser la única solución que acabe resolviendo problemas concretos.

Estos patrones son, en efecto, completamente coherentes con el marco teórico que sustenta la concepción del aprendizaje que representan las teorías de Skinner y Vygotsky. Estas teorías enfatizan cómo el modelo de refuerzo o de apoyo social enriquecen, en el fondo, el despliegue de habilidades prácticas y soluciones a problemas que es propio de la naturaleza que caracteriza a los argumentos de estos dos autores. La existencia de las habilidades de perseverancia y flexibilidad permite a los escolares mejorar sus propuestas de resolución de problemas matemáticos y supone una manera de estar preparados para ir afrontando no sólo los problemas de este ámbito sino también otros problemas que puedan venir determinados por la vida cotidiana, por problemas sociales, familiares o profesionales.

El método de Pólya es una herramienta valiosa en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Según DM1, este enfoque es fundamental porque estructura el proceso de resolución de manera lógica y secuencial, permitiendo a los estudiantes

comprender cada paso antes de proceder. "El método de Pólya ayuda a los estudiantes a organizar su pensamiento", afirma DM1. En el contexto escolar, este método proporciona a los estudiantes una guía clara para descomponer el problema, formular un plan y verificar la solución. Así mismo, no se centra únicamente en la resolución de la operación final, sino en todo el proceso que abarca la misma, a la vez que se refuerza el aprendizaje adecuado y la comprensión profunda de las matemáticas.

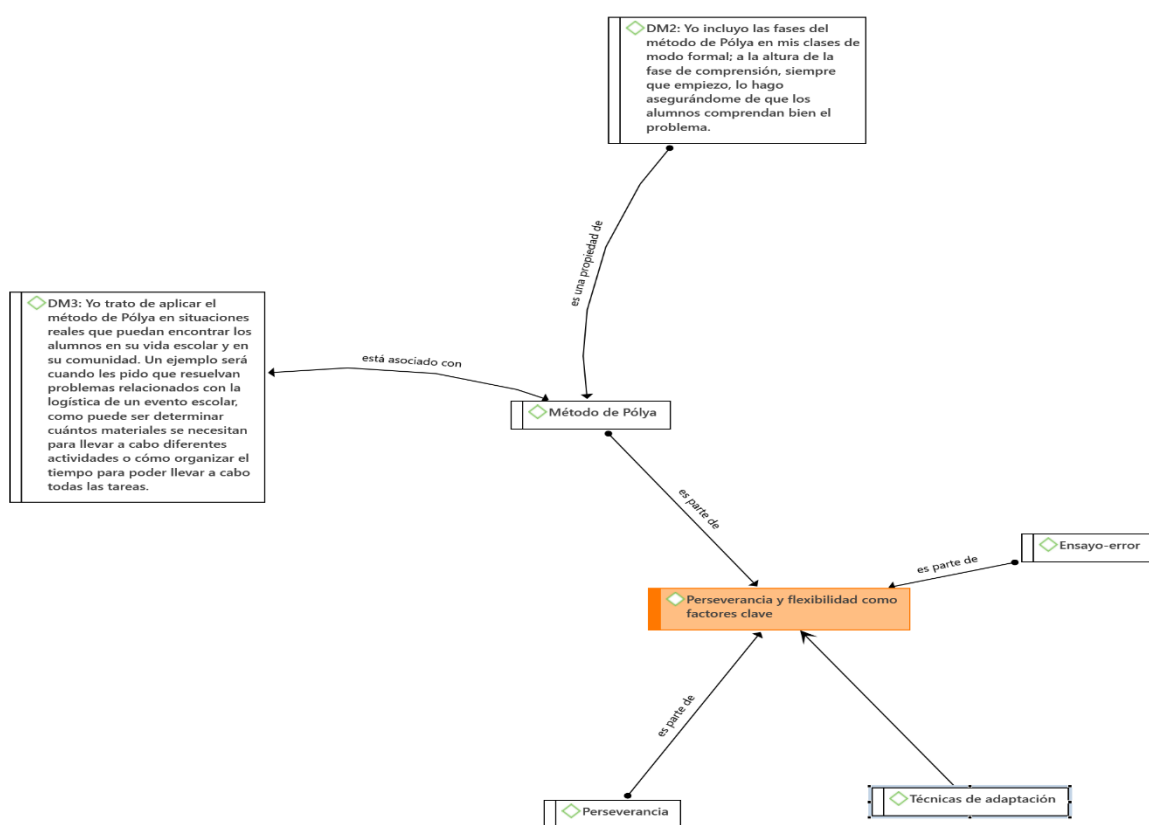
La DMD2 concede también que la implementación del método de Pólya en clase es favorable para la autonomía de los estudiantes. Al seguir las etapas del método como la comprensión del problema, la realización de la solución y la verificación de la misma, los estudiantes desarrollan habilidades metacognitivas que les permiten reflexionar acerca de su propio proceso de resolución. Según DM2, "el método de Pólya permite a los estudiantes trabajar sin ayuda del profesor asegurándose de que comprenden completamente cada etapa antes de pasar a la siguiente". Siendo así, no solo se mejoran las habilidades matemáticas, sino también las habilidades de pensamiento crítico y autónomo en los estudiantes.

Estos cambiantes contextos volverán a ser puestos de manifiesto en la investigación de DM3, en la que se expresa que para poder transferir la resolución de problemas mediante el método de Pólya a los contextos escolares es necesario contextualizarlo, y, por tanto, el método también puede funcionar; "el método de Pólya funciona bien en la medida en que nos permita adaptarlo a situaciones más cercanas a la propia vida cotidiana de los alumnos y, por tanto, esto les permita tener un mayor referente para relacionarse con los problemas de matemáticas, desterrando así de una vez por todas la idea de que los problemas de matemáticas son solo ejercicios matemáticos abstractos que no tienen aplicación práctica. De hecho, el propio DM3 también describe cómo, mediante el método de Pólya, se lleva a cabo una flexibilización cognitiva, lo que implica que los alumnos conciben el método como la posibilidad de elegir la capacidad de escoger la resolución de problemas para un tipo de problema determinado, adecuando la estrategia en función de la naturaleza del problema".

La figura 9, en las clases de matemáticas, el uso del método de Pólya también fomenta la colaboración entre los estudiantes. EST1 menciona que, en su aula los estudiantes trabajan en grupos para aplicar el método de Pólya a problemas matemáticos

complejos. "Al trabajar en equipo, podemos discutir cada paso del método y ver qué estrategias nos funcionan mejor", dice EST1. Esta colaboración no solo facilita la resolución de los problemas, sino que también fortalece las habilidades sociales y comunicativas de los estudiantes. Al compartir diferentes enfoques y soluciones, los estudiantes tienen la oportunidad de enriquecer su aprendizaje y mejorar su comprensión del proceso de resolución de problemas matemáticos.

Figura 10. Red semántica de la subcategoría de Perseverancia y flexibilidad como factores clave.



Los procesos de aprendizaje social y de trabajo colaborativo representan un punto clave para resolver problemas matemáticos. Estas prácticas favorecen el intercambio de ideas, la reflexión metacognitiva y el desarrollo de competencias sociales y de pensamiento, favoreciendo la motivación y el sentido de pertenencia de los alumnos. Esta subcategoría demuestra que el aprendizaje en este tipo de contextos colaborativos permite disfrutar de una mayor comprensión en el aprendizaje de los conceptos

matemáticos y aplicar las estrategias de forma autónoma y crítica, favoreciendo un aprendizaje significativo, profundo y transferible dentro y fuera del aula.

Figura 11. Integración de la categoría y subcategoría



La red integradora de estrategias didácticas y metodológicas evidencia cómo se relacionan los recursos pedagógicos, los enfoques de enseñanza y los procedimientos didácticos, el trabajo colaborativo, la flexibilidad en los estilos de resolver y el ser perseverante para favorecer, propiciar un aprendizaje activo, situacional y significativo. Esta interrelación pone de manifiesto que los alumnos/a desarrollen capacidades cognitivas y socioemocionales, optimizando la resolución de problemas y reforzando la participación, la motivación y la autonomía en el aula.

Categoría: Aplicación del método de Pólya

En la tabla 7 se organizan las subcategorías y códigos principales que surgen del análisis realizado sobre la aplicación del método de Pólya en la resolución de problemas matemáticos. De este modo, la tabla recoge las estrategias didácticas y metodológicas que se derivan del proceso de enseñanza basado en Pólya agrupadas en los aspectos más relevantes, tales como son la transferencia y la contextualización del conocimiento, la metacognición, la reflexión sobre el error, la motivación entendida como motor del aprendizaje, y el aprendizaje autónomo y crítico. Cada subcategoría destaca un aspecto esencial delimitado para facilitar el desarrollo de las habilidades cognitivas y metacognitivas del alumnado, contribuyendo no solo a la resolución de problemas matemáticos, sino también a la formación de competencias de tipo general para resolver problemas dentro y fuera del aula.

Tabla 6. Categorización emergente sobre aplicación del método de Polya

Textura fenomenológica	Subcategoría	Categoría
Transferencia	Transferencia y contextualización del conocimiento	Aplicación del método de Pólya
Contextualización		
Aplicabilidad		
Reflexión crítica	Metacognición como herramienta fundamental	
Autonomía		
Monitoreo cognitivo		
Evaluación		
Flexibilidad		
Motivación intrínseca	Motivación como motor del aprendizaje	
Perseverancia		
Confianza		
Rendimiento		
Autonomía crítica		

Reflexión crítica

Toma de decisiones Aprendizaje autónomo y crítico

Autogestión

El método de Pólya es una estrategia pedagógica poderosa que descompone la resolución de problemas matemáticos en cuatro etapas claras: comprensión del problema, planificación de la solución, ejecución del plan y verificación de la respuesta. De acuerdo con DM1, este enfoque estructurado permite a los estudiantes abordar los problemas de manera sistemática, lo que les facilita la comprensión para abordarlos. "Las fases del método de Pólya ofrecen un marco de referencia organizado", DM1. A medida que los estudiantes siguen este camino, paso a paso, van resolviendo el problema y desarrollando un proceso de pensamiento más organizado y reflexivo.

Durante el primer periodo, que hace referencia a la adquisición de la comprensión del problema, se solicita a los estudiantes leer atentamente el enunciado del problema, de forma que se aseguren del entendimiento de lo que se les solicita. Como bien afirma DM2 "el dominio completo del problema es la condición previa a la resolución exitosa del mismo". Siegler (1987) comparte esta idea cuando al hablar de las distintas fases de desarrollo de un problema, especifica que "los alumnos deben rehacer cuidadosamente el problema, volviendo a estudiar cada parte del problema para averiguar cuáles son los datos que les ofrecen y de qué se les está pidiendo". De esta forma, el primer ejercicio de reflexión y análisis resulta ser beneficioso para los estudiantes para así tener en cuenta qué información les brindan y qué se les está pidiendo en el problema, lo que, al fin y al cabo, les ayudará a ir con paso más consolidado para evitar confusiones de lectura más adelante.

La segunda etapa, la planificación de la solución, obliga a los alumnos a pensar en las diferentes estrategias con las que pueden abordar el problema. Según DM3, en esta etapa, los alumnos tienen que seleccionar varias opciones y llegar a una conclusión de cuál es la apropiada para la clase de problema. "Es necesario asegurarse de que los alumnos no se limiten a pensar en una única estrategia, sino que sean capaces de pensar en varias opciones antes de llegar a una decisión", dice DM3. Esta etapa promueve

flexibilidad cognitiva y pensamiento crítico, ya que se espera que los estudiantes sean capaces de evaluar diferentes alternativas para finalizar decidiendo la más eficaz.

La última etapa, la verificación de la respuesta, también resulta trascendental, como indicamos en una parte del punto 1: "Verificar que la solución final es una forma de asegurarse de que el camino seguido es el adecuado y que la respuesta tiene sentido". Esta etapa propone a los estudiantes la revisión de cada uno de los pasos del proceso de resolución, así como la consideración de si la solución que obtuvieron responde adecuadamente a la planteada en el problema. Con todo ello, la verificación no solo mejora la precisión de las respuestas, sino que permite que los estudiantes lleguen a ser aprendices más reflexivos, es decir más conscientes de su propio proceso de resolución.

Subcategoría: Transferencia y contextualización del conocimiento

La adecuación del conocimiento y su transferencia representan dos elementos importantes que hacen posible la aplicación del método de Pólya en el aula; permite atender aquellos aprendizajes que se han dado vinculando con el cotidiano y propicia una manera positiva, motivadora, significativa y con una vinculación contextual con la realidad que le rodea al estudiante.

La transferencia y contextualización del conocimiento son aspectos clave al aplicar el método de Pólya en el aula. DM3 destaca que, aunque el método de Pólya se basa en etapas secuenciales para resolver problemas matemáticos, es fundamental que los problemas sean contextualizados en situaciones cotidianas. "Cuando los problemas se relacionan con la vida diaria de los estudiantes, pueden ver la aplicabilidad de las matemáticas fuera del aula", explica DM3. Al presentar problemas que los estudiantes puedan reconocer y conectar con sus propias experiencias, se aumenta su motivación y comprensión, permitiendo que el aprendizaje sea más significativo y útil en su vida diaria.

DM2 también resalta la importancia de la transferencia del conocimiento a contextos fuera de la clase. Según él, "los estudiantes deben ser capaces de tomar lo aprendido en el aula y aplicarlo en situaciones fuera de ella". Este enfoque promueve la flexibilidad cognitiva, ya que los estudiantes deben ser capaces de adaptar las estrategias de resolución de problemas a nuevos contextos o situaciones. El conocimiento no debe quedar confinado al aula de clases, sino que debe trascender y

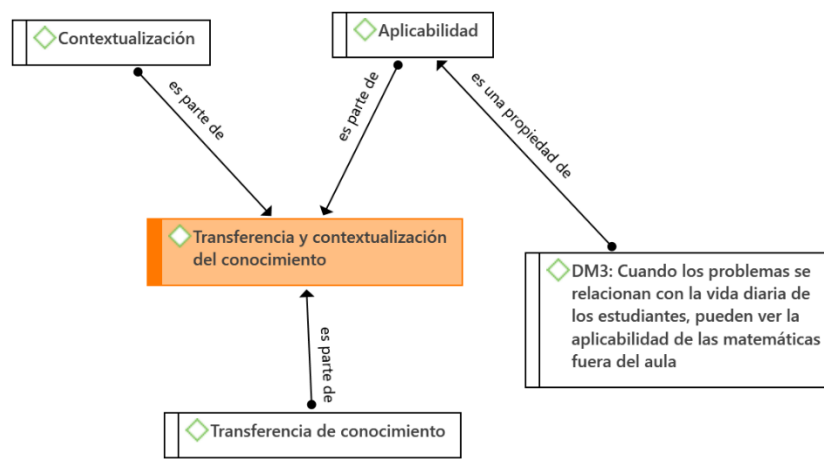
poder ser utilizado en diversas áreas de la vida, ya sea en situaciones cotidianas o en el ámbito profesional.

La contextualización del conocimiento también se ve reflejada en la forma en que los docentes adaptan el contenido a las realidades de los estudiantes. Según DM1, "es importante que los problemas matemáticos estén basados en situaciones que los estudiantes puedan identificar con su entorno". Esta adaptación hace que los estudiantes se conecten de manera más directa con los problemas, ya que pueden visualizarlos en contextos familiares y cotidianos, como la organización de un evento, la administración de recursos o la resolución de problemas financieros. La contextualización permite que los estudiantes vean las matemáticas no solo como una materia abstracta, sino como una herramienta práctica para enfrentar desafíos reales.

El trabajo en equipo es otro aspecto importante en la transferencia y contextualización del conocimiento. EST1 menciona que al trabajar en grupos colaborativos, los estudiantes pueden aplicar el método de Pólya a problemas contextualizados, compartiendo ideas y aprendiendo de las soluciones de los demás. "Trabajar con mis compañeros me permite ver diferentes formas de abordar un problema y entender mejor el contexto en el que lo estamos aplicando", explica EST1. Este enfoque no solo fortalece la resolución de problemas, sino que también promueve el aprendizaje social, permitiendo que los estudiantes se ayuden mutuamente a comprender conceptos y a aplicar estrategias de resolución en situaciones de la vida real.

En la figura 12 se evidencia la subcategoría transferencia y contextualización del conocimiento se construyó con los códigos contextualización, aplicabilidad y transferencia de conocimiento, es decir, en el aprendizaje matemático tiene sentido cuando se puede transferir a situaciones de la vida cotidiana. La red semántica demuestra que los estudiantes entienden más los contenidos cuando establecen relaciones entre los problemas y su entorno, además de favorecer la transferencia de conocimientos a nuevos contextos.

Figura 12. Red semántica de la subcategoría de transferencia y contextualización del conocimiento



El proceso de la transferencia y contextualización del conocimiento resulta un elemento central para la implementación efectiva del método de Pólya y el aprendizaje significativo en matemáticas, pues posibilita que los estudiantes relacionen los conceptos aprendidos con situaciones prácticas reales, desarrollen la flexibilidad cognitiva y lleven a cabo la aplicación de estrategias de manera autónoma y crítica. Por otra parte, el trabajo en grupo favorece tanto la comprensión como la transferencia del conocimiento, así como un aprendizaje profundo, funcional y adecuado tanto para el contexto de la clase como para el contexto de la vida.

Subcategoría: Metacognición como herramienta fundamental

La metacognición resulta ser un componente fundamental en el proceso de resolución de problemas de tipo matemático, ya que permite, en gran medida, que los alumnos sean conscientes del propio pensamiento, reflexionar acerca de las estrategias utilizadas y, además, autoajustar el aprendizaje. Esta subcategoría pone énfasis en cómo el monitorizar, controlar y evaluar el propio proceso cognitivo puede contribuir a tener un aprendizaje más profundo, flexible y transferible.

Para DM2, la metacognición es el principal patrón en la interpretación de la experiencia que los estudiantes tienen a la hora de resolver problemas matemáticos. Este patrón hace referencia a la conciencia que pueden tener los estudiantes de su propio proceso de pensar, reflexionando acerca de las estrategias que ponen en marcha para enfrentarse a los problemas. La metacognición, pues, es una herramienta muy potente dado que permite a los estudiantes no sólo resolver problemas sino también comprender cómo los resuelven y por qué escogen una estrategia frente a otra. Esta aptitud de reflexionar sobre el proceso es determinante para que el alumnado proponga la adquisición de la práctica relacionada con las operaciones de los números, pero

también para que puedan desarrollar un pensamiento crítico que les permita afrontar los retos que irán encontrándose en el futuro.

De este modo, para Flavell (1979) considera como una definición fundamental la metacognición entendida como la habilidad que permite la posibilidad de monitorear, controlar y reflexionar sobre nuestros propios procesos cognitivos. En la opinión de Flavell los alumnos que tienen habilidades metacognitivas son conscientes de su propio entendimiento, se percatan de las limitaciones de sus conocimientos y de este modo son capaces de modificar su forma de realizar tal cosa. Esta habilidad se traduce en no solo una forma de mejorar su rendimiento sino de ser más eficientes a la hora de resolver problemas matemáticos. Al ser conscientes del modo en cómo se está produciendo el proceso de pensamiento, por ejemplo, los escolares sabrán cuándo un enfoque no está resultando y podrán tomar decisiones acertadas al respecto. En consecuencia, el proceso de alteración estratégica es un aspecto fundamental para adquirir habilidades matemáticas más eficaces y autónomas.

El enfoque metacognitivo también es un pilar importante del constructivismo según Piaget (1970), el conocimiento no se obtiene de una forma pasiva, sino que se construye de forma activa a partir de la interacción del sujeto con su medio. Proceso de construcción activa que requiere la posible reflexión sobre las experiencias previas e incorporar de tal forma esta reflexión para abordar nuevos problemas. El constructivismo es un enfoque que señala la relevancia de una continua actividad de adaptación de los esquemas mentales, un proceso que se encuentra en el corazón de la metacognición. En la resolución de problemas matemáticos los escolares que reflexionan sobre lo que han aprendido y lo aplica a otros nuevos contextos cada vez más amplios y diversos brindan la oportunidad de desarrollar un entendimiento más profundo y flexible de los conceptos matemáticos.

La metacognición también ejerce un papel muy importante en la autonomía de los estudiantes. La reflexión que los estudiantes cuentan para resolver un problema les ayuda a ser más autónomos, en tanto que esto les permite tomar decisiones y abordar los problemas sin caer en una dependencia casi total de la guía del docente. La autonomía es dictada por la capacidad de los estudiantes para enfrentar problemas complejos, y poder gestionar el interés por el problema que resuelven, es decir, que

saben resolver problemas, pero entendiendo el proceso que han seguido en el problema a resolver. La autonomía en el aprendizaje es el efecto de la actividad social entre los estudiantes y su sentido del apoyo recíproco en el aprendizaje y esta se da cuando producen una reflexión, que les servirá una vez más para tomar decisiones respecto de la reflexión producida (Vygotsky, 1978).

La metacognición facilita la flexibilidad cognitiva, muy importante, para solucionar problemas complejos. Los estudiantes con habilidades metacognitivas adecuadas pueden hacer cambios en sus estrategias, adecuándolas a las características del problema a fin de resultar más efectivo un encuentro a situaciones nuevas o difíciles. La flexibilidad cognitiva expresa la capacidad para adecuarse a diferentes enfoques de solución; es una habilidad que debería ser importante para afrontar situaciones que requieran resolver problemas matemáticos. La metacognición permite a los estudiantes saber cuándo es necesario cambiar una estrategia, por lo que podría facilitarles la resolución de problemas complejos con una mejor gestión.

De hecho, la reflexión metacognitiva también facilita el hecho de que los estudiantes tengan en cuenta su progreso. En la medida en que van enfrentándose a diferentes tipos de problemas, los estudiantes tendrán que ir evaluando si su rendimiento responde, o no, a sus objetivos, habiendo de hacerlo, a su vez, adecuadamente. A medida que se evalúan, el seguimiento del propio aprendizaje favorecerá la identificación de aspectos mejorables, las cuales podrán ir trabajando de forma paulatina y sistemática.

De acuerdo con Zimmerman (2002), a partir de esas capacidades pueden crearse y adaptarse el seguimiento y la regulación, hábitos y rutinas que son elementos esenciales de la autorregulación del aprendizaje, si los estudiantes son capaces de medir el propio rendimiento poseen una mejor capacidad para modificar las estrategias que ejecutan en la medida que el rendimiento no se adecúa a lo que podían haber logrado. Por otro lado, esta autorregulación puede estar relacionada de manera significativa con el desarrollo de estrategias de resolución de problemas más avanzadas. A medida que los estudiantes se conviertan en aprendices más conscientes de sus fortalezas y debilidades, la autorregulación podrá ir surgiendo con un aprendizaje para resolver problemas más sofisticado.

De esta forma, el proceso de reflexión metacognitiva que se evalúa no solamente está vinculado a la mejora cognitiva, sino también a un desarrollo emocional. Cuando los escolares reflexionan sobre sus errores y dificultades, comienzan a aprender a soportar la frustración y la ansiedad que puede estar ligada a enfrentarse con problemas difíciles. DM3 considera la perseverancia un valor a desarrollar, y la metacognición es una de las pintadas del desarrollo de esta cualidad, permite a los alumnos tomarles el pulso a sus emociones y saber cómo enfrentarlas. La habilidad para reflexionar sobre sus propios fracasos y la posibilidad de aplicar esa reflexión para modificar su forma de enfrentarse a los problemas deviene una forma de avanzar en el desarrollo de resiliencia que es esencial para el éxito a medio y largo plazo en matemáticas y también en otros aspectos de la vida. En último lugar, el diálogo metacognitivo entre los estudiantes también contribuye al aprendizaje del contenido.

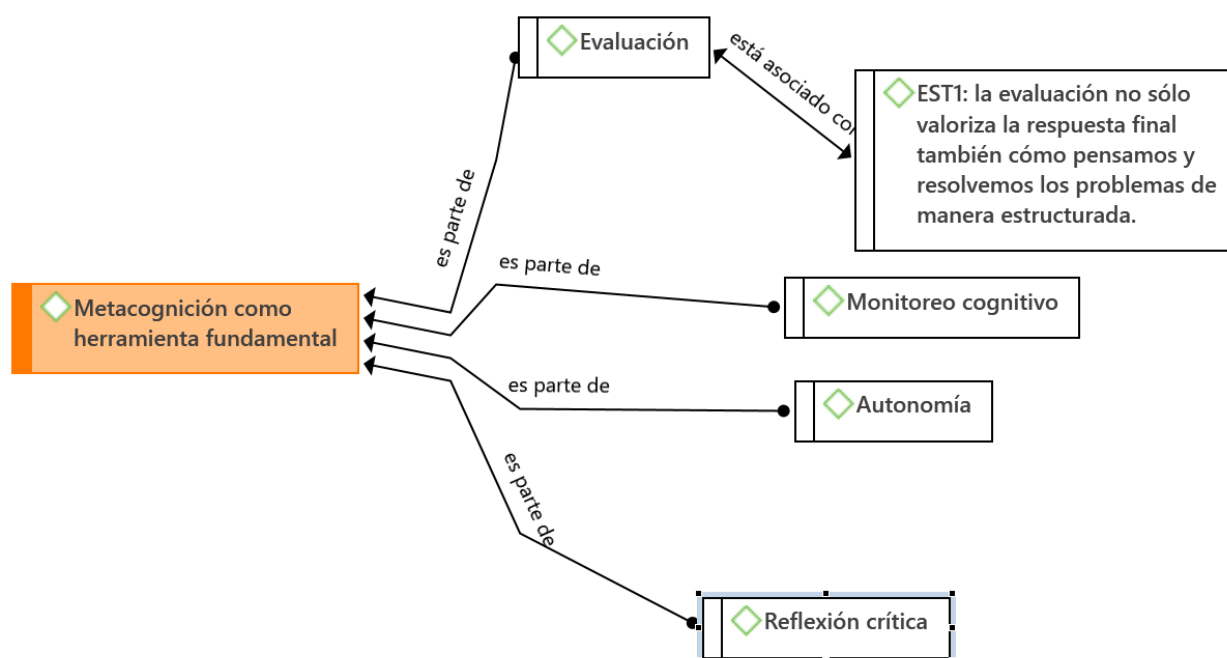
Al intercambiar las estrategias de cálculo que León y Oka les habían enseñado, los alumnos tienen la oportunidad de conocer otros procedimientos, aprender de sus compañeros y compartir la resolución de problemas. Este hecho hace que la interacción social sea uno de los fundamentos del desarrollo del pensamiento crítico, da pie a que se dé un proceso de intercambio social a partir del cual construyen un conocimiento más fuerte de los conceptos matemáticos. Vygotsky (1978) enfatiza sobre la importancia del aprendizaje social a través de las ideas o reflexiones que se intercambian, resulta ser uno de los aspectos clave en el desarrollo cognitivo del alumnado. El alumnado que hace uso de este tipo de diálogos en el contexto de la resolución de problemas matemáticos puede llegar incluso a desarrollar sus habilidades metacognitivas para calcular los problemas de otra manera.

El uso de la metacognición es fundamental para que el alumnado desarrolle sus estrategias de resolución de problemas para que el alumnado se haga consciente de su propio pensamiento para reflexionar con respecto a sus estrategias y para adaptar flexiblemente los procedimientos que va a utilizar. La metacognición también contribuye a un mejor rendimiento en matemáticas, pero, sobre todo, les da la capacidad de ser autónomos con respecto a los problemas que pueden aparecerse. La inclusión de la metacognición en las matemáticas promueve un aprendizaje más profundo, además de más flexible y autónomo, que no sólo fomenta la resolución de problemas, sino que se

convierte en una habilidad para que puedan enfrentarse a situaciones difíciles en el contexto escolar, así como para ejecutar situaciones problemáticas cotidianas.

Se observa en la Figura 13 que la subcategoría metacognición como herramienta fundamental se estructura a partir de los códigos evaluación, monitoreo cognitivo, autonomía y reflexión crítica que demuestran cómo el aprendizaje de las matemáticas implica un proceso consciente de autorregulación. La red semántica permite identificar que la evaluación proporciona tanto a la evaluación final como al proceso seguido por el/a estudiante; el monitoreo cognitivo y la reflexión crítica se apoyan en la comprensión de los tipos de estrategias utilizadas; y la autonomía se ha reforzado dado que él/a estudiante controla su propio aprendizaje.

Figura 13. Red semántica de la subcategoría de Metacognición como herramienta fundamental.



La metacognición se configura como un recurso esencial para propiciar un aprendizaje autónomo, crítico y flexible en matemáticas. Permite a los alumnos reflexionar sobre su propio pensar, monitorizar y regular sus estrategias de aprendizaje, y realizar monitorear sus aprendizajes en diferentes contextos. Esta subcategoría implica que la metacognición que se daría de manera activa en el aula sirve como medio para no solo mejorar la resolución de problemas matemáticos, sino también para desarrollar

la autorregulación, la flexibilidad cognitiva y la transferencia de aprendizajes en situaciones reales, todo ello fomentando un aprendizaje significativo y duradero.

Subcategoría: Motivación como motor del aprendizaje

La motivación se convierte en un factor determinante a la hora de afrontar la resolución de problemas de matemáticas, ya que fomenta que los estudiantes asuman retos, se mantengan en la tarea ante las dificultades y pongan en práctica las estrategias de forma reflexiva. Esta subcategoría describe tal como la motivación, sea intrínseca o bien extrínseca, fomenta la autonomía, el rendimiento o bien la resiliencia en el proceso de adquisición del aprendizaje.

La motivación es una de las claves de las vivencias de los alumnos, como subrayan DM2 y DM3. Los estudiantes motivados muestran una fuerte disposición a sobreponerse a los retos, siendo determinante para atravesar las dificultades que se pueden presentar en la manera de resolver problemas. Esta resistencia es uno de los ingredientes del aprendizaje dado que los educandos tienden a continuar su trabajo en un problema sin solución. Igualmente, la motivación les proporciona la energía suficiente para aplicar la flexibilidad, probando diferentes estrategias al buscar la solución más satisfactoria para una situación determinada. La voluntad de intentar nuevas soluciones sin darse por vencidos al primer tropiezo incrementa, a su vez, la capacidad para abordar tareas cada vez más complejas.

La motivación intrínseca, que hace referencia a la satisfacción que el alumno siente al enfrentarse a un reto y aprender por el propio hecho de aprender, va unida a la autonomía del aprendizaje. DM2 indica que el estudiante motivado puede centrarse no solo en la recompensa exterior, verbalmente en la calificación, sino que puede disfrutar del propio proceso de resolución de problemas. Esta motivación interior es especialmente pertinente cuando se hace referencia a tareas requieren esfuerzo, esfuerzo de tiempo, como puede ser el caso de problemas de matemáticas. El estudiante motivado intrínsecamente es quien construye un sentido de la propiedad respecto a su aprendizaje, lo que hace que esté más comprometido en la tarea y más predispuesto a la reflexión respecto a sus métodos y a sus resultados.

La motivación es un concepto que se encuentra relacionado a la teoría del refuerzo de Skinner (1938) quien postula que las conductas que han sido reforzadas

positivamente tenderán a repetirse, y los alumnos que reciben refuerzo positivo para sus esfuerzos y logros tenderán también a repetir esas conductas. La motivación para el aprendizaje dentro del aula puede ser incrementada a través de estímulos o reforzamientos positivos, como sería el reconocimiento de los logros, el esfuerzo y sus éxitos. Este tipo de reforzamiento no solo procura que aumente la persistencia, sino que este tipo de reforzamiento promueve la autovaloración y los motiva a enfrentarse a nuevos retos. La inclusión de esta teoría entre las estrategias pedagógicas permite crear un clima en el que los alumnos se sienten apreciados y estimulados para seguir aprendiendo.

Desde una perspectiva más amplia, también pueden encontrarse relaciones entre dicha teoría y el enfoque humanista de Rogers (1969) que enfatiza la importancia de contar con un clima de aprendizaje seguro y en el que intervengan aspectos emocionales. Para Rogers, el aprendizaje más eficiente tiene lugar cuando los alumnos detentan seguridad en el aula y son aceptados. Esta seguridad les permite explorar y experimentar con nuevas ideas sin temor a equivocarse, lo cual tiene especial importancia en el contexto de problemas matemáticos complejos. El profesor, como facilitador de las experiencias de aprendizaje, debe crear un ambiente donde los estudiantes se sientan en condiciones de poder hacerse preguntas, de intentar ser capaces de ejecutar operaciones para resolver un problema de matemáticas sintiéndose suficientemente seguros de que sus errores y triunfos pueden ser igualmente fuente de aprendizaje.

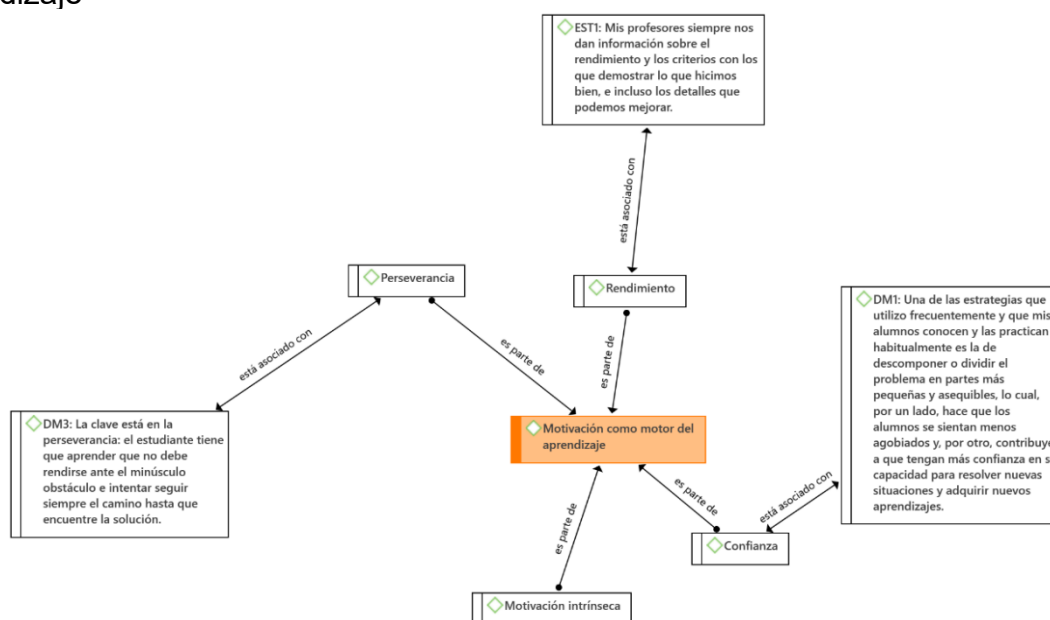
El entorno de aprendizaje que permite la motivación también guarda relación con la autodeterminación de los alumnos. De hecho, la motivación mejora cuando los estudiantes sienten que pueden controlar su proceso de aprendizaje, de forma que su motivación tiende a ser más perseverante. DM2 hace hincapié en que los estudiantes que se sienten motivados son más propensos a persistir, aplicar diversas estrategias en la resolución de problemas, lo cual da cuenta de cómo la autonomía, reforzada por la motivación, puede llegar a mejorar significativamente el rendimiento académico. Este enfoque o posición se mantiene alineado con la teoría de la autodeterminación de Deci y Ryan (1985), que afirma que la motivación aumenta cuando las personas experimentan

que tienen control sobre su comportamiento y decisiones, es decir, el resultado es un aprendizaje más significativo y perdurable.

La motivación también incide en el desarrollo emocional de los estudiantes y refuerza la manera en la que son capaces de resolver los retos de una forma resiliente. Según DM3, los estudiantes que se sienten motivados para -por ejemplo- resolver problemas son más bastantes propensos a tener una predisposición positiva para resolver obstáculos y de continuar intentando resolver pensamientos, lo cual indica un enfoque de mentalidad de crecimiento. La mentalidad de crecimiento, tal y como propuesto por Carol Dweck (2006), pone énfasis en la importancia de creer que la capacidad de aprender y resolver problemas puede ser mejorada por el esfuerzo y la persistencia. La motivación no sólo es el componente que se hace emergente en el rendimiento académico, sino que también va de la mano del bienestar emocional del estudiante para poder afrontar frustraciones e ir de esta manera avanzando a lo largo del proceso de aprendizaje.

La Figura 14 demuestra que la subcategoría motivación como motor del aprendizaje se desarrolla a partir de los códigos motivación intrínseca, confianza, rendimiento y perseverancia, que sugieren que el aprendizaje matemático depende también de componentes emocionales. La red semántica deja entrever que la motivación potencia la confianza, estimula la perseverancia y favorece el rendimiento. Considerando mi postura como autora, esta conclusión deja entrever que fomentar la motivación en las aulas es fundamental para lograr un aprendizaje más seguro, constante y significativo.

Figura 14. Red semántica de la subcategoría de motivación como motor del aprendizaje



La motivación es un componente muy importante para el aprendizaje matemático significativo y duradero. Potenciar la motivación intrínseca y la motivación extrínseca hace que el alumnado sea capaz de potenciar la perseverancia, la confianza y la autonomía para hacer frente a problemas difíciles con resiliencia y aplicar estrategias de manera reflexiva. Se constata que un aprendizaje motivado no solo favorece la mejora del rendimiento académico, sino que también reporta un bienestar emocional y una mejora en las competencias transferibles, potenciando el aprendizaje significativo en el ámbito escolar y en el ámbito de la vida cotidiana.

Subcategoría: Aprendizaje autónomo y crítico

El aprendizaje autónomo y crítico evidencia un elemento esencial en la solución de problemas aritméticos. Esta subcategoría pone de manifiesto la facultad que tienen los estudiantes para regular su proceso de aprendizaje, tomar decisiones estratégicas y fomentar las competencias para el desarrollo del pensamiento crítico, facilitando así un aprendizaje profundo, significativo y transferible a situaciones concretas.

El aprendizaje autónomo aparece como un patrón básico que resalta en las respuestas DM2 y DM3. Ambos informantes coinciden en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas de manera autónoma, lo que va a incidir en la confianza en sus capacidades y la responsabilidad en su propio proceso de aprendizaje. La autonomía no solo permitirá a los estudiantes hacerse cargo del propio aprendizaje, sino que además los dotará de la oportunidad de desarrollar estrategias personales para la solución de problemas. Este patrón resulta clave, los estudiantes suelen ser particularmente activos a la hora de buscar soluciones y de tomar decisiones, lo que conlleva una profundización mayor en los conocimientos adquiridos.

La autonomía en el aprendizaje implica que es una parte importante del constructivismo sostenido por Piaget (1970), para quien el conocimiento no es un ser pasivo, sino que se trata de un hecho en la relación con el medio. Parafrasea a Piaget (1970) cuando dice que los alumnos han de ser capaces de incorporar las nuevas experiencias de acuerdo a sus esquemas mentales, implicando, por ello, que han de ser activos en conseguir conocimientos. Por lo tanto, los educandos autónomos no tienen su aprendizaje supeditado a lo que el docente les enseñe, sino que ellos mismos tienen la

capacidad de descubrir y ejercitar lo aprendido en nuevas situaciones, pudiendo así abordar problemas más difíciles con una mayor seguridad y confianza.

Igualmente, la autonomía en el aprendizaje está profundamente ligada a la autorregulación de los estudiantes. De acuerdo con lo que se desprende de DM3, los estudiantes autónomos no solo intentan resolver los problemas por sí mismos, sino que también son capaces de evaluar su forma de proceder y de modificarla cuando van avanzando en la solución de los problemas. Dicha autorregulación es fundamental, les permite entender cuándo una estrategia no se desarrolla adecuadamente, es decir, que una forma de proceder no está yendo adecuadamente, por lo que deben optar por un nuevo proceder para encarar el problema. La capacidad de gestionar el propio proceso de aprendizaje les permite ser más flexibles y adaptativos, cualidades que son básicas cuando tienen que afrontar tareas difíciles, aquellas que requieren varios pasos o requieren una solución multidimensional.

El aprendizaje autónomo favorece el desarrollo de las habilidades de pensamiento crítico. Cuando los alumnos tienen la oportunidad de elegir el proceder que quieren utilizar (de entre toda la gama de posibilidades que les ofrece la situación) y se ven obligados a evaluar sus propias soluciones, disponen de nuevas oportunidades para reflexionar sobre su trabajo y aprender de sus propios errores. Este modelo se encuentra en línea con la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1968), en esta teoría, el aprendizaje es más productivo cuando los alumnos pueden relacionar aquellos nuevos conocimientos con lo que ya saben, ocupando un rol activo en su aprendizaje. Al promover la autonomía, los alumnos no solo aplican lo que han aprendido, sino que desarrollan también habilidades metacognitivas que les permiten monitorizar y adaptar sus enfoques de una manera cada vez más habitual; de aquí a que lleguen a comprender de una manera más rica los conceptos implicados.

Un beneficio más del aprendizaje autónomo es que también incrementa la confianza de los estudiantes al resolver problemas. DM2 comenta que a medida que los alumnos se vuelven seguros de lo que hacen, se vuelven auto eficientes. Dicha autoeficacia, o la convicción de que uno puede llevar a cabo correctamente una tarea, es especialmente importante para la motivación intrínseca de los alumnos. Tal como sugiere Bandura (1997), la autoeficacia modula la entrega y la perseverancia que el

alumnado pone en una tarea. Aquellos individuos que creen en su capacidad para resolver problemas matemáticos tienden a dar respuesta durante más tiempo a cualquier cuestión matemática e incrementar la dificultad de los problemas que plantean (DM 1), así como a proceder aun cuando la tarea matemática supone una dificultad mayor (DM 2).

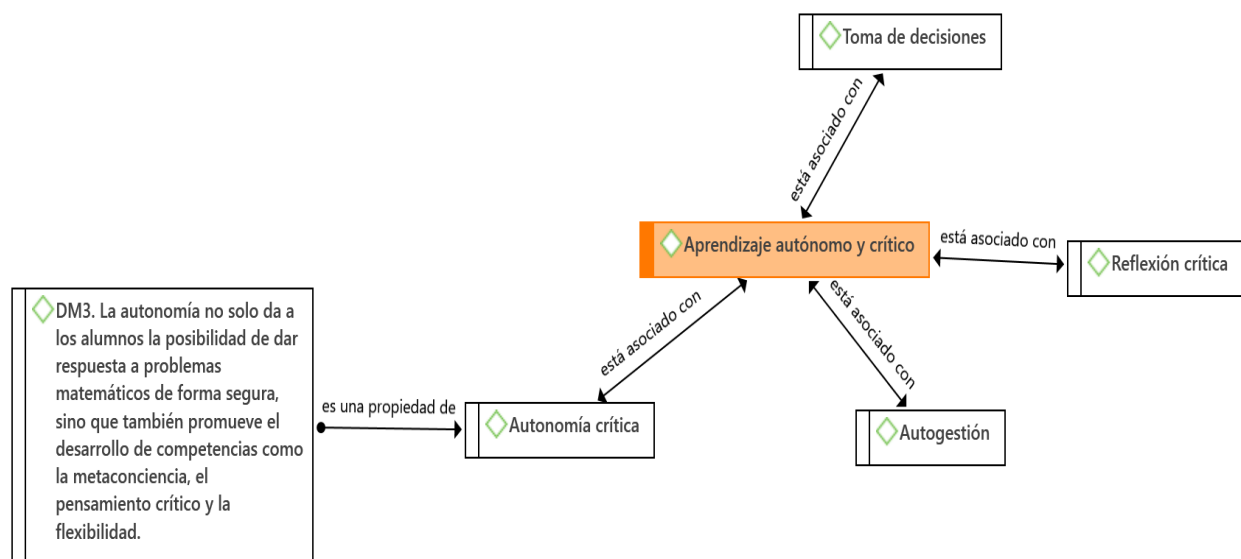
El aprendizaje autónomo también se encuentra, a su vez, estrechamente relacionado con la preparación hacia la vida adulta. Esto es, aprender a resolver problemas equivale no solo a adquirir capacidades académico-matemáticas sino también a llevar a cabo una preparación para afrontar la vida profesional. DM3 reconoce cómo la autonomía en la resolución de problemas prepara a los estudiantes para la eventualidad de tomar decisiones, frente a situaciones en las que el docente no pueda estar presente de forma continua. Es fácil de imaginar que esta competencia pasa a tener un valor especial en un mundo profesional que exige cada vez más autonomía, toma de decisiones por sí mismos e independencia en la resolución de problemas complejos.

El aprendizaje autónomo constituye un patrón fundamental en el proceso educativo del alumnado, tal y como dicen DM2 y DM3. La autonomía no solo da a los alumnos la posibilidad de dar respuesta a problemas matemáticos de forma segura, sino que también promueve el desarrollo de competencias como la metacognición, el pensamiento crítico y la flexibilidad. Estas competencias no solo afectan el rendimiento en el ámbito académico, sino que también les da la oportunidad de prepararlos para resolver problemas también en la vida cotidiana y la profesional -la capacidad de resolver problemas de forma autónoma está presente en la vida de los individuos que interactúan con su entorno-. El enfoque constructivista de Piaget y la teoría de la autorregulación de Vygotsky destacan a su vez la importancia de dar a los educandos aquellas herramientas que les permitan aprender de forma autónoma y lejos del docente, por lo que el aprendizaje autónomo contribuye a su desarrollo total.

La Figura 15 demuestra que la subcategoría aprendizaje autónomo y crítico se construye a través de los códigos autonomía crítica, autogestión, reflexión crítica y toma de decisiones, lo cual pone de manifiesto que el aprendizaje matemático supone una toma de control activo en el proceso formativo de los estudiantes, el cual se vincula a la red semántica que da cuenta de que la autonomía es capaz de gestionar el aprendizaje,

reflexionar sobre las decisiones que se toman, conformar un pensamiento crítico ante un problema matemático.

Figura 15. Red semántica de la subcategoría de aprendizaje autónomo y crítico



El conocimiento crítico y autónomo constituye un aspecto clave para el desarrollo y la formación integral de los estudiantes en las matemáticas concretas. La adecuación para el desarrollo de la autonomía, la autorregulación y del pensamiento crítico fomenta una alfabetización del alumnado sobre sus capacidades para administrar su propio aprendizaje, tomar decisiones estratégicas coherentes entre sus metas, sus conocimientos concretos matemáticos a través de un conocimiento crítico y autónomo. Esta subcategoría muestra que crear un entorno que favorezca el aprendizaje autónomo y crítico no solo proporciona un aumento del rendimiento académico, sino que, además, prepara al alumnado para poder resolver problemas complejos en entornos escolares, laborales y en su vida cotidiana, consolidando competencias transferibles y duraderas.

Figura 16. Red integradora de la categoría Aplicación del método de Polya y sus subcategorías



La red integradora de la figura 16 muestra de qué forma se conectan de manera coherente las cuatro subcategorías: transferencia y contextualización, metacognición, motivación y aprendizaje autónomo y crítico, para mejorar la aplicación del método de Pólya. Esta red integradora hace alusión a cómo cada subcategoría hace posible que se desarrollen ciertos tipos de habilidades cognitivas, metacognitivas y motivacionales, que permiten la reflexión, la autonomía, la perseverancia y la transferencia del aprendizaje. La relación de todos estos aspectos permite dar lugar a un aprendizaje significativo, flexible, aprovechado y transferible a las más distintas situaciones; y se aumenta así la posibilidad de desarrollar competencias críticas y de resolver los problemas de manera efectiva.

Hallazgos de la investigación

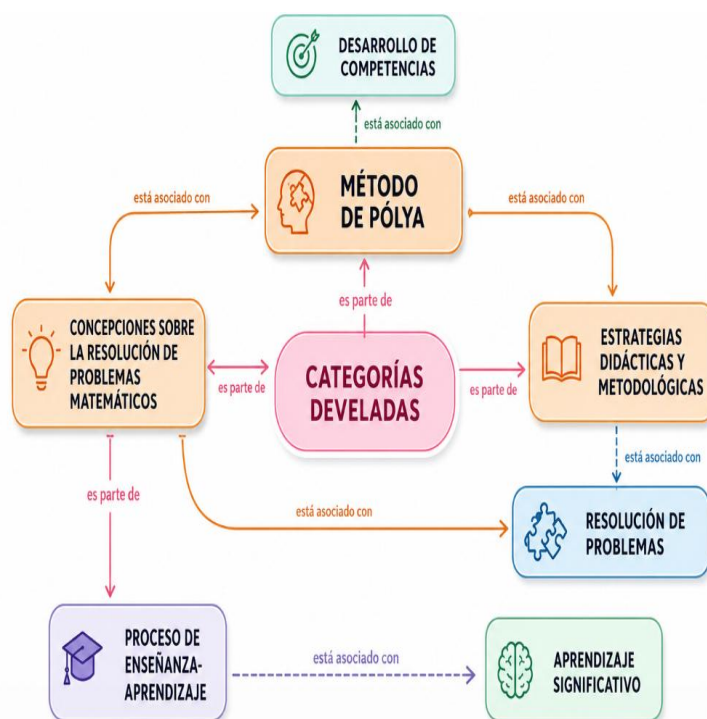
Los resultados de la investigación proporcionan información acerca de cómo la categoría Estrategias didácticas y metodológicas se manifiesta como un eje vertebrador en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos; resalta entre los hallazgos la ejecución de prácticas relacionadas con la metacognición, la reflexión continua, el

trabajo en colaboración y la utilización de recursos educativos versátiles, que favorecen procesos de aprendizaje más dinámicos en los que el alumno toma parte activa en el proceso de aprendizaje y va construyendo conocimientos, generando para ello un desarrollo de capacidades como el análisis, la autorregulación y el pensamiento crítico.

Con respecto a la categoría Método de Pólya, los hallazgos evidencian que su aplicación permite estructurar de forma clara el proceso de resolución de problemas matemáticos a través de fases como la comprensión, planificación, ejecución y revisión. Este método favorece la consolidación del razonamiento lógico, la secuenciación de procesos y la toma de decisiones, haciendo que los alumnos no sólo puedan resolver problemas, sino que comprendan el procedimiento seguido, contribuyendo así a desarrollar aprendizajes más elaborados y transferibles.

En la categoría Concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos se ha encontrado que las creencias que adoptan tanto los estudiantes como los docentes están directamente influidas en la forma de abordar el aprendizaje. Esta categoría ha permitido identificar que concebir el error como una oportunidad para aprender, valorar la motivación como la forjadora del proceso y reconocer la importancia de la adaptación a nuevos problemas favorece una actitud más positiva, reflexiva y flexible en relación con las matemáticas que supera concepciones tradicionales que giran en torno a la memorización de respuestas o la búsqueda de la respuesta correcta.

Figura 17. Integración de las categorías



La figura 17, se observan los hallazgos que representan la posibilidad de configurar una red integrativa, donde las tres categorías se desarrollan de forma complementaria (las estrategias didácticas y las estrategias metodológicas como el medio pedagógico, el método de Pólya como la estructura operativa del proceso y las concepciones que se tienen sobre la resolución de problemas, como el componente de tipo actitudinal y cognitivo que orienta la forma de abordar los problemas de los estudiantes). Esta relación entre las tres categorías permite evidenciar que el aprendizaje significativo en matemáticas no puede abordarse desde un solo componente, pues hay una convergencia entre el componente metodológico, el componente conceptual y el componente de procedimientos.

La contrastación de los resultados pone de manifiesto que la resolución de problemas matemáticos se constituye como un proceso unitario donde hay interrelación entre las dimensiones cognitivas, las metacognitivas y las socioemocionales. En esa línea de ideas constructivistas, se confirma que el aprendizaje significativo se enriquece cuando los alumnos llegan a comprender el proceso de resolución, algo que encaja perfectamente en la categoría del método de Pólya en el que se priorizan la comprensión, la planificación y la verificación como etapas que configuran el pensamiento matemático.

De igual forma, los resultados que se presentan están de acuerdo con las teorías metacognitivas, ya que evidencian que la reflexión, la evaluación, el monitoreo permiten a los alumnos perfeccionar las estrategias de resolución. Y en esta línea, la categoría estrategias didácticas y metodológicas nos dice que el aprendizaje se enriquece con la intervención del docente que habilita espacios de análisis, de retroalimentación y autorregulación, pasando así a promover la autonomía del alumno.

Por otro lado, los resultados corroboran algunas concepciones de la resolución de problemas, en especial, algunas vinculadas a la motivación, a la confianza, a la determinación del error como oportunidad de aprendizaje. Estos resultados son coherentes con las visiones actuales respecto a la incidencia de los agentes emocionales en el aprendizaje, hecho que permite deducir que tener una actitud positiva hacia las matemáticas determina el esfuerzo y el rendimiento.

Finalizando, la interacción de las tres categorías nos permite concluir que la enseñanza de matemáticas debe ir pegada a enfoques flexibles, contextualizados y

centrados en el alumno. Los resultados evidencian la idoneidad de despremiar prácticas tradicionales, basadas en la repetición mecánica, para aceptar alternativas en el aula, estrategias didácticas que favorezcan la aplicación coherente del método de Pólya y fomentar concepciones que propicien un aprendizaje autónomo, crítico y significativo.

MOMENTO V

CONSTRUCTO TEÓRICO EMERGENTE

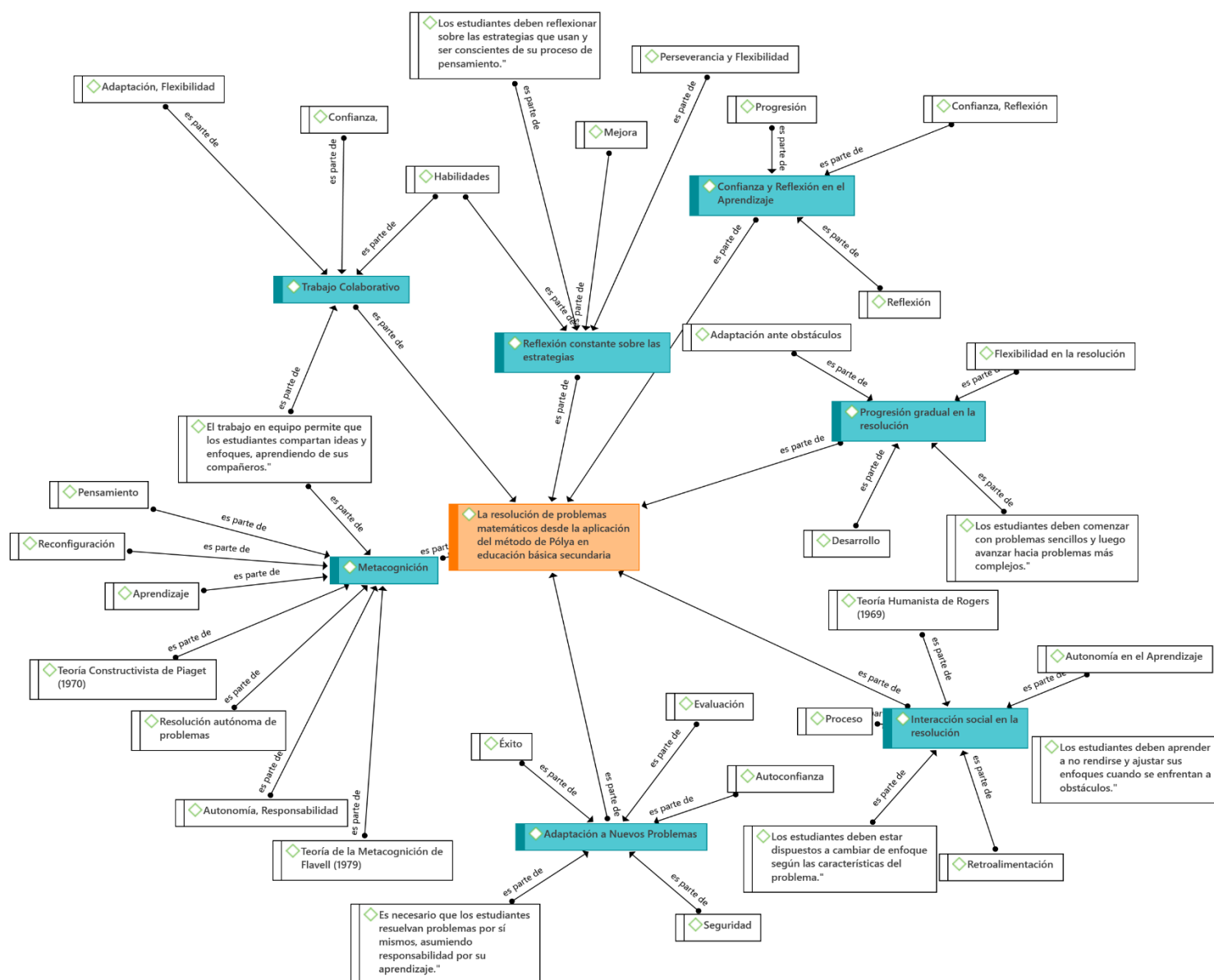
La resolución de problemas matemáticos desde la aplicación del método de Pólya en educación secundaria

La resolución de problemas matemáticos en la enseñanza secundaria obligatoria, y en concreto a partir de la utilización del método de Pólya, se ha establecido como una propuesta notable para la puesta en marcha de competencias matemáticas significativas. El método de Pólya, estructurado en un protocolo de solución de problemas que consta de cuatro fases (comprensión del problema, elaboración del plan, ejecución y revisión), permite la gestión sistemática de la resolución de problemas. Se hace énfasis no solo en la correcta obtención de respuestas por parte del alumnado, sino, y de forma importante, en el pensamiento crítico, la reflexión y la flexibilidad en cada una de las fases que componen el proceso.

Asimismo, la aplicación del método de Pólya en aulas de secundaria promueve que el alumnado construya destrezas enlazables a otros dominios del conocimiento y a situaciones de la vida cotidiana. A continuación, se presentan el análisis pormenorizado y organizado por categorías y subcategorías de los patrones que frecuentemente se pueden observar en la resolución de problemas matemáticos a partir de la aplicación del método de Pólya basado en los resultados obtenidos por medio de las entrevistas a los docentes y en los estudios previos que asientan dicha metodología.

En la figura 18 se presentan las categorías principales y las subcategorías relacionadas con la resolución de problemas matemáticos a partir de la aplicación del método de Pólya. También en el Anexo 1 se incluyen los fragmentos de las entrevistas realizadas con los informantes clave, así como los códigos que organizan las respuestas de los docentes analizados. El presente análisis también se sostiene en estudios previos trabajados por autores como Fernández (2023), Mamani (2023) y Contreras (2022), quienes afirman la relevancia de las metodologías activas e incorporar metodologías como la de Pólya para potenciar un aprendizaje significativo y autónomo en la resolución de problemas matemáticos.

Figura 18. Esquema del constructo teórico



Nota. Salazar, 2025.

La resolución de problemas matemáticos en educación secundaria con el método de Pólya no solamente ayuda a los alumnos a desarrollar sus capacidades técnicas, sino que estimula la reflexión, el pensamiento crítico y la capacidad de reacción ante cuestiones inesperadas. La confianza que indica DM1 se afianza como una necesidad previa de los estudiantes para resolver problemas complejos al saber que van a encontrar soluciones a los mismos. La transición de problemas matemáticos fáciles a

problemas más complejos, que deja entrever DM1, es signo del aprendizaje paso a paso. La lógica de esta forma de enseñar es coherente con la teoría constructivista de Piaget (1970), quien refuerza que el aprendizaje no se da de una manera total al estudiante, sino que el alumno debe construirlo interaccionando con los problemas y con el medio.

Al mismo tiempo, el proceso de la reflexión incesante del que DM2 también habla a propósito del proceso de resolución de problemas, pues tiene presente que los estudiantes deben ser conscientes de las estrategias que ejecutan, se incluye en dicho proceso de la resolución de problemas, considerándose la metacognición un elemento fundamental, los estudiantes tienen la posibilidad de cambiar sus maneras mientras van surgiendo nuevos problemas. Este proceso; para Flavell (1979), no solo permite mejorar sus propias estrategias sino que, al mismo tiempo, efectúa un aprendizaje sobre sus procesos cognitivos, ganando, con ello, una autonomía que les hace estudiantes de aprendizaje más autónomo y mejor. En la medida que los estudiantes reflexionan sobre sus procesos de resolución, pueden llegar a descubrir qué estrategias han sido eficaces, así como las que deben adaptarse; por otra parte, el aprendizaje autónomo, que también es el que finalmente estipula DM3, tiene cabida en el método de Pólya, pues este método permite a los alumnos responsabilizarse de su proceso de resolución de problemas.

Los estudiantes no solo utilizan técnicas ya definidas, sino que también pueden encarar el problema de forma independiente lo que les permite tener la seguridad para tomar decisiones y probar diferentes formas de resolverlo. Esta autonomía puede verse reflejada en la teoría humanista de Rogers (1969) que sostiene que el aprendizaje óptimo se produce cuando la persona que aprende tiene el control sobre su proceso y puede probar nuevas maneras de aprender. La autonomía determina responsabilidad en los alumnos, que puede verse en el propio hecho de presentar capacidad de perseverar incluso ante las dificultades, así como buscar múltiples maneras de solucionar sin depender únicamente de la figura del docente.

El patrón de perseverancia, flexibilidad, destacado por DM3, también es un rasgo clave en la resolución óptima de los problemas matemáticos. La perseverancia hace que los estudiantes superen la frustración y sigan intentando diferentes estrategias hasta acreditar una solución y la flexibilidad permite que ajusten la estrategia inicial cuando esta resulta ineficaz. Este patrón se asocia, en gran medida, con la teoría del refuerzo

positivo descrita por Skinner (1938) quien sostiene que las conductas reforzadas a posteriori tienden a repetirse. Con relación a la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes que refuerzan su conducta luego de ser exitosos tras varios intentos tienen más confianza en sus capacidades y están más motivados para resolver nuevos problemas. El trabajo colaborativo, tal como indica DM1 y DM2, tiene un papel importante en el aprendizaje de la resolución de problemas. En el marco de la interacción social, los alumnos tienen la oportunidad de producir ideas, discutir posibles estrategias y aprender aquellas que pertenecen a sus compañeros; lo cual genera un proceso de aprendizaje social con un mejor nivel de apropiación de los conocimientos. El aprendiz se apropia de las ideas a partir de la propuesta de Vygotsky (1978), que sostiene que el aprendizaje es un producto social que se construye con el soporte de los demás. En el trabajo grupal, los estudiantes no tan solo resuelven problemas de matemáticas, sino que también aprenden destrezas sociales de comunicación, colaboración que les serán útiles en otras esferas de su quehacer social y profesional.

Por otra parte, la adaptación a una nueva situación problemáticas es un elemento clave en la educación matemática y este patrón está vinculado, estrechamente, con el argumento del constructivismo de Piaget (1970), que dice que el aprendizaje es el resultado de una adaptación a situaciones problemáticas donde el estudiante debe de modificar sus esquemas de la realidad. Esa capacidad de modificar el ejercicio inicial ante problemas desconocidos (incluyendo problemas de matemáticas y del cotidiano), para así poder alcanzar lo que se ha aprendido es fundamental; acompaña a los estudiantes en el proceso de aplicaciones e interrelaciones entre los distintos momentos de práctica. La habilidad de reorganizar no solo está abocada a las matemáticas, sino que interviene en la resolución diaria; el cómo resolver los problemas requiere creatividad y flexibilidad en el pensamiento.

Los patrones emergentes de las respuestas de los informantes claves, dentro de las teorías de Piaget, Skinner, Vygotsky y Rogers, refuerzan la importancia de un proceso adecuado y flexible ante la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. La aplicación del método de Pólya en la educación secundaria, sustentada en los enfoques teóricos, genera en el aula autonomía y reflexión como lo hace con la perseverancia, la flexibilidad, el trabajo colaborativo adaptando nuevos problemas; generando un medio

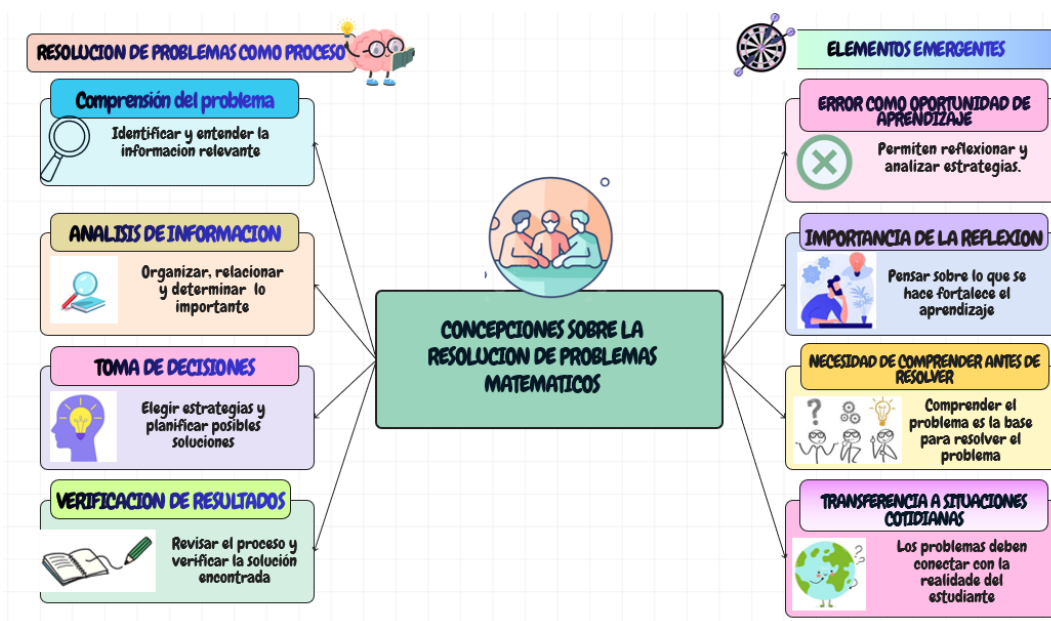
educativo donde los alumnos desarrollen habilidades cognitivas, metacognitivas y sociales que les permita desafiarse en situaciones académicas y del cotidiano con la suficiente flexibilidad y competencia.

Del estudio de la información y en función de los objetivos específicos de la investigación, aparecen los siguientes constructos teóricos que permiten entender el fenómeno de la resolución de problemas matemáticos de una forma integral. Cada constructo recoge los hallazgos más sobresalientes y los representa mediante las figuras que hacen una síntesis de las relaciones que se han ido identificando.

Constructo: La resolución de problemas como construcción de significados desde la experiencia del actor educativo

De acuerdo con el primer objetivo específico, en la Figura 19 se presenta el constructo vinculado con la concepción de los actores educativos cuya relación argumentativa se entabla entre la resolución de problemas matemáticos en secundaria. Este constructo considera elementos que se encuentran en la comprensión del proceso de resolución de problemas, la importancia dada a la resolución de problemas desde el aprendizaje, la reflexión del error y la adaptación a nuevas situaciones. De la representación del constructo se puede desprender que por lo que los significados dados por docente y alumnado no se ciñen al sentido del significado técnico de resolver ejercicios matemáticos, sino que se desplazan hacia concepciones más ampliar, formativas, reflexivas y contextualizadas del aprendizaje matemático.

Figura 19. Constructo teórico del primer objetivo específico



A partir de la reflexión, se establece de manera clara este primer constructo, el cual considera que la resolución de los problemas matemáticos se entiende, desde la voz de los actores educativos, como un proceso que pone en juego la interpretación, el análisis, la comprensión y la capacidad de decidir frente a una situación concreta. Entendida así, no se trata meramente de llegar a una respuesta correcta, sino de construir una ruta de pensamiento que permita construir sentido tanto al problema como a la estrategia que se utiliza. Comprensión del enunciado, organización de las ideas e identificación de los posibles caminos, aparecen como elementos fundamentales, se observa por tanto que resolver problemas matemáticos pone en juego procesos cognitivos complejos y no solamente la repetición de procedimientos que han sido enseñados previamente en la clase.

Del mismo modo, este constructo indica que los estudiantes y docentes consideran que la reflexión en torno al error tiene un valor importante y relevante como parte de las experiencias constitutivas del proceso de aprendizaje. El error deja de ser asumido como una equivocación terminal y se convierte en espacio de análisis, revisión y mejora del propio pensamiento matemático. Este mirar da cuenta de un desplazamiento progresivo de miradas estrictas a prácticas mucho más abiertas a la interpretación, a la reconfiguración de estrategias, a la adaptación frente a nuevas situaciones problemáticas. Por tanto, la resolución de problemas aparece como una experiencia de formación en la que se construyen significados, se refuerzan habilidades de razonamiento y se favorece una comprensión más profunda y consciente del aprendizaje matemático.

Constructo: La práctica docente entre lo tradicional y lo estratégico en la enseñanza de la resolución de problemas

Con respecto al segundo objetivo específico, la Figura 20 exhibe el constructo que relaciona a los tipos de métodos de enseñanza que usan los docentes para la realización de problemas matemáticos durante la educación secundaria, constructo que vincula las variables o aspectos de los recursos didácticos que se utilizan, las estrategias y los procedimientos de enseñanza, el trabajo colaborativo y la flexibilidad de las estrategias de resolución. A partir de esta representación se puede observar que la práctica docente no es homogénea, sino que se mueve entre formas tradicionales de la enseñanza y la

incorporación de metodologías más activas, participativas, centradas en el estudiante como sujeto del aprendizaje.

Figura 20. Constructo del objetivo específico dos



Del análisis realizado, se concluye que las prácticas docentes todavía presentan una alta presencia de enfoques centrados en la exposición, la repetición y la ejercitación, de forma tal que en muchas ocasiones se impide la posibilidad de que el estudiante construya las suyas como estrategias de resolución ante los problemas. Aunque también aparecen discursos, acciones didácticas que consideran el uso de materiales, la interacción entre pares, la reflexión metacognitiva y la indagación de diferentes caminos de solución. Esto permite comprender que la enseñanza de la resolución de problemas está en un momento de tensión entre la continuidad de modelos tradicionales y la propensión a la valoración y a la apertura de otras prácticas más flexibles que favorecen el razonamiento, la autonomía y la participación del estudiante.

Desde la mirada de la investigadora, este segundo constructo evidenció la necesidad de resignificar la práctica docente en matemáticas, de dejar de ser la enseñanza de resolver problemas una mera transmisión de procedimientos y convertirla en una experiencia de mediación pedagógica. Así, el docente debe ir adquiriendo un papel tutor que permita el análisis, la discusión, la investigación de alternativas y la

construcción compartida del conocimiento. De esta forma, la práctica pedagógica puede transformarse en un ámbito en el que el estudiante, además de aprender a resolver, aprende a pensar matemáticamente, a trabajar con los otros y desarrollar maneras más flexibles y conscientes frente a situaciones complejas.

Constructo: Método de Pólya como estructura del desarrollo del pensamiento matemático

De acuerdo con el tercer objetivo específico que nos planteábamos, la Figura 21 recoge la construcción realizada en torno a cómo se estructuran las interpretaciones de los aportes que puede hacer el método de Pólya en los procesos de resolución de problemas matemáticos de la educación secundaria. Esta construcción articula dimensiones como la transferencia o contextualización del saber, la metacognición, la motivación y el aprendizaje crítico y autónomo del alumno. Su estructura da a entender que el método de Pólya no sólo actúa como una secuenciación técnica de pasos, sino que también actúa como mediación pedagógica organizadora del pensamiento y fortalecedora de los procesos intelectuales y actitudinales del alumno. Desde la interpretación realizada, el método de Pólya cobra valor por ofrecer una estructura que permita al alumno enfrentarse a un problema, en tanto que le favorece la realización de acciones como tomar conciencia de la situación, planificar la estrategia a seguir, realizar los procedimientos a la vez que comprobar los resultados.

Figura 21. Constructo teórico del objetivo específico tres



La secuencia aporta orden, claridad y toma de conciencia del proceso seguido y beneficia no sólo la resolución del problema, sino también la formación de hábitos de pensamiento más reflexivos. En este sentido, la metacognición aparece como un elemento importante, puesto que el alumno aprende a pensar sobre su propio pensar, a autoevaluar las decisiones que ha tomado y a darse cuenta de cuando se tiene que reajustar o volver a orientarse en la estrategia utilizada.

A su vez, la investigadora también considera que el método de Pólya incrementa la motivación y la autonomía sólo porque le ofrece al alumno un recorrido de acciones que le permiten encontrarse menos perdido ante la complejidad del problema; también promueve el hecho que una vez el recurso aplicado sea conocido, el alumno pueda hacer que el conocimiento se transfiera a las nuevas situaciones más conectadas con la realidad, lo que hace que las matemáticas sean vistas como un saber útil, asequible y aplicable. En definitiva, ese constructo permite mostrar que el método de Pólya se convierte en una estrategia pedagógica de gran importancia a la hora de estructurar el pensamiento matemático, a partir de generar la reflexión crítica y a la vez cimentar aprendizajes más significativos en educación secundaria.

Constructo: Teoría sobre la resolución de problemas desde un enfoque integrador

De acuerdo con el cuarto objetivo específico, la Figura 22 muestra el constructo encaminado hacia los elementos teóricos que fundamentan el empleo del método de Pólya en los problemas de matemática en el contexto de la educación secundaria de la Institución Educativa Eduardo Santos de Neiva. Este constructo articula las contribuciones teóricas que sustentan el objeto de estudio y a la vez anuda las comprensiones que se han ido alcanzando desde la teoría y desde la experiencia de los actores educativos. En él, confluyen elementos concernientes a la construcción activa del conocimiento, la reflexión metacognitiva, la autonomía, la interacción social y la importancia de una enseñanza contextualizada.

Figura 22. Constructo del cuarto objetivo específico

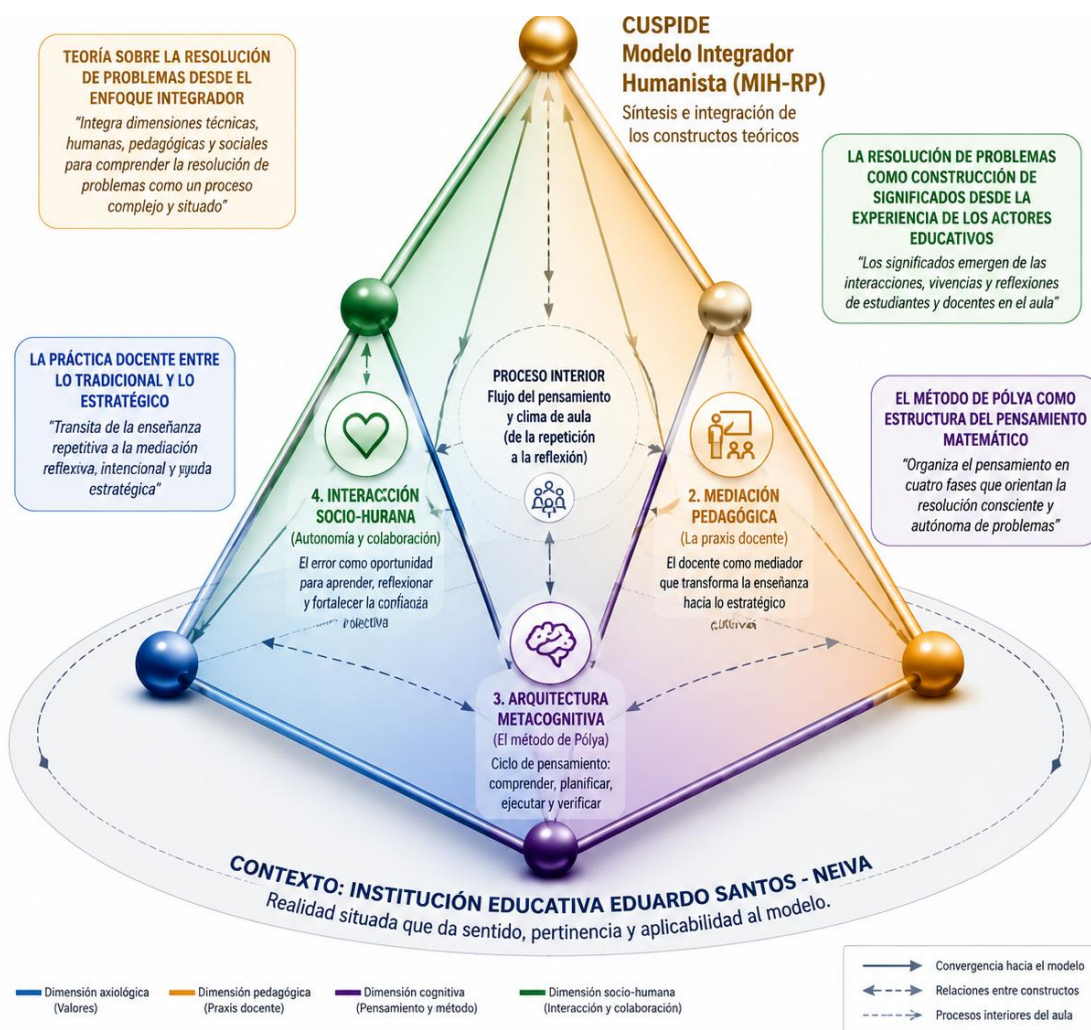


Desde la reflexión de la investigadora, esta construcción permite evidenciar la comprensión de que la resolución de problemas matemáticos no puede resolverse desde una única óptica en la cual se argumente desde el aspecto cognitivo, el didáctico, el metacognitivo y el humano. De este modo, por ejemplo, los principios constructivistas explican que el estudiante aprende si interactúa con el problema; los elementos metacognitivos dan cuenta del valor de la reflexión a partir de procedimientos que el estudiante utiliza para enfrentarse a tal problema; y las posiciones de índole humanista resaltan la valía de la autonomía, la confianza y la motivación que aportan al proceso de aprendizaje. Así, la combinación de estas reconstrucciones teóricas expresadas por el constructo permite asentar nuevas bases de comprensión sobre el método de Pólya, entendido como una propuesta que ya no se ciñe a una mera técnica y queda englobada por la formación integral.

En consecuencia, este cuarto constructo cierra una base teórica que hace posible aplicar el método de Pólya como un medio para transformar la enseñanza de las matemáticas en educación secundaria. Su fortaleza reside en el hecho de que proporciona una base conceptual que permite entender la resolución de problemas como proceso de construcción de sentido, de construcción de pensamiento y de formación de sujetos críticos para el desenlace de situaciones complejas; así, a su vez, el constructo no sólo es capaz de sintetizar las aportaciones realizadas por la investigación, sino que

también es capaz de proyectar una comprensión más amplia de la enseñanza matemática que busca prácticas pedagógicas más significativas, que sean reflexivas y que puedan ser coherentes con las necesidades que se perciben en el contexto educativo estudiado.

Figura 23. Integración de los constructos teóricos



La figura 23 integra los cuatro constructos: la resolución de problemas como construcción de significados desde la experiencia del actor educativo, la práctica docente desde lo tradicional a lo estratégico para la enseñanza de la resolución de problemas, el método de Pólya como estructura del desarrollo del pensamiento matemático y la teoría sobre resolución de problemas desde el enfoque integrador, configuran una forma de entender el aprendizaje matemático. Cada una de las caras del tetraedro aporta un elemento fundamental: la experiencia del actor educativo cimenta la construcción de

sentido; la práctica docente define las estrategias y metodologías; el método de Pólya estructura la secuencia del pensamiento; la teoría integradora define la conceptualización crítica y autónoma. El tetraedro, por tanto, es la representación que simboliza la conformación de un aprendizaje matemático significativo, reflexivo y transferible, de tal manera que el alumno no sólo es capaz de resolver problemas, sino que construye conocimiento de una forma consciente, autónoma y contextualizada. El círculo de la base ubica el modelo en el contexto de la Institución Educativa Eduardo Santos de Neiva, indicando que esta propuesta responde a una realidad educativa concreta y busca fortalecer una resolución de problemas más significativa, reflexiva y humana.

MOMENTO VI.

REFLEXIONES FINALES

A partir de los resultados obtenidos se llega a la conclusión de que se alcanzó el objetivo general de la investigación, pues se pudo generar un constructo teórico para la resolución de problemas matemáticos desde el método de Pólya en educación secundaria, mediante la comprensión de las experiencias, concepciones y prácticas de los actores educativos. Este constructo permitió interpretar que la resolución de problemas matemáticos no se agota en la aplicación mecánica de los procedimientos, sino que constituye un proceso formativo donde se unen la comprensión, la planificación, la ejecución, la verificación, la reflexión sobre el error, la autonomía y la transferencia del aprendizaje. En este sentido, el principal aporte de la tesis radica en que se trata de una mirada integradora que da cuenta de la consideración del método de Pólya como una posible vía pedagógica para el fortalecimiento del pensamiento matemático crítico, reflexivo y autónomo de los alumnos de educación secundaria.

En relación con el primer objetivo específico se identificaron las concepciones que tienen los y los diferentes actores educativos del proceso para resolver problemas matemáticos en el que docentes y alumnos lo entienden como una construcción de significados a través de la interpretación del enunciado, la organización de la información, la secuenciación de pasos y la revisión de errores como oportunidades de aprendizaje. En el segundo objetivo específico se describieron las estrategias didácticas implementadas por los docentes encontrando una transición entre estrategias tradicionales de la enseñanza vinculadas a la repetición de procedimientos hacia estrategias más activas, participativas y contextualizadas en donde se utilizan recursos didácticos, trabajo colaborativo, flexibilidad metodológica y acompañamiento docente.

En lo que atañe al tercer objetivo específico, se interpretaron las evidencias del método de Pólya, concluyendo que su escala consecutiva, comprender el problema, planificar la estrategia, llevar a cabo el plan y comprobar el resultado favorece la metacognición, la motivación, la confianza, la autonomía y la transferencia hacia nuevas situaciones problemáticas de aprendizajes.

En lo que respecta al cuarto objetivo específico, se configuraron los aportes teóricos que explican el porqué del empleo del método de Pólya en la resolución de

problemas matemáticos, desde un enfoque que integra el constructivismo, la metacognición, la reflexión, la humanidad y la contextualización, lo cual permitió consolidar el constructo teórico que se alcanzó, el cual explica que la enseñanza de la resolución de problemas hay que tomarla como un proceso sistemático, flexivo y situado, donde el alumno no solo hace ejercicios, sino que entiende, reflexiona, decide, rectifica, argumenta y transfiere lo aprendido. Por lo tanto, el constructo que se ha generado, responde a la necesidad de realizar una transformación en la enseñanza matemática en la educación secundaria, abandonando prácticas centradas únicamente en la memorización y convirtiéndose en una formación orientada hacia el desarrollo del pensamiento crítico y autónomo. Este vacío investigativo que cubre esta tesis, podemos ubicarlo dentro de los escasos referentes teóricos contextualizados que aún existen que puedan explicar de qué manera el método de Pólya puede darse a entender y aplicarse desde las voces de los actores educacionales en contextos reales de la educación secundaria.

Aunque se ha propuesto el método como una estrategia de resolución de problemas matemáticos ampliamente aceptada, aún quedaba la necesidad de construir una teoría situada para dar cuenta de las concepciones de los docentes y los estudiantes, de las prácticas de aula, de las dificultades de aula y de los procesos de enseñanza y de los procesos cognitivos y metacognitivos que se interponen en la resolución de problemas. En este sentido, esta investigación aporta a la educación matemática al construir un constructo que permite dar cuenta de, guiar, resignificar la enseñanza de la resolución de problemas desde una perspectiva pedagógica, reflexiva y contextualizada.

A la luz de estos hallazgos, se recomienda que la Institución Educativa Eduardo Santos y otras instituciones de educación secundaria incorporen el método de Pólya como una estrategia didáctica de manera constante en la enseñanza de las matemáticas, no sólo como una secuencia de pasos, sino más bien como un modelo pedagógico orientado en la búsqueda de la comprensión, la reflexión, la autonomía y la transferencia del conocimiento. De igual manera, se recomienda potenciar los procesos de formación de los docentes a partir de talleres y comunidades de aprendizaje y espacios de reflexión pedagógica que les permitan a los docentes diseñar problemas contextualizados, poder

aplicar estrategias metacognitivas, promover el trabajo colaborativo y evaluar no sólo la producción final, sino también el proceso seguido por los estudiantes.

También se recomienda difundir el constructo teórico alcanzado en escenarios académicos, institucionales y pedagógicos, como por ejemplo jornadas de formación de profesores, encuentros de educación matemática, publicaciones académicas y planes de mejoramiento institucional para que pueda ser analizado, adaptado y enriquecido por otros contextos educativos. Finalmente, se propone continuar esta línea de investigación mediante estudios aplicados en diferentes grados, en diferentes instituciones y en diferentes contextos socioculturales para poder valorar la pertinencia del modelo propuesto, ampliar su alcance y reforzar nuevas rutas didácticas para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos a partir del método de Pólya.

Referencias

- Acevedo, A., Meneses, L. (2021). *Matemáticas contextualizadas y su impacto en el rendimiento escolar: Un análisis de situaciones problema en el aula de secundaria. Revista de Investigación en Educación Matemática*, 35(1), 1-12.
- Ackoff, R. L. (1983). *El arte de resolver problemas: Las fábulas de Ackoff*. Limusa.
- Alonso, I., Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Revista Pedagógica Universitaria*. Vol. 8 N° 3 2003. Universidad de Oriente.
- Ausubel, DP (1968). *Psicología Educativa: Una Perspectiva Cognitiva* . Nueva York: Holt, Rinehart & Winston.
- Ayala Allpaja, M. D. P. (2021). Método polya en la resolución de problemas y su influencia en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de una Universidad Pública de Lima, 2021.
- Barrera, F. (2009). *La cuadratura de la parábola: Un problema en el contexto matemático. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemáticas Educativas*, 14(3), 1-15.
- Bazo, C. D. (2019). Las estrategias para asegurar la calidad de la investigación cualitativa. El caso de los artículos publicados en revistas de educación. *Revista Lusófona de educação*, 44, 29-45.
- Benito Palacios, A. C., & Ruíz Álvarez, S. E. (2023). Fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas matemáticos con funciones polinómicas a través del aprendizaje basado en problemas con el uso de la herramienta didáctica Wix en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Berlín (Doctoral dissertation, Universidad de Cartagena).
- Campos, M. (2023). Las prácticas pedagógicas en el área de matemáticas: fundamentos para un aprendizaje significativo. *Tesis doctorales*.
- Cayetano, B., & James, K. (2023). Currículo nacional y resolución de problemas matemáticos en la Institución Educativa Agropecuaria 114-Ulcumayo 2021.

- Contreras González, L. C. (2009). El papel de la resolución de problemas en el aula. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 1(1), 41–102.
- Contreras, Y. (2022). CONSTRUCTOS TEORICOS SOBRE EL RAZONAMIENTO Y ARGUMENTACIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TRIGONOMETRICOS EN EDUCACIÓN MEDIA. *TESIS DOCTORALES*.
- Contreras, Y. (2022). Constructos teóricos sobre el razonamiento y argumentación en la resolución de problemas trigonométricos en educación media. *Tesis doctorales*.
- Cuello, D. J. O., Valera, L. M., & Bolaño, A. F. B. (2021). Método de Pólya: Una alternativa en la resolución de problemas matemáticos. *Ciencia e Ingeniería: Revista de investigación interdisciplinar en biodiversidad y desarrollo sostenible, ciencia, tecnología e innovación y procesos productivos industriales*, 8(2), 2.
- Decreto 1860 Agosto 3 de 1994.
- Delgado, C. (2021). COCEPCIONES DEL DOCENTE SOBRE LOS PROCESOS DE ANÁLISIS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS. *TESIS DOCTORALES*.
- Denzin, N, y Lincoln, Y. (2018). *Manual SAGE de Investigación Cualitativa* (5.^a ed.). Publicaciones SAGE.
- Fernández, F. (2024). Desarrollo de Competencias Matemáticas en la Resolución de Problemas con el Uso de las TIC. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(1), 2860-2882.
- Gamboa Graus, M. E. (2022). La enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 9(2).
- Gómez, L., & Salcedo, M. (2023). *Estrategias para el desarrollo del pensamiento matemático en secundaria*. Editorial Académica Española.
- González, J. (2001). El paradigma interpretativo en la investigación social y educativa: nuevas respuestas para viejos interrogantes. *Cuestiones pedagógicas*, 15, 227-246. Universidad de Sevilla, España.
- Husserl, E. (1913). *Ideas: Introducción general a la fenomenología pura* . Macmillan.

- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes). (2023). *Resultados de las pruebas Saber 3°, 5° y 9°*. Bogotá, Colombia: Icfes.
- Jiménez Mosquera, B. A., Núñez Mera, J. C., & Salgado García, S. H. (2023). Recursos educativos digitales para el fortalecimiento de la competencia resolución de problemas matemáticos en estudiantes del grado procesos básicos en la Institución Educativa La Amistad (Doctoral dissertation, Universidad de Cartagena).
- Jiménez, M., Rodríguez, L., & Pérez, A. (2023). *Desafíos estructurales en la enseñanza de las matemáticas en Colombia*. Revista Colombiana de Educación, 48(1), 65–80. <https://doi.org/10.1234/rce.v48i1.2023>
- Kuhn, T. (1978), La estructura de las revoluciones científicas, FCE, México.
- Leal, J. (2009). *La autonomía del Sujeto Investigador*. 2da Edición: Caracas.
- Ley 115 de 1994. Ley General de Educación de Colombia.
- Lincoln, Y. Guba, E.G. (1985). Naturalistic Inquiry. California: Sage.
- López, C. A. (2021). *Afectividad y aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria*. Revista Colombiana de Educación, 81(1), 85-91.
- López, L., Victoria, C. (2015). *Currículo intercultural y enseñanza de las matemáticas: Una propuesta metodológica para la integración de culturas*. Revista de Educación Matemática en América Latina, 10(1), 44-59.
- Lozada, J. A. D., & Fuentes, R. D. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 32, 57-74.
- MAMANI , V. (2023). DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO B DE PRIMARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE FÁTIMA CUSCO–2022.
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares, Matemáticas . Santa Fe de Bogotá, D.C: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares: matemáticas. Bogotá D. C.: Creamos alternativas.
- Mendoza, J., & Herrera, C. (2021). *Resolución de problemas matemáticos: del enfoque tradicional al método de Pólya*. Universidad del Valle, Cali.

- Ministerio de Educación Nacional de La República de Colombia Estándares Básicos De Competencias (2006). Documentos para el Desarrollo de las Competencias. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá.
- Núñez, JL, Font, V. (1995). *Aspectos ideológicos en la contextualización de las matemáticas: Una aproximación histórica*. *Revista Internacional de Educación Matemática*. 18(2), 283-299.
- OCDE. (2022). Marcos teóricos de PISA 2003 : la medida de los conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y resolución de problemas. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2022). *Resultados PISA 2022: Informe Colombia*. París: OCDE.
- Pérez, D. J., & Salazar, M. (2022). *Desafíos en la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en secundaria*. *Revista Latinoamericana de Didáctica Matemática*, 15(3), 62-71.
- Piaget, J. (1970). Epistemología genética. Prensa de la Universidad de Columbia.
- Piaget, J. (1970). *La psicología del niño*. Madrid: Morata.
- Piñeiro, J. L., Pinto, E., & Díaz-Levicoy, D. (2015). ¿ Qué es la Resolución de Problemas?. *Boletín Redipe*, 4(2), 6-14.
- Piñero, M., Rivera, M., Esteban, E. (2019). Proceder del investigador cualitativo: Precisiones para el proceso de investigación. *Lima. UNHEVAL-UPEL*.
- Pólya, G. (1945). Cómo resolverlo: un nuevo aspecto del método matemático. Prensa de la Universidad de Princeton.
- Repetto, A., Astargo, G. (2002). *Resolución de problemas*. EDIUNC; Ediciones Biblioteca Digital UNCuyo.
- Restrepo, A., Sánchez, M., & Rodríguez, E. (2022). *Didáctica de las matemáticas para el desarrollo de competencias*. Ediciones Universidad de Antioquia.

- Restrepo, J., Gómez, C., & Martínez, P. (2022). *Aplicación del método de Pólya en la enseñanza de matemáticas: un enfoque reflexivo para la resolución de problemas*. Educación Matemática en América Latina, 15(2), 35–50.
- Ricardo-Fuentes, E. L., Rojas-Morales, C. E., & Valdivieso-Miranda, M. A. (2023). Metacognición y resolución de problemas matemáticos. Tecné, Episteme y Didaxis: TED, (53), 82-101.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Recuperado el 23 de 7 de 2019, de http://funes.uniandes.edu.co/1986/1/rico_avances.pdf
- Robles, B. (2011). La entrevista en profundidad: una técnica útil dentro del campo antropológico. Cuicuilco vol.18 no.52, México. <https://www.redalyc.org/pdf/351/35124304004.pdf>.
- Rodríguez, C. (2021). *Estrategia didáctica para el proceso de enseñanza-aprendizaje contextualizado de matemáticas discretas en Tecnologías de la Información*. Revista de Educación y Tecnología, 6(1), 1-10.
- Rodríguez, M. (2012). Resolución de problemas. M. Pochulu y M. Rodríguez (comps.). Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Los Polvorines: Ediciones UNGS y EDUVIM, 153-174.
- Rogers, CR (1961). *Devenir persona: La perspectiva de un terapeuta sobre la psicoterapia*. Boston: Houghton Mifflin.
- Rúa Ascar, J. M. (2021). Didáctica para la resolución de problemas en programas académicos de Ingeniería.
- San Martín Sala, J. (2025). *Fenomenología, ética y antropología: Pasos de una autobiografía filosófica*. Editorial SB. ISBN: 978-631-6593-96-2
- Santos Trigo, L. M. (1996). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México DF: Iberoamérica, 1996.
- Schütz, A. (1967). *La fenomenología del mundo social*. Northwestern University Press.
- Silva, E. (2024). *La Resolución de Problemas en el área de Matemáticas mediado por la comprensión del Método Pólya [tesis de doctorado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador]*. Repositorio UPEL.

- Skinner, BF (1938). *El comportamiento de los organismos: un análisis experimental* . Nueva York: Appleton-Century-Crofts.
- Torres-Duarte, J. (2022). Miradas críticas en la educación matemática. *Revista Colombiana de Educación*, (86), 321-342.
- Vásquez, A. J. Q., & Tarrillo, H. E. H. (2022). Resolución de problemas con el método matemático de Polya: La aventura de aprender. *Revista de Ciencias Sociales*, 28(5), 75-86.
- Villamizar, C. (2023). FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LAS MATEMÁTICAS DESDE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS EN LA EDUCACIÓN BASICA COLOMBIANA. *TESIS DOCTORALES*.
- Vygotsky, LS (1978). *La mente en la sociedad: el desarrollo de procesos psicológicos superiores*. Prensa de la Universidad de Harvard.

Anexo

Anexo A. Instrumento de recolección de datos

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL “GERVASIO RUBIO”
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

PROTOCOLO DE VALIDACIÓN DE JUICIO POR LOS EXPERTOS

Rubio, octubre de 2025

Dr. (a)

Daysi Ramírez

Presente.

Por medio de la presente me dirijo a usted, con la finalidad de solicitar su valiosa colaboración en la validación/valoración del contenido del instrumento que se aplicarán para la recolección de información en el desarrollo de la tesis doctoral que lleva por Título: **La resolución de problemas matemáticos desde la aplicación del método de Pólya en educación secundaria.** investigación en desarrollo como requisito exigido, para optar al Título de Doctor en Educación de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Sugerimos, para valorar cada uno de los ítems de los instrumentos presentados, los siguientes criterios: (a) **Adecuación** del ítem con la dimensión y el indicador (c) **Relevancia** con la intención investigativa (c) **Claridad**, y, cualquier otro que usted tenga a bien utilizar

De antemano gracias por su colaboración

Atentamente,

María Crucely Salazar

Anexo:

Cuadro Datos del Experto

Resumen

Objetivos de la investigación

Matriz inicial de categorías

Instrumento tipo guion de entrevista dirigido a docentes

Instrumento tipo guion de entrevista dirigido a estudiantes

Constancia de validación/valoración (sugerida)

Datos del Experto

Apellidos: Ramírez Peñalver
Nombres: Daysi Magalli
Número de cédula de identidad: V.10161373
Institución donde trabaja: UPEL
Profesión: Docente
Número móvil de contacto: 0424 7720721
Correo electrónico: dmramiupel@gmail.com
Título de Pregrado: Licenciada en Educación
Universidad: UCAT
Año: 1993
Título de Postgrado (Especialización o Maestría): Magister en Tecnología Educativa
Universidad: UNEFA
Año: 2015
Título de Postgrado (Doctorado): Doctorado en Educación
Universidad: UPEL
Año: 2017
Otros datos que desee incluir:



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL “GERVASIO RUBIO”
DOCTORADO EN EDUCACIÓN



RESUMEN

El presente estudio se fundamenta en la necesidad de comprender de manera profunda y significativa cómo se desarrolla la resolución de problemas matemáticos desde el método de Pólya en la educación secundaria. La investigación busca generar constructos teóricos sobre este proceso y se enmarcará en un enfoque cualitativo, guiado por el paradigma interpretativo y el método fenomenológico, que permitirá interpretar las experiencias subjetivas y los significados que los participantes atribuyen al fenómeno de estudio. Como técnica principal para la recolección de información se empleará la entrevista semiestructurada, apoyada en un guion que posibilitará un diálogo abierto y flexible. Los informantes clave serán tres docentes de matemáticas con trayectoria en los grados superiores y dos estudiantes de décimo u once, cuya participación permitirá recoger una visión enriquecida del proceso de enseñanza-aprendizaje desde distintas perspectivas. El rigor científico de la investigación se garantizará mediante criterios de credibilidad, transferibilidad, confirmabilidad y consistencia, asegurando así la solidez y validez de los hallazgos obtenidos. La interpretación de la información se realizará a través de un análisis fenomenológico, que permitirá identificar y desarrollar categorías teóricas emergentes directamente de las experiencias y percepciones de los docentes y estudiantes involucrados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Descriptor: Resolución de problemas, Método de Pólya, Educación matemática, Investigación cualitativa.

OBJETIVOS DEL ESTUDIO

Objetivo General

Generar constructos teóricos para la resolución de problemas matemáticos desde el método de Pólya en educación secundaria en la institución educativa Eduardo Santos de Neiva Colombia.

Objetivos Específicos

1. Identificar desde la concepción de los actores educativos el proceso para resolución de problemas matemáticos en educación secundaria.
2. Describir los métodos de enseñanza empleados por los docentes para la resolución de problemas matemáticos en la educación secundaria.
3. Interpretar desde los aportes del método de Pólya los procesos involucrados para la resolución de problemas matemáticos contextualizados en estudiantes de educación secundaria.
4. Conformar elementos teóricos que fundamenten la aplicación del método de Pólya en la resolución de problemas matemáticos en la educación secundaria de la Institución Educativa Eduardo Santos de Neiva.

Relación objetivos de la investigación/ítems de la entrevista semiestructurada

MATRIZ INICIAL

Objetivo general: Generar constructos teóricos para la resolución de problemas matemáticos desde el método de Pólya en educación secundaria en la institución educativa Eduardo Santos de Neiva Colombia.				
Objetivo	Categoría	Subcategoría	Preguntas docentes	Preguntas estudiantes
1. Identificar desde la concepción de los actores educativos el proceso para la resolución de problemas matemáticos en educación secundaria.	Concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos	- Comprensión del proceso de resolución- Importancia de la resolución de problemas en el aprendizaje	1. Desde su percepción ¿qué entiende ud por resolución de problemas matemáticos? 2. Puede explicar usted cual es el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en la formación de sus estudiantes? 3. ¿Qué dificultades identifica con mayor frecuencia en sus estudiantes al resolver problemas matemáticos? 4. ¿Qué aspectos considera fundamentales	1. ¿Qué entiendes por resolver un problema matemático? 2. Puedes explicar desde tu percepción ¿cuál es la utilidad de resolver problemas matemáticos? 3. Puedes explicar ¿cuáles son las dificultades que se te presentan al resolver problemas matemáticos? 4. ¿Qué recomendaciones darías a tus profesores para solventar las dificultades

			para fortalecer la competencia de resolución de problemas en el aula?	mencionadas al resolver problemas matemáticos?
2. Describir los métodos de enseñanza empleados por los docentes para la resolución de problemas matemáticos en la educación secundaria.	Estrategias didácticas y metodológicas	- Recursos pedagógicos empleados- Enfoques y procedimientos de enseñanza	5. ¿Qué estrategias utiliza para guiar a sus estudiantes en la resolución de problemas matemáticos? 6. ¿Qué recursos o herramientas pedagógicas emplea en sus clases durante el proceso de resolución de problemas matemáticos? 7. ¿Cómo promueve la participación activa y el trabajo colaborativo durante la resolución de problemas? 8. En la planeación de las clases en las que se involucra la resolución de problemas matemáticos ¿Cuáles son los aspectos en los que hace énfasis para fortalecer esta habilidad?	5. ¿Qué actividades realiza tu profesor para ayudarte a resolver problemas matemáticos? 6. ¿Qué herramientas o materiales se utilizan en clase cuando trabajan en la resolución de problemas matemáticos? 7. ¿Cómo evalúan tus profesores de matemática la resolución de problemas? 8. ¿En qué aspectos hacen énfasis los docentes durante las clases que involucren la resolución de problemas matemáticos?

3. Interpretar desde los aportes del método de Pólya los procesos involucrados para la resolución de problemas matemáticos contextualizados en estudiantes de educación secundaria.	Aplicación del método de Pólya en contextos escolares	- Etapas del método de Pólya- Transferencia y contextualización del conocimiento	9. ¿Cómo integra las etapas del método de Pólya (comprensión, planificación, ejecución y revisión) en sus clases de matemáticas? 10. ¿De qué manera promueve la aplicación del método de Pólya en situaciones reales o contextualizadas dentro del contexto escolar? Puede dar ejemplos	9. ¿Reconoces los pasos que sigues para resolver un problema matemático? 10. ¿Has aplicado lo aprendido en clase para resolver problemas de la vida cotidiana? Puedes dar ejemplos
--	---	--	--	---

GUIÓN DE ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA DIRIGIDA A DOCENTES

Preguntas para docentes

1. Desde su percepción, ¿qué entiende usted por resolución de problemas matemáticos?
2. ¿Puede explicar cuál es el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en la formación de sus estudiantes?
3. ¿Qué dificultades identifica con mayor frecuencia en sus estudiantes al resolver problemas matemáticos?
4. ¿Qué aspectos considera fundamentales para fortalecer la competencia de resolución de problemas en el aula?
5. ¿Qué estrategias utiliza para guiar a sus estudiantes en la resolución de problemas matemáticos?
6. ¿Qué recursos o herramientas pedagógicas emplea en sus clases durante el proceso de resolución de problemas matemáticos?

7. ¿Cómo promueve la participación activa y el trabajo colaborativo durante la resolución de problemas?
8. En la planeación de las clases en las que se involucra la resolución de problemas matemáticos, ¿cuáles son los aspectos en los que hace énfasis para fortalecer esta habilidad?
9. ¿Cómo integra las etapas del método de Pólya (comprensión, planificación, ejecución y revisión) en sus clases de matemáticas?
10. ¿De qué manera promueve la aplicación del método de Pólya en situaciones reales o contextualizadas dentro del contexto escolar? Puede dar ejemplos.

GUIÓN DE ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA DIRIGIDA A ESTUDIANTES

Preguntas para estudiantes

1. ¿Qué entiendes por resolver un problema matemático?
2. Puedes explicar, desde tu percepción, ¿cuál es la utilidad de resolver problemas matemáticos?
3. ¿Cuáles son las dificultades que se te presentan al resolver problemas matemáticos?
4. ¿Qué recomendaciones darías a tus profesores para solventar las dificultades mencionadas al resolver problemas matemáticos?
5. ¿Qué actividades realiza tu profesor para ayudarte a resolver problemas matemáticos?
6. ¿Qué herramientas o materiales se utilizan en clase cuando trabajan en la resolución de problemas matemáticos?
7. ¿Cómo evalúan tus profesores de matemáticas la resolución de problemas?
8. ¿En qué aspectos hacen énfasis los docentes durante las clases que involucran la resolución de problemas matemáticos?
9. ¿Reconoces los pasos que sigues para resolver un problema matemático?
10. ¿Has aplicado lo aprendido en clase para resolver problemas de la vida cotidiana? Puedes dar ejemplos.

INSTRUMENTO PARA LA VALORACIÓN DEL GUIÓN DE ENTREVISTA (DOCENTE)

ITEM	CRITERIOS					OBSERVACIÓN
	E	B	M	X	C	
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

E= Excelente / B= Bueno / M= Mejorar / X= Eliminar / C= Cambiar

Sugerencias: En la matriz fueron dadas las recomendaciones para mejorar la redacción de las preguntas, además se incorporaron otras preguntas adicionales

Nombre del Validador	Especialidad	Firma
Daysi Magalli Ramírez Peñalver	Doctor en Educación	

E= Excelente / B= Bueno / M= Mejorar / X= Eliminar / C= Cambiar

**INSTRUMENTO PARA LA VALORACIÓN DEL GUIÓN DE ENTREVISTA
(ESTUDIANTES)**

ITEM	CRITERIOS					OBSERVACIÓN
	E	B	M	X	C	
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						

Sugerencias:

Nombre del Validador	Especialidad	Firma

Anexo B. Respuestas de las entrevistas

Entrevista a informantes clave

1. Desde su percepción, ¿qué entiende usted por resolución de problemas matemáticos?

- DM1: Soy consciente de que la resolución de problemas matemáticos ha de ser mucho más para mí que el simple hecho de encontrar la respuesta agradable. Es un proceso que comporta un conjunto de fases cognitivas, en el que los estudiantes han de ser capaces de entender completamente el problema formulado, los datos necesarios, los pasos que han de seguir para la solución del problema, así como identificar la estrategia matemática que ha de utilizar, dependiendo de la clase de problema, bien en forma de métodos algebraicos o geométricos o lógicos... Es importante que los estudiantes hayan de ser capaces de enfrentarse a problemas complejos y de aprender a producir y a generar el problema correcto, teniendo también en cuenta que no todos los problemas tienen que tener una solución simple o rápida. Este proceso hace que no solo estén preparados para las matemáticas, también para la vida cotidiana, tanto en lo que respecta a problemas cotidianos que son igualmente complicados y poseen varias dimensiones.

- DM2: Para mí la resolución de problemas matemáticos es no solo una habilidad que se "apoya" claramente en los conocimientos matemáticos específicos que los alumnos tienen que haber adquirido previamente, sino también una habilidad cognitiva más compleja (que exige también la aplicación de otro tipo de habilidades que están más allá de los conocimientos matemáticos específicos a utilizar). No es simplemente aplicar de memoria fórmulas matemáticas, sino comprender de qué va el problema y tener en mente cómo podemos llevar a cabo un plan. En este sentido, la resolución de problemas trabaja la flexibilidad de las habilidades cognitivas (al tener que adaptarse a distintos tipos de situaciones y poder elegir los recursos más adecuados). Organización de actividades para la resolución de problemas matemáticos

- DM3: La resolución de problemas matemáticos es un proceso de exploración. No se trata de memorizar procedimientos o fórmulas, sino de evitar los errores típicos de los estudiantes al reconocer que la ventaja de este tipo de problemas es que se le

enseña a los alumnos a pensar matemáticamente. La capacidad de resolver problemas incluye saber cómo interpretar un enunciado típico, saber qué datos son relevantes, elaborar un plan de resolución para concluir, atenerse a las decisiones que se van tomando y ejecutarlo de manera lógica. Lo importante es que lo que los alumnos deben buscar no es la respuesta en sí, sino ejercitar habilidades de razonamiento y reflexión crítica de la propia marcha que está siguiendo el proceso que sigue; habilidad que es útil en matemáticas y en la vida diaria, dado que muchos de los problemas que nos encontramos incumben plantear la posibilidad de abordarlas con un razonamiento parecido: analizar, planear, llevar a cabo y revisar. Con este planteamiento, habrá compañeros que aprenden a ser más autónomos, a aplicar lo que saben en situaciones nuevas.

2. ¿Puede explicar cuál es el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas en la formación de sus estudiantes?

- DM1: La consecución de la capacidad de resolver problemas de mis alumnos no es casual sino que es gradual. En las primeras instancias, problemas más sencillos para desarrollar la confianza en las propias habilidades. Estos problemas son muy estructurados, porque tienen un claro camino hacia una solución. En la medida en que avanza la formación de los alumnos, aparecen problemas de mayor dificultad que requieren la utilización de muchos conceptos y estrategias matemáticas. Este enfoque les permite ir constituyendo la competencia de resolver problemas, de manera que podrán abordar problemas incluso de mayor dificultad. También realizo problemas que son problemáticas de la vida real y ayudarán a los alumnos a entender que los problemas matemáticos son útiles y que pueden hacer uso de las matemáticas para resolver situaciones de la vida cotidiana. En este sentido, yo pienso que la práctica continuada, en combinación con la evaluación acerca del proceso y acerca de los fallos cometidos, es fundamental para que el alumnado desarrolle auténticamente una habilidad de resolución de problemas.

- DM2: En mi manera de concebirlo, el desarrollo de la habilidad resolución de problemas empieza desde el instante en el que los estudiantes aprenden a descomponer un problema en partes más manejables. Inicialmente, les enseño a

identificar los elementos o dígitos del problema y a realizar estrategias de solución paso a paso; de primeras, los problemas son más básicos y el alumnado puede recurrir a procedimientos estándar, pero más adelante, se les presentan problemas que requieren una mayor abstracción y un enfoque más flexible. En tales circunstancias, los estudiantes han de ser capaces de elegir la estrategia más apropiada en función de las características de cada situación, lo cual supone un ejercicio reflexivo continuo sobre su propio proceso de pensamiento. En este sentido, desarrollar la metacognición es fundamental: los estudiantes han de ser conscientes de lo que están haciendo, de por qué lo hacen y de la manera de mejorar su planteamiento. Por otro lado, los problemas que les propongo están orientados para fomentar la resolución cooperativa, lo que contribuye a ir imbuyéndose de la validez de otras maneras de proceder y, por tanto, a aprender de sus compañeros.

- DM3: en mi modo de ver, el desarrollo de la habilidad para resolver situaciones-problema es un proceso sin fin, un proceso que requiere también de la práctica y de la reflexión. Se inicia con problemas sencillos y alcanzables, que permiten a los estudiantes hacerse a la idea del proceso de resolución. De modo que, conforme van cogiendo soltura, esos problemas se hacen más complejos (exigen la utilización de conceptos y de técnicas de anteriores clases), pero, al mismo tiempo, intento que sean sensibles ante la idea de que cada problema tiene sus propias peculiaridades y que no hay formas únicas (ni formulaciones) de resolverla. Aquello les permite sentir la necesidad de ser creativos, de probar diferentes planteamientos. La clave está en la perseverancia: el estudiante tiene que aprender que no debe rendirse ante el minúsculo obstáculo e intentar seguir siempre el camino hasta que encuentre la solución. Asimismo, intento que tengan presente la importancia de revisar y reflexionar sobre la solución obtenida, ya que el proceso de aprendizaje es un proceso común, constante e implacable, de rectificación y hechura de habilidades con el paso del tiempo a través de sus errores.

3. ¿Qué dificultades identifica con mayor frecuencia en sus estudiantes al resolver problemas matemáticos?

- DM1: Una de las dificultades que puedo observar en el caso de algunos estudiantes es que no comprenden el enunciado del problema. En la mayor parte de ocasiones, los estudiantes se ven perdidos cuando intentan interpretar lo que les están pidiendo, especialmente cuando el problema se enuncia de una forma complicada o incluye términos matemáticos que no acaban de dominar. Además, algunos de los estudiantes tienen dificultades para identificar qué estrategias o conceptos utilizar en estos casos, ya que se preocupan más en la solución rápida de los problemas que en los procedimientos para llegar a la resolución. También me doy cuenta de que muchos se frustran cuando el problema no se resuelve de forma rápida o no tienen claro si lo hay, lo que también puede generar ansiedad matemática. Por último, en ocasiones los alumnos no contrastan sus respuestas, lo que puede llevarles a cometer errores que podrían evitarse con una revisión más cuidadosa.

- DM2: En mi experiencia, la mayor dificultad que presenta mis alumnos es la falta de perseverancia ante problemas largos o complejos; muchos de ellos se perciben asaltados por problemas frustrantes (cuando no tienen los datos suficientes) y prefieren abandonar la tarea antes de intentar diferentes alternativas. Esta actitud solía ir acompañada de una falta de autoeficacia en sus propias capacidades matemáticas. También he notado que algunos alumnos no saben organizar su pensamiento de manera lógica y estructurada, lo que complica la resolución eficaz de problemas matemáticos. En ocasiones se centran en lograr el resultado correcto, abandonando el intentar reflexionar sobre el proceso que están empleando. También los estudiantes suelen encontrar dificultades en resolver problemas que necesitan más de un paso o que requieren de estrategias diferentes a las tradicionales; no están acostumbrados a pensar de manera flexible.

- DM3: Los alumnos que atienden suelen tener dificultades vinculadas a la organización de sus pensamientos y con la estrategia adecuada que deberían seguir. A veces se sienten frustrados con los problemas matemáticos, bien porque son largos o bien porque son complejos y con ello decaen rápidamente en la tarea. También muchos alumnos presentan dificultades en aplicar con eficacia los conceptos matemáticos que ya dominan. En ocasiones los alumnos se aferran a una única estrategia a pesar de no ser la adecuada, lo que les limita ante la búsqueda de

soluciones alternativas. Esta escasez de flexibilidad podría vincularse con una base conceptual inadecuada o con la falta de práctica en problemas que supongan un reto para su creatividad. Finalmente, la ansiedad generada por el miedo a errar nos proporciona una barrera considerable que interfiere en el rendimiento de los alumnos en solución de problemas.

4. ¿Qué aspectos considera fundamentales para fortalecer la competencia de resolución de problemas en el aula?

- DM1: Para conseguir que la competencia de resolver problemas en el aula se potencie, es necesario que los alumnos comprendan la necesidad de cada uno de los pasos del proceso de resolución. Implica ayudarlos a descomponer el problema complejo en partes que puedan manejar por separado, para que así puedan identificar con claridad lo que deben hacer en cada momento. También es importante que los problemas que se les presenten estén contextualizados para responder con la realidad, hay que darles a conocer que la matemática es útil para las actividades diarias de la vida de los alumnos. Me parece importante fomentar una cultura de la perseverancia y el error como parte del aprendizaje, así como la necesidad de la reflexión constante sobre el proceso de resolución, y las retroalimentaciones. Por último, desde mi perspectiva, es indispensable que los estudiantes dispongan de espacio para colaborar, intercambiar estrategias y aprender unos de otros, dado que el aprendizaje social en el aula favorece considerablemente su comprensión y permite que puedan encarar los problemas desde distintas ópticas.

- DM2: Para mí, un punto importante es trabajar la mentalidad de crecimiento que deben tener los estudiantes, lo que implica hacerles ver que la capacidad para resolver problemas matemáticos no es innata, sino que puede desarrollarse con práctica y esfuerzo. Para conseguirlo, los problemas deben ser diversos y los estudiantes han de tener posibilidades de enfrentarse a problemas de distintos tipos y niveles de dificultad. Además, las estrategias de metacognición son muy necesarias, los alumnos han de tener independencia para el auto-análisis de su propio proceso de resolución así como también tener conciencia de las estrategias que son puestas en marcha. Otra de las estrategias que considero importante es la de fomentar la cooperación entre los alumnos, el trabajo de los alumnos en grupo les permite llegar

a discutir y contrastar diferentes maneras de resolver un problema lo que, resulta enriquecedor. Y en última instancia pienso que el uso de tecnologías y de instrumentos que permiten la visualización de los problemas matemáticos y su interacción con los conceptos matemáticos puede ser muy beneficioso de cara al fortalecimiento de esta competencia.

- DM3: Pienso que para poder fortalecer la competencia en la resolución de problemas es básico hacer que los alumnos sean conscientes de la importancia del proceso y no sólo del resultado. Para ello, insisto, la reflexión y la puesta en análisis en cada una de las etapas de la propia resolución es importante. Asimismo, los problemas han de ser formulados de una manera que supongan un interés para los alumnos y estos serán problemas que estén vinculados con situaciones que tengan que ver con su experiencia personal en la vida real y que les permita relacionar los conceptos matemáticos que se trabaja con los de su entorno. Otra de las cosas sobre las que tengo que incidir para poder promover bien esta competencia es la autonomía de los alumnos, esto es un aspecto que tiene mucha relación con la autoestima de los alumnos por la necesidad de que aprendan a enfrentarse a los problemas de manera autónoma sin recurrir a la ayuda externa y que ha de promover la autoconfianza y la seguridad sobre sus propias posibilidades matemáticas. Si se dan estas condiciones yo suelo utilizar recursos visuales y manipulativos que permitirán también la comprensión y ayudar al alumno a visualizar las relaciones, las similitudes que existen entre los problemas matemáticos.

5. ¿Qué estrategias utiliza para guiar a sus estudiantes en la resolución de problemas matemáticos?

- DM1: Una de las estrategias que utilizo frecuentemente y que mis alumnos conocen y las practican habitualmente es la de descomponer o dividir el problema en partes más pequeñas y asequibles, lo cual, por un lado, hace que los alumnos se sientan menos agobiados y, por otro, contribuye a que tengan más confianza en su capacidad para resolver nuevas situaciones y adquirir nuevos aprendizajes. También uso la técnica de argumentar o externalizar el proceso de razonamiento mediante el método del "pensar en voz alta" o la habilidad de los estudiantes para verbalizar su pensamiento durante la resolución del problema; con

esto, no sólo se ayuda a los estudiantes a organizar sus ideas acerca del problema, sino que también permite "poder realizar un diagnóstico", es decir, llevar a la superficie problemas o dificultades de razonamiento que de otro modo serían invisibles.

Igualmente les enseño a los alumnos a que puedan identificar patrones dentro de los problemas, lo cual les ayuda a encontrar estrategias operativas aplicables a otros problemas matemáticos. De hecho, suelo plantear preguntas que los inviten a reflexionar acerca del proceso seguido y a justificar cada uno de los pasos que dan, lo que contribuye a estructurar una buena comprensión y a evitar errores típicos en la resolución de tareas.

- DM2: Con el objetivo de ayudar a mis estudiantes, utilizo una combinación de estrategias que les permitan tomar decisiones e incluso pensar de manera crítica. Una de las estrategias que utilizo es la del "torbellino de ideas", que consiste en que los estudiantes, antes de resolver el problema, proponen diferentes formas de resolverlo. En este sentido, lo que se pretende con esta estrategia es dar la oportunidad a los estudiantes para que exploren diferentes maneras de poder resolver un problema, potenciando así su creatividad y su flexibilidad de pensamiento. Les planteo igualmente preguntas abiertas que les ayuden a reflexionar sobre las estrategias que están utilizando a la vez que les invito a cambiar de perspectiva. También cuento con ejemplos de problemas para mostrar la manera de aplicar de forma estructurada el enfoque y cómo conocer las estrategias que pueden adaptarse mejor a los distintos contextos. Por último, me gusta que los alumnos trabajen en grupo, ya que esto les da la oportunidad de compartir sus enfoques, discutir sus razonamientos y aprender a partir de los métodos de sus compañeros.

- DM3: Una de mis principales estrategias es motivar a los alumnos para que realicen una planificación previa a resolver el problema. Esto les permite tener claridad sobre los pasos a seguir y qué herramientas o conceptos van a necesitar; eso, en primer lugar. También intento enseñarlos a no correr, sino a tomarse el tiempo necesario para detenerse en cada paso, para buscar errores, alternativas, etc. Utilizo las herramientas visuales como: el diagrama, la tabla, la práctica del mapa conceptual para que los alumnos puedan organizar su información de forma clara y estructurada. También intento motivarlos a trabajar en grupos pequeños, pues eso les permite

intercambiar un sinfín de ideas y enfoques, lo cual muchas veces permite que los alumnos lleguen a una mejor comprensión del problema. Les hago preguntas que les permiten reflexionar sobre su proceso, a saber: “¿Por qué has elegido este método?” o “¿Qué harías si este enfoque no funciona?”. Así, los alumnos aprenden a ser críticos de su propio trabajo y permiten ajustar su estrategia si fuera necesario.

6. ¿Qué recursos o herramientas pedagógicas emplea en sus clases durante el proceso de resolución de problemas matemáticos?

- DM1: En mis lecciones, por lo general, tiendo a utilizar una diversidad de recursos que facilitan la comprensión de los conceptos matemáticos. Utilizo recursos manipulativos como bloques de álgebra y regletas de Cuisinare, que permiten a los alumnos comprobar y trabajar con los conceptos matemáticos de forma más concreta. Hago también uso de herramientas digitales como simuladores matemáticos y aplicaciones que propician visualizar los problemas de forma gráfica, lo que permite que los alumnos vean la conexión que existe entre todos los componentes. Además, dispongo de una colección de libros y problemas contextualizados que están preparados para interrelacionar las matemáticas con situaciones de la vida cotidiana. Estos recursos no solo permiten a los alumnos poder entender mejor los problemas propuestos, sino que, además, los hace más dinámicos y atractivos.
- DM2: Utilizo distintas herramientas pedagógicas que contribuyen a la resolución de problemas. La aplicación matemática online es la que más utilizo, pues permite que el alumno practique a través de un recurso interactivo y, además, permite obtener una retroalimentación instantánea. También empleo pizarras digitales y herramientas para hacer presentaciones que ayudan a representar los problemas y las soluciones. Más, utilizo juegos matemáticos y actividades de carácter lúdico que permiten al alumnado aprender de manera más divertida y menos académica. Estas actividades refuerzan los conceptos matemáticos y, al mismo tiempo, potencian la colaboración y la creatividad. A veces, incluso, incorporo elementos de programación sencilla para que los alumnos puedan representar cómo se pueden aplicar las matemáticas a otros campos de estudio, como, por ejemplo, la informática.
- DM3: Dado que uno de los recursos más significativos para mí son los problemas matemáticos contextualizados y que muestran situaciones del tipo cotidiano

o profesional, los toques de estos problemas hacen que el alumnado pueda ver el cómo se expone el aprendizaje de las matemáticas en el mundo real y lo motivan a resolverlos. También empleo muchos tipos de representaciones: diagramas, tablas y gráficos, los cuales permiten organizar el aprender y procesar mejor la información dada. Otra de las actividades que realizamos y que ayudan al alumno a practicar problemas matemáticos en un entorno más flexible y accesible son las simulaciones digitales. Tales actividades permiten que los alumnos practiquen de forma autónoma y desarrollen habilidades para resolver problemas en diferentes situaciones contextuales.

7. ¿Cómo promueve la participación activa y el trabajo colaborativo durante la resolución de problemas?

- DM1: Con el propósito de estimular la participación activa y el trabajo en cooperación, suelo organizar a mis alumnos en pequeños grupos para que se ayuden a resolver problemas. Los grupos permiten a los estudiantes exponer sus ideas, discutir diferentes maneras de abordar el problema y aprender unos de otros. En estas situaciones, trato de que todo el mundo participe activamente, pues cada uno de los miembros del grupo debe dar su razonamiento y explicar cómo ha llegado a su solución. Además, intento que los alumnos colaboren, no solamente para resolver un problema, sino también cuando evalúan y reflexionan sobre las soluciones que han encontrado. Asimismo, utilizo el aprendizaje basado en proyectos, donde los alumnos trabajan en grupos para resolver problemas más complejos en base a situaciones reales. Estas modalidades acompañan a los alumnos en un aprendizaje más profundo y, al mismo tiempo, favorecen el desarrollo de determinadas habilidades de comunicación y trabajo en equipo.

- DM2. En mi forma de entender el aprendizaje, la participación activa y el trabajo colaborativo son situados en un primer lugar. A menudo asigno actividades de resolución de problemas colaborativas, procurando que los alumnos trabajen juntos. Los organizo en grupos heterogéneos para poder compartir distintas perspectivas y estrategias. A lo largo de la resolución del problema, los alumnos deben hablar entre ellos y explicar su manera de resolverlo. Incluso organizo grupos con un cierto tipo de roles que favorecen la implicación de los alumnos (extrayendo la expresión de que los alumnos sólo estén presentes en clase) y, a la vez, procurando de que no se

produzcan los típicos dominadores de turno durante las actividades en grupo. Hago uso de las herramientas tecnológicas tipo "las plataformas", donde los alumnos pueden compartir ideas y trabajar en la resolución de los problemas incluso fuera del aula. De este modo, los alumnos aprenden a valorar la colaboración y la discusión como parte del proceso de la resolución de los problemas.

- DM3. De cara a fomentar la participación de los estudiantes, a menudo busco la posibilidad de que se encuentren cómodos para poder expresar sus ideas y preguntar las de sus compañeros. Con frecuencia asigno actividades donde los estudiantes deben resolver un problema en parejas o pequeños grupos, donde al final tienen que explicar la solución a toda la clase. A la hora de explicar la solución, todos los miembros tienen que explicitar el proceso de resolución con el nivel de detalle que esté justificado. Los estudiantes aprenden para participar, pero también para escuchar y poder valorar las ideas de los compañeros. Frecuentemente pongo a la práctica la estrategia del "aprendizaje cooperativo basado en debates", donde los estudiantes deben defender determinadas propuestas de soluciones y, a la vez, ir poniendo distintas propuestas de soluciones en común, intercambiar ideas o reflexionar críticamente.

8. En la planeación de las clases en las que se involucra la resolución de problemas matemáticos, ¿cuáles son los aspectos en los que hace énfasis para fortalecer esta habilidad?

- DM1. En la preparación de las clases, una de las partes en la que más incido es la conexión de los problemas con situaciones cotidianas y de la vida real. Así, por un lado, se muestra el interés de los estudiantes y, por otro, se pone de manifiesto la utilidad de lo que están aprendiendo. A su vez, trato de introducir problemas de diferentes rangos de dificultad con el fin que los alumnos vayan desde el rango más sencillo a los problemas más complejos, todo ello en función del avance en el aprendizaje. También es importante el enfoque a la reflexión a posteriori de la resolución, en la que los alumnos tienen que compartir su proceso de razonamiento, discutir sus errores y aprender de sus errores. Por otro lado, destaco la importancia de desempeñar otros aspectos necesarios para poder afrontar las dificultades que presentan algunos problemas: perseverar. Obviamente, se hace necesario realizar un

esfuerzo que se extiende a la hora de resolver determinados problemas, y eso requiere un aprendizaje por parte de los estudiantes.

- DM2: Al preparar mis sesiones, enfatizo la pluralidad de problemas que presento a los alumnos; los problemas han de ser plurales mediante el enfoque que propongo o mediante su nivel de complejidad, porque he considerado que el hecho de trabajar con problemas plurales -como la pluralidad de problemas que se proponen- es necesario para que los estudiantes acaben entendiendo las técnicas de forma cabal; pero además propongo actividades para el desarrollo de la metacognición. El hecho de tener que reflexionar los estudiantes sobre cómo han ido resolviendo el problema les hace ser conscientes del enfoque que han seguido a la hora de resolverlo y de las dificultades que pueden mejorar en el futuro para afrontar ese tipo de problemas. También es esencial para mí que el alumnado pueda trabajar de forma individual, pero también de forma colaborativa y en grupo para poder promover el desarrollo de habilidades para la autonomía y para el trabajo en equipo. Por último, yo intento incluir problemas que enlazan la Matemática con las otras áreas de conocimiento o también con situaciones de la vida real para que los estudiantes vean que lo que se pone en práctica también tiene su aplicación práctica en su vida cotidiana.

- DM3: En la planificación de mis clases, siempre valoro ofrecer problemas que sirvan para cumplir con el currículo, pero que a la vez sean interesantes y representen un desafío para los estudiantes; siendo esto importante, los problemas tienen que despertar la curiosidad y tener el deseo de encontrar sus soluciones. En la ejecución, es prioritario que también los estudiantes aprendan a organizar su propio pensamiento siguiendo un proceso lógico, que va de la identificación del problema correspondiente, a la solución final. A la hora de trabajar en la capacidad para resolver problemas, yo intento desarrollar tareas que favorecen el pensamiento crítico y la creatividad, animando a los estudiantes a buscar múltiples alternativas de solución para un mismo problema. También es importante para mí que los estudiantes entren en la práctica de la revisión de la solución que han encontrado, pues el proceso de verificación es un aspecto fundamental para que aprendan a detectar errores y a tratar de mejorar sus procedimientos.

9. ¿Cómo integra las etapas del método de Pólya (comprensión, planificación, ejecución y revisión) en sus clases de matemáticas?

- DM1: En mi propia experiencia como docente, el método de Pólya es un recurso imprescindible para seguir la resolución de los problemas. En la fase de comprensión; estudiaremos en primer lugar la forma en la cual aseguro un correcto entendimiento del enunciado del problema haciendo explícito qué me piden así como qué datos son relevantes. En la fase de elaboración de la estrategia, los estudiantes mismos tendrán que pensar sobre cómo pueden comenzar a resolver la situación problema, pensando en estrategias que se pueden aplicar. En la fase de aplicar; los estudiantes se dedican a realizar el trabajo por sí mismos y oponiendo o esperarles para la revisión del proceso. Por último, en la fase de revisar, los estudiantes han reflexionado sobre su propia solución y pueden valorar si el resultado tiene sentido o no y si es necesario corregir errores en la aplicación de la estrategia. Este ciclo refuerza la necesidad de meditar cada paso y no sólo el resultado final.

- DM2: Yo incluyo las fases del método de Pólya en mis clases de modo formal; a la altura de la fase de comprensión, siempre que empiezo, lo hago asegurándome de que los alumnos comprendan bien el problema. Les hago preguntas específicas para que identifiquen los datos y el objetivo. Luego, a la altura de la planificación, los alumnos deben pensar en qué estrategias matemáticas podrían llevar a cabo, y trato de guiarlos a través de la discusión de grupo para que todos los enfoques puedan llegar a ser considerados. A la altura de la ejecución, les doy tiempo para que ellos resuelvan el problema, pero siempre les animo para que sean minuciosos en cada paso sin apresurarse. Y la fase de revisión es hecha en clase y con nosotros discutiendo las soluciones que se iban teniendo y haciendo reflexiones sobre los procesos seguidos. Este método les enseña a rigORIZAR y a reflexionar en su trabajo.

- DM3: El método de Pólya es una herramienta muy poderosa que utilizo en mi aula para guiar a los alumnos en la resolución de problemas. En la fase de comprensión, los alumnos analizan a fondo el problema para identificar la información que les parece relevante y lo que se les solicita. Luego, en la planificación, les hago reflexionar sobre qué estrategias matemáticas podrían llevar a cabo, y en clase

comentamos distintas posibilidades. La etapa de ejecución es la fase que los alumnos tienen en la que resuelven el problema por sí mismos, pero bajo mi supervisión para comprobar que están aplicando las estrategias adecuadamente. En la fase de revisión, los alumnos deben comprobar si su solución es correcta y si el proceso seguido ha sido el correcto, fomentando de esta forma el pensamiento crítico y la habilidad para autoevaluarse.

10. ¿De qué manera promueve la aplicación del método de Pólya en situaciones reales o contextualizadas dentro del contexto escolar? Puede dar ejemplos.

- DM1: Para utilizar el procedimiento de Pólya en situaciones reales, intento utilizar problemas que se adecuen a la vida cotidiana o a problemáticas que puedan tener los alumnos en su día a día. Por ejemplo, les hago llegar a delinear problemas sobre planificación de un evento escolar, como puede ser el cálculo de los recursos para una actividad o la organización de tareas dependiendo del tiempo. En el desarrollo de estas actividades prácticas, utilizan los pasos del procedimiento de Pólya para entender el problema, planificar cómo resolverlo, la ejecución del mismo y la revisión de las soluciones. La idea no es únicamente implantar una técnica de resolución de problemas, sino que a su vez los conecta con el contexto escolar y su entorno social.
- DM2: Promuevo la utilización del procedimiento de Pólya a partir de problemas contextualizados en la vida cotidiana que pueden resultar significativos para los alumnos. Por ejemplo, les hago elaborar problemas que impliquen el cálculo de presupuestos para eventos escolares o la estimación de materiales para proyectos colaborativos. Estos problemas van a permitirles poner en práctica los pasos de comprensión, planificación, operación y revisión en situaciones que les resultan anecdóticas y significativas. Esta forma de llevar a cabo problemas de la vida cotidiana hace que puedan ver que la matemática no es solo un conocimiento abstracto, sino que también puede servirles para enfrentar problemas de la vida y tomar decisiones informadas.
- DM3: Yo trato de aplicar el método de Pólya en situaciones reales que puedan encontrar los alumnos en su vida escolar y en su comunidad. Un ejemplo será cuando les pido que resuelvan problemas relacionados con la logística de un evento

escolar, como puede ser determinar cuántos materiales se necesitan para llevar a cabo diferentes actividades o cómo organizar el tiempo para poder llevar a cabo todas las tareas. En el desarrollo de estos ejercicios, los alumnos llevan a cabo las fases del método Pólya en la resolución de problemas; aplicar estructuras de aprendizaje derivadas del método de Pólya permite a los alumnos aprender cómo ir aplicando matemáticas en situaciones concretas.

1. ¿Qué entiendes por resolver un problema matemático?

- EST1: Para mí, resolver problemas matemáticos es hallar una manera de obtener la solución correcta con los datos del que se parte. Lo primero que tengo que hacer es leer el enunciado del problema un par de veces con el fin de asegurarme de que sé lo que se me pide. Después, intento clasificar los datos de manera clara y busco la estrategia que me permita resolverlo, si puede ser aplicando alguna fórmula que ya conozco o utilizando algún método que he aprendido. No siempre me resulta fácil, pero cuando resuelvo un problema, me doy cuenta de que hay que ser ordenado y meticuloso en cada uno de los pasos que realizo. Al final, también tengo que revisar si todo tiene sentido, de tal manera que me doy cuenta de si mi solución es correcta. En consecuencia, creo que resolver un problema no es sólo hallar la respuesta, sino que también consiste en asegurarse de que el procedimiento ha sido correcto y se ha entendido bien.

- EST2: Para mí, resolver un problema matemático constituye un reto. Se trata de descomponer el problema en partes más pequeñas y poder comprenderlo paso a paso. Primeramente, leo el enunciado y busco posibles informaciones importantes. Luego, pienso en qué fórmulas o conceptos puedo poner en práctica para llegar a concluir el problema. En algunas ocasiones, los problemas son largos o difíciles, lo cual me requiere un poco más de tiempo, pero trato de no precipitarme. Lo que más me interesa de todo esto es tener claro qué se me está pidiendo y con qué datos cuento, porque eso es lo que puede ayudarme a pensar sobre la mejor manera de resolver el problema. También me doy cuenta de que resolver problemas matemáticos también me ayuda a mejorar mi capacidad para la toma de decisiones y también pensar de forma lógica.

2. ¿Puedes explicar, desde tu percepción, ¿cuál es la utilidad de resolver problemas matemáticos?

- EST1: Para mí, resolver problemas matemáticos es muy útil; no solo me da la oportunidad de aprender matemáticas, sino que también me enseña a pensar de forma lógica y estructurada, ya que, muchas veces, los problemas no tienen una solución fácil, evidente o inmediata y esto me obliga a resistir y a buscar hasta dar con el enfoque adecuado; las habilidades que voy desarrollando al resolver problemas, por otro lado, las voy utilizando en la vida cotidiana, como cuando tengo que hacer cálculos de dinero o de tiempo para saber cuánto necesito invertir de un lugar a otro. A veces parece que en nuestro día a día no nos damos cuenta de que las matemáticas forman parte de muchas decisiones a tomar, por ejemplo, a la hora de organizar un evento, o cuando tengo que dividir algo entre varias personas. Por eso, aunque creo que a veces es difícil, sé que es una habilidad muy importante para mi vida futura.

- EST2: Yo creo que resolver problemas matemáticos tiene muchas utilidades porque, en primer lugar, me ayuda a organizar mi mente y a pensar lógicamente; en segundo lugar, hay muchas matemáticas fuera de la clase que no nos damos cuenta que son matemáticas. Para mí, por ejemplo, administrar mi dinero o saber cuánto necesito invertir en mis actividades es muy importante; en tercer lugar, las matemáticas me muestran la importancia de no rendirme rapidísimo. Si no lo entiendo a la primera, trato de seguir buscando la forma de resolverlo; esto me ha ayudado a aprender a ser paciente y a buscar distintas soluciones a la hora de afrontar un reto del día a día. A modo de conclusión, creo que las habilidades que voy desarrollando con las matemáticas me ayudarán en mi futuro, porque muchas carreras requieren de estas habilidades.

3. ¿Cuáles son las dificultades que se te presentan al resolver problemas matemáticos?

- EST1: En ocasiones, la mayor dificultad que tengo es comprender qué es exactamente lo que me están preguntando en el problema. En muchas ocasiones, el planteamiento contiene palabras o frases que no entiendo muy bien, y eso me lleva a

perder un tiempo precioso intentando descifrar lo que tengo que hacer. También me resulta difícil organizar la información que me facilitan en el problema, y más todavía cuando son muchos los datos que contienen. Cuando se trata de problemas que tienen más de un paso, tengo un cierto agobio porque no sé exactamente cuál es el orden que tengo que seguir para hacer las cosas. Además, me pasa que cuando tengo delante un problema que es muy difícil para mí, o bien me siento frustrado por ello, o bien me cuesta contenerme para seguir haciendo cosas sobre él.

- EST2: Lo que más me ha costado siempre es conseguir resolver un problema cuando tiene más de un paso o cuando no se trata de un problema que tenga solución inmediata. En esos casos, soy incapaz de dar el primer paso porque me veo perdido. A veces, también tengo cierta dificultad para hacer uso de todas las fórmulas o saber cuál de ellas es la que tiene que ir aplicada en cada caso. Otro problema es cuando el planteamiento es muy extenso o tiene muchos datos. A veces, me olvido de algún dato que es importante, o me confundo entre tanta información. Y también me pasa que cuando resulta que algo no me sale bien a la primera, me siento frustrado y eso me hace perder la motivación para intentar de nuevo.

4. ¿Qué recomendaciones darías a tus profesores para solventar las dificultades mencionadas al resolver problemas matemáticos?

- EST1: A mí me gustaría que los profesores, cuando nos enseñan a resolver problemas, nos explicaran cómo hacerlo con más ejemplos en la propia clase. Los enunciados son tan complicados que, a veces, me encuentro perdido, y, por lo tanto, ver un ejemplo bien resuelto, o varios, me van muy bien para poder entender cómo resolver un problema. Me gustaría, además, que en la propia clase nos dedicaran más tiempo a la práctica para que tuviéramos tiempo para resolver problemas con el profesor al lado cuando tenemos dudas. Además, me gustaría que nos ayudaran a comprender mejor el lenguaje matemático que, a veces, nos resulta críptico, para no perder tiempo en la interpretación del problema.

- EST2: Creo que los profesores podrían ayudarnos a mejorar si nos dejan hacer más ejercicios prácticos en la clase. Por ejemplo, si nos dejaran hacer más problemas juntos en la clase, podría preguntarle en el caso de que no llegara a entender algo, y no sentir que tengo que resolverlo todo yo solo. Asimismo, me gustaría

que nos dieran más tiempo de clase para practicar, ya que a menudo acabo con una sensación de presión por el tiempo, y eso hace que no resuelva problemas como sé que lo debo hacer.

5. ¿Qué actividades realiza tu profesor para ayudarte a resolver problemas matemáticos?

- EST1: El profesor hace una serie de cosas para ayudarnos en la resolución de problemas. Primero, los conceptos nos los explica todo muy bien, dándonos ejemplos de cómo resolver problemas similares. Luego, nos deja tiempo para resolverlos, de forma autónoma, pero a su vez el profesor está ahí para hacer frente a las dudas que nos surjan. Asimismo, organiza actividades en grupo, en las que trabajamos conjuntamente para encontrar soluciones y compartir ideas. Me parece que esto es muy útil para aprender, dado que puedo ver cómo los otros resuelven un problema que yo llevo de una forma diferente.
- EST2: El profesor nos da una buena explicación antes de la resolución de los problemas. Algunas veces utiliza una pizarra y nos explica cómo resolver un problema, paso a paso. También tiene actividades que nos permiten practicar y resolver problemas parecidos, lo que me hace entender mejor cómo funcionan las fórmulas. Muchas veces hace que trabajemos en grupo, cosa que me gusta porque me permite poder compartir ideas y aprender de los otros. En el momento en que no entiendo algo, siempre está dispuesto a ayudarme y hacerme las explicaciones en una forma más comprensible.

6. ¿Qué herramientas o materiales se utilizan en clase cuando trabajan en la resolución de problemas matemáticos?

- EST1: En las clases, usamos un montón de materiales distintos. El profesor proporciona hojas de trabajo con problemas y a veces hacemos cálculos con calculadoras para que estos sean más rápidos. También usamos materiales manipulativos, por ejemplo, regletas para representar problemas de álgebra o geometría y, a veces, la pizarra digital o la computadora con programas interactivos

para practicar, lo que hace que el momento del aprendizaje sea divertido, ameno y visualmente rico.

- EST2: Usamos distintos materiales en clase como libros de texto y hojas de ejercicios que traen problemas que hay que resolver. Además, cuando los problemas son más complejos, usamos calculadoras y programas en la computadora para practicar y ver los problemas. En ocasiones, el profesor usa la pizarra digital para mostrar ejemplos y explicaciones. También usamos materiales manipulativos: por ejemplo, bloques de construcción para explicar algunos conceptos de geometría o álgebra.

7. ¿Cómo evalúan tus profesores de matemáticas la resolución de problemas?

- EST1: Principalmente, mis profesores nos evalúan a partir del proceso que seguimos para resolver los problemas, no tanto respecto a si nuestra respuesta es o no correcta. Para empezar, nos piden que comentar con claridad y precisión los pasos que seguimos para alcanzar la solución; eso me ayuda a pensar con más profundidad sobre lo que hice. También nos evalúan de acuerdo con la forma de organizar las ideas y si sabemos justificar la elección de las estrategias que utilizamos. Además, a veces nos hacen una serie de pruebas en las que una vez más no sólo tenemos que aplicar lo que sabemos, sino que también nos dan problemas similares pero que implican lo que hemos aprendido. Y, atención, siempre nos dan información sobre el rendimiento y los criterios con los que demostrar lo que hicimos bien, e incluso los detalles que podemos mejorar. De esa manera la evaluación no sólo valoriza la respuesta final también cómo pensamos y resolvemos los problemas de manera estructurada.

- EST2: Pienso que mis profesores evalúan el proceso, como también la respuesta final. Y que no sólo basta dar la respuesta correcta, sino que plantean un ejercicio en el que nos piden que expliquemos cómo hemos llegado a esa respuesta. O incluso se nos asignan ejercicios en los que se nos pide resolver varios problemas en una única clase, y a recorrer asistidamente con ellos. Yo soy muy aficionada porque así muchas veces puedo ver si he cometido algún tipo de error y aprender de ello. También

nos evalúan por las actividades de grupo, donde también nos piden que resolvamos problemas en grupo, y a veces nos cuentan las cantidades de ideas que aportamos y la cantidad de participación que tenemos en el grupo. El hecho es que siempre nos están dando información retroalimentaria que me ayuda a mejorar.

8. ¿En qué aspectos hacen énfasis los docentes durante las clases que involucran la resolución de problemas matemáticos?

- EST1: El profesorado siempre hace énfasis en que se debe intentar entender muy bien el problema antes de intentar resolverlo; insisten en el hecho de que no se trata solo de aplicar las fórmulas sino de comprender bien cuál es el planteamiento del problema y qué datos nos dan. También muestran mucho interés por la forma en que nos organizamos: nos enseñan a escribir de forma ordenada todos los pasos no solo para no perdernos, sino también para que podamos revisar a posteriori y ver si nos hemos equivocado. También nos invitan a pensar en varias estrategias y no solo en una porque, a veces, un mismo problema tiene varias formas de resolverse. Finalmente, suelen insistir mucho en la revisión, ya que se fijan en que aprendamos a comprobar las respuestas y a aprender de nuestros propios errores.

- EST2: Los profesores ponen énfasis en la importancia de entender bien el problema antes de intentar resolverlo. Nos dicen que primero hay que leer el enunciado al detalle, subrayar lo que nos parece más importante e intentar pensar de qué forma podemos averiguar la solución. También nos piden que expliquemos todos los pasos que damos al realizar el problema, para que no se nos olvide nada, podamos percatarnos de si, en algún momento, hemos cometido un error y nos ayude a comprobar que lo que surge lo hemos encontrado en el enunciado. Además, insisten en que debemos revisar la respuesta al final, para no dejar las cosas sin comprobar y asegurarnos de que todo esté correcto. También el profesorado pone de manifiesto la importancia de la paciencia, ya que unos problemas requieren tiempo y perseverancia.

9. ¿Reconoces los pasos que sigues para resolver un problema matemático?

- EST1: Por supuesto, cuando se me plantea un problema matemático, procuro seguir siempre el mismo tipo de pasos. En primer lugar, me leo el problema varias veces, hasta asegurarme de que entiendo bien lo que pido. En segundo lugar,

procuro localizar un tanto la información que se me da, como la información que me solicitan encontrar. En tercer lugar, me planteo fórmulas o estrategias a emplear, y visualmente comienzo a resolver los problemas paso a paso. En el desarrollo de la resolución del problema, estructuro los cálculos que voy realizando y me preocupo de que no me falte ningún aspecto importante. Por último, reviso si la respuesta me parece coherente y, en el caso de que no lo sea, codifico nuevamente el problema que he resuelto. Pero en todo caso, me esfuerzo en corroborar que todo esté bien clarito para dar por concluida la resolución de un problema.

- EST2: Sí que es cierto, reconozco los pasos que sigo para resolver un problema. Primordialmente, leo el enunciado de forma tranquila y subrayo lo que creo que es relevante. Después, me pregunto qué es lo que realmente tengo que encontrar y qué información tengo ya. Por último, decido qué tipo de fórmula o qué tipo de método voy a emplear. A lo largo de la resolución, trato de ir haciendo cada parte por orden, y en algunos casos uso diagramas o tablas para representar la información mejor. Por último, siempre reviso si la respuesta que puedo encontrar tiene sentido y si está bien. Si hay algo que no me cuadra, reviso lo hecho hasta ese momento para encontrar errores cometidos. Este proceso es de utilidad para que no me equivoco y para que pueda corroborar que he resuelto el problema.

10. ¿Has aplicado lo aprendido en clase para resolver problemas de la vida cotidiana? Puedes dar ejemplos.

- EST1: Sí, la mayoría de las veces sospecho qué debo hacer con lo que aprendí en clase para poder resolver problemas de la vida cotidiana; por ejemplo, cuando voy de compras algunas veces tengo que calcular cuánto me costarán varios productos en total o bien cuánto me devolverán de cambio si voy a pagar en billetes grandes. También he empleado las matemáticas para calcular el tiempo que me lleva llegar a la escuela o cuántas horas debo estudiar para un examen, dependiendo de cómo de tiempo tengo disponible. A veces tengo que calcular el tiempo que me lleva organizar un evento, utilizando allí lo que sé sobre proporciones y porcentajes para calcular cuántas personas caben en un espacio o cuántos materiales necesito. Entonces para mí las matemáticas son una buena manera de decidir mejor en la vida diaria.

- EST2: Sí, lo que aprendí en clase me ha servido para resolver varios problemas cotidianos; cuando voy a comprar algo, por ejemplo, calculo el precio total de varios productos y trato de ver si hay manera de economizar un poco si compro más de uno. También he aplicado lo que sé sobre medidas cuando ayudé a mi familia a decorar la casa, pues he tenido que calcular el área de las paredes para saber cuánta pintura necesitábamos. Por otro lado, cuando viajo trato de calcular el tiempo que me va a llevar llegar a un sitio haciendo uso de distancias y velocidades, el cual a veces me ha servido para poder calcular el tiempo que tengo y conseguir llegar yo solo a algún lugar. En cuanto a mí, aun cuando no me doy cuenta de ello, las matemáticas están siempre presentes en muchas decisiones diarias y me ayudaban a tomar decisiones más precisas.