

**REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO DE MARACAY
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



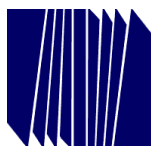
**MODELO PARA LA PLANEACIÓN DEL CONTENIDO USO DE LOS NÚMEROS
REALES EN DIFERENTES REPRESENTACIONES Y CONTEXTOS MEDIANTE UN
ANÁLISIS DIDÁCTICO.**

Tesis Presentada como requisito parcial para optar al Grado de Doctor en Educación Matemática.

Autor: Luz Yineth Rivera M.

Tutora: Dra. Enedina Rodríguez

Maracay, JULIO 2025



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO MARACAY
Doctorado en educación matemáticas.

Línea de investigación: Investigación en educación matemática



ACEPTACIÓN DEL TUTOR

Por medio de la presente hago constar que he leído el Trabajo de Grado (Tesis Doctoral), presentado (a) por el (la) ciudadano (a) Luz Yineth Rivera Marengo C.I pasaporte BF568206 para optar al grado de Doctor en matemáticas, cuyo título es: Modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante un análisis didáctico y considero que reúne los requisitos y méritos suficientes para su presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En la ciudad de Maracay, a los 14 días de mes de Julio de 2025.



Firma

Rodriguez Cortez Enedina Lady

C.I 4.722.880

DEDICATORIA

A mi esposo, por ser mi apoyo incondicional en cada etapa de este camino. Gracias por tu paciencia, tu fe en mí y por recordarme, incluso en los momentos más difíciles, que rendirse no era una opción. Tu compañía, tus palabras de ánimo y tu amor me sostuvieron cuando las fuerzas flaqueaban. Esta meta también es tuya.

A mis hijos, quienes son mi mayor fuente de inspiración. Su amor y sonrisas me impulsaron a seguir adelante cada día. Gracias por enseñarme con su inocencia y ternura que siempre vale la pena luchar por los sueños.

A mis padres, por su apoyo constante, sus enseñanzas y el ejemplo de esfuerzo y dedicación que han sido para mí. Su respaldo silencioso pero firme ha sido fundamental en mi formación personal y profesional. Gracias por creer en mí desde siempre.

A mi tutora, por acompañarme con firmeza y sensibilidad a lo largo de este proceso. Gracias por estar presente incluso en los momentos en que yo misma dudaba del camino. Tu guía sabia, tu paciencia constante y tu compromiso auténtico fueron fundamentales para seguir avanzando. Tus palabras de aliento, tus sugerencias valiosas y tu disposición incondicional marcaron la diferencia y permitieron que este trabajo pudiera culminar con éxito.

TABLA DE CONTENIDOS

TABLA DE CONTENIDOS	IV
LISTA DE TABLAS	XI
LISTA DE FIGURAS.....	XII
LISTA DE ANEXOS.....	XIII
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPITULO I.....	4
ACERCAMIENTO INICIAL	4
Objetivos	10
Objetivo general	10
Objetivos específicos	10
Justificación.....	11
CAPÍTULO II.....	14
PERSPECTIVAS TEÓRICAS Y ENFOQUES DE ANÁLISIS	14

Antecedentes y Fundamentos Teóricos	14
Antecedentes	20
Internacionales.....	21
Nacionales	28
Aspectos teóricos	36
Teorías de la educación	36
Planificación participativa en el diseño curricular	36
Planificación basada en proyectos y en problemas	37
Teorías Curriculares como base de la Planificación	39
Teorías Tradicionales (Curriculum como "cuerpo de conocimientos")	39
Teoría del aprendizaje significativo	40
Aprendizaje de conceptos.....	41
Aprendizaje de proposiciones	41
Aprendizaje situado	42
Teorías de la reconstrucción social: el currículo como agente de cambio	44
Antropología Didáctica	47

Teorías específicas de la educación matemática.....	50
Teoría de las situaciones didácticas.....	53
Análisis didáctico.....	57
Análisis Conceptual.	59
El análisis de contenido	59
El análisis cognitivo.....	60
Diseño Basado en la Investigación (Design-Based Research, DBR).....	62
Algunos principios que le dan forma al DBR:.....	64
Aspectos conceptuales	65
Planeación docente.....	65
Prácticas Pedagógicas del Docente.....	68
Planificación docente	70
La planificación racional-lineal o normativa en el diseño curricular	73
Planeación Estratégica.....	74
Números Reales	75
Marco Normativo	80

Plan decenal de educación 2016-2026.....	80
Estándares básicos de competencia	81
Constitución política de Colombia.....	82
CAPITULO III.....	85
UN ACERCAMIENTO METODOLOGICO A LA REALIDAD	85
Área de investigación	85
Naturaleza de la investigación	85
Paradigma.....	87
Método	87
Tipo de investigación.....	89
Escenario de la Investigación e Informantes Clave.....	89
Selección de los informantes	91
Criterios para la Selección de Informantes Clave	93
Técnicas e instrumentos de la recolección de datos	93
La entrevista	95
Observación de clases.....	96

Revisión documental como técnica e instrumento de análisis	97
Procedimiento	98
Análisis e interpretación de la información	100
Categorización	101
Triangulación.....	106
Fases de la Investigación y Articulación Teórica.....	107
Fase de Diagnóstico y Caracterización.....	108
Fase de Diseño del Modelo de planeación	108
Fase de Evaluación Preliminar	109
Enfoque epistemológico	109
Rigor metodológico	113
Auditabilidad	113
Confirmabilidad	113
Transferibilidad	114
Coherencia con el marco interpretativo	114
CAPÍTULO IV	116

HALLAZGOS Y RESULTADOS SIGNIFICATIVOS	116
Categorías y subcategorías abordadas en la entrevista	117
Caracterización de los contenidos conceptuales sobre números reales	119
Percepción de los docentes sobre los números reales	119
Relación entre la planificación curricular y el tratamiento de los números reales	121
Identificación de dificultades en los contenidos procedimentales	123
Principales obstáculos en la enseñanza de los números reales	123
Estrategias de planificación utilizadas por los docentes	124
CAPÍTULO V	131
HORIZONTES DE CONOCIMIENTO	131
CAPÍTULO VI	135
PROPUESTA DE UN MODELO EMERGENTE PARA LA PLANEACIÓN Y USO DE NÚMEROS REALES	135
Introducción	135
Propósitos del modelo de planeación	137
Fundamentación teórica del modelo de planeación	138

Presentación	140
Fase 1: Diagnóstico y caracterización	142
Fase 2: Diseño y elaboración de situaciones.....	144
Fase 3: Intervención y mediación	145
Fase 4: Evaluación e institucionalización.....	146
Fase 5: Retroalimentación y rediseño (DBR).....	148
Supuestos y proposiciones del modelo	150
Fundamentación Didáctica del Modelo	152
REFLEXIONES FINALES	155
Referencias	158
ANEXOS	168

LISTA DE TABLAS

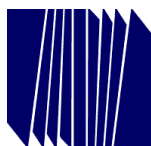
Tabla 1 Criterios para la Selección de Informantes Clave.....	93
Tabla 2 <i>Dimensiones definidas para orientar el proceso de categorización y subcategorización de la información obtenida a partir de las entrevistas aplicadas ...</i>	103
Tabla 3. <i>Categorización y subcategorización de la información obtenida para orientar el proceso del análisis de los resultados.....</i>	105
Tabla 4 <i>Categorías y subcategorías de análisis</i>	118
Tabla 5. <i>Conceptos clave sobre números reales identificados en la planeación curricular</i>	120
Tabla 6. <i>Estrategias de enseñanza para la conceptualización de los números reales</i>	122
Tabla 7. <i>Dificultades frecuentes en la enseñanza de los números reales.....</i>	123
Tabla 8. <i>Estrategias de planificación implementadas por los docentes</i>	126
Tabla 9. <i>Estructura del Modelo</i>	154

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Componentes matemáticos.....	8
<i>Figura 2.</i> Línea de tiempo de números reales.....	79
<i>Figura 3:</i> Matriz epistémica de la investigación.....	112
<i>Figura 4 .</i> Elementos de la fase 1 del modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante un análisis didáctico. Nota: elaboración propia.	143
<i>Figura 5:</i> Elementos de la fase 2 del modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante un análisis didáctico. Nota: elaboración propia.	145
<i>Figura 6:</i> Elementos de la fase 3 del modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante un análisis didáctico. Nota: elaboración propia.	146
<i>Figura 7.</i> Elementos de la fase 4 del modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante un análisis didáctico. Nota: elaboración propia.	148
<i>Figura 8:</i> Elementos de la fase 5 del modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante un análisis didáctico. Nota: elaboración propia.	149
<i>Figura 9.</i> Proceso de desarrollo educativo del modelo de planeación	152

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A: GUION DE ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA A LOS INFORMANTES CLAVES	169
ANEXO B. RESPUESTA DE ENTREVISTA	172
ANEXO C.: <i>PLANEACION PEDAGOGICA ANALIZADA</i>	176
ANEXO D: INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN DE CLASE	177
ANEXO E: EVIDENCIA FOTOGRAFICA DE LA ENTREVISTA	181



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO MARACAY



Doctorado en educación matemáticas.

Línea de investigación: Investigación en educación matemática

MODELO PARA LA PLANEACIÓN DEL CONTENIDO USO DE LOS NÚMEROS
REALES EN DIFERENTES REPRESENTACIONES Y CONTEXTOS MEDIANTE UN
ANÁLISIS DIDÁCTICO.

Autor: Luz Y. Rivera
Tutor: Enedina Rodríguez
Fecha: Julio 2025

RESUMEN

La presente investigación tuvo como propósito generar aportes teóricos que permitieran estructurar un modelo de planificación didáctica sobre el contenido “uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos”, fundamentado en un análisis didáctico riguroso, con el fin de transformar las prácticas docentes y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas. La indagación se sustentó teóricamente en la Teoría de las Situaciones Didácticas, la Teoría de las Representaciones Semióticas y la Teoría Antropológica de lo Didáctico, articuladas mediante el enfoque del Análisis Didáctico de Luis Rico, permitiendo develar obstáculos y limitaciones presentes en la planificación tradicional del contenido. Metodológicamente, se asumió un enfoque cualitativo, bajo el paradigma interpretativo. El escenario de investigación fue la Institución Educativa Técnica San Pablo de Polonuevo (Atlántico, Colombia), y los informantes clave fueron docentes de matemáticas de educación secundaria. La información se recolectó a través de entrevistas semiestructuradas, análisis documental y observación de clases, y fue tratada mediante categorización y reducción interpretativa. Los hallazgos revelaron debilidades en el uso de múltiples registros, escasa contextualización y una fuerte tendencia a la enseñanza procedimental del número real. Como resultado, se diseñó y valoró preliminarmente un modelo de planeación que permite al docente integrar representaciones y contextos diversos, favoreciendo una comprensión más profunda y significativa del objeto matemático. Esta tesis se enmarca en la línea de investigación “Educación Matemática” del Doctorado en Educación Matemática de la UPEL-Maracay.

Descriptores: análisis didáctico, números reales, planeación, representaciones, teoría antropológica.

INTRODUCCIÓN

Comprender de forma profunda los conceptos matemáticos, y además poder usarlos bien, sigue siendo una tarea complicada dentro de la enseñanza. Esta dificultad no surge de la nada, muchas veces se ve reforzada cuando ciertos contenidos —como los números reales— se presentan de manera separada, sin conexión clara con su riqueza expresiva ni con cómo podrían utilizarse en la vida cotidiana o en otras áreas. Justamente por eso, la forma en que se planea lo que se enseña no debería verse como un paso mecánico, sino como un proceso que invita a repensar desde marcos teóricos que ayuden a cambiar lo que ocurre en las aulas.

Ahora bien, dentro de la educación matemática, hay investigaciones que han puesto sobre la mesa algo que varios docentes ya sospechaban: muchas de las dificultades que enfrentan los estudiantes con los números reales se relacionan con el poco uso de diferentes formas de representación y con la falta de conexiones entre lo que se enseña y cómo se usa fuera del aula. En este punto, teorías como la de los registros semióticos de Duval, la de las situaciones didácticas de Brousseau y la antropológica de lo didáctico de Chevallard no solo ofrecen ideas, sino herramientas para pensar mejor qué pasa cuando se enseña y cuándo no se logra que el estudiante comprenda. Todas ellas insisten, de algún modo, en que los obstáculos no siempre vienen de los alumnos, sino también de la manera en que se construye el conocimiento y cómo se lo presenta.

Con base en lo anterior, esta investigación tuvo como propósito construir una forma de planear los contenidos matemáticos, más centrada en el trabajo con los números reales desde distintas maneras de mostrarlos y usarlos. Todo esto partiendo de un análisis didáctico serio. El trabajo fue llevado a cabo en la Institución Educativa

Técnica San Pablo, en Polonuevo (Atlántico, Colombia), y participaron docentes de secundaria que ya tenían cierta trayectoria en la enseñanza de esta área.

Para abordar esta meta, se optó por un camino metodológico de corte cualitativo, anclado en una mirada interpretativa y desde el método hermenéutico-dialéctico. La información se obtuvo a través de entrevistas semiestructuradas, revisión de documentos de planeación y observaciones a clases reales. Todo este material permitió tener una idea más clara de qué representaciones usan más los docentes, qué obstáculos encuentran los estudiantes al aprender y qué maneras de enseñar son las que más se repiten cuando se abordan los números reales.

Luego de analizar los datos —y tras un proceso de organización, clasificación y cruce de información— fue posible elaborar un modelo didáctico que busca ofrecer una alternativa frente a la manera en que comúnmente se planea el contenido. Esta propuesta no se queda en lo abstracto: incluye elementos clave como el uso de distintos tipos de representación, la conexión con situaciones cercanas a los estudiantes, la identificación de trabas en el aprendizaje y la figura del docente como quien piensa y diseña situaciones con sentido para quienes aprenden.

La estructura del documento sigue una secuencia que busca darle claridad al lector. El primer capítulo se dedica a mostrar el problema, los objetivos y razones del estudio, además de una descripción general del lugar donde se llevó a cabo. En el segundo se presentan las investigaciones previas y las bases teóricas que sostienen la propuesta, donde se mezclan ideas sobre cómo planear y teorías propias de la didáctica de las matemáticas. El tercero explica cómo fue el proceso metodológico, con criterios, instrumentos y modos de análisis. Ya en el cuarto capítulo se detallan los hallazgos del estudio, agrupados según distintas dimensiones y categorías. Por último, el quinto capítulo recoge el modelo diseñado, con sustento teórico y una primera valoración realizada por personas expertas, resaltando qué puede aportar a la labor docente actual.

El trabajo termina con algunas reflexiones del autor, donde se recogen tanto las ideas teóricas como las implicaciones prácticas que se derivan del modelo. También se incluye la lista de referencias usadas y una serie de anexos que dan cuenta del recorrido realizado. Todo esto se inscribe dentro de la línea de Educación Matemática del Doctorado ofrecido por la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL-Maracay).

CAPITULO I

ACERCAMIENTO INICIAL

En los procesos de enseñanza de las matemáticas, organizar el contenido no se limita solo a ordenar actividades; implica una tarea que requiere reflexión, y además, una comprensión más profunda de lo que realmente se está enseñando. En el caso de los números reales, no basta con explicar su definición formal. También es necesario tomar en cuenta sus distintas formas de representación, los distintos usos que pueden tener en la vida cotidiana y las maneras en que se pueden enseñar para que los estudiantes logren apropiarse de ese conocimiento. A la vez, planear con este propósito exige reconocer ciertos procesos mentales que se activan durante el aprendizaje, aunque muchas veces no se notan ni se trabajan directamente dentro del aula.

Ahora bien, si se observa el panorama actual en Colombia, se hace evidente que hay una dificultad en los aprendizajes matemáticos. Los datos proporcionados por ICFES (2023) mostraron que un alto porcentaje de estudiantes de noveno grado alrededor del 82 % se ubicó en los niveles más bajos (“Insuficiente” o “Mínimo”) dentro del área de matemáticas. Esta situación no es nueva. Desde hace varios años, los resultados de las pruebas Saber 11 también muestran una tendencia descendente. Entre 2015 y 2021, por ejemplo, el puntaje promedio cayó de 258,3 a 246,1. Es una disminución que, aunque puede parecer gradual, se ha mantenido en el tiempo. Lo preocupante es que esa tendencia no afecta a todos por igual: quienes provienen de sectores más vulnerables enfrentan mayores obstáculos, lo que termina ampliando aún más las desigualdades educativas.

A partir de estos resultados, lo que se revela no es solamente una baja puntuación, sino también una dificultad estructural para comprender de manera más profunda ciertos contenidos matemáticos. El caso de los números reales lo evidencia con claridad. Tal como lo plantea Duval (1993), el aprendizaje de un concepto matemático requiere que el estudiante sea capaz de transitar entre distintos registros de representación ya sean gráficos, verbales, simbólicos o numéricos sin perder la esencia del concepto en ese proceso. Cuando ese tránsito no ocurre, o se realiza de forma que no es correcta, la comprensión se fragmenta, y el aprendizaje se vuelve superficial. De ahí que los resultados bajos en las pruebas puedan estar reflejando, más que un olvido de fórmulas, una carencia en la comprensión estructural del objeto matemático en sí.

Los números reales son mucho más que una abstracción matemática; como plantea Dedekind (1872), son instrumentos fundamentales para formalizar la continuidad y permitir la representación precisa de fenómenos físicos y geométricos. En efecto, su uso abarca una amplia gama de contextos, desde las mediciones cotidianas hasta los complejos cálculos científicos y financieros.

En la vida diaria, los utilizamos para cuantificar prácticamente todo: el tiempo que tardamos en llegar a un destino, la temperatura de un día de verano, el precio de un producto o la cantidad de ingredientes en una receta. Cauchy (1821) ya mostraba cómo los números irracionales, en tanto límites de sucesiones racionales, permiten abordar situaciones cambiantes mediante aproximaciones constantes, lo que es especialmente útil para modelar procesos empíricos.

Más allá de lo cotidiano, los números reales son la columna vertebral de la ciencia, la tecnología y las finanzas. Según Richman (2008), su construcción desde una perspectiva intuicionista refuerza su papel como entidades que emergen de la experiencia gradual, lo cual los hace particularmente adecuados para describir fenómenos continuos y variables. En el campo de la geometría, nos permiten describir

coordenadas en un plano o calcular las dimensiones de figuras complejas. Asimismo, en el mundo financiero, los números reales son esenciales para calcular tasas de cambio, intereses y rendimientos de inversión, consolidando su función como lenguaje universal para comprender y operar en un mundo dinámico.

Es importante aclarar que dicha capacidad reflexiva es fundamental, pero muchas veces no se considera en la planificación curricular. En el caso de los números reales, esto equivale a comprender que $\sqrt{2}$, un valor decimal interminable aproximadamente igual a 1.414... y el punto correspondiente en la recta numérica son representaciones semióticas equivalentes del mismo objeto matemático.

En este orden de ideas en su investigación Guy Brousseau (1998), en su Teoría de las Situaciones Didácticas, resalta que el aprendizaje se construye a través de problemas que requieren argumentación, validación y reflexión por parte del estudiante. En el caso de los números reales, esto significa que los estudiantes deben enfrentarse a situaciones donde la necesidad de comprender conceptos como irracionalidad o continuidad surja desde la experiencia, y no únicamente a través de ejercicios repetitivos.

Así mismo, Yves Chevallard (1991), por su parte, introduce en la Teoría Antropológica de lo Didáctico el concepto de praxeología, que articula tareas, técnicas, tecnologías y teorías para la enseñanza de los números reales, esto implica diseñar secuencias didácticas donde el estudiante practique conversiones entre diferentes registros, resuelva problemas reales que requieran la comprensión de formularios numéricos como fracciones, decimales y radicales, e interprete estos números en contextos de medida o ciencia.

La realidad es que muchos docentes en Colombia no incluyen en su planificación conexiones entre estas representaciones y contextos. García y Vásquez (2021) encuentran que las prácticas de aula suelen centrarse en ejercicios

operacionales, sin articular el significado subyacente ni el contexto de aplicación, lo que limita la construcción de comprensión profunda

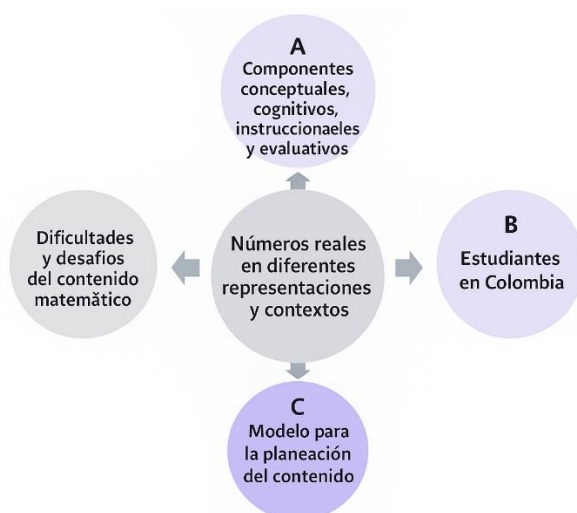
Aunque los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) promueven el uso de múltiples registros y contextos para enseñar los números reales, las estadísticas revelan que este enfoque no se ha traducido en resultados en el aula. La evidencia sugiere que existe una brecha entre los principios teóricos de la educación matemática y su adecuada implementación práctica lo que implica que es necesario resaltar que los números reales no solo son esenciales para el currículo escolar, sino también para la vida cotidiana y el acceso a la educación superior. Su enseñanza debe ir más allá de los procedimientos mecánicos y situarse en problemas reales y significativos para los estudiantes. (Godino et al., 2011). Esta visión exige una planeación que contemple no solo el “qué” enseñar, sino también el “cómo”, el “por qué” y el “para qué”, con base en referentes didácticos sólidos y adaptados a las necesidades del entorno.

Sin embargo, estudios recientes (Gómez, 2020; Castañeda & Barona, 2019) han señalado que muchos docentes aún planifican sus clases de forma mecánica, sin integrar de manera consciente las representaciones múltiples ni analizar a fondo los saberes previos, errores comunes o dificultades cognitivas asociadas al aprendizaje de los números reales. Esta carencia se traduce en prácticas poco contextualizadas, centradas en el algoritmo y no en la comprensión profunda del contenido, reproduciendo así los bajos resultados de aprendizaje que reflejan las evaluaciones nacionales.

Desde el punto de vista del análisis didáctico, la identificación de los elementos estructurales del contenido permite anticipar posibles errores, secuencias de enseñanza más eficaces y criterios de evaluación pertinentes. Al abordar los números reales bajo este enfoque, se pueden construir itinerarios de aprendizaje que favorezcan una progresión conceptual desde lo concreto hasta lo abstracto, respetando la diversidad cognitiva del estudiantado y fortaleciendo su autonomía matemática (Rico,

2009). Visto desde diferentes puntos de vista, el planteamiento del problema de la presente investigación se puede afirmar que, aunque los maestros reflexionen sobre sus prácticas pedagógicas, los resultados obtenidos por sus estudiantes en las evaluaciones internas como externas del área de matemáticas no son los esperados. Por ello, se plantea estudiar al objeto matemático desde las perspectivas las cuales se plantean en el siguiente gráfico.

FIGURA 1. COMPONENTES MATEMÁTICOS



Nota. Elaboración propia.

En efectos, los números reales constituyen una estructura matemática compleja que abarca subconjuntos como los racionales, irracionales, enteros y naturales. Su comprensión implica transitar entre diferentes representaciones: simbólicas, gráficas, decimales, fraccionarias, geométricas, y situacionales o contextuales (Duval, 2006). En este sentido, la habilidad de operar, comparar, estimar e interpretar estos números en distintos registros y contextos representa un reto didáctico. El desconocimiento o el tratamiento superficial de estas representaciones dificulta el desarrollo de competencias que permitan a los estudiantes transferir lo aprendido a situaciones reales.

Ante esta situación, es importante diseñar un modelo de planificación del contenido. Este modelo debe permitir a los docentes transformar la planificación desde una ejecución meramente operativa hacia una práctica reflexiva, estructurada y fundamentada en bases conceptuales sólidas.

Se pretende que dicho modelo permita descomponer los números reales en sus componentes fundamentales: representaciones numéricas, gráficas y simbólicas; contextos de uso como medida, ciencia y finanzas; procesos cognitivos como la conversión entre registros semióticos; y obstáculos epistémicos frecuentes, como el tratamiento de irracionales. De esta forma, los docentes podrán planificar experiencias de aprendizaje coherentes con los principios de Duval (1993), Brousseau (1998) y Chevallard (1991), y diseñar actividades que aviven procesos de argumentación, exploración y validación de conocimientos.

Además, este modelo pretende aportar valor metodológico, ya que, al proporcionar instrumentos de análisis didáctico, rúbricas y criterios de seguimiento, se facilitará el estudio sistemático de la planificación y su impacto en el aprendizaje. Del mismo modo, se espera que esta herramienta sirva como base para futuros estudios de intervención educativa en matemáticas.

En síntesis, la problemática evidenciada por los resultados de las pruebas Saber junto con el análisis de expertos en educación matemática revela un déficit significativo en la enseñanza y comprensión de los números reales en Colombia.

En correspondencia con el enfoque y los propósitos definidos, esta investigación formuló los siguientes interrogantes para guiar su desarrollo.

¿Cómo se manifiestan los contenidos conceptuales sobre los números reales y su aplicación en distintas representaciones y contextos en la planeación curricular realizada por los docentes durante el desarrollo del curso?

¿Qué dificultades enfrentan los docentes en el tratamiento de los contenidos procedimentales sobre los números reales al integrarlos en diversas representaciones y contextos dentro de sus planificaciones curriculares?

¿Qué estrategias de planificación emplean los docentes para abordar los contenidos procedimentales de los números reales y cómo articulan dichas estrategias con el uso de representaciones múltiples y contextos variados?

¿Qué componentes y criterios debe incluir un modelo de análisis didáctico que evalúe la planeación del contenido matemático relacionado con el uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos?

¿Cuál es la valoración preliminar de expertos respecto a la pertinencia, viabilidad y aplicabilidad del modelo propuesto para evaluar la planeación docente del contenido matemático sobre los números reales?

Objetivos

Objetivo general

Generar un modelo de planificación sobre el contenido matemático números reales y las diferentes representaciones mediante de un análisis didáctico para mejorar el proceso de enseñanza.

Objetivos específicos

- Caracterizar los contenidos conceptuales sobre números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos que tienen los docentes en la planeación curricular de los contenidos puestos en evidencia durante la administración del curso.
- Identificar las dificultades presentes en los contenidos procedimentales sobre números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos que tienen los docentes en la planeación curricular.

- Caracterizar las estrategias de planificación utilizadas por los docentes en los contenidos procedimentales de los números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos.
- Diseñar un modelo que permita evaluar la Planeación docente del contenido matemático uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante el análisis didáctico.
- Evaluar la pertinencia y viabilidad preliminar del modelo de planificación propuesto, mediante juicio de expertos.

Justificación

Este trabajo se propone construir una forma de planificar la enseñanza en los números reales, pero no desde una sola mirada, sino considerando las distintas maneras en que estos aparecen, se representan y se usan. El interés surge, sobre todo, porque enseñar matemáticas en la escuela secundaria sigue siendo un proceso que necesita repensarse. En distintas investigaciones se ha mostrado que los estudiantes no logran apropiarse con claridad de conceptos como los racionales, los irracionales y los reales en general. Ese problema no está solo en la complejidad del contenido en sí, sino también en cómo se ha venido enseñando: muchas veces más preocupados porque se hagan cuentas que por comprender lo que se está haciendo. Entonces, este estudio busca abrir una alternativa que conecte la parte conceptual de los números reales con usos que tengan más cercanía con quienes están aprendiendo.

Siguiendo esa línea, se propone también una reflexión sobre cómo se está pensando la planificación desde el aula. A pesar de que existen modelos diversos, pocos logran conectar con fluidez lo que plantean los documentos curriculares, las teorías del aprendizaje y lo que pasa realmente con los estudiantes. Por eso, el modelo que se elabora aquí parte de un análisis didáctico apoyado en tres marcos conceptuales bien conocidos en el campo: la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1998), la de las Representaciones Semióticas de Duval (1993) y la

Antropológica de Chevallard (1991). Con base en ellos, se intenta ir más allá de cumplir con los requisitos mínimos y pensar en cómo lograr una comprensión más profunda de los conceptos. Esto implica no solo adaptar teorías ya existentes, sino también buscar nuevas formas de aplicarlas a las clases de matemáticas.

Lo que se propone no queda encerrado en un ejercicio teórico, ya que apunta a las distintas formas como se aborda en el aula clase. En muchos espacios educativos, los docentes se enfrentan a la dificultad constante de que sus estudiantes no logran entender cómo funciona el sistema de los números reales. Más que resolver operaciones, lo que se espera es que haya una comprensión más clara de lo que está detrás de cada procedimiento. Por eso, contar con una guía que les permita a los docentes ordenar mejor los contenidos, identificar con mayor precisión las trabas que surgen y diseñar maneras de superarlas, resulta clave. Se trata de ofrecer herramientas reales para la planeación, pensadas desde lo que pasa en el día a día escolar.

Además de su aporte técnico, el modelo tiene una proyección que va más allá de lo académico. Mejorar la enseñanza de los números reales no es solo una cuestión de subir puntajes. También se trata de favorecer el desarrollo de formas de pensar que luego se trasladan a otros espacios, como la toma de decisiones, la resolución de problemas cotidianos o el análisis de datos que circulan en la vida diaria. En ese sentido, ofrecer mejores oportunidades para aprender matemáticas puede ayudar a cerrar diferencias importantes entre grupos sociales que no siempre tienen acceso a las mismas condiciones educativas. Los beneficiarios de este trabajo pueden ser variados: desde docentes que están en ejercicio hasta formadores de futuros maestros, instituciones que diseñan programas escolares y estudiantes que enfrentan diariamente estas dificultades.

Por otro lado, lo que se plantea aquí no queda en el diseño del modelo como tal. También se proponen acciones prácticas para resolver problemas concretos que ya

han sido identificados. Así, lo que se construye no está pensado como un documento que se queda en lo teórico, sino como un instrumento que puede ayudar a transformar lo que se hace en la clase de matemáticas. Con su aplicación, se busca que la manera de organizar, ejecutar y evaluar las secuencias didácticas gane en claridad, adaptándose a distintos tipos de instituciones, sin perder de vista la diversidad de realidades que tiene el país en su sistema educativo.

En lo metodológico, el estudio también abre caminos útiles. Parte de su desarrollo se enfoca en la creación de instrumentos que ayuden a observar con más detalle cómo se está enseñando actualmente, qué estrategias se usan y qué papel juegan las distintas representaciones de los números reales en ese proceso. Con herramientas como matrices, rúbricas o guías de observación, se espera no solo entender mejor lo que ocurre, sino dejar insumos que puedan retomarse en futuras investigaciones, adaptarse o incluso mejorar con base en nuevos hallazgos.

La investigación busca aportar de forma concreta a lo que se hace en la enseñanza de las matemáticas, tratando de construir un puente entre lo teórico y lo práctico. Al proponer una manera distinta de planificar lo relacionado con los números reales, lo que se espera es ayudar a mejorar tanto el aprendizaje de los estudiantes como la labor docente. Con todo, se espera que el modelo contribuya a una enseñanza más crítica y reflexiva, capaz de responder mejor a lo que requiere la educación matemática en el presente.

CAPÍTULO II

PERSPECTIVAS TEÓRICAS Y ENFOQUES DE ANÁLISIS

Antecedentes y Fundamentos Teóricos

El desarrollo de esta sección responde a la necesidad de establecer un marco de referencia sólido para el análisis y construcción del modelo de planeación del contenido relacionado con los números reales, sus representaciones y sus aplicaciones en diversos contextos. Para ello, se revisan investigaciones previas que han abordado estos elementos desde la didáctica de la matemática, así como teorías generales de planificación pedagógica, aportes específicos de la educación matemática y fundamentos conceptuales sobre los números reales y su enseñanza. Finalmente, se consideran lineamientos legales y curriculares que orientan el quehacer educativo en el país, lo cual contribuye a consolidar el respaldo normativo y epistemológico de la propuesta. Por lo tanto, a continuación se realizará una revisión internacional y nacional de antecedentes que contribuyan a la presente investigación

Revisión de investigaciones previas

Distintos trabajos coinciden en que los números reales siguen siendo una dificultad persistente en los niveles básicos y medios de educación. Aunque se han hecho avances, todavía resulta común encontrar estudiantes que no logran apropiarse bien de sus propiedades ni de las múltiples formas en que estos números pueden expresarse. En estudios desarrollados fuera del país, como los de Ball, Thames y Phelps (2008), se señala con claridad que la calidad en la enseñanza de la matemática está muy vinculada al dominio que tengan los docentes, no solo del contenido, sino también de cómo se enseña. Esto último cobra especial relevancia al abordar temas abstractos.

A su vez, en América Latina, algunos investigadores como Godino, Batanero y Font (2017) han insistido en la importancia de los sistemas de representación. Para ellos, enseñar matemáticas no se limita a números en el papel: hay que considerar los símbolos, los gráficos y cómo se conectan entre sí. En esa dirección, el trabajo con registros variados permitiría una comprensión más sólida por parte de los estudiantes, algo que aún no se ve de forma generalizada en las prácticas docentes.

En Colombia también hay antecedentes que vale la pena considerar. Varias investigaciones recientes dan cuenta de los tropiezos que tienen los estudiantes al pasar de una forma de representación a otra. Se menciona especialmente el paso entre fracciones, decimales periódicos e irracionales. Arbeláez (2014), por ejemplo, analizó las prácticas docentes y concluyó que, en muchos casos, las estrategias empleadas no permiten establecer relaciones claras entre lo que se explica y lo que el estudiante podría aplicar. Parte del problema, según se interpreta, tiene que ver con modelos de enseñanza que no vinculan lo abstracto con situaciones más cercanas al estudiante.

En medio de estos hallazgos, el análisis didáctico que plantea Rico (2013) aparece como una herramienta valiosa para revisar el contenido desde una óptica más pedagógica. Aunque ha sido usado en distintas investigaciones, su adopción como base para estructurar modelos de planificación no ha sido tan extendida como podría esperarse. Esto lleva a considerar la necesidad de una propuesta que logre poner en diálogo teoría, experiencia del docente y ajustes a lo que se espera enseñar, especialmente en lo referente a los números reales.

Así mismo se destacan los fundamentos de la planificación pedagógica dentro del campo pedagógico, pensar cómo se organiza lo que se enseña sigue siendo un asunto clave. No se trata solo de tener un orden, sino de planear con un propósito claro, que esté conectado con lo que se quiere lograr en el aula. Una de las maneras más conocidas de hacerlo ha sido a través de la planificación racional-lineal. Esta se basa en tener objetivos claros desde el inicio, para luego organizar los pasos de forma

secuencial. Aunque ha sido criticada por su rigidez, lo cierto es que permite estructurar con claridad los procesos educativos, y eso puede ser útil, sobre todo cuando se busca seguir lineamientos más formales (Tyler, 1949).

Por otro lado, hay quienes proponen formas de planear que sean más abiertas a lo que ocurre en el día a día escolar. La llamada planificación estratégica parte de esa idea: aceptar que las condiciones cambian y que los planes deben ajustarse. Según esta mirada, pensar a corto, mediano y largo plazo requiere también que el docente tenga margen para adaptarse, para hacer ajustes cuando las circunstancias lo exijan (Mintzberg, 1994).

Además, en los últimos años, ha ido tomando fuerza un tipo de planificación que involucra más directamente a los estudiantes. Se trata de una propuesta participativa, en la que el docente no actúa como único responsable de decidir qué y cómo se enseña. González y colaboradores (2017) explican que al incluir a los estudiantes y a otros actores de la escuela, se favorece un aprendizaje que los involucra más, que permite construir de forma colectiva.

De manera similar, la planificación por proyectos también intenta romper con la enseñanza tradicional. En este caso, lo que se plantea es que el aprendizaje parta de situaciones reales o ficticias, pero que demanden una respuesta que obligue a pensar, resolver, aplicar lo aprendido. De acuerdo con Blumenfeld et al. (1991), esta manera de trabajar no solo promueve la movilización de saberes, sino que mejora el compromiso de los estudiantes cuando encuentran que lo que aprenden les sirve en espacios concretos.

Sumando a lo expuesto, desde la mirada curricular, planear no es un acto neutro. Está atado a una visión de lo que se espera de la educación. Algunas teorías, más clásicas, consideran que el currículo debe transmitir de forma ordenada un conjunto de saberes. Pero otras, como las de orientación social, apuestan por que el

conocimiento sirva para transformar realidades. En esa línea, Apple (2004) sostiene que el currículo puede ser una herramienta para formar ciudadanos críticos. Por otro lado, Ausubel (2002) recuerda que si lo que se enseña no conecta con lo que el estudiante ya sabe, difícilmente va a lograr un aprendizaje duradero. Por eso, integrar el contenido nuevo con conocimientos previos —de forma no forzada— puede marcar una diferencia importante en el proceso de aprendizaje.

En lo que se refiere al campo de la educación matemática cuenta con teorías robustas que sirven de sustento a esta investigación. Entre ellas, una que ha sido especialmente influyente es la de las representaciones semióticas, propuesta por Raymond Duval (1993), quien sostiene que comprender las matemáticas pasa, en gran parte, por la capacidad de los estudiantes para usar distintos registros: el numérico, el gráfico, el algebraico y el verbal. Pero no basta con reconocerlos, lo crucial está en poder pasar de uno a otro, o sea, hacer conversiones. Justamente ahí se activa una comprensión más amplia, algo que resulta clave cuando se trata de los números reales y de la variedad de formas en que pueden representarse.

A su vez, no puede dejarse por fuera el aporte que hace la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau (1998). Este autor introduce la idea de que el conocimiento surge cuando se plantea un problema que obliga al alumno a actuar: anticipar, decidir, justificar. Todo dentro de lo que él llama el contrato didáctico, que no siempre se explicita, pero que regula lo que se espera de cada parte en el proceso de enseñanza. Por otro lado, Yves Chevallard (1991) aporta desde la teoría antropológica de lo didáctico, donde el interés está en cómo se organiza el saber dentro de la escuela. Él propone analizar las llamadas praxeologías, es decir, cómo se entrelazan tareas, técnicas, explicaciones y teorías dentro de una práctica.

Tomando en conjunto estas propuestas, se puede contar con un marco fuerte para pensar qué ocurre cuando se enseña y se aprende matemáticas. No se trata solo del contenido como tal, sino también de cómo se vive y se estructura dentro del aula.

Por eso, el modelo de planeación que aquí se propone busca tener en cuenta no solo lo que se enseña, sino también cómo se enseña, desde qué estructuras se construye ese conocimiento, y con qué herramientas se vuelve accesible a quienes aprenden.

Por otro lado, en esta investigación, el análisis didáctico desarrollado por Luis Rico (2013) ocupa un lugar central. Esta herramienta permite descomponer el contenido matemático en partes más manejables para el trabajo docente. Su interés principal está en examinar el objeto matemático desde distintos ángulos: cómo fue construido, cómo puede representarse, cómo se usa y qué obstáculos suelen aparecer cuando se enseña. Esta forma de analizar se conecta con una mirada por competencias, en tanto busca que el conocimiento no quede aislado, sino que se ponga en juego en situaciones reales o también simuladas, pero que exijan un esfuerzo cognitivo.

Respecto al contenido que se aborda, los números reales incluyen tanto los racionales como los irracionales, formando un conjunto que permite representar todas las cantidades posibles de manera continua en la recta numérica. Lo que garantiza esta continuidad es su propiedad de completitud, lo cual los hace fundamentales cuando se trata de modelar fenómenos que requieren medir, estimar o representar variaciones (Stewart, 2015). Desde la enseñanza, estos números suelen aparecer luego de haber trabajado con otros conjuntos, y por lo general se explican resaltando ciertas propiedades básicas: conmutatividad, asociatividad, distributividad, existencia de neutros, inversos y la propiedad de orden. Todo esto es lo que permite establecer relaciones entre operaciones y cantidades, dando lugar a una comprensión más articulada del sistema numérico.

Desde esta perspectiva la enseñanza de los números reales, no se enfoca solamente con que el estudiante sepa operar o reconocer ciertos símbolos; también necesita poder moverse entre las distintas formas que estos números pueden adoptar. Ya Duval (1993) señalaba que este paso de un registro a otro no es un detalle menor,

sino más bien un punto delicado, uno que suele dificultar la comprensión. Por eso, la habilidad para manejar ese cambio —lo que él llama competencia semiótica— no debería dejarse al azar, sino trabajarse desde el momento en que se piensa la clase. En consecuencia, conviene incluir distintas formas de expresión: decimales, fracciones, raíces, fórmulas, gráficos o incluso explicaciones con palabras. De ese modo, el estudiante puede ver que, aunque se presenten de maneras distintas, en el fondo se trata del mismo número, con su estructura y sus propiedades intactas.

Por otra parte, los contextos en los que se utilizan los números reales son fundamentales para dar sentido al aprendizaje. Rico (1997) señala que el contenido matemático adquiere valor cuando se vincula con fenómenos observables o situaciones de la vida cotidiana. Estos contextos pueden ser de naturaleza diversa: en la medida, por ejemplo, se usan para calcular longitudes, áreas, volúmenes, temperaturas o cantidades monetarias. En la proporcionalidad, aparecen en porcentajes, tasas y escalas; en el ámbito financiero, permiten entender inversiones, préstamos e impuestos. En las ciencias, los números reales modelan resultados experimentales y constantes físicas; mientras que, en la vida cotidiana, se aplican en recetas, planificación de recorridos o análisis de datos sociales.

Integrar estos contextos en la planeación no solo favorece la comprensión del contenido, sino que prepara al estudiante para resolver problemas reales, desarrollar pensamiento crítico y aplicar las matemáticas más allá del aula.

Asimismo, es importante resaltar que el diseño del modelo de planeación se enmarca en los lineamientos establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, particularmente en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), que plantean la necesidad de fortalecer el razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación matemática. Estos estándares proponen que el aprendizaje de los números reales no se limite a su dominio algorítmico, sino que esté orientado a su comprensión conceptual y aplicación funcional.

Finalmente se encuentran los lineamientos establecidos, por el Plan Nacional Decenal de Educación 2016-2026 hace un llamado a transformar la educación desde una perspectiva humanista, inclusiva y con énfasis en el desarrollo de competencias científicas. En ese marco, la presente investigación responde a la necesidad de generar herramientas didácticas que permitan al docente planear con mayor precisión, contextualización y pertinencia.

Antecedentes

Esta investigación se sitúa dentro del campo de la educación matemática y tiene como propósito principal proponer un modelo que oriente la planificación del contenido vinculado con el trabajo sobre los números reales, particularmente cuando estos aparecen en distintas formas de representación. Lo que se busca no es solo organizar el contenido, sino hacerlo con base en referentes teóricos que permitan comprender mejor lo que ocurre cuando se enseña y se aprende. Entre ellos, se retoman el análisis didáctico y la teoría de las situaciones didácticas, que no solo guían la formulación del problema, sino también sirven para interpretar lo que se observa en las aulas.

Por eso, resulta importante revisar otros estudios previos. Aunque no todos abordan de forma directa el mismo tema de esta tesis, varios ofrecen pistas útiles para ampliar el marco conceptual y metodológico. En realidad, mirar esas investigaciones ayuda a entender mejor algunas dimensiones del problema, al mismo tiempo que permite fundamentar lo que aquí se propone. Además, en muchos casos, los antecedentes revelan ciertos patrones: dificultades que se repiten, soluciones que se ensayan, ideas que circulan entre docentes y teóricos que se enfrentan a problemas similares.

La elección de los trabajos revisados respondió a varios criterios: que fueran recientes —publicados en los últimos cinco años—, que estuvieran conectados de manera clara con los temas que trata esta investigación, y que compartieran cierta coherencia en cuanto a su base conceptual. Se consideraron experiencias de distintos

países, así como también estudios realizados en el ámbito nacional. Algunos tratan directamente la enseñanza de los números reales, otros se centran más en modelos didácticos, en maneras de planear o en cómo se usan las situaciones didácticas dentro del aula. En conjunto, esta revisión no solo da sustento al trabajo, sino que también permite ver con mayor claridad qué aspectos siguen poco explorados y qué aportes pueden hacerse para mejorar la forma en que se enseña matemáticas hoy.

Internacionales

Silva y Gómez (2021), en su estudio *Enseñanza de los números reales mediante contextos auténticos y registros múltiples*, llevado a cabo en el Instituto Tecnológico de Sonora (México), desarrollaron una secuencia didáctica que buscaba mejorar la comprensión de los números reales combinando situaciones reales con diferentes formas de representación. A través de tareas abiertas, se logró que los estudiantes transitaran entre lo numérico, lo gráfico y lo algebraico, lo cual permitió que el aprendizaje no se quedara atado a un único registro. Así, esa flexibilidad abrió paso a una comprensión más amplia, menos mecánica.

Además, el estudio, que se construyó desde un enfoque cualitativo, recurrió al análisis de escritos, entrevistas y observaciones de clase. Con eso, se logró evidenciar que cuando las representaciones se conectaban con situaciones concretas, los avances eran visibles. Lo interesante aquí no es solo el tipo de tarea diseñada, sino la manera en que se pensó la planificación, donde se intentó articular distintos registros con situaciones del día a día. Esto no solo enriqueció el aprendizaje del número real, sino que también preparó a los estudiantes para asumir de mejor forma los contenidos más avanzados en niveles posteriores.

Por otro lado, en la investigación de Fernández, Morales y Trujillo (2022), titulada *Planeación didáctica en la formación de profesores: análisis del contenido de números reales*, desarrollada en la Universidad de Granada (España), se analizaron las prácticas de futuros docentes al planear lecciones sobre este contenido. Los resultados

mostraron una tendencia bastante clara: los docentes en formación solían centrarse en procedimientos técnicos, con poco o ningún uso de situaciones o representaciones distintas al lenguaje algebraico.

A través del análisis de documentos y entrevistas reflexivas, los autores llegaron a la conclusión de que, para que la enseñanza mejore, se necesita formar a los docentes en herramientas como el análisis didáctico y el diseño de tareas que respondan a situaciones concretas. En este punto, su aporte se alinea con lo que propone esta tesis, pues se comparte la idea de que la planificación no debería ser un trámite, sino una construcción más cuidadosa del contenido, pensada desde lo que ocurre en el aula y no solo desde lo que se supone que debe enseñarse.

Finalmente, el estudio de Lee y Park (2020), titulado *Context-based instruction of real numbers to enhance mathematical modeling skills*, realizado en la Universidad Nacional de Seúl (Corea del Sur), propuso una serie de actividades centradas en problemas reales para fomentar la modelación matemática a través del trabajo con números reales. Los estudiantes se enfrentaron a situaciones donde debían interpretar, representar y resolver usando herramientas tanto algebraicas como gráficas, sin limitarse a una única vía.

Este trabajo adoptó un enfoque mixto y logró mostrar que, al usar situaciones más próximas al estudiante, se mejoraba la capacidad de aplicar lo aprendido. Pero más allá del resultado, lo valioso está en cómo se pensó la secuencia: partiendo de una planificación basada en la articulación entre contenido y experiencia. Esta perspectiva aporta elementos clave a la presente tesis, ya que refuerza la idea de que el conocimiento no se construye en abstracto, sino que necesita anclarse en situaciones que motiven, reten y permitan al estudiante tomar decisiones con base en lo que sabe.

Tan y Neo (2023), en su trabajo *Rethinking real number instruction: A didactical analysis in the Singapore secondary curriculum*, desarrollado en la Universidad

Nacional de Singapur, realizaron un análisis del currículo de matemáticas centrado en la enseñanza de los números reales. A través de entrevistas con docentes y observaciones de clase, encontraron una distancia entre las intenciones curriculares — orientadas al desarrollo de competencias aplicadas— y las prácticas de aula, donde predominan estrategias centradas en la memorización de procedimientos.

Los autores proponen la reestructuración de la planificación del contenido mediante la incorporación sistemática de situaciones auténticas, el uso de representaciones diversas y la aplicación del análisis didáctico como herramienta de reflexión y mejora docente. Esta propuesta converge con los postulados de esta tesis, ya que subraya la necesidad de transformar la planeación didáctica en un proceso intencional, reflexivo y centrado en el desarrollo del pensamiento matemático a partir de los contextos de uso del número real.

Urrea (2021), en su tesis doctoral *Conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores chilenos de enseñanza media sobre la noción de función: una experiencia en contextos de microenseñanza*, desarrollada en la Universidad de Los Lagos (Chile), analizó cómo los docentes en formación abordan la enseñanza del concepto de función mediante el diseño e implementación de tareas en situaciones reales. Utilizando como marcos teóricos el enfoque ontosemiótico y el modelo del conocimiento didáctico-matemático, el estudio evidenció cómo las decisiones de planificación se ven influenciadas por la comprensión del objeto matemático y por la interacción con el contexto.

Si bien el objeto de estudio es la noción de función, este trabajo aporta elementos valiosos al considerar la planificación como un proceso que debe partir de un análisis profundo del contenido y de los significados personales de los estudiantes. Esta mirada resulta coherente con los fundamentos de esta tesis, al reconocer la importancia de diseñar situaciones didácticas que permitan construir significados sólidos sobre el número real desde las primeras etapas de la educación media.

Rico y Lupiáñez (2008), en su capítulo Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares, incluido en la obra Métodos de análisis didáctico en la formación de docentes, proponen un enfoque estructurado del análisis didáctico que comprende el estudio del contenido, de las concepciones de los estudiantes, de los métodos de instrucción y de la práctica docente. A partir de estos ejes, plantean un modelo formativo que permite a los docentes diseñar propuestas ajustadas a las características del contenido y a los procesos de aprendizaje.

Uno de los referentes que se vuelve especialmente útil para este estudio es el trabajo titulado *Learning obstacles in the making of lesson plans by prospective mathematics teacher students*, de Prabowo y su equipo (2022), publicado en Education Research International. El texto discute, de manera directa, las dificultades que encuentran los estudiantes que se están formando como profesores de matemáticas, especialmente al momento de planear clases. Resulta pertinente porque esas dificultades, si se miran con detenimiento, no son solo errores menores, sino que tienen implicaciones más profundas para lo que se espera lograr con la enseñanza de contenidos como los números reales.

Lo que este estudio quiso indagar fue, principalmente, qué impide que los futuros docentes puedan construir planes de clase que respondan realmente a las necesidades del aprendizaje. Se menciona que muchos de esos planes se limitan a ejercicios repetitivos o son tomados sin modificaciones de fuentes digitales. Ese comportamiento, más allá de lo práctico, muestra una falta de apropiación crítica y pedagógica del contenido. En cuanto al diseño metodológico, el trabajo se sitúa en un marco cualitativo, centrado en el análisis de situaciones didácticas y también metadidácticas. Se observaron diversas acciones de los estudiantes dentro de cursos universitarios relacionados con el currículo, el uso de medios y experiencias de microenseñanza.

Entre los resultados más relevantes, se señalaron tres tipos de obstáculos. Por un lado, los ontogénicos, que tienen que ver con la disposición de los estudiantes para participar activamente en las clases universitarias. Luego están los didácticos, donde aparecen materiales incompletos o planes de curso mal estructurados. Y por último, los epistemológicos, que se relacionan con la falta de experiencias reales en escuelas, necesarias para poner a prueba y ajustar lo que se diseña en papel.

Si bien Prabowo et al. se enfocan en las dificultades al diseñar situaciones de aprendizaje, lo que aquí se busca es construir un modelo de planificación centrado en los números reales, atendiendo a cómo pueden representarse y enseñarse de maneras más cercanas al estudiante. Ambas investigaciones, sin embargo, comparten una mirada sobre el valor del análisis didáctico y metadidáctico, lo cual refuerza que el camino teórico escogido tiene respaldo. Además, los hallazgos del estudio indonesio ofrecen ejemplos claros de los tipos de obstáculos que pueden anticiparse en la planeación, y que resultan útiles a la hora de diseñar propuestas aplicables a distintos espacios escolares.

Otro trabajo que ofrece elementos muy valiosos es el de A. Palatnik (2022), publicado en *The Journal of Mathematical Behavior*, bajo el título "Situaciones didácticas en el aprendizaje basado en proyectos: El caso de los patrones y secuencias numéricas.". Aunque no trata directamente sobre los números reales, sí se adentra en cómo se dan las situaciones de aprendizaje cuando se enseña matemáticas a través de proyectos. El contenido se centra en patrones y secuencias, pero lo que se analiza sobre la dinámica entre docente, estudiantes y el entorno permite trasladar muchas ideas al terreno de los reales.

La investigación se llevó a cabo con varios grupos de estudiantes que desarrollaban proyectos matemáticos desde tareas abiertas. Usando la Teoría de las Situaciones Didácticas como base, se pudo observar cómo se configuraban esos espacios de aprendizaje y de qué manera los estudiantes lograban avanzar hacia una

estructura más organizada a partir de su propia interacción con el problema. Un hallazgo interesante fue que, cuando los estudiantes introducían ciertas restricciones en sus propios proyectos, eso no limitaba, sino que abría nuevas rutas para el aprendizaje. También se vio que proponer problemas auxiliares enriquecía el ambiente de trabajo, ayudando a generar nuevas preguntas o formas de abordar lo que se les pedía.

Aunque el objeto matemático estudiado por Palatnik no es el mismo, su lógica de análisis se puede aplicar en gran parte a lo que aquí se quiere desarrollar. La manera como se entienden las fases del aprendizaje, cómo se organiza la institucionalización del conocimiento, y el papel activo que tienen los estudiantes, todo eso puede adaptarse al diseño de experiencias en torno a los números reales. En particular, la forma en que la TSD permite mirar con más profundidad cada etapa del proceso resulta útil para esta investigación, que también se interesa por la articulación entre teoría y lo que pasa realmente en clase.

Otra referencia que cobra importancia es el texto es lo propuesto por Artigue (2020) en su trabajo titulado Ingeniería didáctica en la educación matemática, Aunque no se trata de un estudio empírico con datos recogidos, su valor radica en que ofrece una síntesis bastante clara y rigurosa sobre la evolución y las bases teóricas de lo que se ha llamado ingeniería didáctica, un camino metodológico con bastante recorrido en la investigación matemática.

Lo que el autor plantea es una forma de investigar que no solo piensa en diseñar clases, sino también en validarlas desde una lógica interna. Es decir, se parte de un análisis previo a priori y luego se contrasta con lo que ocurre realmente a posteriori para ver si hay coherencia entre lo que se pretendía enseñar y lo que se logra. Este modelo metodológico tiene mucha pertinencia para el estudio que se propone aquí, sobre todo porque permite construir una propuesta para enseñar números reales que

no se quede en la norma curricular, sino que se sustente en datos, pruebas de aula y reflexión sobre la práctica.

Otro punto que refuerza la utilidad del enfoque de Artigue es su insistencia en que las secuencias de enseñanza no se improvisan. Deben apoyarse en resultados previos y análisis de lo que se hace en la práctica educativa. En ese sentido, lo que se busca con este estudio es precisamente crear una herramienta que sirva para planear, pero desde un conocimiento real del aula, no desde recetas generales. Por eso, el aporte teórico de Artigue se vuelve una base sólida para el tipo de intervención que se quiere desarrollar.

Finalmente, Arriagada (2019), que se realizó en la Universidad de Granada, también se suma como antecedente de valor. Su estudio se centró en cómo los futuros maestros de primaria usan el análisis didáctico al planear unidades didácticas, en particular con el tema de la división de números naturales. Aunque no se trata del mismo nivel educativo ni del mismo contenido, hay una preocupación común que atraviesa ambos trabajos: cómo formar docentes capaces de planificar con una mirada crítica sobre lo que enseñan.

El interés del estudio tiene que ver con la formación docente, específicamente con cómo se enseña a planear clases en los primeros años de la carrera. Aguayo estructura su análisis en cuatro tipos: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación, los cuales se aplican en tres asignaturas del programa de formación. Esto permite observar si los estudiantes logran, de verdad, incorporar esos elementos al momento de diseñar sus unidades didácticas.

Entre sus conclusiones, se destaca que el uso del análisis didáctico ayuda a que los futuros docentes comprendan con más profundidad los contenidos matemáticos y su enseñanza. Pero también se señala que esa comprensión no siempre se refleja completamente en el diseño final, lo que sugiere que aún queda un vacío entre la teoría

que se estudia y lo que se logra aplicar. Este punto resulta especialmente útil para la investigación presente, ya que evidencia la importancia de formar a los docentes en herramientas que les permitan cerrar esa brecha, especialmente al trabajar con contenidos complejos como los números reales y sus distintas representaciones.

Lo que se ha encontrado en los estudios de otros países da una base bastante útil para lo que esta investigación quiere lograr. Una idea que se repite en varios de ellos tiene que ver con la utilidad de diseñar tareas donde haya más de una forma de representar los números reales y donde los estudiantes puedan ver su aplicación en situaciones que les resulten familiares. Investigadores como Silva y Gómez (2021) o Lee y Park (2020) muestran que, al salir un poco del trabajo mecánico y dar lugar a experiencias más cercanas, los estudiantes pueden entender mejor sin depender tanto de la memorización. Por su parte, Tan y Neo (2023) insisten en que planear no es solo cuestión de organizar contenidos, sino de tener claro para qué se enseña y qué se espera lograr más allá de las fórmulas.

A esto se suman advertencias importantes que hacen autores como Prabowo et al. (2022), Arriagada (2019) y Artigue (2020), quienes señalan que muchos futuros docentes todavía no logran articular lo que aprenden con lo que ocurre realmente en el aula. Allí entra el análisis didáctico, que puede servir para cerrar esa brecha y permitir que lo aprendido en teoría se transforme en acciones que funcionen en clase. En esa línea se ubica esta investigación, que no parte solo de lo escrito en los documentos curriculares, sino que busca incluir lo que se vive dentro del aula y lo que se puede pensar sobre eso para actuar con más claridad. La presente propuesta se construye justamente desde esa convergencia de ideas.

Nacionales

González y Marín (2022), en su trabajo titulado *Representaciones múltiples en la enseñanza de los números reales: un estudio con estudiantes de educación media*, publicado en la Revista Colombiana de Educación Matemática, analizan las dificultades

que enfrentan los estudiantes al transitar entre diferentes registros semióticos — especialmente entre lo decimal, lo fraccionario y lo gráfico— en el estudio de los números reales. Los resultados evidencian una enseñanza centrada en la aplicación de procedimientos, sin una articulación clara entre representaciones ni conexión con contextos significativos. Esta investigación aporta elementos importantes para el análisis del contenido matemático y refuerza la necesidad de considerar los registros de representación como un componente estructural en los procesos de enseñanza y aprendizaje del número real.

A partir de estos hallazgos, se destaca la pertinencia de abordar la enseñanza del número real desde un enfoque que contemple explícitamente las transiciones entre representaciones, aspecto que también se explora en esta tesis desde la planificación didáctica fundamentada en el análisis del contenido y los contextos de uso. Esta mirada resulta esencial para anticipar y superar las dificultades que los estudiantes enfrentan en la transición hacia niveles más formales del pensamiento matemático.

Pérez y Rodríguez (2021), en su tesis doctoral *Estrategia didáctica basada en situaciones para el aprendizaje de los números reales*, defendida en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, presentan una propuesta de enseñanza centrada en la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau. La aplican con estudiantes de secundaria, a través de actividades que, partiendo de situaciones reales, buscan generar momentos a-didácticos donde el estudiante tenga que actuar por sí mismo, sin esperar la guía constante del docente. De este modo, la secuencia didáctica no solo impulsa la construcción de significados, sino que también favorece el tránsito entre distintos registros semióticos, lo cual amplía las posibilidades de comprensión del número real.

Ahora bien, esta propuesta conecta con la tesis que aquí se plantea, pues ambas parten de la idea de que el aprendizaje matemático requiere diseñar ambientes estructurados a partir de problemas cuidadosamente seleccionados. En ese cruce, la

teoría de situaciones didácticas se vuelve clave, ya que permite pensar cómo se puede trabajar el número real en escenarios escolares reales, donde el estudiante no solo repita, sino que construya. De ahí que esta investigación, aunque realizada en otro nivel educativo, refuerce la necesidad de trabajar con tareas que promuevan aprendizajes que se mantengan más allá del aula y acompañen la transición hacia niveles superiores.

Por su parte, Gómez (2020), en la tesis *El análisis didáctico como herramienta para la enseñanza del concepto de proporcionalidad en educación básica*, realizada en la Universidad del Valle, propone un modelo de análisis del contenido matemático a partir de la propuesta de Luis Rico (1997). Aunque el foco está puesto en la proporcionalidad, el valor metodológico del estudio está en cómo se descompone el contenido: no solo desde su dimensión epistemológica, sino también considerando lo cognitivo, lo curricular y lo instruccional. El resultado es una herramienta útil para organizar la enseñanza desde bases más sólidas.

Desde esa perspectiva, su aporte a esta tesis se vuelve importante. Sobre todo, porque ofrece una ruta para analizar con más claridad el contenido vinculado a los números reales. Anticipar posibles obstáculos o puntos de quiebre y, con base en eso, trazar trayectorias que acompañen el aprendizaje resulta clave, más aún cuando se piensa en el paso desde la educación media hacia escenarios universitarios, donde los conceptos suelen exigirse con más abstracción.

En una línea cercana, Salazar (2021), en su tesis doctoral *Planeación didáctica fundamentada en el análisis de tareas para el desarrollo del pensamiento algebraico*, desarrollada en la Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá, presenta un modelo que une el análisis didáctico con la teoría de situaciones didácticas. Su propuesta gira en torno a las tareas matemáticas, que no se conciben como actividades sueltas, sino como piezas centrales que organizan el proceso de enseñar y aprender. La selección,

el orden, el tipo de tarea, todo eso importa cuando se busca generar aprendizajes que tengan peso.

De ahí que su propuesta dialogue también con la que se construye en esta tesis. Ambas coinciden en que no se trata solo de enseñar un contenido, sino de pensar qué tareas permitirán que ese contenido se vuelva comprensible, aplicable y, en lo posible, retador. En el caso de los números reales, el trabajo de Salazar ayuda a sostener la idea de que con tareas bien pensadas y un análisis detallado, se puede facilitar el paso hacia aprendizajes más complejos, como los que se demandan más adelante, en la educación superior.

Finalmente, el estudio de Sarmiento (2020) se enfoca en las prácticas que construyen los docentes en ejercicio, especialmente cuando intentan activar la Competencia Matemática Modelizar Sociocrítica. Se trata de un trabajo que se ubica dentro de discusiones más amplias sobre formación docente y currículo, pero con un interés particular: mirar cómo los profesores le dan forma a ciertas decisiones sobre qué enseñar, cómo hacerlo y qué tipo de conocimiento es el que vale la pena evaluar. Más que un estudio metodológico, lo que aporta es una mirada sobre el terreno donde se concretan muchas de las ideas que circulan en la teoría.

Ahora bien, lo que se rescata aquí es la manera en que los docentes interpretan esas ideas matemáticas, y cómo logran darles forma dentro del aula. Esta mirada, sin duda, toca aspectos que también atraviesan la presente investigación, ya que se intenta diseñar un modelo de planeación pensado para el contenido relacionado con números reales. Así, ambos trabajos se cruzan en el interés común de explorar cómo se enseña la matemática desde una comprensión más profunda de las capacidades que deberían movilizarse durante el proceso.

Por otro lado, el estudio de Vasquez (2020) pone el foco en los docentes del primer ciclo de primaria, específicamente en su formación en torno al número natural, y

en los elementos como la ordinalidad, la cardinalidad y las ideas de medida. Lo interesante acá es que se apoya en un Modelo Local de Análisis Didáctico para estudiar los conocimientos que manejan los docentes cuando piensan y planean la construcción del sentido numérico. Una construcción que, por cierto, resulta fundamental en esa primera etapa educativa.

El valor de este trabajo está en que ayuda a entender cómo los maestros articulan distintos saberes curriculares y didácticos cuando buscan enseñar conceptos básicos del número natural. A través del análisis, se muestra cómo estos conocimientos se transforman en propuestas que responden a ciertas condiciones sociales y culturales. Por eso mismo, los aportes de este estudio pueden dialogar con lo que aquí se propone en torno a los números reales, especialmente si se considera que ambas investigaciones comparten preocupaciones sobre cómo se enseña y cómo se aprende desde lo didáctico.

Ahora bien, la propuesta presentada por Maira Johana Lizarazo Pedraza (2021) toma otro camino: se enfoca en los niños de transición, y en cómo desarrollar en ellos capacidades relacionadas con el pensamiento numérico a partir del uso de la recta numérica. Se trata de un estudio más bien cualitativo, que busca observar qué tan útil resulta una secuencia didáctica con elementos lúdicos para trabajar contenidos como el conteo o la resolución de pequeños problemas.

Lo interesante de este trabajo no está solo en su contenido temático, sino en que ofrece una ruta para quienes enseñan en los primeros grados, brindándoles recursos que permiten abordar los conceptos de una manera más conectada con la experiencia del niño. Esto, sin duda, abre espacio para pensar también la enseñanza de los números reales desde formas menos mecánicas, donde se les dé lugar a representaciones que ayuden a entender mejor los objetos matemáticos que se trabajan en cursos posteriores.

A su vez, la tesis doctoral de Granados Niño y Jiménez Espinosa (2022) se mueve en el terreno de los números racionales, y en cómo los estudiantes de séptimo grado hacen uso de distintas representaciones para comprender este tipo de números. El trabajo se desarrolla en una institución privada en Tunja, y se apoya en el marco de las representaciones semióticas que plantea Duval.

Uno de los hallazgos que más llaman la atención tiene que ver con cómo los estudiantes tienden a preferir el registro gráfico, sobre todo cuando se trabaja la idea de parte-todo usando dibujos tipo torta. Aunque esta forma de representación se usa bastante, termina siendo también una especie de obstáculo. Y es que no siempre permite que se desarrolle una comprensión más amplia del número racional. Lo que aparece ahí es una dificultad para pasar de un registro a otro, y eso, sin duda, también impacta cuando se enseña el número real. Por eso, lo que se encontró en esta tesis puede tomarse como base para pensar propuestas didácticas que, desde su inicio, ya contemplen ese tipo de barreras.

Por otra parte, y con una mirada más aplicada, el trabajo de Silva Bastidas (2022) se concentra en cómo se puede enseñar números enteros y fracciones usando la modelización matemática. Lo hizo con estudiantes de octavo grado, combinando cuestionarios y observación en clase. El interés principal fue mostrar que, con apoyo de tecnologías y formas de enseñar distintas, los estudiantes podían lograr una comprensión más cercana de lo que estaban aprendiendo, no solo repetir procedimientos.

Claro está, trabajar con estos sistemas numéricos no es sencillo. Sin embargo, el estudio señala que integrar la modelización puede ser útil para conectar las matemáticas con situaciones reales. Aunque su propuesta no entra de lleno en el terreno de los números reales, sí muestra que es posible pensar secuencias más relacionadas con lo que vive el estudiante. En ese punto, este trabajo resulta valioso

para alimentar el modelo que se construye en esta investigación, especialmente si se busca que el aprendizaje sea más autónomo, más propio.

Por otra parte, el trabajo de González-Alfaro (2022) reflexiona en torno a la planificación curricular, mostrando cómo una buena organización de lo que se enseña puede incidir en el aprendizaje. Se trata de un análisis de tipo bibliográfico, pero con una discusión crítica sobre la manera en que se construyen los programas escolares y su relación con los resultados que se esperan alcanzar.

El texto plantea que los docentes deben tener en cuenta las particularidades de sus estudiantes y del entorno en que trabajan, lo cual se relaciona directamente con la planeación del contenido matemático. Así, se refuerza la idea de que no basta con seguir guías generales: hay que pensar en qué se necesita en cada caso y cómo se puede ajustar la enseñanza sin perder de vista los objetivos centrales del área.

Por último, la tesis desarrollada por Oropeza y Morales (2024) propone una secuencia didáctica sobre potenciación con números naturales, utilizando como herramienta la programación en Scratch. La propuesta está diseñada para estudiantes de grado sexto y se enmarca dentro de un trabajo de corte cualitativo con elementos de investigación acción.

Además del contenido matemático en sí, lo valioso de esta tesis está en mostrar cómo una herramienta digital puede usarse para que los estudiantes se involucren más en su proceso de aprendizaje. El hecho de que puedan programar simulaciones o juegos donde apliquen lo que han aprendido transforma la clase en un espacio más activo. Aunque esta propuesta se enfoca en otro tema, su estructura y metodología dejan lecciones importantes para pensar la planeación del contenido sobre los números reales, sobre todo si se busca incorporar representaciones dinámicas y trabajar con más de un registro.

Los trabajos nacionales que se revisaron fueron de gran aporte. Varios coinciden en que enseñar números reales necesita una planeación que no se quede en la superficie, sino que permita al docente pensar en cómo se da el proceso de construcción de significado en los estudiantes. Por ejemplo, las investigaciones de González y Marín (2022), Pérez y Rodríguez (2021) y Gómez (2020) muestran que muchas veces lo que falla no es tanto el contenido en sí, sino la forma en que se presenta, sin que haya una relación clara entre las distintas formas de representar y sin tomar en cuenta experiencias concretas del alumno. Todo esto lleva a la idea de que enseñar no es repetir fórmulas, sino construir tareas que permitan mirar el mismo contenido desde distintos ángulos.

Además, estudios como los de Salazar (2021), Sarmiento (2020) y Granados Niño y Jiménez Espinosa (2022) ofrecen ideas útiles que ayudan a pensar mejor la propuesta que se quiere desarrollar aquí. Se resalta mucho la función del análisis didáctico para organizar mejor la planeación, así como la necesidad de que las secuencias que se usen nazcan de la experiencia misma del estudiante y no de estructuras muy alejadas de la realidad del aula. También se destacan ideas como las de Silva Bastidas (2022) y Oropeza y Morales (2024), que muestran que sí es posible usar tecnologías, herramientas de modelización y otros lenguajes en clase, sin perder de vista el contenido. Todo esto termina por respaldar lo que se quiere hacer en esta investigación: construir una propuesta que acerque más los números reales a los estudiantes.

A manera de continuación, se hará el abordaje de los aspectos teóricos, tanto en el ámbito de la educación en general, como de las matemáticas en concreto, repasando también los conceptos primordiales que sustentan la presente revisión teórica.

Aspectos teóricos

Este marco busca sustentarse en ideas tomadas de distintas posturas educativas que han servido para guiar, de alguna manera, la forma en que se puede pensar la enseñanza de los números reales usando diversas formas de mostrar y trabajar los contenidos. Desde teorías que tocan el currículo y otras más centradas en cómo se construyen los aprendizajes con sentido, se insiste en que la planeación debe permitir que los estudiantes participen y se conecten con los temas a través de proyectos o actividades que no estén del todo separadas de su entorno. También se recogen ciertas propuestas propias de la educación matemática, como las que hablan de situaciones dentro del aula o las que abordan la enseñanza desde una lógica más estructurada, ya que permiten organizar pasos concretos para que la comprensión de los números reales no se quede solo en procedimientos. En este punto, se le da un lugar clave al análisis didáctico como herramienta que ayuda a pensar mejor lo que se hace al enseñar y cómo eso se puede modificar si se detectan ciertas fallas. El modelo que se quiere presentar aquí no es cerrado, pero sí parte de unas ideas teóricas que intentan acercar la planeación al día a día de los docentes.

En este orden de ideas, se hará continuidad al apartado de aspectos teóricos, enfocados en las teorías relacionadas a la educación y sus procesos.

Teorías de la educación

Planificación participativa en el diseño curricular

La planificación participativa es una teoría que concibe la construcción del currículo y la toma de decisiones didácticas como un proceso colaborativo, donde intervienen activamente docentes, estudiantes y otros actores del entorno educativo. A diferencia de los modelos jerárquicos y prescriptivos, este enfoque promueve la cocreación pedagógica, el diálogo horizontal y la adaptación del currículo al contexto real del aula (Urzúa & Medina, 2021).

En el contexto educativo contemporáneo, Díaz-Barriga (2020) afirma que la planificación participativa permite reconfigurar las prácticas docentes desde una racionalidad crítica y situada, al involucrar a los educadores no solo como implementadores del currículo, sino como agentes transformadores del conocimiento. Esta visión coincide con los principios del análisis didáctico de Rico (1997), al considerar las interacciones del aula como núcleo del diseño y evaluación curricular.

De acuerdo con López-Goñi y Goñi-Legaz (2023), este modelo tiene especial valor cuando se busca contextualizar los contenidos escolares —como el uso de los números reales— en realidades culturales, sociales o disciplinares diversas, permitiendo la apropiación del saber matemático desde situaciones cercanas a los estudiantes.

Planificación basada en proyectos y en problemas

Dentro del ámbito de la enseñanza, la planificación por proyectos y la que parte de problemas reales han ido ganando terreno, sobre todo por el tipo de aprendizaje que promueven. En lugar de presentar contenidos cerrados, proponen actividades que nacen de situaciones que podrían encontrarse en la vida diaria o en situaciones profesionales, lo que obliga al estudiante a interpretar, resolver y aplicar lo aprendido. Así, se fomenta un aprendizaje más activo. Como lo sostienen Chaves y Sáenz (2021), estas formas de planear se alinean con aquellas metodologías que buscan desarrollar habilidades complejas como razonar, comunicar y modelar ideas con herramientas matemáticas.

Además, según Delgado et al. (2022), este tipo de planificación permite juntar saberes de distintas áreas en tareas más cercanas a lo que el estudiante vive o va a vivir. Por eso, tiene bastante valor para el estudio del número real, ya que permite presentar el tema en escenarios más variados, usando distintas formas de expresión. Este tipo de propuestas, que no siguen una estructura cerrada, dan la posibilidad de

mostrar el número real no solo como objeto teórico, sino como algo que se puede aplicar en más de una situación.

Por otro lado, vale rescatar el trabajo de Rico y Marbán (2020), quienes afirman que usar problemas reales en clase ayuda a construir saberes matemáticos con más profundidad. Ellos explican que este tipo de enseñanza favorece el análisis didáctico, y también permite que el currículo no se imponga desde arriba, sino que se adapte a lo que se necesita realmente en el aula. En esa línea, lo que propone esta tesis se conecta con dicha mirada: integrar tareas que no sean meramente técnicas, sino que inviten a pensar, usar representaciones diversas y resolver situaciones cercanas a los estudiantes.

Más allá de eso, la planificación participativa también entra a jugar aquí. Al dar voz al docente en la construcción del contenido, se logra una mirada más cercana a la realidad del aula. Entonces, cuando se combina con proyectos o problemas reales, se abre una vía concreta para desarrollar conocimientos matemáticos como el número real, desde experiencias más vivas. En conjunto, estas ideas dan forma a un marco bastante rico para pensar la enseñanza, donde el contenido ya no es algo fijo, sino que se construye en relación con lo que ocurre en la práctica.

En lo que va de esta tesis, todas estas corrientes han resultado útiles. La planificación racional-lineal, si bien algo rígida, permite organizar los pasos: qué se quiere lograr, qué se va a enseñar, cómo y cuándo evaluar. La planificación estratégica, por su parte, sirve para mantener una línea que tenga en cuenta tanto las metas del sistema como los recursos disponibles. La visión participativa pone al maestro en el centro de la toma de decisiones. Y finalmente, los proyectos y los problemas reales dan vida al contenido, sacándolo del plano abstracto para llevarlo a escenarios donde puede ser comprendido y utilizado. Todo esto se junta en esta propuesta, que plantea una forma de planear el contenido que dialogue con la realidad escolar y con las formas distintas que tiene el número real de aparecer.

Teorías Curriculares como base de la Planificación

A la hora de pensar un modelo de planificación para enseñar números reales — que no son precisamente fáciles para muchos—, conviene detenerse un momento en las teorías curriculares que han tratado de dar forma a cómo se enseña y qué se enseña. En esta investigación se parte de tres líneas principales: una que ve el currículo como una práctica social, otra que lo concibe como un proceso en movimiento, y una tercera que se vincula con las competencias. Cada una aporta algo distinto. Por ejemplo, mientras la primera permite entender el currículo desde lo que pasa en la escuela y en la sociedad, la segunda se centra en cómo ese currículo se vive en el aula, y la tercera, más reciente, trata de articular lo que se enseña con lo que se espera que el estudiante sea capaz de hacer.

Por eso, cuando se piensa en diseñar una propuesta didáctica, como la que se presenta aquí, tiene sentido considerar estas miradas de forma conjunta. En vez de optar por una sola, se propone una articulación que permita combinar lo estructurado con lo flexible. Así, se justifica el uso del Design-Based Research (DBR) como metodología para construir esta propuesta, ya que permite probar, ajustar y redefinir el modelo en escenarios reales.

Teorías Tradicionales (Curriculum como "cuerpo de conocimientos")

Desde hace décadas, muchas propuestas curriculares se han basado en la idea de que existe un conocimiento valioso, ya ordenado, que solo debe transmitirse. Esta es la base de lo que se conoce como teorías tradicionales del currículo. Bajo esta mirada, el contenido se define por expertos, y la enseñanza tiene que seguir un camino secuencial, sin muchos desvíos. Ralph Tyler, uno de los nombres más conocidos en este campo, propuso un modelo donde todo empieza por fijar los objetivos, luego se escoge el contenido, se ordena y finalmente se evalúa.

Este pensamiento técnico aún tiene presencia en sistemas educativos de todo tipo. Pacheco (2012) y Casanova (2019), entre otros, lo han mostrado claramente. A pesar de los cambios metodológicos, en muchas escuelas todavía se privilegia una enseñanza de las matemáticas centrada en lo formal y lo abstracto, donde el contenido no se conecta con la experiencia del estudiante. Este tipo de propuestas han sido útiles en ciertos momentos, pero también han dejado ver sus límites, sobre todo cuando se busca que el estudiante comprenda y aplique lo que aprende en distintos espacios de su vida.

Teoría del aprendizaje significativo

Los aprendizajes de las matemáticas deben estar enfocados en las distintas formas en la que los individuos adquieren los nuevos conocimientos y a su vez los relacionan con los que en algún momento de sus vidas adquirieron, visto desde este contexto Tzoc, (2014) explica:

El aprendizaje significativo es un “proceso a través del cual una nueva información se relaciona con un aspecto relevante de la estructura del conocimiento del individuo, siendo una característica relevante de este aprendizaje es que la persona que aprende recibe información verbal, la procesa vinculándole con los acontecimientos previamente adquiridos, lo cual se sustenta en factores afectivos tales como la motivación”

En este sentido resulta importante resaltar los conceptos y teorías sobre aprendizaje significativos de Ausubel quien planteó que el conocimiento verdadero solo puede nacer cuando los nuevos contenidos tienen un significado que integra los que ya conocen. Y este último es modificado de acuerdo a los nuevos conceptos que adquiere. Para ello se establecen los tipos de aprendizajes significativos.

El aprendizaje significativo se opone al tipo anterior, fundamentalmente, porque para que se produzca es necesario buscar de forma activa una vinculación personal

entre los contenidos que aprendemos y aquellos que ya habíamos aprendido. Ahora bien, en este proceso hay espacio para encontrar diferentes matices. David Ausubel distingue entre tres clases de aprendizaje significativo:

Aprendizaje de representaciones

Se trata de la forma más básica de aprendizaje. En ella, la persona otorga significado a símbolos asociándolos a aquella parte concreta y objetiva de la realidad a la que hacen referencia, recurriendo a conceptos fácilmente disponibles.

Aprendizaje de conceptos

Este tipo de aprendizaje significativo es parecido al anterior y se apoya en él para existir, de modo que ambos se complementan y "encajan" entre sí. Sin embargo, hay una diferencia entre ambos. En el aprendizaje de conceptos, en vez de asociarse un símbolo a un objeto concreto y objetivo, se relaciona con una idea abstracta, algo que en la mayoría de los casos tiene un significado muy personal, accesible solo a partir de nuestras propias experiencias personales, algo que hemos vivido nosotros y nadie más.

Aprendizaje de proposiciones

En este aprendizaje el conocimiento surge de la combinación lógica de conceptos. Por eso, constituye la forma de aprendizaje significativo más elaborada, y a partir de ella se es capaz de realizar apreciaciones científicas, matemáticas y filosóficas muy complejas. Como es un tipo de aprendizaje que demanda más esfuerzos, se realiza de modo voluntario y consciente. Por supuesto, se sirve de los dos anteriores tipos de aprendizaje significativo.

Aprendizaje situado

El Aprendizaje Situado en educación es una estrategia en la que se adquieren competencias para la vida, es decir, los contenidos son movilizados traducidos en valores, conductas y actitudes, visto de otra manera es una herramienta para trasladar contenidos teóricos a las prácticas cotidianas, en decisiones para dar soluciones a problemas. Así mismo se apoya en el aprendizaje colaborativo el cual se encuentra fundamentado en los pilares fundamentales de la educación como son saber Ser, saber Hacer, saber Resolver y saber Convivir con los otros.

Para los autores Hernández & Díaz (2015) el Aprendizaje Situado es un proceso cognitivo y conductual que permite a un sujeto aprehender la realidad de su entorno para atenderlo epistemológicamente y afirmar nuevamente en la realidad de conocimientos aplicados. Además, en su Metodología establecieron que para desarrollar el Aprendizaje Situado se deben de llevar a cabo en cuatro pasos. 1) Partir de la realidad, 2) Análisis y Reflexión, 3) Resolver en Común, 4) Comunicar y Transferir. El método del AS se puede observar en el siguiente esquema.

Para empezar, lo que se conoce como Aprendizaje Situado dentro de la educación, se ha venido entendiendo como una manera de enseñar que no se queda en lo abstracto. Más bien, lo que busca es que los estudiantes puedan usar lo que aprenden en situaciones reales, de esas que les pasan afuera del salón. O sea, no se trata solo de saber una fórmula o repetir una regla, sino de convertir esos contenidos en decisiones, en formas de actuar, en maneras de convivir. A la par, este tipo de aprendizaje se apoya en lo colaborativo, que no es otra cosa que aprender entre varios, compartiendo y construyendo con otros. Todo esto va de la mano con los llamados saberes que propone la educación: saber ser, saber hacer, saber resolver y también saber convivir.

Además, para Hernández y Díaz (2015), el Aprendizaje Situado va más allá de una simple técnica. Ellos lo ven como una forma de pensar y de actuar que permite que

la persona entienda lo que pasa a su alrededor y, desde ahí, pueda construir respuestas que no sean solo teóricas, sino que sirvan para actuar. En cuanto a su propuesta metodológica, dicen que hay que seguir cuatro momentos. Primero, arrancar desde lo que pasa en la realidad. Luego, viene una etapa de mirar eso con calma, analizar, reflexionar. Después, se resuelve entre todos, no de forma aislada. Y por último, se comunica lo que se aprendió y se lleva a otros espacios. Esa estructura le da forma a lo que ellos llaman el método del AS.

Por otro lado, es clave mencionar que la teoría del aprendizaje significativo también entra a jugar un papel clave dentro del proyecto “Modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y escenarios mediante un análisis didáctico”. Aquí, se espera que el estudiante no solo entienda, sino que logre asimilar de verdad lo que son los números reales, no como algo suelto, sino como parte de un aprendizaje con más fondo.

Ahora bien, Ausubel, que es quien propone esta teoría, pone mucho énfasis en que lo nuevo solo se aprende si se conecta con algo que ya se sabía. Y eso, cuando se enseña números reales, cobra todo el sentido, porque se trata de un tema que suele ser abstracto y, si no se engancha con algo más cercano al estudiante, puede que no llegue a entenderse bien del todo. Por eso, es importante que las estrategias no partan de cero, sino de lo que los estudiantes ya traen en la cabeza, por poco que parezca.

Sumado a eso, cuando se hace una distinción entre tipos de aprendizaje significativo —como el de conceptos, el de proposiciones o el de representaciones— se abre un abanico de posibilidades para construir tareas más pensadas. Esas que no solo buscan que el alumno repita algo, sino que de verdad lo entienda, lo conecte y lo use en diferentes escenarios. Así, el contenido se vuelve algo más útil, más apropiado, incluso más cercano.

A la vez, no se puede dejar de lado que el Aprendizaje Situado, ese que se relaciona con lo real, se acopla bien con lo que propone Ausubel. Ambos caminan hacia lo mismo: lograr que lo que se enseña sirva para algo más que un examen. Aquí, lo importante no es repetir por repetir, sino saber aplicar, relacionar, participar con otros, buscar soluciones en conjunto. Cuando se trabaja con este tipo de aprendizaje y se combina con el trabajo en grupo, se crean espacios más ricos para pensar los números reales no solo como tema académico, sino como herramienta para comprender lo que pasa alrededor.

En consecuencia, estas dos posturas —la del aprendizaje significativo y la del situado— sirven como base para organizar estrategias que no se queden en la teoría. Le dan cuerpo a un proyecto que intenta construir desde lo que los estudiantes ya saben, para llegar a un aprendizaje que no solo se quede en la cabeza, sino que también pase al hacer. Son, en últimas, propuestas que miran la enseñanza desde un lugar donde importa mucho el para qué se aprende y cómo se conecta todo eso con lo que pasa fuera del aula.

Teorías de la reconstrucción social: el currículo como agente de cambio

Desde esta perspectiva, no se mira al currículo como un simple catálogo de saberes organizados para ser transmitidos, sino como algo mucho más implicado en la realidad social que lo rodea. En lugar de ser una estructura fija y neutra, se entiende como un espacio político, que carga con ideas, tensiones y decisiones que terminan afectando la forma en que los sujetos se relacionan con el mundo. Entonces, a diferencia de las posturas más clásicas, donde se privilegia el traspaso de contenidos establecidos, aquí se propone otra cosa: que la escuela sea un lugar desde donde se pueda leer la sociedad, cuestionarla, y hasta intentar cambiarla.

Por esa misma línea, ya desde principios del siglo XX, George Counts planteaba que no era suficiente con enseñar para formar individuos capaces, sino que la escuela debía participar activamente en las transformaciones sociales que tanto se

necesitaban. Más adelante, autores como Michael Apple, Henry Giroux y Paulo Freire retomaron esa mirada, llevándola incluso más lejos. Freire, por ejemplo, insistía en que la educación no puede desligarse del diálogo, la crítica y la toma de conciencia. Mientras tanto, Apple y Giroux señalaban que lo que se enseña, y cómo se enseña, siempre responde a intereses determinados, y por lo tanto no es inocente ni imparcial.

Además, en años más recientes, se han sumado voces como las de Sleeter (2021) y Kincheloe (2020), que abren el debate sobre quiénes han sido históricamente excluidos de los contenidos escolares. Ellos proponen que el currículo también debe recoger saberes y formas de ver el mundo provenientes de pueblos indígenas, comunidades racializadas, mujeres, hablantes de lenguas minoritarias, entre otros grupos que no han tenido lugar en la escuela tradicional. En ese sentido, planear lo que se enseña no es simplemente decidir temas o secuencias, sino reconocer qué voces entran y cuáles quedan fuera.

A partir de lo anterior, al momento de pensar un modelo de planificación para abordar el tema de los números reales, estas teorías ofrecen un marco potente. No se trata solo de enseñar propiedades matemáticas o técnicas de resolución, sino de pensar cómo esas ideas pueden presentarse de modo que conecten con la experiencia del estudiante y con las preguntas que trae del mundo. La propuesta que aquí se formula se apoya también en esa mirada: construir un modelo de planificación que no se limite a ordenar contenidos, sino que abra caminos para que los estudiantes participen de manera crítica, activa y situada en su propio proceso de aprendizaje.

No se trata únicamente de enseñar propiedades matemáticas o procedimientos abstractos, sino de promover una enseñanza que permita a los estudiantes interpretar críticamente su entorno, reconocer patrones de desigualdad o tomar decisiones fundamentadas en datos reales. Así, la planificación del contenido puede orientarse hacia problemas auténticos como la distribución de recursos, el análisis de datos sociales o el comportamiento de fenómenos naturales en los que el conocimiento

matemático se convierta en una herramienta para la acción consciente. En este sentido, el currículo deja de ser un contenedor de saberes universales para convertirse en un espacio vivo de construcción colectiva, comprometido con la transformación social y el desarrollo integral de los estudiantes.

Las ideas teóricas revisadas hasta aquí ofrecen una base bastante sólida para pensar de otra manera la enseñanza de los números reales. Aunque cada una tiene matices distintos, todas parecen coincidir en que enseñar no debería reducirse a repetir lo que está en el libro. Se habla de planeación con participación, de proyectos que permitan actuar y pensar al mismo tiempo, y también de aprendizajes que partan de lo vivido. En algunos casos se plantea que el currículo puede ser más que un listado de temas, incluso puede ser una herramienta que sirva para transformar ciertas prácticas que ya no funcionan.

Para esta investigación, esas teorías no se toman solo como inspiración o sustento, sino como un impulso para armar una propuesta que se base en lo que realmente ocurre dentro del aula. Enseñar números reales no tendría por qué quedarse en lo abstracto. Al contrario, debería partir de situaciones que digan algo al estudiante, que lo lleven a representar, a interpretar y a decidir con base en lo que comprende. Por eso, todo este marco ayuda a sostener la idea que está en el centro del trabajo: que el análisis didáctico, si se hace bien, puede ayudar a que la planeación tenga un impacto más cercano, más vivo, dentro de la escuela y en la forma como los estudiantes se apropian del conocimiento.

Habiendo ahondado en las teorías relacionadas a la educación y sus procesos, se da paso a las teorías relacionadas en específico, a la enseñanza de las matemáticas.

Antropología Didáctica

Dentro del desarrollo de esta investigación, se ha visto necesario acudir a los aportes de la llamada antropología didáctica, pues ofrecen una base distinta para mirar cómo circulan los saberes matemáticos dentro del ambiente escolar. En especial, la Teoría Antropológica de lo Didáctico, elaborada por Yves Chevallard, ha cobrado peso por su manera de analizar cómo el saber que se enseña no es algo neutro, sino una construcción que se da dentro de ciertos marcos sociales e institucionales. Esta teoría introduce el concepto de praxeología, que no es otra cosa que una manera de descomponer lo que se enseña en tareas, técnicas, explicaciones y justificaciones. Desde esa mirada, los números reales no se enseñan porque sí, sino porque han sido escogidos y organizados bajo ciertas reglas de la escuela, que decide cómo presentarlos, de qué manera y con qué fines (Chevallard, 1992; 1999).

Junto a esta visión, se ha trabajado también el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento Matemático, desarrollado por Juan Díaz Godino y su equipo. Lo que proponen aquí es algo más complejo, porque ya no se trata solo del contenido matemático, sino de todo el entramado de signos, prácticas, formas de argumentar y estructuras institucionales que rodean ese contenido. En otras palabras, los números reales se entienden como productos de una actividad humana que tiene muchas capas: lo que se representa, cómo se dice, cómo se razona, y también desde dónde se enseña (Godino et al., 2007). Esta visión resulta útil para la presente investigación porque ayuda a observar con más detenimiento las situaciones donde los estudiantes tienen que moverse entre distintos tipos de representación: desde lo simbólico hasta lo gráfico o lo verbal, por mencionar algunos.

Por otro lado, la propuesta de Luis Radford ofrece otra vía para pensar estos asuntos. Desde su línea semiótico-cultural, él plantea que el conocimiento matemático no se forma dentro de la mente del estudiante como un proceso privado, sino que se construye a través de la interacción con otros, con el cuerpo, con los gestos, con los objetos. Lo que dice Radford (2002) es que los números reales no aparecen de golpe ni

como algo puramente lógico, sino que los estudiantes llegan a ellos en medio de un proceso social, donde intervienen palabras, imágenes, movimientos, y donde la comprensión no se da de forma inmediata, sino que se va haciendo visible poco a poco. Ese proceso, que él llama objetivación, permite entender cómo se van dando esas conexiones entre lo que se hace en clase y lo que el estudiante logra interpretar como conocimiento.

Hay que mencionar también la propuesta de Hans Freudenthal, quien desde la llamada Educación Matemática Realista ha insistido en la necesidad de acercar los contenidos escolares a experiencias que tengan alguna relación con lo que el estudiante vive o puede llegar a experimentar. Él parte de la idea de que la matemática no debe imponerse como algo ya hecho, sino que debe ser redescubierta por el propio aprendiz. Para Freudenthal (1991), enseñar los números reales debería tener como punto de partida situaciones donde la medida, la comparación o el análisis de datos cobren cierta relevancia para quien aprende. Licera (2017) retoma esta propuesta y muestra que ese tipo de situaciones no solo permiten que el contenido se enseñe, sino que adquiera cuerpo, que se vuelva algo que tiene lugar en la experiencia de los estudiantes, no solo en el cuaderno.

Al reunir todas estas perspectivas, lo que se obtiene es una visión más abierta del problema de enseñar números reales. Ya no se trata de presentar el contenido tal cual, sino de mirar qué hay alrededor de su enseñanza: las reglas de la institución, los modos de representar, los símbolos que se usan, los cuerpos que se mueven en el aula, las palabras que se dicen y las que no. Así, la presente investigación gana fuerza al incorporar estas herramientas, porque permiten pensar de otro modo las formas en que los estudiantes se relacionan con los números reales y cómo esa relación puede ser construida con mayor intención desde la planeación didáctica.

Teoría de las representaciones semióticas

Uno de los marcos conceptuales más relevantes para comprender cómo los estudiantes abordan los números reales en distintas formas de presentación es la Teoría de las representaciones semióticas, desarrollada por Raymond Duval (2006). Esta teoría parte de una idea fundamental: en matemáticas, no es posible acceder directamente a los objetos matemáticos, sino únicamente mediante representaciones semióticas, es decir, a través de signos como gráficos, números, ecuaciones, tablas o expresiones verbales. Para Duval, el proceso de aprendizaje implica que los estudiantes logren identificar, transformar y coordinar estas representaciones, ya que cada una tiene propiedades específicas y restricciones propias.

En el campo de los números reales, las representaciones como la recta numérica, la notación decimal, la simbología algebraica y los esquemas gráficos cumplen funciones distintas. Duval (2006) subraya que el obstáculo no está en reconocer cada forma por separado, sino en la conversión entre ellas. Así, cuando un estudiante no logra relacionar una fracción con su equivalente decimal o no entiende que una raíz cuadrada tiene una ubicación aproximada en la recta numérica, lo que está fallando es la coordinación entre registros semióticos. Según el autor, esto constituye una de las principales fuentes de dificultad en la enseñanza y aprendizaje matemático.

Además, la teoría plantea dos tipos de tratamientos cognitivos clave: el *tratamiento interno* dentro de un mismo registro (por ejemplo, simplificar una expresión algebraica), y la *conversión* entre diferentes registros (como pasar de una expresión algebraica a su representación gráfica). En este sentido, para que la comprensión de los números reales sea profunda, no basta con manejar operaciones simbólicas, sino que se requiere una capacidad flexible para moverse entre lo numérico, lo geométrico y lo verbal. Como se plantea en investigaciones recientes, cuando los estudiantes logran realizar conversiones entre registros, se produce un avance significativo en su pensamiento matemático (Gómez-Chacón, 2016).

Por tanto, incluir esta teoría en la presente investigación permite sustentar la necesidad de diseñar estrategias didácticas que no solo contemplen la variedad de representaciones, sino que apunten directamente a la articulación entre ellas. En el modelo de planeación que se propone, se considerará no solo qué tipo de representación se introduce, sino cómo se promueve su interacción con otras. Esta mirada semiótica ayuda a enfocar la enseñanza de los números reales desde un punto de vista más integral, que reconoce las transiciones entre registros como núcleo del aprendizaje.

Este marco resulta esencial para la presente investigación porque permite interpretar por qué algunos estudiantes muestran dificultades para comprender los números reales, incluso cuando dominan ciertos procedimientos. La teoría de Duval ofrece un marco sólido para diseñar y analizar actividades que propicien la coordinación entre representaciones, lo cual es uno de los objetivos centrales del modelo propuesto. En otras palabras, este enfoque no solo guía la selección de recursos didácticos, sino que también orienta la forma en que se evalúa el progreso conceptual de los estudiantes.

Teorías específicas de la educación matemática

Por un lado, los números reales ($\mathbb{R}$), más que ser solo una lista larga de cifras, se han convertido en pieza clave para la construcción del pensamiento matemático que va más allá de lo básico. No solo porque ahí se agrupan los racionales y los que no lo son, sino porque guardan una estructura interna bien precisa, aunque muchas veces no tan visible. Desde lo algebraico, lo topológico o lo métrico, cada propiedad que poseen se entrelaza con otra. Su estudio, si bien parte muchas veces desde lo operativo, no se queda allí. Aparece, entonces, la necesidad de abordarlos desde su definición más abstracta, pero sin perder de vista las distintas formas en que se pueden presentar: fracciones, decimales, expresiones, gráficos. Además, no se puede dejar de lado que estos números aparecen en fenómenos que están ahí, en la vida diaria y en lo científico. Por eso, para enseñar sobre ellos, no basta con armar clases y ya: se vuelve

importante pensar cómo se conectan sus propiedades con ejemplos y representaciones que los estudiantes puedan usar de verdad.

Ahora bien, para lograr esa planificación que no se queda en fórmulas sueltas, el análisis didáctico resulta clave. A través de él, se puede comenzar preguntándose por la estructura que tienen estos números, qué tanto exige su aprendizaje desde lo cognitivo, cómo se podrían enseñar de otra manera y también por qué valdría la pena que se entiendan. En ese proceso, lo que propone Rico (1997b) sirve como guía: organizar los contenidos pensando en lo que significan, en cómo se pueden aprender, cómo presentarlos en clase y qué tipo de obstáculos se pueden esperar (por ejemplo, la idea de que entre dos números no hay más). De esta manera, se puede armar una secuencia que no sea rígida, pero sí pensada.

A esto se suma que, desde lo matemático puro, no se puede dejar por fuera todo ese recorrido histórico que llevó a la construcción de $\mathbb{R}$. Desde las cortaduras de Dedekind hasta las sucesiones de Cauchy, pasando por esa necesidad de “completar” los racionales para poder hablar del continuo. No se trata solo de definiciones formales: todo esto ayuda a entender por qué se formó este conjunto y cómo se relaciona con otros temas más complejos, como el cálculo diferencial o el análisis. Llevar eso al aula no es fácil, pero tampoco imposible. Hay que ver cómo se puede pasar de una representación a otra —la recta numérica, las gráficas, los valores numéricos en ciencias—, y cómo se pueden usar ejemplos reales para darle vida a estos conceptos.

Además, no se puede dejar de lado lo que proponen algunas teorías del aprendizaje, como la de Ausubel, que insiste en que cualquier aprendizaje nuevo tiene que engancharse con algo que ya se sabe. En este caso, con los números racionales, por ejemplo. Es decir, no se parte de cero. Y por otro lado, Brousseau, con su idea de situaciones didácticas, ayuda a pensar en clases que no se centren solo en explicar, sino en permitir que los estudiantes lleguen a construir los conceptos a partir de

problemas que los desafíen. que se equivoquen, que discutan, que revisen, que lo descubran por su cuenta, dentro de una estructura pensada.

A esto también se suma lo que han planteado ciertos marcos más actuales, sobre todo aquellos que ponen sobre la mesa la idea de conectar la matemática con el mundo, con lo que se ve fuera del aula. En ese sentido, los números reales dejan de ser abstractos cuando se muestran útiles para interpretar, modelar y calcular fenómenos que requieren continuidad. Cosas como las tasas de crecimiento o los patrones en la naturaleza. Por eso, no basta con enseñar a operar con ellos, sino que es clave que el estudiante pueda entender para qué sirven y cómo se aplican. Que pueda usarlos con intención, no solo repetir lo que se le dio.

De allí que este marco teórico sirva como punto de partida para pensar un modelo de planificación que tenga en cuenta todo: el contenido matemático, las formas de representarlo y los usos posibles. Lo que se busca, entonces, es salir de las divisiones clásicas entre lo conceptual y lo procedimental, entre lo abstracto y lo concreto. Y, en su lugar, construir una manera de enseñar que mire el conjunto de lo que implica aprender sobre $\mathbb{R}$, sin olvidar lo que se exige desde la escuela hoy en día.

Finalmente, para adentrarse más en este trabajo, resulta necesario revisar lo que se ha investigado hasta ahora sobre estos temas. En particular, se hará una revisión documental que recoja investigaciones previas tanto internacionales como nacionales sobre cómo se ha abordado la enseñanza y planificación del contenido que gira en torno a los números reales, sus múltiples formas de representación y los escenarios donde se aplican. También se tendrán en cuenta las bases legales, curriculares y teóricas más ampliase. Dicha revisión será parte esencial del sustento que guía todo el desarrollo posterior de la investigación.

Teoría de las situaciones didácticas

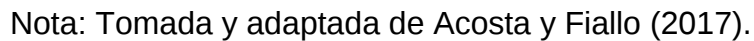
La teoría de las situaciones didácticas (TSD) es una teoría de la enseñanza que busca las condiciones para un génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea, descrita por Guy Brousseau (1986) quien propone un modelo desde el cual pensar la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar. Producir conocimientos supone tanto establecer nuevas relaciones, como transformar y reorganizar otras (Brousseau, 1986). Con frecuencia, la enseñanza es concebida como las relaciones entre el sistema educativo y el alumno vinculadas a la transmisión de un saber dado y, de este modo, la relación didáctica se interpreta como una comunicación de informaciones entre un alumno, un profesor y un saber.

Tomando como hipótesis centrales de la epistemología genética de Jean Piaget como marco para modelizar la producción del conocimiento. Afirmando al mismo tiempo que el conocimiento se construye esencialmente a partir de reconocer, abordar y resolver problemas que a su vez los generan otros problemas (Sadovsky, 2005).

Brousseau postula que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación a un medio resistente con el que interactúa: “El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje” (Brousseau, 1986).

La teoría tiene como concepto central, el aprendizaje por adaptación, el cual puede ser definido como aquel aprendizaje que se produce sin la intervención de un profesor. Las interacciones entre el alumno y el medio es la que conocemos como situación a-didáctica, que consiste en una actividad de producción de conocimiento por parte del alumno, sin la intervención del profesor (Brousseau, 2007).

TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS.



Dadas de la siguiente manera: en la fase de acción el alumno se enfrenta individualmente con un problema usando sus conocimientos previos y desarrolla un determinado saber; luego en la fase de formulación viene el trabajo en grupo, donde hay comunicación de los alumnos y comparten los conocimientos y la experiencia en su construcción; siguiendo la fase de validación en la que se pone a juicio lo obtenido, se valida lo que se ha trabajado y por último en la fase de institucionalización donde se sacan las conclusiones de lo producido por los alumnos. Cada fase puede hacer que el sujeto evolucione, y por ello también puede evolucionar a su vez de modo que la

génesis de un conocimiento puede ser fruto de una sucesión de nuevas preguntas y respuestas para el alumno.

Para comenzar, lo que propone la teoría de las situaciones didácticas, formulada por Guy Brousseau, se ha vuelto clave cuando se trata de pensar cómo se genera el conocimiento matemático en el aula. No se queda en lo que enseña el docente ni en lo que el estudiante memoriza, sino que va más bien hacia lo que ocurre entre ambos, con ese medio que se construye entre tareas, lenguaje y preguntas que no tienen respuestas inmediatas.

Ahora bien, en lo que tiene que ver con esta investigación, esa teoría ofrece más que ideas generales: da recursos para armar situaciones que realmente inviten al estudiante a pensar, pero de verdad. En este caso, lo que se busca es que el contenido de los números reales no se enseñe de forma plana, sino a través de actividades que tengan cierto grado de tensión, que incomoden un poco, que exijan buscar estrategias propias. Porque, como dice Brousseau, el saber no se entrega, se construye cuando algo resiste.

Luego, hay que hablar de las fases que Brousseau propuso, porque no es solo lanzar un problema al aire. El proceso tiene momentos. Primero, está la acción, cuando el estudiante se lanza a resolver algo sin mucha guía. Luego viene lo que se llama formulación, donde ya intenta explicar lo que hizo. Después está la validación, que sería como poner a prueba si lo que pensó tiene sentido o no. Y por último, lo que se conoce como institucionalización, donde el conocimiento empieza a tener un lugar más claro dentro de la matemática escolar.

De esta manera, cuando se pone esta teoría al servicio del diseño de la planeación en torno al uso de los números reales, se está apostando por una forma más viva de enseñar. No se trata de llenar de ejercicios sin rumbo, sino de organizar el trabajo para que haya espacio de explorar, de equivocarse, de discutir. Así, el

contenido no aparece solo como algo que hay que aprender porque sí, sino que va cobrando valor en la medida en que el estudiante lo necesita para avanzar.

Por otro lado, conviene resaltar que la teoría propuesta por Brousseau ha sido retomada y reelaborada en diferentes situaciones escolares, sobre todo cuando se intenta acercar la matemática a los estudiantes a partir de problemas reales, no inventados solo para cumplir con un programa. Tal como lo expone Artigue (2009), uno de los aportes más fuertes de la TSD es que da pie para crear secuencias donde el estudiante, al estar expuesto a un ambiente cuidadosamente preparado, empieza a idear sus propios caminos y a justificar sus decisiones. Eso, en vez de repetir lo que se espera, lo pone a construir saber, lo obliga a pensar. Para la presente investigación, esa manera de mirar la enseñanza se vuelve especialmente útil, ya que el trabajo con los números reales puede organizarse desde lo que va surgiendo en el aula, y no como un contenido impuesto desde fuera, sin relación con lo que pasa en clase.

Ahora bien, otros autores han señalado también que esta teoría cambia la forma de ver el error y el conflicto en clase. No se trata de evitarlos, ni de corregirlos de inmediato, sino de asumirlos como piezas necesarias en el proceso de aprender. En palabras de Chevallard (1991), lo que hace valioso al saber matemático no es solo su precisión, sino su capacidad de dar lugar a formas distintas de abordar un mismo problema. Por eso, en esta propuesta se considera relevante esta idea, porque invita a mirar lo que traen los estudiantes, sus intentos, sus formas de representación, sin forzar una única forma válida de resolver.

Por otra parte, hay una idea clave dentro de esta teoría, la de la situación adidáctica, que ha sido trabajada a fondo por Balacheff (1990). Según él, cuando el docente se retira un poco, no del todo, y deja que sea el estudiante quien se enfrente con el problema, ahí sucede algo importante: el estudiante ya no está solo esperando instrucciones, sino que empieza a producir saber. En lo que respecta al uso de los números reales, esto permite imaginar clases donde el alumno descubra cuándo le

sirve una fracción, cuándo una raíz, o incluso cuándo una desigualdad puede ayudar a resolver algo, sin que alguien le diga qué fórmula aplicar desde el principio.

También se puede notar que esta teoría no se queda en lo abstracto. Hay trabajos recientes que la han usado para construir actividades concretas. En un estudio de Gómez y Araya (2022), por ejemplo, se relata cómo una secuencia basada en la TSD permitió que estudiantes en Chile identificaran ciertos patrones numéricos y propiedades del álgebra partiendo de situaciones que imitaban problemas cotidianos. Esto favoreció no solo el aprendizaje del contenido, sino también la forma en que los alumnos trasladaban ese conocimiento a otras situaciones. Lo interesante aquí es que la teoría se vuelve herramienta real, no solo teoría para estudiar en libros.

En resumen, la Teoría de las Situaciones Didácticas ofrece una base firme para pensar cómo enseñar los números reales desde una lógica donde el saber se construye mientras se actúa. Lo importante no es tanto memorizar etapas, sino ver cómo esas ideas pueden ponerse en juego en la clase. Su aporte no se limita a definir conceptos, sino que impulsa formas de enseñar donde el pensamiento matemático aparece en acción, no como algo terminado.

Por eso, traer esta teoría a la hora de planear el contenido permite dejar de lado una enseñanza repetitiva, sin propósito, y empezar a imaginar experiencias más ricas. Cuando el estudiante interactúa con un problema diseñado cuidadosamente, no solo aprende a manejar los números reales, sino que también empieza a entender por qué los usa y para qué. En ese sentido, la teoría da un soporte fuerte al modelo que esta investigación pretende desarrollar.

Análisis didáctico

El análisis didáctico es una herramienta para el profesor o futuro profesor, basado en la teoría de currículo, que le permite diseñar, poner en práctica y evaluar

unidades didácticas en la enseñanza de las matemáticas (Lupiáñez, 2009). Este instrumento de planificación, propuesta por Rico (1997b), responde a cuatro interrogantes esenciales: ¿Qué es el conocimiento matemático? ¿Qué es el aprendizaje? ¿Qué es la enseñanza? ¿Para qué sirve el conocimiento? Estas interrogantes se relacionan con cuatro dimensiones propias del currículo: cultural y conceptual; cognitiva o de desarrollo; ética o formativa, y la dimensión social, que permiten organizar y relacionar la legislación educativa en la planificación docente Macarena, Ramos y González (2018).

Integrar estas dimensiones de manera equilibrada y coherente garantiza una formación integral que no solo busca el dominio de los contenidos matemáticos, sino también relaciona el desarrollo de las habilidades cognitivas, actitudinales y una comprensión contextualizada de las matemáticas en un contexto específico que prepara a los estudiantes para enfrentar los desafíos matemáticos para garantizar la importancia de esta disciplina desde las prácticas pedagógicas que realizan los docentes. Estas dimensiones muestran cada uno de los niveles establecidos en una planeación docente, teniendo en cuenta el sistema educativo, disciplinas académicas y teológicas (Rico, 1997a).

Por otro lado, se encuentra lo expuesto por Ruiz (2009) quien establece que es fundamental que los docentes inicien sus reflexiones propias respecto a su praxis pedagógica, planificación y disciplinas objetiva, que hacen parte del currículo desarrollado en el aula. Por tanto, Rico (2007) introduce la noción de organizadores del currículo de matemáticas, definiéndolos como “aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas”. Rico (2013) propone que el análisis didáctico se resume en tres aspectos fundamentales.

Herramienta para la innovación y el desarrollo curricular.

- Método e instrumento de investigación.

Herramienta para el diseño de planes de formación de profesores.

El análisis didáctico se descompone en diferentes subanálisis que lo estructuran y secuencian Lupiáñez (2009), el análisis conceptual y de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y el análisis de actuación o análisis evaluativo¹⁷. En las siguientes secciones detallaremos la finalidad y los organizadores de los diferentes subanálisis que componen en análisis didáctico.

En este orden de ideas, el análisis se subdivide en cinco sub-análisis establecidos conceptual, contenido, cognitivo, instrucción y actuación este análisis permite profundizar y elaborar tareas apropiadas de acuerdo con el tema que corresponde desarrollar en los salones de clases. Se espera que este procedimiento sea realizado de manera ideal por los futuros profesores, describiendo todos los procedimientos sistemáticos y secuenciados.

Análisis Conceptual.

El análisis conceptual, es una herramienta metodológica permite entender e interpretar los procesos mentales y psicológicos de determinados conceptos, es un método que nos permite convertir los conceptos en piezas teóricas precisas, examinando la diversidad de significados, las posibilidades de conexión entre los términos y los niveles subjetivos (creencias), intersubjetivos (concepciones) y objetivos (conceptos) de cada campo conceptual.

El análisis de contenido.

Es una técnica reductora, que permite descomponer el contenido en sus unidades más simples, en matemática permite estudiar la diversidad de significados escolares de los conceptos y sus procedimientos (Rico y Fernández-Cano, 2013). En él

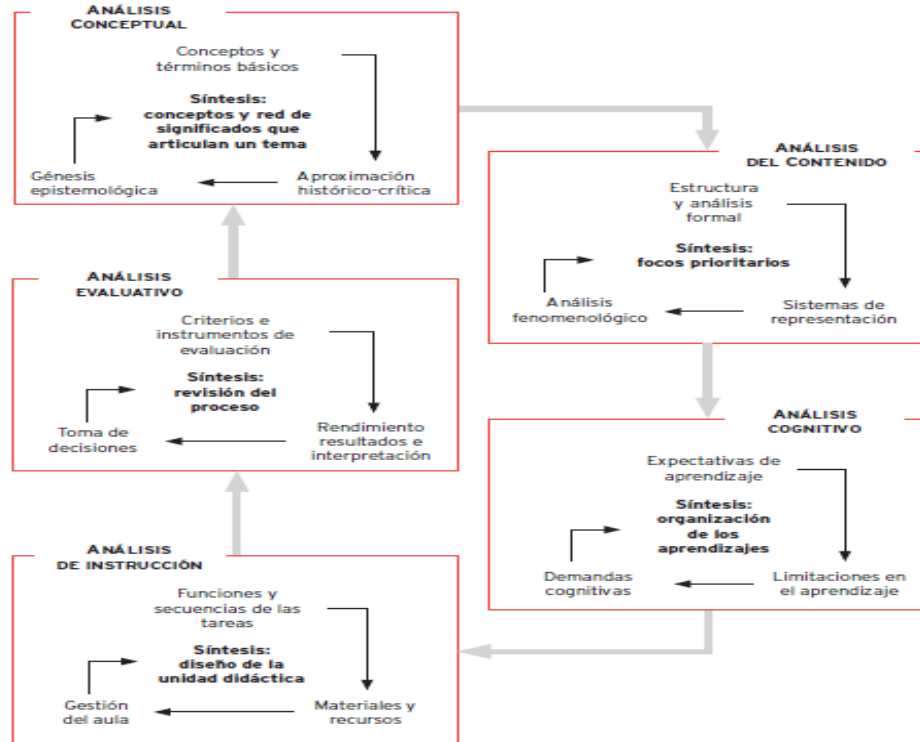
se estudia la estructura y análisis formal que abarca los conceptos, definiciones y procedimientos, sistemas de representación, que comprende las diferentes notaciones concretas, gráficas simbólicas y sistemas de signos involucrados; y el análisis fenomenológico, que trata los fenómenos, contextos y situaciones que dan origen y en los cuales se pueden dar sentido a los contenidos matemáticos en estudio (Rico y Fernández-Cano, 2013).

El análisis cognitivo.

organiza el “para qué” y “hasta dónde” aprender ciertos conocimientos para un tema en específico. Se compone de tres categorías, la primera de ellas son las expectativas de aprendizaje, que concierne a los aprendizajes que esperamos que logren los alumnos, de acuerdo con la cronología de los objetivos que establece el currículo para cada uno de los niveles de enseñanza, a la precisión de estos aprendizajes y a su riqueza (Rico y Fernández-Cano, 2013)

FIGURA 3.

CICLO DE ANÁLISIS DIDÁCTICO



Nota. Ciclo del Análisis Didáctico (Rico y Fernández-Cano, 2013: 9)

En primer lugar, puede decirse que el análisis didáctico viene a funcionar como una especie de esqueleto organizador cuando se trata de planear clases dentro del marco de esta investigación, centrada en cómo enseñar los números reales con sus formas y representaciones variadas. No se queda en el qué se enseña, sino que se mete también con el cómo, con qué fines y para qué se enseña todo eso. Lo interesante es que no se limita a mirar los contenidos sueltos, sino que intenta conectar saber matemático, formas de enseñar, modos de aprender y el uso que pueda tener todo eso más allá del aula.

A partir de ahí, este análisis permite ir más allá del contenido en sí. No es solo saber hacer cuentas o manipular fórmulas, sino también trabajar ciertas habilidades mentales y actitudes que ayudan a que el estudiante no repita, sino que entienda. Cuando uno divide el análisis en partes más pequeñas —como lo conceptual, lo que

tiene que ver con el contenido mismo y lo cognitivo— se vuelve más sencillo pensar en actividades que no estén por estar, sino que respondan a algo, a una necesidad del proceso de aprendizaje. Y que, de paso, tengan lógica dentro de la secuencia que se quiera seguir.

En consecuencia, el uso del análisis didáctico en este trabajo no es un añadido, sino más bien una base que asegura que lo que se planea esté bien pensado desde distintos ángulos. No se trata de llenar horas de clase, sino de que la propuesta tenga sentido para los estudiantes, que puedan realmente comprender y usar los números reales de formas variadas, según lo que se les proponga. Además, el proceso no solo deja aprendizajes en ellos. También el docente encuentra allí una oportunidad para mirarse, revisar cómo viene haciendo las cosas y pensar en otras maneras de abordar lo que enseña.

El análisis didáctico ha sido ampliamente utilizado en investigaciones sobre planificación curricular, diseño de secuencias didácticas y formación docente. Su valor reside en que no se limita a describir el contenido, sino que lo interpreta desde una perspectiva pedagógica, considerando las dificultades de aprendizaje, los errores comunes y las decisiones didácticas que deben tomarse.

En esta investigación, el análisis didáctico de Luis Rico se adopta como base teórica para caracterizar **el contenido matemático de los números reales**, identificar las dificultades en su planificación y fundamentar el diseño del modelo propuesto.

Diseño Basado en la Investigación (Design-Based Research, DBR)

Este tipo de metodología no sigue el mismo ritmo lineal que otros enfoques. Más bien, se mueve por ciclos, donde todo va cambiando: se diseña, se pone a prueba, se analiza y luego se vuelve a modificar, todo en función de lo que va surgiendo en el camino. Esa forma iterativa de trabajar —como lo explican McKenney y Reeves (2012)— hace posible ir puliendo las ideas, ajustando las propuestas y dándole más

forma a las hipótesis conformes se avanza. En realidad, es una lógica que no solo mejora la intervención, sino también ayuda a afinar los conceptos que están detrás de ella.

Además, hay que decir que uno de los puntos más fuertes del DBR está en el lugar donde se aplica. A diferencia de las investigaciones de laboratorio, más aisladas, este enfoque se mete de lleno en las aulas. Y eso cambia todo. Según Bakker (2018), ese contacto directo con la vida escolar permite captar mejor las tensiones que aparecen entre lo que se piensa en teoría y lo que pasa de verdad cuando se enseña. Esa cercanía con lo real hace que los resultados sean más útiles, o al menos, más conectados con lo que el profesorado vive a diario.

Por otra parte, no se trata de una labor solitaria. En el DBR, la interacción entre quienes investigan y quienes enseñan es constante. No se ve al docente solo como alguien que implementa, sino como una persona que tiene saberes propios y que aporta activamente al diseño. Como explican Anderson y Shattuck (2012), este diálogo hace que las ideas sean más coherentes con la realidad y, además, fomenta que los docentes sientan como propias las propuestas, lo cual facilita su apropiación.

En cuanto a los objetivos más amplios, el DBR busca construir conocimientos que no se queden en la estadística, sino que sean útiles allá donde se enseñan las materias. Cobb et al. (2003) insisten en esto: se valora que las ideas que surjan puedan ayudar a comprender cómo se da el aprendizaje, qué lo favorece y bajo qué condiciones. Es decir, que no se trata solo de mejorar una clase puntual, sino de entender mejor qué hace que una propuesta funcione en determinados entornos.

Las etapas del DBR reflejan justamente ese espíritu. Primero se empieza por identificar un problema, pero no cualquier problema, sino uno que surja de la práctica misma, y que se mire también con base en lo que dice la literatura especializada. Luego viene el diseño, que no se hace al azar, sino con una intención bien pensada.

Esa propuesta se lleva al aula, se observa, se analiza y, en función de lo que ocurra, se ajusta. Todo ese proceso termina dejando aprendizajes que ayudan a mejorar la teoría y también la manera de intervenir (Gravemeijer & Cobb, 2013).

En lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas, el DBR ha ganado terreno por una razón clara: permite trabajar con ideas complejas, como ocurre con las funciones, la geometría o los números reales, sin perder de vista el aula. También ha servido para crear recursos, acompañar procesos de formación docente o validar esquemas de planificación más acordes con las necesidades reales (Bakker, 2018). Gracias a esta flexibilidad, se ha consolidado como una alternativa potente cuando se trata de unir teoría con lo que sucede en el aula.

Algunos principios que le dan forma al DBR:

Trabajo en escenarios reales: Lo que se investiga ocurre donde se enseña, no en laboratorios cerrados.

Ciclos sucesivos: El diseño se revisa varias veces, con base en lo que va ocurriendo.

Colaboración: La voz del profesorado tiene un lugar clave en todo el proceso.

Construcción de teoría útil: El interés no es solo resolver algo puntual, sino sacar aprendizajes que puedan servir en otros casos similares.

Respecto a sus fases más comunes, se suele hablar de:

Revisión del problema: se detectan las necesidades pedagógicas, pero también se estudia lo que ya se ha escrito sobre el tema.

Diseño inicial: se plantea una propuesta educativa con argumentos claros.

Aplicación: se prueba la idea en un entorno real.

Evaluación y rediseño: se ajusta según lo que se observe en el trabajo de aula.

Sistematización teórica: se extraen ideas que alimentan tanto la práctica como la teoría.

Para esta investigación, el DBR resulta más que conveniente. No solo permite crear un modelo de planificación para el trabajo con números reales, sino que ofrece una estructura para validarlo desde la práctica. Este esquema parte de fundamentos teóricos sólidos: el análisis didáctico (Rico, 1997), las representaciones semióticas (Duval, 2006), las situaciones didácticas (Brousseau, 1998) y las praxeologías (Chevallard, 1997). Así, se busca construir una propuesta que tenga sentido para quien enseña, útil para quien aprende y relevante para seguir pensando en cómo se pueden mejorar las matemáticas en el aula.

Aspectos conceptuales

Planeación docente

Para comenzar, lo que plantean Carriazo, Pérez y Gaviria (2020) va en la línea de entender la planeación educativa como algo que no se improvisa. Se trata más bien de organizar con anticipación las actividades que se van a realizar en la escuela, teniendo en cuenta los propósitos, lo que se tiene a disposición y, además, lo que se sabe que la comunidad espera o necesita. En ese sentido, se habla de una herramienta que ayuda a ordenar el trabajo, tanto en su ejecución como en su seguimiento, y que debe construirse pensando en los medios con los que se cuenta, en el tiempo disponible y también en la experiencia acumulada. Es decir, no basta con pensar en lo que se quiere hacer, sino en cómo se va a lograr, con lo que hay.

Por otro lado, ellos hacen una distinción interesante entre los términos “planeación” y “planificación”. Según explican, el primero se refiere a ese proceso

donde se decide y se organiza antes de actuar, mientras que el segundo vendría siendo más la parte de poner en práctica eso que ya se pensó. Aunque suenen similares, hay una diferencia importante entre planear y planificar, y entender eso permite mirar con más claridad los procesos educativos desde adentro.

Asimismo, Ebrard (2009) aporta una mirada que se centra más en lo que ocurre en el aula, al hablar de la planeación didáctica como un momento clave donde el maestro repiensa su forma de enseñar. Esta no es una simple tarea administrativa, sino más bien un espacio para replantearse lo que se hace, con la idea de mejorar como educador. Él también dice que ningún plan de clase tiene mucho valor si no hay una base de investigación detrás. Y para que de verdad haya mejoras, el docente tiene que conectar su planeación con los planes más amplios de la institución. En ese sentido, citando a García y Álvarez (2007), insiste en que el papel del profesor ya no es solo pasar información, sino crear las condiciones para que el estudiante piense, se cuestione y vaya construyendo su propio aprendizaje. Ahí el rol del maestro cambia, se vuelve más una guía que un transmisor.

De igual manera, García y Valencia (2014) hacen énfasis en que al hablar de planeación didáctica, hay que pensar en los vínculos que existen entre los objetivos que se buscan y las características que traen los estudiantes. O sea, no se trata de repetir recetas, sino de entender cómo se puede enseñar algo teniendo en cuenta quién lo va a aprender. También se refieren a que el docente debe saber cómo organizar los contenidos, cómo elegir lo que va a trabajar y qué estrategias va a usar. Para todo eso, la experiencia que se acumula con los años sirve mucho, pero también lo hacen las ideas que surgen de los propios estudiantes o de lo que sucede en clase, incluso si es inesperado.

Además, Ruiz y Pineda (2021) explican que las competencias como idea vienen de hace rato, y nacieron con la intención de preparar a los estudiantes para situaciones nuevas, que no se resuelven solo con repetir. Hoy en día, ya hay muchos modelos que

tratan de organizar cuáles son las competencias que un docente debería tener, y una de las más destacadas es precisamente la capacidad de planear sus clases. En ese sentido, citan a Zamora (2017), quien afirma que esta planificación pasó de ser algo propio de los asuntos administrativos a formar parte del trabajo pedagógico. O sea, ahora el maestro también diseña sus acciones como si construyera una ruta, pensando en lo que quiere lograr.

En ese orden de ideas, lo que propone la teoría sobre planeación docente tiene bastante que aportar al desarrollo del proyecto titulado “Modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y escenarios mediante un análisis didáctico”. Primero, porque da una forma de organizarse que no parte de la improvisación, sino de una reflexión sobre qué se quiere enseñar, con qué recursos se cuenta y hacia dónde se pretende avanzar. Eso ayuda a que las decisiones que se toman tengan más sustento.

De igual forma, esa planeación invita al maestro a revisar lo que viene haciendo, a mirar si realmente está funcionando o si hace falta hacer ajustes. Esta revisión constante permite que se puedan encontrar nuevas formas de enseñar y responder mejor a lo que pasa en el aula. En el marco del proyecto mencionado, esto es clave para lograr que los estudiantes comprendan de verdad los conceptos que rodean los números reales y no solo los memoricen.

Por otra parte, no se puede dejar por fuera que esta planeación se hace pensando en los estudiantes tal como son: distintos entre sí, con ritmos y maneras de aprender que no siempre se parecen. Entonces, una buena planeación permite que se propongan actividades más variadas, que respondan a esas diferencias. Eso cobra más importancia todavía cuando se trata de enseñar matemáticas, porque hay quienes conectan más fácil con lo visual, otros con lo práctico, y así.

Finalmente, la planeación docente, cuando se hace con conciencia, da lugar a una manera de trabajar que pone al estudiante en el centro, no como receptor sino como parte activa. En el proyecto que se está llevando a cabo, esta manera de planear permite que el contenido sobre los números reales se pueda trabajar de forma más ordenada, pero también más flexible, según las condiciones del grupo. En ese marco, lo que hace el maestro no es solo seguir un guion, sino construir una experiencia de aprendizaje que pueda transformarse mientras avanza.

Prácticas Pedagógicas del Docente

La práctica pedagógica del docente según el ministerio de educación nacional de Colombia se describe como un proceso de auto reflexión, que se convierte en un espacio de conceptualización, investigación y experimentación didáctica, donde el estudiante aborda saberes de manera articulada y desde diferentes disciplinas que enriquecen la comprensión del proceso educativo y de la función docente en el mismo. Es decir, desarrolla la posibilidad de reflexionar críticamente sobre su práctica a partir del registro, análisis y balance continuo de sus acciones pedagógicas.

Como señala Castro, et al (2006), citando a Stone Wiske (1999:108), en América Latina, uno de los principales desafíos en la educación básica reside en la aplicación del modelo curricular, ya que, en gran medida las metodologías que consisten en la presentación simultánea de nueva información al grupo. Esta forma de enseñanza tiende a minimizar la consideración del nivel de aprendizaje individual de los estudiantes, lo que resulta en una desconexión con sus capacidades y dificultades específicas. Este enfoque se convierte así en uno de los obstáculos más significativos que enfrentan los sistemas educativos en la región.

Por otro lado, Navarro y Lamadrid (2021), plantean que la praxis pedagógica es un proceso de negociación constituido por la sensibilización, la exploración y observación de las prácticas cotidianas del aula, y avanza en la medida en que el estudiante crece intelectualmente en el área, tratando de encontrar coherencia e

identidad en la manera como se aborda la didáctica, los contenidos, los sistemas de enseñanza, la evaluación, el aprendizaje y demás mediaciones, que conlleven a establecer los fundamentos teóricos, epistemológicos, axiológicos y sociales, entre otros, que sustentan el diseño curricular propuesto (p. 59).

Para comenzar, la teoría que se ocupa de lo que pasa con la práctica del docente en el aula más allá del deber ser o del currículo— viene a tener un peso grande en este trabajo de investigación que intenta construir una manera más cuidada de planear lo que se enseña cuando se habla de números reales. No se trata solo de qué se enseña, sino también cómo se relaciona todo eso con las formas en que se presentan los números, las distintas maneras de verlos, y en qué escenarios pueden cobrar relevancia.

Luego, esa mirada crítica hacia la propia práctica docente, que plantea la teoría mencionada, resulta indispensable si se quiere que la planificación no sea algo cerrado o mecánico. Pensar y repensar lo que se hace en clase, sobre todo desde la experiencia, da pie a revisar si lo que se propone realmente se ajusta a lo que los estudiantes necesitan, si va al ritmo que ellos manejan, o si tal vez hace falta cambiar de estrategia para conectar mejor con cómo aprenden.

Por otra parte, la teoría también hace énfasis en que enseñar no es seguir una receta. Se habla de negociación y de explorar junto con los estudiantes, lo cual implica estar listo para ajustar el rumbo si la situación lo exige. Este tipo de práctica va de la mano con lo que se busca en este proyecto: una manera de planear que no sea rígida, sino que permita moverse entre diferentes formas de representar los números reales y que, al mismo tiempo, dé espacio para que el estudiante los aplique de formas que le resulten más cercanas.

En consecuencia, puede decirse que esta teoría que trata sobre cómo actúa y decide el docente en su día a día le da base a la propuesta del modelo de planificación

que aquí se trabaja. No es solo un respaldo, sino una fuente de herramientas que permiten pensar cómo enseñar mejor los números reales, sin perder de vista que el aula es un espacio que cambia, donde lo que funciona hoy puede no servir mañana, y que por eso mismo hay que planear sin dejar de observar ni dejar de aprender.

Planificación docente

. Para empezar, lo que plantea Salazar (2006), retomando a Serna (1999), gira en torno a una idea de planificación que no se queda en lo inmediato. Más bien, apunta a procesos que miran hacia adelante, que se piensan con algo de distancia, con la intención de organizar objetivos, metas, políticas, y demás decisiones que le dan forma a lo que se quiere lograr a futuro. Esta clase de planeación permite preparar el camino ante lo que pueda venir, considerando que las condiciones internas y externas de cualquier organización rara vez se quedan quietas. Por eso se insiste tanto en que hay que ajustar las estrategias constantemente, adaptarlas y volver a pensarlas. En pocas palabras, se trata de mantener una conexión razonable entre lo que se tiene, lo que se busca y el entorno que cambia.

Ahora bien, según lo que sostienen Sánchez y su equipo (2016), este tipo de planeación estratégica no se queda solamente en el papel. Se entiende más bien como un conjunto de acciones que apuntan a que las metas realmente se puedan alcanzar. Lo interesante es que no se limita a ser un procedimiento técnico, sino que también se considera como una forma de pensamiento que abre espacios para revisar las decisiones importantes dentro de una organización. Esta mirada implica adoptar una actitud diferente por parte de quienes la dirigen, algo así como cambiar la manera de pensar y de actuar en la gestión.

Por su parte, en el campo de la educación, Venegas (2012), citado por Fuentes (2016), muestra que esta forma de planear también tiene su lugar. La describe como una herramienta que no solo organiza, sino que ayuda a mirar con detalle lo que pasa en las instituciones. Diagnóstico, reflexión, decisiones en conjunto: todo esto se

convierte en parte de una estructura que, más allá de lo técnico, trata de responder a las exigencias que vienen de fuera. A diferencia de modelos más tradicionales, donde todo estaba decidido desde arriba, acá lo que se busca es que quienes hacen parte de la institución se involucren desde el principio, con el objetivo de que el compromiso sea mayor cuando llegue el momento de poner en marcha los planes.

De igual forma, Carriazo y Gaviria (2020) hacen un acercamiento que se mete más en lo escolar, señalando que, a la hora de planear desde la institución, no se puede ignorar lo que pasa con los estudiantes y los profesores en su día a día. Lo que se enseña y cómo se enseña tiene que pensarse a partir de esa interacción cotidiana. También resaltan que hay que dejar claro qué papel tiene cada quien, qué se espera tanto del maestro como del estudiante, y cómo eso se vincula con las habilidades que se busca fortalecer en los espacios escolares.

A partir de eso, se vuelve indispensable darle un lugar central a la planificación curricular. Es decir, no se trata solo de enseñar por enseñar, sino de decidir con anticipación qué se quiere lograr con los estudiantes, qué vale la pena enseñar, en qué momento y cómo hacerlo. Eso exige pensar bien qué contenidos se trabajarán y hasta qué profundidad se llegará con cada uno.

Asimismo, hay que tener claro que no se aprende por obligación. Los estudiantes necesitan tener una razón que los mueva a aprender, algo que despierte interés. Por eso, la planificación también tiene que contemplar qué tan motivador puede ser lo que se propone y de qué manera se conecta con lo que ya conocen o les resulta familiar.

Por otro lado, Reyes (2017), citando a Zilberstein (2016), insiste en que el trabajo del docente tiene que ir más allá de la improvisación. Señala que toda esta labor debe pensarse desde un método, desde una estructura que tenga lógica interna. En este sentido, la planificación no es un simple trámite: es el momento donde el

maestro define el rumbo del aprendizaje. Además, se destaca que planear implica creatividad, porque, en la medida en que se anticipan los pasos del proceso, es más probable que las clases se desarrollen con más claridad y con mayores resultados.

En ese orden, se puede decir que la teoría sobre la planificación estratégica se apoya en varios puntos: mirar hacia el futuro, tomar decisiones en el presente y pensar en objetivos que van más allá del corto plazo. Esta mirada permite prepararse para lo que viene. Cuando se aplica a lo educativo, se transforma en una herramienta útil que combina análisis, decisiones compartidas y capacidad de respuesta frente a lo que sucede fuera de la institución.

Dentro del presente proyecto, adoptar esta forma de planear trae consigo varios aportes. Primero, le da al docente una manera de anticiparse a lo que puede cambiar en el ambiente educativo, permitiéndole crear planes que no se queden en lo inmediato, sino que apunten a lo que se quiere lograr con el tiempo en cuanto al contenido matemático.

Además, este tipo de planificación no se hace en solitario. Busca que la comunidad educativa —estudiantes, docentes, otros actores— se involucre en la construcción de los planes. Cuando los estudiantes participan desde la planeación, se les está reconociendo como parte activa del aprendizaje, lo cual puede hacer que se comprometan más con lo que están aprendiendo.

Finalmente, aplicar este modelo de planificación permite detectar con más claridad qué estrategias pedagógicas pueden funcionar mejor para enseñar los números reales, según cómo se representen y dónde se apliquen. Eso ayuda al profesor a tener una estructura de trabajo más clara, sin caer en la rigidez, y abre oportunidades para que el aprendizaje de los estudiantes sea más profundo y se dé en condiciones más favorables.

La planificación racional-lineal o normativa en el diseño curricular

En el campo de la educación, la planificación racional-lineal también denominada planificación normativa ha sido una de las corrientes más influyentes en la configuración de propuestas curriculares, especialmente en contextos donde se busca una organización precisa y estructurada del proceso de enseñanza-aprendizaje. Ello hace parte de una idea central: se pueden definir los fines educativos antes de iniciar y, con base en ellos, elegir los medios más adecuados para lograrlos, bajo una lógica ordenada, casi controlada (Du, 2024).

En esa misma dirección, uno de los nombres clave es Ralph Tyler. En su obra más conocida (*Basic Principles of Curriculum and Instruction*, 1949), propuso una manera de planificar que arranca con objetivos bien definidos. A partir de ahí, viene la selección de experiencias acordes, su organización sistemática y luego la evaluación de lo que se logra. Esa manera de entender la planificación —conocida como el *Tyler Rationale*— influyó mucho en distintos niveles del sistema educativo, metiendo una lógica de previsión, control y rendimiento que, aunque criticada, funcionó bastante en escenarios más normativos (Du, 2024; Number Analytics, 2025).

En una línea parecida, Stenhouse (1975) señaló que este tipo de modelo representa una versión del currículo entendido como producto: metas y contenidos que vienen definidos por fuera del aula. Aunque él defendía una mirada más abierta, aceptaba que la estructura racional-lineal ha servido como guía para tomar decisiones prácticas: qué enseñar, cómo hacerlo y cómo comprobar que se logró. Esto también lo retoman autores como Karlström y Hamza (2021), quienes insisten en que, en realidad, los docentes rara vez siguen un paso a paso tan rígido, lo cual obliga a revisar este modelo en función de lo que realmente ocurre en el aula.

Desde una mirada más crítica, Gimeno Sacristán (1992) advirtió que este tipo de planificación tiende a reducir al docente a un ejecutor, subordinado a decisiones impuestas. Se prioriza lo técnico por encima de lo pedagógico. Esta postura ha sido

recuperada por revisiones más actuales del pensamiento curricular, como la de Priestley (2024), que insiste en que los modelos lineales simplifican en exceso lo que pasa en la escuela y no capturan la complejidad de enseñar. Por eso, se plantea que planificar no es solo seguir una serie de pasos, sino más bien pensar en un proceso abierto, que se adapta, que responde a quiénes son los estudiantes, cómo es el aula y cuál es el propósito más amplio de educar.

Ahora bien, en el marco de esta tesis, se toma la teoría de la planificación racional-lineal como una herramienta útil para organizar el contenido del número real en sus distintas representaciones: simbólica, tabular, gráfica y verbal. Su valor está en que permite estructurar una secuencia clara, con base en objetivos concretos. Sin embargo, también se reconoce que este modelo, por sí solo, no basta. Por eso se busca combinarlo con otras miradas más críticas, que incluyan la complejidad del aula y el papel activo que debe tener el docente como constructor del conocimiento matemático.

Planeación Estratégica

En el campo educativo, la planificación estratégica aparece como una teoría que intenta guiar decisiones tanto institucionales como curriculares, con una mirada a mediano y largo plazo. Lo hace desde una lógica participativa, racional y, sobre todo, flexible. Parte del reconocimiento de la misión, la visión, los objetivos, fortalezas, debilidades, y busca articular recursos y actores para conseguir resultados que puedan medirse. Desde esta mirada, Heckler (2025) define la planificación estratégica como “un proceso dinámico que combina análisis de datos, visión compartida y adaptabilidad organizativa, en respuesta a entornos educativos inciertos y cambiantes” (p. 2). Este autor, además, subraya que, a diferencia de modelos más antiguos, el actual apuesta por la agilidad y por la capacidad de reaccionar frente a cambios tecnológicos, demográficos o curriculares.

Del mismo modo, Khalilov y Taghiyev (2024) afirman que la planificación estratégica es un proceso articulado, que conecta metas de largo plazo con políticas concretas, siempre pensando en aprovechar mejor los recursos institucionales y promover cambios pedagógicos. Según su visión, no basta con tener objetivos: también hay que definir indicadores, imaginar posibles escenarios, y establecer revisiones periódicas.

Y para cerrar esta mirada, un informe reciente (*Faculty perceptions*, 2024) recoge cómo lo ven los docentes. Ahí se advierte que, más que una tarea burocrática, la planificación estratégica tiene que ser un proceso donde los profesores puedan involucrarse activamente. Esa participación no solo permite una implementación más adecuada, sino que además fortalece el carácter transformador de este tipo de planeación. En esa línea, no se ve solo como una herramienta técnica, sino como un espacio donde la escuela puede pensarse a sí misma desde dentro.

Números Reales

Los números reales constituyen su origen sobre el cual se relacionan gran parte de las matemáticas, siendo esenciales en el análisis matemático y desempeñando un papel fundamental en la modelación y comprensión de fenómenos del mundo real. Desde la simplicidad aparente de los números naturales hasta la complejidad de los irracionales, los números reales forman un universo matemático rico y continuo que abarca tanto la certeza de los enteros como la sorprendente complejidad de los irracionales.

Sin embargo, el significado de número durante la historia ha tenido evoluciones sin olvidar grupos nómadas prehistóricos pasaron a formar civilizaciones sedentarias, el concepto de número (concepción moderna de número natural) surgió bajo una necesidad. Según Ríbnikov (1987): El concepto de número surgió como consecuencia

de la necesidad práctica de contar los objetos. Inicialmente contaban con lo que tenían a su alcance como dedos, piedras, conos de abetos entre otros, este tipo de denominaciones hacen parte de los cálculos matemáticos: por ejemplo, calculus en su traducción del latín significa cuenta con piedras.

Civilizaciones como la babilónica, quienes en el tercer milenio mostraban interés por los aspectos matemáticos que les competían, contaban con un sistema sexagesimal basado en muescas que les ayudaban a calcular aspectos astronómicos, poseían tablas de cálculo, en las cuales se pueden encontrar inverso multiplicativos de algunos números, con el fin de facilitar los mismos (Ríbnikov, 1987, p. 27). La egipcia, de quienes se tienen registros según (Ríbnikov, 1987) como el papiro de Rhind del 2.000-1.700 a.n.e, escrito por el sacerdote Ahmes, establecen uno de los primeros registros de una matemática antigua basada en problemas de agricultura, geometría y aritmética, en este encontramos un manejo particular de las fracciones unitarias (con numerador 1), además, en tablas se tenían listas de fracciones con numerador distinto de 1, expresadas como suma de fracciones unitarias. Y se da por supuesto que este sistema se debía gracias a la simbología numérica basada en jeroglíficos, que usaban una expresión para dichas fracciones (el jeroglífico para cada número y encima de este, el de la letra R). (Stewart, 2008, p. 19), (Ríbnikov, 1987, p. 24), y (Collette, 1986, p. 46).

Del concepto anterior, se puede decir que la naturaleza de los números reales va más allá capacidad que tiene el ser humano para contar o medir. Estos números no solo son una parte importante de aritmética elemental, sino que también son la base sobre la cual se construyen conceptos más avanzados en álgebra, cálculo y análisis al momento en que se habla de modelar situaciones complejas que proporcionan de un lenguaje científicos a un lenguaje común al momento de dar soluciones a los problemas matemáticos contextualizados.

En India por su parte hizo su aporte a la construcción de números reales identificando fracciones y transformándolas en aspectos fenomenológicos del tiempo registrados en libros religiosos: los Sutras y los Vedas, que datan de los siglos VIII y VII a.C. respectivamente (Rybnikov 1987, p. 44). Grecia hizo una gran contribución al desarrollo de las matemáticas y exponentes como Tales de Mileto en el 7 a.C., los pitagóricos en el 6-5 a.C. Siglo aC y los elementos de Euclides en el siglo III a. C., estos dos últimos son bastiones de figuras arquitectónicas modernas. porque los pitagóricos, gracias a su teorema, descubrieron cantidades desproporcionadas (irracionales según las definiciones actuales), que contradicen su filosofía.

Grecia ha realizado importantes contribuciones al avance de las matemáticas a lo largo de la historia. Figuras destacadas como Tales de Mileto en el siglo VII a.C., los pitagóricos en los siglos VI-V a.C. y Euclides en el siglo III a.C. han dejado un legado significativo. Especialmente, los pitagóricos y su teorema descubrieron magnitudes que eran inconmensurables (según las definiciones modernas, irracionales), lo cual no concordaba con su filosofía basada en la medida exacta. Estos avances fueron fundamentales para la construcción moderna de los números reales. La conmensurabilidad de los segmentos, que es la capacidad de medir un segmento en relación a otro (representada modernamente como A y B siendo las medidas de dos segmentos, entonces A y B son conmensurables si se cumple que $mA=nB$, o lo que es equivalente a $A/B=n/m$), es un aspecto fenomenológico de los números enteros. Los números enteros y las razones entre segmentos tienen un tratamiento especial debido a su importancia.

Las bases axiomáticas para los números enteros se exponen en el libro VII de los Elementos de Euclides, según lo mencionado por Recalde y Arbeláez (2011, p. 65), estas bases permiten vislumbrar las huellas de lo que sería la base para el desarrollo teórico posterior de los números naturales tipo axiomas de Peano. En ese mismo período histórico, Aristóteles introdujo ideas fundamentales en la construcción de los números reales: el concepto del continuo (synechés) como una subdivisión del

contiguo. Por ejemplo, cuando digo que algo es continuo con otra cosa significa que sus límites se tocan entre sí y llegan a ser uno solo; como indica la palabra misma, están “con-tenidos” mutuamente. Sin embargo, si hay dos extremos no puede haber continuidad (Aristóteles, 1998, p. 244) según lo mencionado por (Recalde & Arbeláez, 2011).

La teoría de la enseñanza de las matemáticas desempeña un papel fundamental en el proyecto de investigación "Modelo para la planeación del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante un análisis didáctico".

Para empezar, cuando se piensa en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas como algo que el docente hace de forma cotidiana, se entiende que no se trata solo de pasar contenidos, sino de ayudar a que los estudiantes desarrollen formas de pensar, resolver, moverse con algo más de confianza frente a lo que aparece allá afuera, en lo que no es aula. Y eso, claro, exige usar métodos que no se repiten siempre igual, que puedan ajustarse a quienes están aprendiendo y a lo que necesitan en ese momento.

Por otro lado, al adentrarse en el estudio de los números reales, el asunto se vuelve aún más complejo. Este contenido no es trivial: los números reales ocupan un lugar central en múltiples áreas de la matemática y, al mismo tiempo, se vinculan con situaciones cotidianas, fenómenos físicos y contextos de medición. Por ello, no basta con mencionarlos o promover su memorización. Es fundamental reflexionar cuidadosamente sobre cómo se enseñan, qué trayectorias didácticas se proponen para lograr una comprensión profunda, qué representaciones se emplean y por qué se elige una en lugar de otra.

Luego, cuando se incluye la parte histórica del asunto, cuando se cuenta de dónde vienen estos números, cómo fueron apareciendo en diferentes épocas, se le da

al estudiante otra manera de mirar. Ya no se trata solo de reglas y fórmulas, sino de ideas que fueron naciendo con el tiempo, que respondieron a ciertas preguntas o problemas. Ese tipo de mirada ayuda, no solo a entender mejor, sino también a ver que las matemáticas están vivas, que han cambiado, que no nacieron cerradas como se evidencia en la línea de tiempo.

FIGURA 2. LÍNEA DE TIEMPO DE NÚMEROS REALES



Nota. Elaboración propia, adaptado.

Finalmente, si se toma todo lo anterior y se junta con la teoría sobre cómo se enseñan las matemáticas, entonces lo que se obtiene es una base que sirve para montar bien este proyecto de investigación. No se trata de seguir un esquema rígido, sino de encontrar una forma de enseñar los números reales que tenga sentido para quienes los aprenden, que no los aisle ni los vacíe de contenido, sino que los presente como algo que vale la pena explorar, con preguntas, con errores, con caminos que no siempre son rectos.

Al revisar los marcos teóricos que sostienen este estudio, se trata de construir un eje de ideas que ayude a organizar una forma de planear más cercana a la práctica. El análisis didáctico, por ejemplo, da herramientas para dividir los saberes en partes que sí se puedan enseñar y aprender. Y la mirada que propone el DBR permite que

ese modelo que se propone aquí no se quede solo en lo escrito, sino que se conecte con lo que pasa realmente en la clase.

Además, cuando se observa cómo se piensa la planeación desde otras posturas, se entiende que enseñar no es algo que se sigue al pie de la letra. Más bien es una labor que exige pensar y volver a pensar. Que el profesor conozca a sus estudiantes, que sepa cambiar sobre la marcha, que pueda imaginar qué puede salir mal o bien, eso también hace parte de enseñar. Y en el fondo, eso es lo que este trabajo quiere mostrar: que se puede proponer un modelo que tenga orden, sí, pero también cierta libertad que permita construir desde lo que ocurre en el aula.

El presente análisis prosigue de esta manera con el apartado de marco normativo, que presenta la normativa legal vigente en Colombia para sustentar el desarrollo y acciones de la presente investigación. Para ello, se hará énfasis en el Plan Decenal de Educación y los Estándares Básicos de Competencias.

Marco Normativo

Plan decenal de educación 2016-2026

El artículo 72 de la Ley General de Educación 115 de 1994, estableció que cada 10 años el país formulará un Plan Nacional de Desarrollo Educativo, que incluirá las acciones correspondientes para dar cumplimiento a los mandatos constitucionales y legales sobre la prestación del servicio educativo. Este Plan, de carácter indicativo, será evaluado, revisado permanentemente y considerado en los planes nacionales y territoriales de desarrollo.

En este sentido el desafío que se plantea en la presente investigación es: Impulsar una educación que transforme el paradigma que ha dominado la educación hasta el momento Para lograr el tránsito de un modelo con excesivo énfasis en la transmisión de informaciones –el cual sigue ampliamente difundido en el país– hacia diversos modelos orientados a promover el desarrollo humano e integral de los

estudiantes, la transmisión del conglomerado cultural del país y la transformación e internacionalización del país. En el que se establece el lineamiento estratégico promover un cambio profundo de modelo pedagógico y un amplio apoyo y estímulo a las innovaciones educativas en el país. Es por ello que se requiere impulsar la creatividad en las aulas, de manera que los innovadores cuenten con el apoyo necesario para garantizar la sistematización, evaluación y el seguimiento a sus experiencias, con el fin de definir cómo y en qué condiciones estas se pueden generalizar.

Estándares básicos de competencia

El ministerio de educación Colombia establece en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas establece que el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. Dichas ideas se enriquecen si, además, se propone trabajar con las magnitudes, las cantidades y sus medidas como base para dar significado y comprender mejor los procesos generales relativos al pensamiento numérico y para ligarlo con el pensamiento métrico.

Sánchez y Leicea (2007), citados por Anderson, Londoño y Martínez (2022), se refieren al aprendizaje basado en competencias como ABC y lo definen como el desarrollo de dos categorías de competencias: las genéricas y las específicas. Estos autores describen las competencias genéricas como habilidades transversales que se aplican de manera sistemática, mientras que las competencias específicas se ajustan a las exigencias de cada área de estudio. Destacan que la sociedad del conocimiento, con su constante intercambio de información, ha planteado desafíos significativos para la educación, lo que ha generado la necesidad de crear estrategias que permitan a los estudiantes adaptarse al nuevo contexto educativo.

El Ministerio de Educación Nacional (2024) define las Competencias como un conjunto integrado de conocimientos, actitudes, disposiciones y habilidades (tanto cognitivas como socio-afectivas y comunicativas) que se interrelacionan entre sí con el propósito de facilitar un desempeño flexible y significativo en actividades que se desarrollan en contextos desafiantes y relativamente nuevos. En esta perspectiva, la competencia implica no solo poseer conocimientos, sino también tener la capacidad de actuar y ser competente en la aplicación de esos conocimientos.

Constitución política de Colombia

Así mismo, con el objetivo de fundamentar las bases legales de la presente investigación se exponen lo establecido en las leyes, decretos establecidos en la Constitución política de Colombia de 1991, el plan decenal de educación y los estándares básicos de competencia donde se encuentra establecido las funciones que le competen a cada ciudadano colombiano en cuanto al sistema educativo, a continuación, se presentan artículos:

Artículo 67: La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.

Artículo 70. El Estado tiene el deber de promover y fomentar el acceso a la cultura de todos los colombianos en igualdad de oportunidades, por medio de la educación permanente y la enseñanza científica, técnica, artística y profesional en todas las etapas del proceso de creación de la identidad nacional.

Así mismo, Artículo 35. Desarrollo de Asignaturas. Las asignaturas tendrán e contenido, la intensidad horaria y la duración que determine el proyecto educativo

institucional, atendiendo los lineamientos del presente Decreto y los que para su efecto expida el Ministerio de Educación Nacional. En el desarrollo de una asignatura se deben aplicar estrategias y métodos pedagógicos activos y vivenciales que incluyan la exposición, la observación, la experimentación, la práctica, el laboratorio, el taller de trabajo, la informática educativa, el estudio personal y los demás elementos que contribuyan a un mejor desarrollo cognitivo y a una mayor formación de la capacidad crítica, reflexiva y analítica del educando. Por consiguiente, el personal directivo y los docentes tienen la responsabilidad de planificar sus actividades de manera minuciosa con la finalidad que el estudiante aprenda y se forme de la mejor manera, que su aprendizaje sea natural y no forzado, y para este fin se debe poseer de una gran cantidad de diversidad de material didáctico, en la actualidad gracias a la tecnología aunada a la investigación se cuenta con mucho y variado material y herramientas de apoyo tecnológico, lo importante es que los profesores comprendan como organizarlo y emplearlo.

En relación al artículo 38 de la misma ley:

Artículo 38. Plan de estudios. El plan de estudios debe relacionar las diferentes áreas con las asignaturas y con los proyectos pedagógicos y contener al menos los siguientes aspectos: 1. La identificación de los contenidos, temas y problemas de cada asignatura y proyecto pedagógico, así como el señalamiento de las diferentes actividades pedagógicas. 2. La distribución del tiempo y las secuencias del proceso educativo, señalando el período lectivo y el grado en que se ejecutarán las diferentes actividades. La metodología aplicable a cada una de las asignaturas y proyectos pedagógicos, señalando el uso del material didáctico, de textos escolares, laboratorios, ayudas, audiovisuales, la informática educativa o cualquier otro medio o técnica que oriente o soporte la acción pedagógica.

En el artículo 44 de la presente ley se señala:

Artículo 44. Materiales didácticos producidos por los docentes podrán elaborar materiales didácticos para uso de los estudiantes con el fin de orientar su proceso formativo, en los que pueden estar incluidos instructivos sobre el uso de los textos del bibliobanco, lecturas, bibliografía, ejercicios, simulaciones, pautas de experimentación y demás ayudas. Los establecimientos educativos proporcionarán los medios necesarios para la producción y reproducción de estos materiales.

Este apartado permitió recoger lo que la ley y los lineamientos oficiales plantean en relación con la enseñanza de las matemáticas. Lo que aparece en documentos como el Plan Decenal, la Ley General, los estándares y hasta en algunos artículos de la Constitución no son solo formalidades. En el fondo, todos apuntan a la necesidad de cambiar lo que pasa en las aulas, de dejar atrás prácticas que ya no funcionan tanto y dar paso a otras formas donde se enseñe con más cercanía al estudiante, más conciencia de lo que se está logrando o no.

No es que la ley imponga el modelo que aquí se plantea, pero sí ayuda a construirlo. Al dejar claro que se espera del docente que use materiales variados, que proponga métodos distintos y que trace metas claras, se abre un espacio para pensar en una planificación que no sea rígida. Este marco legal, entonces, no solo respalda el trabajo hecho en esta tesis, también le da dirección, mostrando que lo que aquí se propone tiene sustento y responde a los retos que hoy tiene la enseñanza de las matemáticas en el país.

CAPITULO III

UN ACERCAMIENTO METODOLOGICO A LA REALIDAD

Área de investigación

Este trabajo se inscribe dentro de la Línea de Investigación en Educación Matemática que hace parte del Núcleo Emilio Medina (NIEM), en la UPEL Maracay. Desde allí se ha venido trabajando con especial atención al estudio del uso de los números reales en sus distintas representaciones. Aquí, el interés no es solo por los contenidos matemáticos en sí, sino por los modos en que estos son enseñados y aprendidos, considerando elementos históricos, epistemológicos y también lo que ocurre en la mente de quienes aprenden.

Por ello, uno de los propósitos clave de esta línea ha sido detectar con claridad aquellos obstáculos que dificultan el aprendizaje y, a partir de ahí, plantear caminos posibles que permitan superarlos. En ese trayecto, también ha sido necesario volver la mirada a las prácticas docentes, examinando cómo planifican, qué métodos aplican y cómo eso se puede repensar para lograr otras formas de enseñanza.

Naturaleza de la investigación

En esta tesis se optó por una mirada cualitativa. No se trata de medir ni de sacar porcentajes, sino de acercarse con cuidado a lo que los docentes piensan y hacen cuando enseñan números reales, sobre todo en lo que tiene que ver con sus distintas formas de representarlos. Lo que se busca aquí no es la verdad absoluta ni una fórmula única, sino más bien comprender cómo cada docente construye su práctica y qué significados le da a lo que enseña. En esa línea, se parte del supuesto de que el

conocimiento, lejos de ser algo objetivo y fijo, se va construyendo entre personas, en interacción, como lo han señalado Denzin y Lincoln (2018).

Por ello mismo, la atención se centra en los problemas reales que viven los docentes al planificar y desarrollar clases sobre números reales, un contenido que, como se observó en la Institución Educativa Técnica San Pablo de Polonuevo, suele presentar múltiples complicaciones. En especial, se detectaron dificultades al momento de vincular lo simbólico con lo gráfico o lo tabular, y todo esto con situaciones reales, lo cual afecta la manera en que los estudiantes comprenden lo que se les enseña.

Desde allí se definió también la elección metodológica. Un enfoque cualitativo parecía el camino más apropiado para entender bien lo que pasa en el aula y fuera de ella, especialmente si lo que se quiere es interpretar con profundidad cómo se estructura la enseñanza y cómo se articula con las necesidades reales del aula. Erickson (1989) y Flick (2018) ya advertían sobre el valor de mirar lo que hacen los docentes desde sus propias lógicas, sin imponer esquemas externos. Esta investigación se alinea con esa perspectiva, entendiendo que enseñar es una práctica influida por la formación, la trayectoria personal, y las condiciones propias de la institución.

En cuanto al marco teórico que acompaña este trabajo, se toma como base el análisis didáctico propuesto por Rico (1997), junto con la teoría de las representaciones semióticas de Duval (2006), las situaciones didácticas de Brousseau (1998) y la teoría antropológica de lo didáctico de Chevallard (1991). Estas aproximaciones no solo brindan categorías para mirar lo que ocurre, sino que también orientan la interpretación de los materiales recogidos. De esa manera, las teorías no quedan en el papel, sino que sirven para leer el aula, los discursos, los recursos y hasta los gestos del docente.

A esto se suma la perspectiva hermenéutica como método de trabajo. Siguiendo a Gadamer (2002), se entiende que interpretar no es simplemente traducir, sino

comprender lo que se dice y se hace desde su lugar propio, su momento, su historia. Así, la palabra del docente, su planificación, sus decisiones y hasta lo que omite, son textos que dicen algo. La hermenéutica, por tanto, permite mirar más allá de lo evidente, reconociendo capas de significados que no siempre están a simple vista (Beuchot, 2010).

Paradigma

El paradigma que sostiene este estudio es el interpretativo. No se parte de una realidad dada, sino de muchas realidades, tantas como docentes participen. Lo que se busca es entender cómo esas personas, desde sus trayectorias y vivencias, dan forma a lo que hacen. En ese sentido, el conocimiento no es algo que se descubre, sino algo que se va armando con otros, a través del diálogo, como han dicho Cohen, Manion y Morrison (2018). Por lo tanto, lo que aquí interesa no es hacer reglas, sino comprender a fondo lo que ocurre en el aula, y por qué ocurre así.

Método

El camino metodológico se sostiene en la hermenéutica interpretativa. No se trata solo de leer textos, sino de interpretar acciones, palabras, decisiones. Como señala Ricoeur (1981), todo eso también habla, también es texto. Entonces, el análisis parte de esa mirada que ve la práctica docente como discurso que puede y debe ser comprendido. A través del diálogo entre el investigador y los docentes, se construye una lectura compartida de lo que ocurre en la enseñanza.

El desarrollo del trabajo siguió lo que se conoce como círculo hermenéutico. Se va de lo general a lo particular y se vuelve, una y otra vez. Así, cada entrevista, cada guía de clase, cada observación de aula fue leída con esa lógica, cruzando lo que se dice con lo que se hace. Van Manen (2016) describe esta forma de trabajar como una búsqueda de profundidad, más que de cantidad. Se usaron entrevistas semiestructuradas, observaciones y análisis documental para construir esa mirada

completa que permita entender qué piensan, qué planean y qué hacen los docentes cuando se enfrentan al tema de los números reales.

Al contrastar la planificación escrita con la práctica real, fue posible identificar ciertas tensiones. Por ejemplo, el uso de representaciones limitadas, o la idea de que enseñar debe ajustarse a un solo método. Algunos de estos problemas pueden estar ligados a lo que Bachelard llamó obstáculos epistemológicos. Y lo que se ha visto en el aula confirma que no siempre se supera esa tendencia a enseñar desde lo inmediato o lo mecánico. Por eso, esta tesis busca ofrecer un aporte que no solo describa, sino que ayude a repensar la práctica docente desde otra mirada, más reflexiva, más abierta, y más crítica.

La hermenéutica educativa subraya que toda práctica está atravesada por discursos, tradiciones y contextos que dotan de sentido a la acción pedagógica (Biesta, 2010). En consecuencia, interpretar dichas prácticas implica reconocer que los conceptos matemáticos, las representaciones semióticas y los contextos de uso se articulan en la planificación como “textos” que deben leerse a la luz de sus condiciones históricas e institucionales Pring, (2015). Este giro interpretativo no solo describe lo que hacen los profesores, sino que explora las razones y significados que justifican sus elecciones didácticas, aportando claves para diseñar un modelo de planeación fundamentado en las teorías de Duval, Brousseau, Chevallard y Rico.

Es importante resaltar, la validez del proceso se garantiza mediante reflexividad y contraste continuo: las interpretaciones preliminares se devuelven a los participantes para afinar su pertinencia, y las categorías emergentes se comparan con marcos teóricos contemporáneos sobre enseñanza de las matemáticas (Laverty, 2003). De este modo, el método hermenéutico no solo ilumina la complejidad de la práctica docente, sino que contribuye a construir un cuerpo de conocimiento contextualizado y crítico sobre la enseñanza de los números reales.

Tipo de investigación

En el presente estudio investigativo el modelo metodológico es de tipo cualitativo, de acuerdo con las diferentes etapas del estudio, en sentido el enfoque cualitativo “estudia la realidad en su contexto natural tal como se suceden los fenómenos, tomando e interpretando la realidad de acuerdo a las personas implicadas” (Blasco y Pérez .2007).

Por otro lado es importante destacar que el abordaje del enfoque cualitativo en las investigaciones, puesto que utiliza una variedad de instrumentos, para la recolección de la información relacionados con el objeto de estudio, dentro de estos se encuentra los formatos de entrevistas, hojas de registro de campo, elementos audiovisuales, estructuras de encuestas cualitativa, hojas de observación, hojas de registro, bitácoras, entre otras lo que le facilita al investigador identificar en las situaciones observadas elementos claves para el análisis de los resultados obtenidos. Córdoba (2017).

Escenario de la Investigación e Informantes Clave

Para el desarrollo de esta investigación se ha escogido como escenario la Institución Educativa Técnica San Pablo de Polonuevo, ubicada en el departamento del Atlántico (Colombia). Esta institución ha sido reconocida por su compromiso con la innovación didáctica, y particularmente, por el trabajo pedagógico que realiza en los niveles de secundaria, espacios clave donde se consolida el estudio formal de los números reales dentro del currículo de Matemáticas. El investigador ha venido trabajando desde hace años en la misma institución, lo que le ha permitido construir un vínculo profesional bastante estable con los docentes del área de matemáticas. Esa cercanía —no solo desde lo laboral, sino también desde la confianza cotidiana que se genera al compartir espacios y preocupaciones comunes—, permitió que el proceso no partiera desde cero. Como bien lo señalan Taylor y Bogdan (1987), establecer una relación de confianza genuina entre quien investiga y quienes participan no es

accesorio, sino una condición previa, casi indispensable, para que las personas se abran y compartan sus vivencias sin reservas ni apariencias.

En cuanto a los informantes seleccionados, se decidió trabajar con un grupo pequeño, pero cuidadosamente elegido: cuatro docentes de matemáticas. No fue una elección al azar, sino que se optó por un muestreo intencional con base en ciertos criterios que ayudaran a garantizar la pertinencia del aporte. Entre esos criterios se consideró, en primer lugar, que tuvieran al menos cuatro años de experiencia enseñando temas relacionados con los números reales. En segundo lugar, se buscó que tuvieran experiencia usando diferentes formas de representación matemática (por ejemplo, fracciones, decimales o gráficos), aplicadas no solo en ejercicios formales, sino en situaciones que pudieran conectarse con lo cotidiano, o al menos con entornos posibles. Y, como tercer aspecto, se valoró que mostraran, por decisión propia, su disposición a formar parte del estudio. La participación, por tanto, no fue impuesta ni sugerida como obligación, en coherencia con los principios éticos que rigen la investigación cualitativa.

Ahora bien, tal como sostienen Flick (2023) y Creswell (2018), las personas que participan en estudios de este tipo no pueden ser vistas simplemente como fuentes de información a las que se les extrae datos. Aquí, se les considera parte del proceso de construcción del conocimiento. Su experiencia, sus formas de narrar lo que hacen, sus intuiciones incluso, son esenciales para comprender cómo se va moldeando la planificación en el aula, especialmente cuando se trata de enseñar números reales con distintos registros de representación. Además, sus relatos permiten explorar de qué manera esas representaciones se conectan con situaciones reales que emergen en el aula, o que los docentes intentan acercar a los estudiantes.

Por eso, el estudio se enmarca dentro de una lógica hermenéutico-interpretativa, donde lo que importa no es tanto recopilar datos en bruto, sino construir sentido junto a quienes viven el fenómeno en su práctica. Desde esta mirada, la interpretación se

convierte en una labor compartida entre quien investiga y quien aporta su experiencia. Para ello, se utilizarán varias herramientas metodológicas que se complementan entre sí: entrevistas semiestructuradas, observación directa en aula y análisis de documentos (como planificaciones o registros de clase). Con esta triangulación se busca no solo obtener una mirada más rica, sino también darle solidez al análisis, permitiendo que cada fuente contraste, complemente o complejice lo que las otras ofrecen. Así, lo que se construya no será una versión única, sino un tejido de perspectivas entrecruzadas que da cuenta, desde lo cercano, de cómo se piensa y se organiza la enseñanza de los números reales en escenarios reales.

Selección de los informantes

En los estudios de corte cualitativo, la elección de quienes aportan los relatos — los llamados informantes— no suele atender a criterios numéricos ni estadísticos. Lo que realmente se busca es que esas voces tengan un valor analítico, que digan algo que permita mirar el fenómeno con mayor profundidad. Como señala Flick

“la potencia explicativa de un estudio cualitativo depende de la idoneidad epistemológica de los participantes y no del tamaño de la muestra” (p. 97). Por ello, el criterio fundamental deja de ser la representatividad estadística y se convierte en la densidad informativa que cada actor puede aportar al fenómeno investigado.

A partir de eso, en vez de buscar una muestra que represente porcentajes o sectores amplios, lo que se intenta es reunir a personas que, por su experiencia, por su vínculo con el objeto en cuestión o por su disposición a examinar críticamente lo que hacen, puedan ofrecer un conocimiento rico. Creswell y Poth (2023) insisten en que definir de antemano algunos criterios de inclusión y exclusión ayuda a construir un grupo de participantes más afín a los objetivos del estudio. Y no se trata de una

selección cerrada, sino de una apuesta por encontrar voces que sostengan, cuestionen o complejicen lo que se busca comprender.

Ahora bien, hay otro aspecto que no se puede dejar de lado: el rapport. Este término, que a veces se usa de manera vaga, aquí se toma en un sentido más concreto. Se refiere a la relación que se construye entre quien investiga y quienes comparten sus experiencias. No es una relación simétrica, claro, pero sí se espera que sea honesta, respetuosa, donde la colaboración tenga lugar. Given (2022) lo define como un marco relacional que permite que las narrativas que emergen sean auténticas. Pero para lograr eso no basta con tener buena voluntad. Se requiere establecer ciertas condiciones mínimas: obtener un consentimiento informado real, garantizar la confidencialidad de lo que se comparte y devolver a los participantes parte de lo hallado, en forma de retroalimentación preliminar.

Solo cuando estas condiciones se cumplen con cuidado, quienes participan no quedan reducidos al papel de fuentes, sino que pueden llegar a convertirse en co-analistas del proceso. Es ahí donde su aporte gana peso, porque no solo ofrecen relatos, sino que ayudan a interpretar, a contrastar, a afinar lo que el investigador propone. De esa manera, se fortalece la validez del estudio, pero sobre todo se construye conocimiento que no es de uno solo, sino compartido y más cercano a la complejidad de lo que se vive en la práctica.

En este orden de ideas, los criterios para la selección de los informantes de esta investigación están detallados en el cuadro.

Criterios para la Selección de Informantes Clave

TABLA 1 CRITERIOS PARA LA SELECCIÓN DE INFORMANTES CLAVE

Informantes clave	Criterios de Selección
docentes	• Tener experiencia no menor de cuatro (4) años como docente en el área de matemáticas. • Estar dispuesto a desarrollar su capacidad de análisis crítico con relación a la enseñanza del uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos. • Disposición y tiempo para ser entrevistado por el investigador para desarrollar el estudio.

Nota. Elaboración propia.

Técnicas e instrumentos de la recolección de datos

En primer lugar, la recolección de datos en investigación cualitativa busca captar los significados que los actores sociales atribuyen a sus experiencias; por ello, trasciende la medición y exige procedimientos flexibles capaces de registrar matices verbales y no verbales. Tal como señalan Rodríguez y Fernández (2023), “la pertinencia de los hallazgos depende de una articulación intencional entre la pregunta de investigación, la técnica elegida y el contexto en que se aplica” (p. 42).

En consecuencia, la selección de técnicas e instrumentos debe obedecer a criterios teórico-criteriales que aseguren densidad informativa. Las entrevistas semiestructuradas, por ejemplo, proporcionan un guion orientador sin constreñir la conversación, mientras que los diarios de campo y las listas de cotejo permiten consignar eventos en tiempo real, preservando el carácter etnográfico de la

observación (Pérez & López, 2023). Asimismo, los protocolos de observación estandarizan la mirada del investigador y evitan la dispersión ante escenas complejas.

Por un lado, en este estudio se aplicaron entrevistas semiestructuradas a cuatro docentes de Matemáticas para explorar sus concepciones y emociones respecto a la enseñanza de los números reales, así como las dificultades que emergen al representar dichos números de forma fraccionaria, decimal o gráfica (Roth, 2020). Ahora bien, además de las entrevistas realizadas, se llevaron a cabo observaciones no participantes dentro del espacio del aula. Estas permitieron mirar más allá de lo que se dice y concentrarse en lo que ocurre: cómo se introduce el contenido, qué se hace con los errores cuando surgen, de qué manera se organiza una discusión colectiva, si es que hay alguna. Como plantea Creswell (2013), este tipo de técnica ayuda a captar lo que normalmente no se dice, lo que no se puede narrar en una entrevista, pero que está presente igual, en los gestos, en las pausas, en cómo los estudiantes se relacionan con lo que se les propone.

Junto a eso, también se revisaron documentos: planificaciones, materiales, guías. Todo esto bajo ciertos criterios tomados de Rico, que sirvieron para ir localizando patrones que se repiten, o tal vez ideas que faltan, vacíos que, de una forma u otra, terminan afectando cómo los estudiantes logran entender lo que se trabaja con los números reales. Pérez y Torres (2023), por su parte, advierten que muchas veces son esos silencios en la planificación los que explican los vacíos en la comprensión.

De esa combinación —entre lo que se dice en entrevista, lo que se ve en aula y lo que aparece en los papeles— surge una imagen más completa. Triangular no es solo una forma de verificar, sino de mirar desde distintos ángulos. Así, lo discursivo, lo observable y lo escrito se cruzan para dar cuenta de cómo se planea y cómo realmente se enseña el uso de los números reales, sin que ninguna de esas fuentes, por sí sola, alcance a decirlo todo.

La entrevista

En el marco de este estudio, la entrevista cobra una relevancia central, pues permite adentrarse en cómo piensan los docentes cuando planifican. No se trata solo de preguntar por qué se elige una representación u otra —decimal, gráfica, fraccionaria—, sino de abrir espacio para que emerjan esas decisiones que muchas veces no quedan registradas en los documentos formales. En el caso de los números reales, este instrumento ayuda a seguir el hilo de pensamiento que une una elección con una experiencia concreta, o con una dificultad que el docente intenta sortear.

Kvale y Brinkmann (2015) señalan que toda entrevista cualitativa debe entenderse como una conversación con intención, donde no solo se obtienen respuestas, sino que se construye sentido entre quien pregunta y quien responde. Este tipo de diálogo, cuando se da con cierta fluidez, permite que el conocimiento didáctico salga a la superficie. Lo que no está en las guías, ni en los planes, pero que se activa cuando el profesor rememora una clase, cuando justifica por qué hizo tal cosa en vez de otra. Según Llinares y Valls (2010), es en ese tipo de reconstrucciones donde se pueden captar las ideas más profundas sobre lo que significa enseñar matemáticas, no desde la teoría, sino desde la práctica concreta.

La entrevista en especial la semiestructurada aporta, además, flexibilidad metodológica, ya que permite mantener una guía temática, sin renunciar a la posibilidad de explorar aspectos emergentes relevantes para la investigación DiCicco-Bloom & Crabtree, (2006). En estudios sobre el uso de los números reales en el aula, esta técnica facilita identificar obstáculos epistemológicos, estrategias de mediación, criterios de selección de tareas, y prácticas de evaluación vinculadas a diferentes registros de representación, elementos todos fundamentales en un análisis didáctico integral.

Asimismo, la entrevista permite triangular la información obtenida con otras fuentes (planificaciones, observaciones de clase, documentos institucionales), lo que

aumenta la validez interpretativa del estudio. Como lo señalan Creswell y Poth (2018), el valor de la entrevista no radica únicamente en el discurso del entrevistado, sino en la forma en que este discurso se articula con el contexto de práctica real y con las categorías analíticas del marco teórico adoptado.

En esta investigación, las entrevistas realizadas a docentes de matemáticas de secundaria se conciben como un espacio privilegiado para comprender cómo planifican el contenido sobre los números reales, qué representaciones priorizan, qué dificultades identifican en sus estudiantes, y qué criterios aplican para contextualizar las tareas. Estos aportes son esenciales para construir un modelo de planeación que sea coherente con la realidad del aula, epistemológicamente sólido y didácticamente pertinente.

Observación de clases

Dentro del proceso metodológico, se incluyó la observación directa de clases dictadas por docentes de matemáticas. El propósito fue mirar cómo, en la práctica, se abordan los números reales, sus diferentes formas de representación y la manera en que se conectan con situaciones más cercanas a los estudiantes. Este tipo de observación no busca simplemente registrar lo que sucede, sino entender cómo se entrelazan la planificación previa con lo que luego realmente ocurre dentro del aula. Para ello, se elaboraron ciertos instrumentos que ayudaron a registrar los momentos clave, prestando atención tanto a lo didáctico como a lo que podría leerse como rasgos del compromiso profesional de quienes enseñan.

Ahora bien, lo que se pretende observar no se reduce a acciones visibles. En la investigación cualitativa, observar supone también captar gestos, silencios, decisiones inesperadas. Es decir, todo eso que no siempre aparece en una entrevista pero que ocurre frente al grupo, en tiempo real. Creswell y Poth (2018) afirman que observar es también una forma de estar presente en la experiencia, lo que permite una mirada más cercana al fenómeno. En esta investigación, esas observaciones sirvieron de punto de

apoyo para profundizar luego en las entrevistas, fortaleciendo la comparación entre lo escrito, lo dicho y lo hecho.

Luego del trabajo en aula, los registros obtenidos pasaron por un proceso de organización. Para ello, se usaron dos líneas de análisis: por un lado, se centró la atención en cómo se enseñan los números reales con sus múltiples representaciones; por otro, se consideraron los momentos donde se evidencian decisiones pedagógicas relacionadas con la ética profesional. Con esta estructura fue posible identificar ciertos patrones, así como también momentos de quiebre o contradicción, que abren espacio a pensar posibles mejoras en lo que se planifica y se ejecuta.

Además, se propuso incluir una fase de retroalimentación entre el investigador y los docentes. Esta parte buscó más que recoger datos: se trató de conversar con quienes participaron, presentarles algunos hallazgos preliminares y abrir la posibilidad de que ellos mismos ofrecieran nuevas lecturas. Leiva, Montecinos y Aravena (2017) plantean que cuando la observación se complementa con espacios de reflexión compartida, gana en profundidad, ya que los propios docentes se convierten en parte activa del análisis.

Revisión documental como técnica e instrumento de análisis

Ahora bien, otra técnica empleada fue la revisión de documentos. Esta sirvió como vía para explorar con mayor detenimiento cómo se plasma la enseñanza de los números reales en los materiales escritos: desde las planificaciones y guías, hasta los registros elaborados por los propios docentes. El valor de esta técnica está en que esos textos no son neutros, revelan las ideas que los profesores tienen sobre lo que enseñan y cómo lo hacen. Allí aparecen las decisiones más estructuradas, pero también los límites y posibilidades de las propuestas pedagógicas.

En ese sentido, revisar documentos se convierte en una estrategia potente, pues ayuda a reconstruir cómo se han venido configurando ciertas prácticas en torno al

contenido trabajado. Además, permite mirar con detalle qué tipo de representaciones se priorizan y en qué situaciones concretas se enmarcan esos contenidos. Según Flick (2015), los documentos capturan formas de pensar sedimentadas en la cultura escolar, y por eso su análisis no es menor. Ayudan a entender de dónde vienen ciertas prácticas y cómo se reproducen o se transforman.

Claro está, no se revisó cualquier documento. La selección fue guiada por tres criterios: que tuvieran relación directa con el objeto de estudio, que fueran auténticos — es decir, usados realmente en el aula— y que ofrecieran información pertinente para el análisis. El proceso posterior implicó clasificar la información a partir de categorías que fueron surgiendo en la lectura: desde cómo se trabaja el número real hasta qué representaciones se eligen o qué situaciones se usan para su enseñanza. Esta organización facilitó la comparación con los datos obtenidos en las observaciones y entrevistas, aportando así a una mirada más completa, como también lo proponen Miles, Huberman y Saldaña (2014).

En conclusión, no se trató de ver la revisión documental como un complemento menor, sino más bien como una técnica con peso propio dentro del análisis. Al confrontar lo que los docentes dicen con lo que escriben y hacen, se obtiene una comprensión más profunda del fenómeno en estudio. Esto permite acercarse a la enseñanza del número real desde distintas miradas, articulando lo formal, lo práctico y lo reflexivo.

Procedimiento

Según Hernández Sampieri, Fernández y Baptista (2021), todo proceso investigativo debe sustentarse en una ruta metodológica rigurosa que articule la recolección, categorización e interpretación de la información. En esta investigación cualitativa de enfoque interpretativo, el procedimiento se estructuró en tres momentos interrelacionados que permitieron una aproximación profunda al fenómeno de estudio:

la planificación del contenido sobre números reales en diferentes representaciones y contextos.

En una primera fase, se efectuó la recolección de datos a través de entrevistas semiestructuradas aplicadas a docentes de matemáticas de los grados superiores de secundaria, seleccionados como informantes clave. Esta técnica, de acuerdo con Vasilachis (2019), es especialmente útil para captar los significados construidos por los sujetos a partir de sus experiencias, lo cual resulta pertinente cuando se pretende comprender fenómenos educativos desde una perspectiva situada. Las entrevistas fueron grabadas, transcritas y organizadas en una matriz cualitativa.

La segunda etapa consistió en el análisis de la información mediante procesos de codificación abierta y categorización, orientados a identificar regularidades, tensiones y concepciones emergentes. Este análisis inductivo, como señalan Rodríguez Gómez, Gil y García (2016), permite una aproximación progresiva y reflexiva a los datos, privilegiando la construcción de sentido desde la voz de los participantes. Las categorías generadas se vincularon con los ejes conceptuales del estudio: las representaciones numéricas (fraccionaria, decimal, gráfica y simbólica), los contextos de aplicación y la planeación didáctica.

En la tercera fase se implementó una triangulación metodológica, que permitió contrastar las evidencias obtenidas por medio de entrevistas, observación de clases y revisión documental. Esta estrategia, como indican Flick (2015) y Pérez Serrano (2014), fortalece la validez de los hallazgos y ofrece una comprensión más robusta del fenómeno al integrar distintas fuentes y perspectivas.

Cabe señalar que el procedimiento no se ejecutó de forma lineal, sino que respondió a un esquema cíclico y flexible. Las fases de recopilación, análisis e interpretación de los datos se retroalimentaron de manera continua, lo cual es

característico de los estudios cualitativos en los que el investigador actúa como sujeto reflexivo y co-constructor del conocimiento.

Análisis e interpretación de la información

Para analizar lo que se recogió en esta investigación, se partió de una mirada cualitativa, más bien centrada en comprender cómo los docentes van dándole forma a sus decisiones cuando planifican y enseñan los números reales. No se trató solo de describir lo que dijeron o hicieron, sino de intentar leer entre líneas, interpretar. Por eso, se optó por una postura hermenéutica-interpretativa, que permitiera observar cómo se cruzan las representaciones numéricas —fracciones, decimales, gráficos, símbolos y aquellas más ligadas a lo cotidiano— con las formas de enseñar. Lo importante fue atender no solo al contenido, sino también a los significados que los profesores van construyendo en su día a día.

Para organizar ese análisis se tomó como base lo propuesto por Strauss y Corbin (2015), especialmente en lo relacionado con la codificación abierta y axial. De entrada, se fueron señalando unidades de sentido —palabras, expresiones, ideas que se repetían o contrastaban— y luego se agruparon en categorías más amplias. Estas categorías surgieron en relación con la forma en que se planifican los temas, cómo se eligen las representaciones, qué estrategias aparecen con mayor frecuencia y qué trabas conceptuales se van haciendo visibles en el discurso o en la práctica de quienes enseñan.

Más adelante, el análisis se orientó desde una lógica temática, al estilo de lo planteado por Braun y Clarke (2006). Esto permitió identificar algunos patrones que se repetían, pero también ciertos roces o diferencias en las posturas docentes. Este tipo de interpretación no se hizo como un simple ejercicio técnico de codificación, sino que implicó una reflexión constante, una lectura que fue entrecortada, a ratos más intuitiva, para lograr captar cómo los docentes entienden el trabajo con los números reales y cómo eso se transforma en decisiones dentro del aula.

Además, se trabajó con la triangulación de técnicas, como lo han señalado Denzin (2012) y Flick (2021), usando entrevistas, observaciones y documentos. La idea no fue comparar por comparar, sino poner a dialogar esas fuentes, ver qué coincidía, qué no encajaba del todo y qué nuevas ideas podían surgir al mirar desde varios ángulos. Esto aportó densidad a la interpretación, haciendo que los hallazgos no se quedaran en un solo nivel, sino que adquirieran más profundidad y amplitud.

Por último, todo este proceso interpretativo se mantuvo vinculado con las preguntas iniciales y los objetivos del estudio. A partir de ahí, fue posible delinear un modelo de planificación didáctica que permita pensar el trabajo con los números reales desde una mirada más crítica, centrada en lo que ocurre en la práctica.

Categorización

Vale la pena señalar que, en investigaciones cualitativas, tanto la categorización como la triangulación no se limitan a tareas mecánicas. Más bien, forman parte de un ejercicio interpretativo más profundo que tiene que ver con cómo se van construyendo los significados desde lo que dicen y hacen quienes participan. Cisterna (2005) lo deja claro cuando afirma que categorizar no es solo clasificar datos por similitud, sino ir armando una estructura de ideas que permita organizar lo que aparece de forma dispersa. No basta con ordenar, hay que leer con atención, ir viendo qué se conecta con qué, y por qué.

Así, en este trabajo, la categorización se entendió como una herramienta tanto metodológica como exploratoria, útil para reconocer temas que van apareciendo en torno a la planificación y enseñanza de los números reales, especialmente cuando se recurre a sus distintas formas de representación. Las categorías, lejos de ser prefijadas, fueron emergiendo poco a poco, a medida que se avanzaba en el análisis de las entrevistas y de los demás materiales. En ese ir y venir con los datos, se fueron identificando ciertas ideas que se repetían, otras que chocaban entre sí, y algunas que, aunque parecían menores, tenían un peso interpretativo fuerte.

Por otro lado, esas categorías no se quedaron en lo abstracto, sino que sirvieron para mirar de cerca aspectos muy concretos: cómo se diseñan las actividades didácticas, de qué manera se conectan las representaciones numéricas —fraccionaria, decimal, gráfica, entre otras—, y qué relación hay entre lo que se planifica y lo que se lleva al aula. En varios momentos, surgieron núcleos temáticos como “Diseño de actividades representacionales”, “Concepciones sobre lo numérico” o “Tareas situadas”, que sirvieron de eje para reagrupar fragmentos que, en apariencia, estaban muy separados. Al organizarlos, se logró una mirada más densa de la enseñanza de los números reales.

Ahora bien, esa organización no hubiese sido tan rica sin la triangulación metodológica. Aquí se partió de lo planteado por diversos autores, donde se insiste en que la combinación de fuentes —entrevistas, observaciones, documentos— no es para confirmar lo mismo, sino para mirar desde distintos ángulos. Así, más que verificar datos, lo que se intentó fue ampliar la comprensión del fenómeno, darle volumen, observar cómo unas piezas encajaban con otras o, en ocasiones, cómo algunas no lo hacían del todo. Y es en esas diferencias también donde aparece lo interesante. Al final, el análisis que se propone no pretende ser cerrado ni definitivo, sino una lectura crítica, tejida a partir de múltiples voces, gestos, silencios y documentos, siguiendo el espíritu interpretativo que atraviesa todo el estudio.

TABLA 2 *DIMENSIONES DEFINIDAS PARA ORIENTAR EL PROCESO DE CATEGORIZACIÓN Y SUBCATEGORIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA A PARTIR DE LAS ENTREVISTAS APLICADAS*

Interrogante inicial	Interrogante(s) generada(s)	Dimensión final
¿Cómo se manifiestan los contenidos conceptuales sobre los números reales y su aplicación en distintas representaciones y contextos en la planeación curricular realizada por los docentes durante el desarrollo del curso?	¿Qué concepciones expresan los docentes sobre los contenidos conceptuales de los números reales en la planificación de clases?	Contenidos conceptuales en la planificación docente
¿Qué dificultades enfrentan los docentes en el tratamiento de los contenidos procedimentales sobre los números reales al integrarlos en diversas representaciones y contextos dentro de sus planificaciones curriculares?	¿Cuáles son los factores que dificultan la integración de contenidos procedimentales y representaciones matemáticas en la planeación docente?	Dificultades procedimentales en la enseñanza

Tabla 1 (cont.)

¿Qué estrategias de planificación emplean los docentes para abordar los contenidos procedimentales de los números reales y cómo articulan dichas estrategias con el uso de representaciones múltiples y contextos variados?	¿Cómo diseñan los docentes sus estrategias de planificación y qué criterios utilizan para integrar representaciones y contextos reales?	Estrategias didácticas y planificación
¿Qué componentes y criterios debe incluir un modelo de análisis didáctico que evalúe la planeación del contenido matemático relacionado con el uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos?	¿Qué elementos metodológicos y didácticos debe contener un modelo para valorar la planeación docente en el tema de los números reales?	Modelización del análisis didáctico
¿Cuál es la valoración preliminar de expertos respecto a la pertinencia, viabilidad y aplicabilidad del modelo propuesto para evaluar la planeación docente del contenido matemático sobre los números reales?	¿Qué juicios emiten los expertos sobre la funcionalidad, pertinencia y adaptabilidad del modelo de planificación propuesto?	Evaluación por juicio de expertos

Nota: elaboración propia.

TABLA 3. CATEGORIZACIÓN Y SUBCATEGORIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA PARA ORIENTAR EL PROCESO DEL ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

Ámbito temático	Problema de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos	Categorías	Subcategorías
Planeación docente	Las planeación docente no responde al desarrollo de las competencias matemática del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos.	Generar un modelo de planificación sobre el contenido matemático números reales y las diferentes representaciones mediante de un análisis didáctico para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje .	Caracterizar los contenidos conceptuales sobre números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos que tienen los docentes en la planeación curricular de los contenidos puestos en evidencia durante la administración del curso.	Planificación Pedagógica	- Importancia en la enseñanza. - Rol en el logro de aprendizajes significativos.
			Identificar las dificultades presentes en los contenidos procedimentales sobre números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos que tienen los docentes en la planeación curricular.	contenidos prodecimentales	- las diferentes representaciones de los números reales - Definición y conceptualización. - Conexión entre conjuntos numéricos.
			Caracterizar las estrategias de planificación utilizadas por los docentes en los contenidos procedimentales de los números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos.	Estrategias Didácticas. Modelos de Planificación	- Métodos de enseñanza. -Directrices nacionales. -Alineación curricular.
			Diseñar un modelo que permita evaluar la Planeación docente del contenido matemático uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante el análisis didáctico.	Elementos fundamentales una planeación docente.	-Planeación del contenido. -Análisis didáctico como herramienta de evaluación.
			Evaluar la pertinencia y viabilidad preliminar del modelo de planificación propuesto, mediante juicio de expertos.	Evaluación del modelo didáctico.	Juicio de expertos sobre pertinencia y viabilidad.

Dado que es el investigador quien atribuye significado a los resultados de su estudio, uno de los aspectos fundamentales del análisis cualitativo es la identificación, construcción y diferenciación de temas que orientan la recopilación, organización e interpretación de la información. En este proceso, se distinguen las categorías, entendidas como núcleos temáticos amplios que reflejan dimensiones clave del fenómeno investigado, y las subcategorías, que permiten descomponer esos temas en aspectos más específicos y observables. Estas unidades de análisis pueden ser predefinidas, es decir, formuladas con base en marcos teóricos o experiencias previas del investigador, o emergentes, construidas inductivamente a medida que se identifican patrones o regularidades en los datos recolectados. Esta distinción metodológica responde los conceptos “estructurantes” y “abiertos”, propuesto por Miles, Huberman y Saldaña (2014), quienes señalan que el proceso de codificación puede articular tanto categorías derivadas del marco teórico como aquellas surgidas del contacto directo con el campo, favoreciendo así una comprensión más profunda y flexible del fenómeno de estudio.

Triangulación

Una vez finalizado el proceso de categorización, se implementó la técnica de triangulación como estrategia fundamental para asegurar la validez interpretativa de los hallazgos, a partir de múltiples perspectivas. Esta técnica se basa en la contratación de información proveniente de diversas fuentes —entre ellas, docentes, estudiantes y registros de observación— con el fin de enriquecer la comprensión del fenómeno y minimizar posibles sesgos derivados de la subjetividad individual. En este sentido, Flick (2018) señala que:

“la triangulación busca verificar la coherencia interna de los datos mediante la integración de múltiples puntos de vista, lo que contribuye a aumentar la credibilidad y profundidad del análisis cualitativo” (p. 312).

La triangulación utilizada en esta investigación fue de fuentes y metodológica, lo que implicó el cruce de datos provenientes de entrevistas semiestructuradas, observaciones de aula y análisis documental. De este modo, se logró observar el fenómeno desde distintas ópticas y niveles de implicación. Como sostienen Cisterna, Carrillo y Cornejo (2020), en los estudios educativos de corte hermenéutico-interpretativo, la validación de los datos se fortalece cuando se reconoce y se articula la multiplicidad de voces implicadas en el acto educativo.

Asimismo, se aplicó el criterio de validez interna, entendida como la correspondencia interpretativa entre los actores y el investigador. En este marco, la triangulación no solo se orienta a contrastar lo dicho, sino también a construir sentidos compartidos sobre la experiencia pedagógica, permitiendo así una reconstrucción rigurosa y situada del proceso de planificación y enseñanza de los números reales. Tal como lo expone Nowell et al. (2017), el análisis cualitativo riguroso exige una lógica de verificación continua entre lo que los participantes expresan y lo que el investigador interpreta, en aras de garantizar consistencia teórica y empírica en los resultados.

En suma, la triangulación en este estudio no se limitó a un procedimiento técnico, sino que constituyó un principio epistémico central para construir conocimiento desde la diversidad de perspectivas que emergen en el contexto educativo.

Fases de la Investigación y Articulación Teórica

En sintonía con lo que se planteó en los objetivos específicos de esta tesis, se diseñó una ruta metodológica dividida en tres fases. Cada una responde a necesidades distintas, aunque se entrelazan, y está construida a partir de ideas y aportes clave en el campo de la educación matemática. Se procuró que estas fases no funcionaran como compartimentos aislados, sino como etapas que dialogan entre sí y, a la vez, con los marcos teóricos que sustentan el estudio. En ese sentido, se retoman las propuestas de Duval (1993), Brousseau (1998), Chevallard (1991) y Rico (1997), quienes ofrecen

lentes distintos, pero complementarios, para analizar cómo se planifica y se enseña el contenido de los números reales.

Fase de Diagnóstico y Caracterización

Esta etapa inicial se dedicó a revisar cómo se construye y organiza el contenido matemático que gira en torno a los números reales, tanto desde lo conceptual como desde lo procedimental. Además, se observó cómo lo planifican los docentes, en distintos espacios escolares. En concreto, se buscó dar respuesta a los primeros tres objetivos del estudio. Para ello se usaron entrevistas, análisis documental de planeaciones y observaciones directas.

Pero no se trató solo de reunir datos: se quiso también interpretarlos desde el análisis didáctico propuesto por Rico (1997), lo que permitió reconocer el grado de conexión entre los conceptos matemáticos y sus formas de ser enseñados. La teoría de Duval, por su parte, sirvió para mirar con más detalle los registros que los docentes movilizan: gráficos, simbólicos, verbales, etc., y cómo logran pasar de uno a otro. También se puso atención a los aportes de Brousseau (1998), quien habla de las situaciones adidácticas y el contrato que se genera entre profesor y estudiante. Y para cerrar esta fase, el marco de Chevallard (1991) ayudó a analizar las praxeologías que aparecen en clase, lo que permitió observar cómo los contenidos se ven afectados por las dinámicas propias de la institución.

Fase de Diseño del Modelo de planeación

Luego de esa exploración, se pasó a una etapa más propositiva: el diseño de un modelo que sirviera para orientar la planificación del contenido en torno a los números reales. No se trató de partir de cero, sino de construir algo que recogiera lo aprendido en la fase anterior, pero que también dialogara con las teorías trabajadas. El modelo se organizó desde las categorías del análisis didáctico de Rico, integrando dimensiones que tienen que ver con los conceptos, las representaciones y la relación con

situaciones reales. En este punto, el aporte de Duval fue crucial para entender cómo se pueden articular los distintos registros, mientras que Brousseau permitió incluir momentos claves dentro de la propuesta, como la devolución de la tarea al estudiante o la institucionalización del conocimiento. Finalmente, desde la mirada de Chevallard, el modelo se pensó considerando tareas concretas, técnicas y explicaciones, dentro de un marco que pueda ser realmente aplicado en las aulas.

Fase de Evaluación Preliminar

Una vez diseñado el modelo, vino una etapa de evaluación preliminar. Para ello, se convocó a especialistas en educación matemática, quienes ofrecieron su lectura crítica sobre el diseño propuesto. El objetivo de esta fase fue revisar si el modelo es sólido, si puede aplicarse en la realidad escolar y si resulta útil para los docentes. Aquí también se volvió sobre las teorías trabajadas: se examinó si los registros (Duval) estaban bien integrados, si las situaciones eran didácticamente pertinentes (Brousseau), si las praxeologías eran adecuadas (Chevallard), y si todo el modelo se sostenía desde el análisis didáctico (Rico). En suma, esta fase permitió pulir algunos aspectos, pero sobre todo, confirmó que el modelo tenía potencial para ser implementado y discutido en espacios reales de práctica pedagógica.

Como cierre, puede decirse que estas tres fases no solo responden a lo que plantea la investigación, sino que ayudan a construir un puente sólido entre teoría y práctica. Y aunque se desarrollan en momentos distintos, todas apuntan a un mismo horizonte: comprender mejor cómo se planifica la enseñanza de los números reales y cómo se pueden enriquecer esas prácticas a través de herramientas didácticas bien fundamentadas.

Enfoque epistemológico

Partiendo del punto de vista que la matriz epistémica representa un eje articulador que orienta la coherencia entre el problema de estudio, los objetivos, las

teorías adoptadas y las decisiones metodológicas asumidas. Esta matriz constituye el punto de convergencia entre las distintas formas de conocimiento construidas por las ciencias humanas y la realidad educativa, dando lugar a un sistema de significados que se materializa en conceptos, categorías y principios susceptibles de análisis y transformación dialéctica. Tal como lo expresa Rojas (2014), esta estructura no solo da sentido a los elementos analíticos de la investigación, sino que proyecta una direccionalidad ideológica en la producción del conocimiento.

Desde esta perspectiva, la matriz epistémica permite establecer las condiciones que legitiman el tránsito del conocimiento individual hacia una comprensión colectiva, aportando no solo al desarrollo disciplinar de la Educación Matemática, sino también a la mejora de las condiciones materiales y simbólicas del entorno educativo. Esta función es coherente con la noción etimológica de episteme, entendida como “fundamento que sostiene”, proveniente de epi (sobre) y steme (tenerse en pie), según Martínez Migueléz (1997), lo que refuerza su papel como base estructural del saber científico.

La matriz, entonces, no debe entenderse solo como una representación estática, sino como un sistema dinámico de pensamiento que articula dimensiones clave como lo teleológico, epistemológico, axiológico, ontológico, metodológico y tecnológico, tal como lo proponen Popper y Eccles (1985). En este sentido, responde a una visión holística de la investigación, donde se reconoce que la validez y el rigor de los resultados no emanan únicamente del método, sino de la episteme que sostiene su construcción.

Particularmente en el campo de la Educación Matemática, esta matriz se justifica aún más por la necesidad de comprender fenómenos complejos como la planificación del contenido matemático de los números reales. A través de ella, se articula una ontología centrada en el conocimiento matemático como práctica social y cultural; una epistemología interpretativa que valora la construcción situada de significados; una

metodología cualitativa sustentada en el análisis didáctico; y una dimensión axiológica que reconoce el valor formativo y ético de las decisiones docentes. De este modo, la matriz epistémica se convierte en el fundamento filosófico y científico desde el cual se estructura toda la investigación.

En el marco de este paradigma, se reconocen cuatro dimensiones fundamentales que sustentan metodológicamente la investigación.

La primera es la **dimensión ontológica**, que refiere a la forma en que se concibe la realidad investigada. En este caso, el objeto de estudio la planificación del contenido matemático de los números reales en distintas representaciones y contextos es entendido como una construcción situada, moldeada por las prácticas docentes, los marcos curriculares y las condiciones institucionales. La **dimensión epistemológica** se relaciona con la forma de acceder al conocimiento, la cual en esta investigación se fundamenta en la interacción dialógica con los sujetos, asumiendo que su experiencia encarna saberes válidos para la comprensión del fenómeno educativo. Este componente se ve fortalecido por la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, que permite identificar los obstáculos epistemológicos que emergen en las prácticas de enseñanza. La tercera dimensión es el **contexto conceptual o axiológica**, que exige una postura crítica frente a la literatura revisada, reconociendo que toda producción teórica responde a determinadas visiones del conocimiento. En esta tesis, se parte del supuesto de que las representaciones matemáticas, los enfoques didácticos y las decisiones pedagógicas no son neutras, sino que responden a marcos ideológicos y epistemológicos que es necesario develar e interpretar.

En este orden de ideas la cuarta **dimensión teleológica** que apunta al propósito formativo de transformar la planificación docente en una práctica reflexiva, situada y con sentido educativo. Su finalidad es enriquecer la enseñanza de los números reales, promoviendo aprendizajes contextualizados que trasciendan la memorización de

procedimientos. Así, el modelo busca orientar la acción pedagógica hacia una mejora sustantiva del vínculo entre contenido, estudiante y contexto escolar.

Finalmente, la **dimensión metodológica** implica establecer una coherencia entre los supuestos teóricos y las decisiones técnicas del proceso investigativo. En ese sentido, la selección de técnicas como la entrevista semiestructurada, la observación participante y el análisis documental permite dar cuenta del carácter interpretativo del estudio, ya que estas herramientas posibilitan acceder a los sentidos que los docentes construyen en torno a su planificación. Como sostienen Taylor y Medina (2013), la validez en este paradigma se construye en la medida en que se logra captar la riqueza del fenómeno desde la perspectiva de quienes lo viven.

FIGURA 3: MATRIZ EPISTÉMICA DE LA INVESTIGACIÓN.



Nota: Elaboración propia

Rigor metodológico

La presente investigación se estructuró a partir de un proceso metodológico cuidadosamente elaborado, cuyo propósito principal fue sostener la validez de los hallazgos a lo largo de todo el trabajo. Para ello, se establecieron tres fundamentos esenciales: la posibilidad de reconstruir el camino seguido durante el estudio (auditabilidad), la garantía de que las interpretaciones no respondieran a juicios subjetivos (confirmabilidad), y la utilidad de los resultados en situaciones comparables (transferibilidad).

Auditabilidad

Uno de los elementos que se cuidaron con mayor detalle fue la transparencia del procedimiento investigativo. En ese sentido, la selección de los docentes participantes no fue aleatoria, sino que respondió a criterios definidos con anterioridad: contar con experiencia comprobada, mostrar variedad en sus formas de presentar contenidos matemáticos y manifestar interés voluntario en participar.

Asimismo, se dejó constancia precisa de los instrumentos utilizados. Se diseñaron guiones para entrevistas semiestructuradas, se aplicaron protocolos de observación adaptados al propósito del estudio, y se definieron pautas claras para revisar documentos. Como apoyo adicional, en los anexos se incluyeron fragmentos literales de entrevistas y ejemplos concretos del material analizado, lo cual permite seguir el proceso interpretativo con mayor claridad.

Confirmabilidad

Para evitar que las conclusiones surgieran de apreciaciones personales sin sustento empírico, se implementaron varias estrategias. Entre ellas, la triangulación metodológica permitió comparar los datos obtenidos por medio de entrevistas, observaciones y análisis documental. Este cruce de información aportó consistencia al trabajo analítico.

Además, se incorporaron citas textuales representativas, que respaldan las interpretaciones realizadas sin imponer una lectura única. El investigador, por su parte, mantuvo un registro reflexivo donde anotó posibles influencias personales, dudas surgidas durante la revisión del material y las decisiones tomadas en cada etapa. Esta práctica permitió identificar los puntos de mayor sensibilidad y atenderlos con mayor cuidado.

Transferibilidad

A pesar de tratarse de un estudio con alcance cualitativo, se procuró describir con suficiente detalle el escenario educativo donde se llevó a cabo la investigación, de modo que otros investigadores o docentes puedan valorar la pertinencia de los hallazgos en casos similares.

Se presentó información específica sobre la institución participante, su estructura académica y las prácticas pedagógicas que predominan. También se delinearon los perfiles de los docentes, considerando tanto su formación como sus trayectorias de enseñanza. Finalmente, se indicaron las condiciones bajo las cuales el modelo propuesto podría ser replicado, así como los aspectos que, eventualmente, necesitarían ser ajustados a nuevas realidades.

Coherencia con el marco interpretativo

El diseño metodológico guardó una relación estrecha con la orientación hermenéutica que sustenta el estudio. Esta perspectiva permitió comprender las prácticas educativas no como hechos aislados, sino como fenómenos que requieren interpretación situada. Los aportes de Duval y Brousseau fueron empleados como herramientas activas en el análisis, no como referencias genéricas o alejadas del aula.

Desde esta postura, el rigor no se limitó a una aplicación rígida de procedimientos, sino que se construyó a partir de decisiones fundamentadas, hechas a

partir del diálogo entre teoría, datos y situaciones reales. El estudio, por tanto, avanzó sobre la base de una organización flexible pero sostenida, que buscó responder con coherencia a las exigencias propias de la investigación educativa.

CAPÍTULO IV

HALLAZGOS Y RESULTADOS SIGNIFICATIVOS

Para esta parte del trabajo, no se optó por presentar los resultados como fragmentos aislados, sino por abordarlos como piezas interrelacionadas que, al ser consideradas en conjunto, permiten una visión más profunda de lo que ocurre en la enseñanza de los números reales. La intención no fue simplemente describir lo que se encontró, sino examinar con cuidado cómo se entrelazan las percepciones, las decisiones pedagógicas y las formas en que los docentes explican sus propias prácticas, buscando reconocer patrones que puedan dar pistas para mejorar la enseñanza.

Desde el comienzo, conviene insistir en que se trata de una investigación cualitativa, en la que el interés no está en medir, sino en comprender. Por tanto, lo importante no fue cuántos dijeron tal cosa, sino cómo lo dijeron, con qué matices, en qué situaciones y bajo qué experiencias. Particularmente en este estudio, centrado en contenidos que requieren pasar por distintas formas de representación —ya sea fraccionaria, decimal, simbólica o gráfica—, se vuelve fundamental escuchar con atención la voz de quienes enseñan. Y fue precisamente mediante entrevistas semiestructuradas, sumadas a las observaciones en el aula, que se pudo reconstruir parte del recorrido que siguen los docentes al planificar y desarrollar estos temas.

Ahora bien, para poder organizar todo ese material de forma coherente, se fueron delimitando categorías y subcategorías que ayudaron a dar estructura al análisis. Dichas categorías no se tomaron de antemano de un marco teórico fijo, sino que fueron apareciendo a medida que se avanzaba en la revisión de los datos, a partir de regularidades, contrastes y detalles significativos. Esto permitió construir una base analítica que no se impone sobre la realidad observada, sino que más bien nace de

ella, en diálogo constante con las voces docentes. Gracias a eso, los hallazgos cobran una fuerza interpretativa que conecta directamente con lo que sucede en la práctica cotidiana.

Categorías y subcategorías abordadas en la entrevista

Durante el análisis de las entrevistas, comenzó a destacarse una serie de patrones que facilitó la agrupación y lectura del discurso de los participantes. Lejos de seguir un esquema rígido, la organización temática fue surgiendo a partir de la repetición de ciertas ideas, la presencia de giros comunes en el relato y las conexiones entre distintas respuestas. A partir de este proceso, se delimitaron las categorías centrales del estudio, y dentro de ellas, subcategorías que permitieron descomponer con mayor precisión lo que ocurre en la enseñanza de los números reales desde la perspectiva docente.

En términos generales, se establecieron seis grandes núcleos temáticos. El primero se relaciona con la manera en que los profesores diseñan sus clases antes de llevarlas al aula. El segundo aborda las estrategias que utilizan durante la práctica. Un tercer eje se concentró en el contenido matemático en sí, prestando especial atención a las representaciones empleadas y a las dificultades que suelen enfrentar los estudiantes. También se exploró el uso de materiales didácticos, tanto tradicionales como digitales. Luego, se revisaron los métodos empleados para evaluar el aprendizaje, no solo en términos de resultados, sino también como parte del proceso formativo. Por último, se incluyó un espacio reflexivo, en el cual los docentes analizaron críticamente su actuación y compartieron posibles mejoras o ajustes que consideran necesarios para fortalecer su labor.

A continuación, se presenta la Tabla 2 en la que se sintetizan las categorías y subcategorías derivadas del análisis, las cuales constituyen la base estructural del estudio y orientan la discusión de los hallazgos en los apartados siguientes :

TABLA 4 CATEGORÍAS Y SUBCATEGORÍAS DE ANÁLISIS

Categoría	Subcategoría
Planificación pedagógica	Importancia en la enseñanza de las matemáticas
	Opinión sobre la estructura del Ministerio de Educación Nacional
	Principales desafíos en la planificación de las lecciones
Estrategias de enseñanza	Consideración de dificultades y estilos de aprendizaje
	Uso de modelos específicos de planeación
Enseñanza de los números reales	Definición y presentación del concepto
	Representaciones más importantes
	Trabajo con diferentes representaciones y equivalencias
Uso de recursos en la enseñanza	Material concreto y digital
	Incorporación de TIC
Evaluación del aprendizaje	Tipos de evaluación utilizada
	Uso de resultados para mejorar la práctica docente
Reflexión sobre la práctica docente	Aspectos exitosos y áreas a mejorar
	Recomendaciones para otros docentes

Nota: Elaboración propia

El análisis de las categorías previamente identificadas permitió organizar de manera sistemática los principales hallazgos de la investigación. En los apartados que siguen, se examinan en profundidad las distintas dimensiones abordadas, presentando

las percepciones, prácticas y experiencias manifestadas por los docentes en torno a cada subcategoría analítica. Esta aproximación no solo contribuye a describir la realidad educativa observada, sino también a interpretar críticamente las decisiones didácticas implicadas en la enseñanza de los números reales.

Caracterización de los contenidos conceptuales sobre números reales

El examen de las entrevistas realizadas evidencia diversas formas en que los docentes conciben los números reales, así como las estrategias que emplean para su enseñanza e incorporación en la planificación curricular. A partir de sus relatos, se observa una notable heterogeneidad tanto en la presentación conceptual del tema como en la selección de representaciones y recursos pedagógicos utilizados.

Percepción de los docentes sobre los números reales

Del conjunto de testimonios recabados se desprende que no existe una única forma de entender o enseñar los números reales. Por el contrario, las concepciones docentes parecen estar condicionadas por múltiples factores, entre ellos, la formación previa, la disponibilidad de recursos didácticos y las características particulares de cada grupo de estudiantes. En este sentido, algunos profesores tienden a mantener enfoques tradicionales, centrados en definiciones formales y ejercicios repetitivos; mientras que otros, en contraste, optan por metodologías más visuales e intuitivas, incorporando gráficos, situaciones contextualizadas e incluso herramientas tecnológicas para favorecer la comprensión.

Por otro lado, en relación con las estrategias de enseñanza, se identificó cierto consenso entre los docentes respecto a la necesidad de avanzar progresivamente en la introducción del contenido. Esto implica comenzar con conocimientos previos y avanzar gradualmente hacia formulaciones más abstractas y rigurosas. No obstante, se perciben diferencias significativas en cuanto al énfasis otorgado a determinados aspectos del tema: mientras algunos priorizan las propiedades algebraicas, otros

centran su atención en la conexión entre distintas formas de representación, tales como decimales, fraccionarios y radicales.

Con el propósito de sintetizar estos hallazgos, se presenta a continuación una tabla que recoge los principales elementos que los docentes consideran al momento de planificar la enseñanza de los números reales. Esta sistematización permite identificar tendencias comunes, así como áreas de divergencia que podrían orientar futuras intervenciones formativas.

TABLA 5. CONCEPTOS CLAVE SOBRE NÚMEROS REALES IDENTIFICADOS EN LA PLANEACIÓN CURRICULAR

Concepto	Definición según docentes	Contextos de aplicación
Números irracionales	Presentados con ejemplos cotidianos y gráficos en el tablero.	Aplicados en problemas de medición y geometría.
Representaciones decimales	Enfatizadas en su uso práctico y equivalencias.	Utilizadas en cálculos financieros y científicos.
Propiedades algebraicas	Introducidas con ejercicios repetitivos.	Fundamentales para la resolución de ecuaciones.

Nota: Elaboración propia.

El análisis de estos conceptos sugiere que los docentes enfocan su enseñanza en la aplicabilidad de los números reales en situaciones cotidianas, lo que facilita la comprensión de los estudiantes. No obstante, algunos limitan el tratamiento de estos

contenidos a ejercicios repetitivos sin una conexión explícita con problemáticas del entorno.

Relación entre la planificación curricular y el tratamiento de los números reales

En la mayoría de los casos analizados, la enseñanza de los números reales no responde a decisiones aleatorias, sino que se encuentra estrechamente vinculada a los lineamientos establecidos por el Ministerio de Educación. A ello se suman factores como la disponibilidad de recursos didácticos, la gestión del tiempo y el ritmo de avance del grupo. Es evidente que no todos los docentes siguen un mismo enfoque. Algunos optan por una organización secuencial del contenido, estructurada de manera progresiva, casi como una jerarquía de pasos. Otros, en cambio, adoptan una postura más flexible, ajustando sus clases de acuerdo con las dinámicas que emergen del aula y las necesidades que perciben en sus estudiantes.

A partir del análisis detallado de las entrevistas realizadas, fue posible identificar tres enfoques distintos que suelen emplearse para el tratamiento de este contenido. Cada uno presenta ventajas particulares, así como ciertas limitaciones, y su síntesis se presenta en la tabla que se muestra a continuación. En ella se describen de manera general estas estrategias, que, aunque diversas en su concepción, comparten el propósito común de facilitar en los estudiantes una comprensión más sólida —o al menos más funcional— del concepto de número real.

TABLA 6. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA PARA LA CONCEPTUALIZACIÓN DE LOS NÚMEROS REALES

Estrategia	Descripción	Ventajas y desafíos
Uso de problemas contextualizados	Introducción de los números reales mediante problemas cotidianos.	Facilita la comprensión, pero requiere mayor tiempo de planificación.
Representaciones múltiples	Uso de diferentes formas de representación (gráficas, numéricas, algebraicas).	Mejora la conexión entre conceptos, pero algunos estudiantes presentan dificultades con la abstracción.
Enfoque experimental	Aplicación de actividades manipulativas y herramientas digitales.	Promueve la interacción y el aprendizaje activo, pero depende de los recursos disponibles.

Nota: Elaboración propia.

El análisis de estas estrategias evidencia la importancia de diversificar las metodologías de enseñanza para fortalecer la comprensión de los números reales. Mientras que algunos docentes optan por enfoques más tradicionales, otros experimentan con estrategias innovadoras que favorecen la participación activa del estudiante.

En los siguientes apartados, se profundizará en la relación entre estas estrategias y los resultados obtenidos en la enseñanza de los números reales, identificando fortalezas y oportunidades de mejora en la planificación didáctica.

Identificación de dificultades en los contenidos procedimentales

Principales obstáculos en la enseñanza de los números reales

En lo dicho por los profesores durante las entrevistas, se alcanzaron a notar varias dificultades que aparecen cuando se trata de enseñar números reales. No es una sola causa, más bien es como un conjunto de factores que se mezclan: algunos tienen que ver con cómo se enseña, otros con los métodos que se repiten y también con la falta de materiales o apoyos suficientes. Todo eso, junto, termina afectando cómo los estudiantes entienden este tipo de contenidos.

A continuación, se presenta un resumen de las principales dificultades reportadas, junto con sus causas identificadas y el impacto en el aprendizaje:

TABLA 7. DIFICULTADES FRECUENTES EN LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS REALES

Dificultad	Causa identificada	Impacto en el aprendizaje
Falta de material didáctico	Dependencia de métodos tradicionales como el tablero y libros de texto.	Limita la exploración de conceptos abstractos.
Baja comprensión de los estudiantes	Diferencias en los estilos de aprendizaje no siempre consideradas.	Puede generar desmotivación y baja retención del contenido.
Desafíos en la transición de lo concreto a lo abstracto	Explicaciones enfocadas en ejercicios repetitivos sin aplicaciones prácticas.	Dificulta la conexión entre teoría y práctica.

Nota: Elaboración propia.

En los testimonios analizados, se evidenció de forma reiterada la permanencia del enfoque tradicional en la enseñanza de los números reales, especialmente aquel centrado en la explicación magistral en el tablero seguida de la resolución de ejercicios. Aunque algunos docentes han intentado diversificar sus prácticas mediante el uso de

recursos lúdicos o herramientas digitales, tales intentos se ven con frecuencia limitados por diversas condiciones. Entre ellas, destacan la escasez de tiempo, la carencia de materiales adecuados y la limitada disponibilidad de equipos tecnológicos. A pesar del discurso institucional que promueve la innovación, la rigidez de los planes curriculares sigue constituyendo una barrera significativa para transformar las prácticas de aula.

De igual modo, se constató que los métodos de evaluación presentan escasa variación con respecto a modelos más convencionales. La mayoría de los docentes continúa evaluando a través de pruebas escritas, ejercicios cerrados o preguntas directas que no siempre favorecen el razonamiento profundo o la creatividad en la resolución de problemas. Solo un reducido número de participantes manifestó haber explorado alternativas evaluativas, como actividades prácticas o el uso de aplicaciones móviles, aunque estas experiencias parecen ser todavía marginales dentro del sistema educativo.

A partir de este panorama, se sugiere la necesidad de avanzar hacia un cambio más decidido de la planificación didáctica. No se trata, en realidad, de reemplazar todo lo que ya existe, ni de comenzar de cero. Lo que más bien se propone aquí es ir incorporando, de manera gradual, nuevas formas de presentar los contenidos que tienen que ver con los números reales. Este tipo de cambio no ocurre de un día para otro y requiere, eso sí, una actitud más abierta en lo metodológico, además de un uso más inteligente de los recursos disponibles en el aula. Solo así se podrá avanzar hacia una comprensión más profunda del contenido matemático, una que no se quede en lo abstracto, sino que tenga algún tipo de conexión con lo que los estudiantes pueden realmente aprender, con lo que ven, con lo que hacen.

Estrategias de planificación utilizadas por los docentes

ahora bien, al revisar las entrevistas realizadas, algo se fue haciendo evidente: la planificación que construyen los docentes rara vez sigue una estructura rígida. en realidad, muchas veces es una mezcla entre lo que se ha aprendido con los años, lo

que se ha visto que funciona, y las características propias del grupo. esto, aunque a simple vista pueda parecer poco elaborado, es precisamente lo que les permite ajustarse a las condiciones concretas que enfrentan cada día. y es ese margen de adaptación lo que marca, en buena parte, la diferencia en la manera en que se aborda la enseñanza de los números reales.

además, surgieron varias estrategias puntuales que algunos docentes han ido desarrollando para intentar sortear las complicaciones que trae este tema. por ejemplo, se mencionaron los recursos visuales: algunos profesores acuden a esquemas, dibujos o representaciones gráficas que ayudan a aterrizar ciertas ideas que, si se presentan de forma puramente simbólica, pueden generar confusión. otros, en cambio, optan por comenzar con operaciones o situaciones que resulten familiares al estudiante. esto último permite, en algunos casos, construir el contenido desde lo cercano, desde lo que ya se ha vivido o experimentado, en lugar de introducirlo como algo completamente nuevo y ajeno.

además, ante la percepción de que las explicaciones iniciales no logran el efecto deseado, la mayoría de los docentes adopta medidas de ajuste. estas pueden consistir en modificar la actividad prevista, reformular el enfoque explicativo o ampliar el tiempo de trabajo para permitir una mejor asimilación de los contenidos. en conjunto, estas prácticas reflejan una disposición a flexibilizar la planificación como medio para atender con mayor pertinencia las dinámicas del aula y las necesidades concretas del aprendizaje matemático.

TABLA 8. ESTRATEGIAS DE PLANIFICACIÓN IMPLEMENTADAS POR LOS DOCENTES

Estrategia	Objetivo	Nivel de efectividad
Uso de tecnología educativa	Implementar herramientas digitales para facilitar la comprensión.	Alta en docentes con acceso a TIC, baja en contextos sin recursos tecnológicos.
Enfoque basado en resolución de problemas	Fomentar el pensamiento crítico a través de situaciones problemáticas.	Alta, pero requiere ajustes según los ritmos de aprendizaje.
Implementación de situaciones didácticas	Diseñar actividades interactivas basadas en la Teoría de Situaciones Didácticas.	Media, requiere formación docente y planificación adicional.
Uso de materiales concretos y manipulativos	Favorecer el aprendizaje mediante objetos físicos y experiencias tangibles.	Media-alta, depende del acceso a recursos didácticos.
Evaluación formativa y continua	Monitorear el aprendizaje a lo largo del proceso para ajustes inmediatos.	Alta, favorece la retroalimentación y la adaptabilidad.

Nota: Elaboración propia.

En el análisis de las prácticas docentes se evidenció que, cuando existe acceso a herramientas tecnológicas, la incorporación de recursos digitales puede representar un apoyo significativo para la enseñanza de los números reales. Algunos profesores

han logrado integrar simuladores, aplicaciones interactivas y plataformas digitales que facilitan la comprensión de conceptos abstractos. No obstante, esta posibilidad no está al alcance de todos. En instituciones con limitaciones económicas o técnicas, el uso de tecnología se ve restringido, lo que obliga a muchos docentes a recurrir a métodos tradicionales o a diseñar sus propios materiales con los medios disponibles.

También se pudo notar, en varios de los testimonios, una apreciación favorable hacia el uso de la resolución de problemas como vía para enseñar. De hecho, más de un docente coincidió en que plantear situaciones que exigen pensar, comparar o aplicar saberes genera un tipo de participación distinta en el aula. El estudiante, en esos momentos, parece más dispuesto a involucrarse y, según varios relatos, logra conservar mejor lo aprendido. Ahora bien, no todo es tan sencillo: muchos reconocieron que poner en marcha esta metodología no siempre es posible. Las exigencias del currículo, la composición variada del grupo, el ritmo desigual de los estudiantes, entre otros factores, terminan dificultando su aplicación en el día a día.

Junto a lo anterior, algunos docentes compartieron experiencias con el uso de situaciones didácticas basadas en marcos conceptuales ya elaborados. Aunque no todos trabajan así, sí hubo quienes indicaron que, cuando estas actividades se planifican con cierto cuidado y se comprenden de fondo, pueden ayudar a bajar el nivel de abstracción que suele tener este tema. Especialmente en esos conceptos que, si no se aterrizan bien, tienden a quedarse flotando sin mucha conexión con la realidad del estudiante.

Por otro lado, se valoró el uso de materiales que el estudiante pueda manipular con las manos. Desde fracciones recortables hasta ejes numéricos dibujados en el cuaderno o hechos con cinta en el suelo, los docentes que emplean estas herramientas comentaron que logran establecer una especie de puente entre lo que el estudiante ve y lo que se le está pidiendo que piense. Aunque reconocen que no siempre se cuenta

con esos materiales, quienes sí logran integrarlos reportan avances tanto en la comprensión como en la disposición del grupo para participar.

En cuanto a la evaluación, se percibe un desplazamiento, no muy acelerado, pero sí constante, hacia prácticas más ligadas al seguimiento continuo. Los docentes que aplican evaluaciones no solo al final, sino en el transcurso de las clases, y que revisan de manera periódica lo que van aprendiendo sus estudiantes, parecieran estar en mejor posición para reaccionar ante ciertas dificultades. Esto permite modificar lo que se había planeado sin tener que esperar a que aparezcan los resultados de una prueba, lo que da lugar a una enseñanza más atenta a lo que ocurre en el aula.

Finalmente, lo que se construye en torno a la enseñanza de los números reales no parte solo de manuales o modelos teóricos, sino también de decisiones que se toman con base en lo que se tiene y lo que se espera lograr. Estas decisiones no siempre se pueden anticipar del todo, pero sí pueden afinarse con el tiempo. Y cuando se logra combinar recursos variados, una actitud que admita ajustes, y una forma de enseñar que se aleje de repetir por repetir, hay más posibilidades de que el estudiante comprenda, de verdad, aquello que se le quiere enseñar. No se trata solo de recordar fórmulas, sino de entender qué hacen y por qué podrían importar.

Al revisar lo que se logró obtener con esta investigación, se hizo evidente cómo las percepciones del profesorado, las formas que usan para enseñar y los obstáculos que van encontrando se entrelazan de manera bastante directa cuando se habla del trabajo con los números reales. Desde el análisis de los contenidos conceptuales hasta los procedimientos y lo que se hace al momento de planear, surgen algunas ideas que ayudan a cerrar el trabajo con algunas conclusiones claras, aunque no definitivas.

Por ejemplo, no todos los docentes entienden o transmiten el concepto de números reales de la misma manera. Hay quienes se apegan a la explicación clásica con definiciones, ejercicios similares y mucha repetición. Pero también aparecen

quienes buscan conectar esos números con cosas que el estudiante ya conoce, como situaciones más cercanas a su día a día. En general, se nota cierta inclinación por lo numérico y lo algebraico, dejando un poco de lado lo geométrico o más visual, lo cual, si se piensa bien, podría estar limitando la comprensión global del tema. Y aunque hay buenas experiencias usando problemas que parten de situaciones reales, estas dependen mucho de que el profesor haya planificado con tiempo y cuente con materiales que ayuden.

Por otro lado, se repiten algunas limitaciones que vienen afectando desde hace tiempo la enseñanza de estos contenidos. Entre ellas, destaca la escasez de recursos que ayuden a diversificar las clases, así como la falta de estrategias adaptadas a distintos ritmos de aprendizaje. Muchos siguen atados a métodos que se centran en repetir procedimientos, lo cual no siempre lleva a que los estudiantes entiendan lo que están haciendo. También se notó que en algunos casos hay poca formación en didáctica, lo que dificulta aplicar nuevas formas de enseñar.

Ahora bien, en lo que respecta a la manera como se planifican las clases, se encontraron varias estrategias útiles para afrontar las dificultades ya mencionadas. Algunas de las más nombradas fueron: aprovechar recursos digitales cuando se tienen, trabajar con problemas que hagan pensar más allá de lo mecánico, y diseñar situaciones que pongan al estudiante en el rol de quien investiga. Claro está, todo esto se logra mejor cuando hay tiempo y condiciones para prepararlo. La evaluación constante también fue muy valorada, ya que permite al profesor ajustar el camino mientras se avanza, en lugar de esperar a que sea tarde.

Con base en este análisis, se propone un modelo de planificación pensado desde la Teoría de Situaciones Didácticas y el Análisis Didáctico de Rico. La idea de este modelo es que ayude a organizar el contenido, seleccionar estrategias más activas y diseñar evaluaciones que vayan recogiendo información útil durante todo el proceso. Así se busca tener una planeación menos rígida, más atenta a lo que pasa en

el aula y con capacidad de ajustarse a lo que necesiten los estudiantes, sin alejarse de lo que el currículo exige.

Para cerrar, se podría decir que la enseñanza de los números reales necesita repensarse en varios frentes. No se trata solo de cambiar lo que se hace, sino de mirar cómo se está decidiendo qué enseñar, con qué métodos y cómo se mide lo que se aprende. Un modelo de planificación que combine herramientas variadas, uso razonado de tecnología y evaluación constante, parece abrir una vía más cercana a lo que realmente necesitan los estudiantes. Por último, no se debe perder de vista la formación del docente: si no se le ofrece acompañamiento ni espacios para pensar lo que hace, cualquier propuesta por buena que sea, quedará a mitad de camino.

CAPÍTULO V

HORIZONTES DE CONOCIMIENTO

Desde este enfoque, el proceso de investigación no solo facilitó la recopilación de las voces de los educadores, sino que también ayudó a identificar las tensiones entre el conocimiento matemático formal y su incorporación en las prácticas pedagógicas diarias. El análisis hermenéutico mostró que muchas de las decisiones pedagógicas no provienen de una comprensión sólida del objeto matemático, sino más bien de una lógica fragmentada y operativa, influenciada por factores institucionales, presiones curriculares y creencias profundamente arraigadas sobre la enseñanza. Esta situación fue particularmente evidente en la Institución Educativa Técnica San Pablo de Polonuevo, donde las observaciones pusieron de manifiesto una desconexión entre las intenciones pedagógicas que se reflejan en la planificación y la implementación real en el aula.

Para comenzar, según el objetivo general “Generar un modelo de planificación sobre el contenido matemático números reales y las diferentes representaciones mediante un análisis didáctico para mejorar el proceso de enseñanza”, los resultados mostrados indican que los docentes suelen transitar entre enfoques tradicionales y propuestas más flexibles, dependiendo de los recursos disponibles y de su formación previa. En esta línea, Tan y Neo (2023), en su estudio *Rethinking real number instruction: A didactical analysis*, destacaron cómo la desconexión entre currículo y práctica limita la efectividad de la enseñanza, proponiendo una planificación centrada en situaciones auténticas y análisis didáctico. Por consiguiente, estos resultados permiten comprender que los docentes intentan adaptar su planificación a las condiciones reales del aula, aunque no siempre cuentan con los medios para hacerlo de forma estructurada. En concordancia con Brousseau (1998), la incorporación de

situaciones didácticas correctamente diseñadas puede facilitar la emergencia de conocimientos matemáticos genuinos, ajustados a las dinámicas del aula.

En relación con el primer objetivo específico, “Caracterizar los contenidos conceptuales sobre números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos que tienen los docentes en la planeación curricular”, los resultados mostrados indican una tendencia hacia la priorización de representaciones numéricas y algebraicas, con un uso más limitado de formas gráficas o geométricas. Por ejemplo, Silva y Gómez (2021), en su investigación Enseñanza de los números reales mediante contextos auténticos y registros múltiples, señalaron que el uso de tareas abiertas con registros variados mejora la comprensión conceptual del número real. Así, al comparar este antecedente con los hallazgos del estudio, se evidencia una coincidencia parcial: aunque los docentes valoran los contextos cercanos, la variedad de representaciones aún es limitada. Desde la perspectiva teórica, Duval (2006) plantea que el pensamiento matemático se desarrolla en la medida en que los estudiantes pueden coordinar distintos registros semióticos; por tanto, la carencia de esta coordinación puede estar dificultando el aprendizaje profundo de los números reales.

Por otro lado, respecto al segundo objetivo específico “Identificar las dificultades presentes en los contenidos procedimentales sobre números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos que tienen los docentes en la planeación curricular”, los resultados evidencian múltiples obstáculos. Entre ellos se destacan la persistencia de métodos expositivos, la falta de materiales didácticos y la escasa atención a la diversidad de estilos de aprendizaje. Al respecto, Prabowo et al. (2022), en Learning obstacles in the making of lesson plans, identificaron barreras de tipo ontogénico, epistemológico y didáctico en la elaboración de planes de clase. Al comparar estos hallazgos, se puede decir que las dificultades reportadas en esta investigación reflejan esos mismos niveles de complejidad, lo cual resalta la necesidad de revisar las bases desde las cuales se planifica. A la luz de Chevallard (1991), dichas dificultades pueden estar relacionadas con una transposición didáctica incompleta, es

decir, un proceso en el que el saber académico no logra transformarse en conocimiento enseñable con pertinencia para el aula.

A continuación, en cuanto al tercer objetivo específico “Caracterizar las estrategias de planificación utilizadas por los docentes en los contenidos procedimentales de los números reales y su aplicación en diferentes representaciones y contextos”, los resultados mostraron que existen esfuerzos por diversificar las estrategias de enseñanza, aunque con escasa sistematización. Algunas prácticas incluyen el uso de tecnologías, problemas contextualizados o materiales manipulativos, pero no siempre están fundamentadas en teorías didácticas sólidas. En este punto, resulta pertinente el trabajo de Arriagada (2019), Uso del análisis didáctico en la planificación de unidades didácticas, quien evidenció que el uso explícito del análisis didáctico favorece una enseñanza más coherente. Por ende, puede afirmarse que las estrategias observadas en esta investigación ganan fuerza cuando se articulan con marcos teóricos que les den sentido y estructura. Desde esta mirada, el Análisis Didáctico de Rico (1997) aporta un enfoque que permite no solo observar la práctica, sino transformarla mediante una comprensión más crítica y reflexiva del contenido.

En lo que respecta al cuarto objetivo específico, “Diseñar un modelo que permita evaluar la Planeación docente del contenido matemático uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos mediante el análisis didáctico”, los resultados indican que el modelo desarrollado incorpora elementos valorados por los docentes, como la flexibilidad, la conexión con la realidad del aula y el uso de estrategias participativas. Este enfoque encuentra respaldo en la investigación de Rico y Lupiáñez (2008), quienes proponen un modelo de formación docente sustentado en el análisis de contenido, la reflexión sobre la práctica y la inclusión de concepciones didácticas. Por consiguiente, el modelo propuesto no solo se ajusta a las necesidades identificadas en el estudio, sino que también amplía las posibilidades de intervención pedagógica con mayor intencionalidad. En línea con lo planteado por Artigue (2020), una planificación

eficaz requiere tanto un análisis a priori como una evaluación a posteriori, que permitan ajustar las prácticas docentes de forma permanente y razonada.

Finalmente, en cuanto al quinto objetivo específico “Evaluar la pertinencia y viabilidad preliminar del modelo de planificación propuesto, mediante juicio de expertos”, los resultados muestran una recepción favorable por parte de los expertos consultados, quienes destacaron la estructura lógica del modelo, su adecuación a las dinámicas reales de la enseñanza y su potencial para guiar procesos de formación docente. Al respecto, Fernández, Morales y Trujillo (2022), en Planeación didáctica en la formación de profesores, advierten que una buena planificación requiere integrar tanto tareas situadas como análisis didáctico para tener impacto real en el aula. Por lo tanto, el juicio positivo de los expertos refuerza la validez del modelo desde una perspectiva externa. Desde la teoría, la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard (1991) subraya la importancia de comprender el lugar que ocupa el saber matemático en el sistema educativo, y cómo los instrumentos de planificación permiten negociar entre las exigencias institucionales y las necesidades del aula.

En síntesis, el cruce entre objetivos, resultados, antecedentes y fundamentos teóricos permite visualizar con claridad que la enseñanza de los números reales requiere una planificación que no solo sea técnica, sino profundamente reflexiva. La investigación realizada evidencia que los docentes se enfrentan a múltiples condiciones que condicionan su práctica, pero también muestra que existen herramientas y modelos que pueden orientar un cambio real. La clave está en articular teoría, práctica y análisis constante para que la enseñanza matemática no se reduzca a procedimientos, sino que promueva una comprensión significativa, situada y crítica.

CAPÍTULO VI

PROPUESTA DE UN MODELO EMERGENTE PARA LA PLANEACIÓN Y USO DE NÚMEROS REALES

Introducción

El modelo de planificación didáctica que aquí se propone no nace de una estructura abstracta ni parte únicamente de lo teórico. Más bien, se va conformando desde una necesidad concreta surgida en el trabajo de aula: la dificultad para abordar de manera organizada y con algún grado de profundidad el contenido relacionado con los números reales. No se trata solo de ordenar temas ni de llenar casillas con actividades rutinarias. Lo que se busca es ofrecer al docente una herramienta que dialogue con lo que ocurre en la práctica, pero que también esté sostenida por fundamentos sólidos. Para ello, se recurrió a una metodología de tipo DBR (Diseño Basado en la Investigación), que permitió ir cruzando de forma gradual los datos recogidos con los marcos conceptuales más pertinentes. En especial, se retomaron los aportes de Rico, con su análisis didáctico; de Brousseau, desde la teoría de situaciones; y de Duval, con su propuesta sobre los registros semióticos. Todos estos referentes sirvieron como base para ir moldeando una propuesta que no fuera puramente técnica, sino vinculada al quehacer real del aula.

Ahora bien, enseñar números reales no es tan simple como enunciar una definición o resolver ejercicios repetitivos. Lo que suele pasar, y esto se ve en más de una clase, es que el contenido se dispersa o se aborda de forma muy parcial. Se pierde de vista que estos números —los racionales, irracionales y demás— exigen un tipo de tratamiento más fino, donde se puedan articular los distintos modos en que aparecen: gráficos, simbólicos, verbales. Sin esa articulación, lo que queda es una lista de

fórmulas sin mucho sentido para el estudiante. Y, además, pocas veces se muestran situaciones en las que esos números tienen alguna función real, por decirlo de alguna manera. El modelo, en este caso, pretende atender justamente a esa falta de estructura, incorporando de manera más pensada los recursos y secuencias que puedan favorecer una comprensión más robusta de este contenido matemático.

El modelo que aquí se presenta propone una alternativa auténtica y flexible, que parte del análisis de las concepciones previas del estudiantado, propone tareas situadas y significativas, promueve la autonomía intelectual mediante intervenciones didácticas mínimas y culmina con la institucionalización colectiva del conocimiento matemático construido.

El modelo está estructurado en cinco fases: **diagnóstico y caracterización, diseño de situaciones, intervención y mediación, evaluación e institucionalización, y retroalimentación/rediseño**, cada una de las cuales se sustenta en principios teóricos sólidos y se operacionaliza mediante actividades específicas, instrumentos de seguimiento y criterios de evaluación. A lo largo de estas fases, se favorece la conversión, tratamiento y coordinación entre distintos registros (simbólico, gráfico, numérico, verbal), la validación de procedimientos en situaciones adidácticas, y la reflexión metacognitiva como componente clave del aprendizaje.

Así, esta propuesta no solo busca enriquecer la enseñanza del contenido numérico, sino también generar un cambio en la forma en que los docentes planifican, implementan y evalúan sus clases. Se concibe, por tanto, como un recurso útil para quienes desean transitar de una enseñanza basada en la rutina a una práctica reflexiva, situada y fundamentada, donde los números reales sean comprendidos no como un listado de tipos o propiedades, sino como herramientas matemáticas vivas que se manifiestan en múltiples contextos de la realidad.

Propósitos del modelo de planeación

El modelo de planeación propuesto tiene como finalidad central transformar la enseñanza del contenido uso de los números reales en diferentes representaciones y contextos, a través de una estructura didáctica fundamentada teóricamente y construida a partir de evidencias del aula. Esta transformación intenta dejar atrás métodos convencionales que se centran en transmitir definiciones o algoritmos, y moverse hacia una educación contextualizada, reflexiva y enfocada en el desarrollo de significados matemáticos sólidos y transferibles.

A continuación, se presentan los propósitos que sustentan esta propuesta didáctica:

- Orientar la planificación del contenido de los números reales desde una perspectiva didáctica integral, que articule los aspectos conceptuales, cognitivos, instruccionales y evaluativos, en consonancia con el análisis didáctico propuesto por Luis Rico.
- Promover el uso intencionado de múltiples representaciones semióticas simbólica, gráfica, numérica y verbal que favorezcan la comprensión, la conversión y la coordinación entre registros, tal como plantea la teoría de Raymond Duval.
- Diseñar y desarrollar situaciones didácticas auténticas y significativas, enmarcadas en la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, que permitan al estudiante experimentar, formular conjeturas, validar estrategias y formalizar saberes matemáticos en un milieu adidáctico.
- Responder a las necesidades reales del aula mediante ciclos iterativos de diseño, implementación, evaluación y rediseño, en coherencia con el enfoque metodológico del Diseño Basado en la Investigación (DBR), garantizando así la pertinencia y mejora continua del modelo.
- Fortalecer la autonomía profesional docente en la toma de decisiones curriculares y didácticas, proporcionando herramientas prácticas,

estructuradas y flexibles que le permitan planificar con mayor conciencia, creatividad y fundamento pedagógico.

- Contribuir al desarrollo de aprendizajes matemáticos significativos y transferibles, en los que los estudiantes puedan reconocer el valor y la aplicabilidad de los números reales en diferentes contextos cotidianos, científicos y tecnológicos.

Fundamentación teórica del modelo de planeación

El modelo de planeación que aquí se presenta surge de una articulación teórica rigurosa entre dos marcos ampliamente reconocidos en la didáctica de las matemáticas: el Análisis Didáctico de Luis Rico y la Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Guy Brousseau. Aunque estas teorías emergen de contextos diferentes y con propósitos particulares, ambas coinciden en su interés por comprender el proceso de enseñanza y aprendizaje matemático no como una actividad aislada o exclusivamente mental, sino como una interacción compleja entre el contenido, el docente, el estudiante y los recursos disponibles en el aula.

Desde la visión que propone Luis Rico (1997, 2006, 2013), lo que se conoce como análisis didáctico sirve para desarmar y mirar con más detalle los distintos elementos que están implicados en una clase de matemáticas. No se trata de una mirada cualquiera, sino de una forma de entender que enseñar no es simplemente pararse a explicar, sino una práctica que puede organizarse, revisarse y también afinarse. Dicho análisis se apoya en varios subtipos: el conceptual, el cognitivo, el instruccional y también el evaluativo, con lo cual se intenta lograr una planificación que no sea improvisada ni incoherente. Entre los aportes más valiosos, se puede mencionar que da herramientas para revisar el currículo, escoger y ordenar temas, prever qué dificultades podrían surgir y hasta pensar cómo intervenir mejor en lo pedagógico (Rico, 1997).

Ahora bien, el propio Rico ha advertido que este tipo de análisis se queda, en buena parte, en lo que sucede antes de entrar al aula. Es decir, se concentra mucho en lo que se planifica, pero no tanto en lo que aparece de manera inesperada mientras se está enseñando: errores que no se vieron venir, intervenciones del alumnado que no estaban en el guion, o momentos en que se negocia el significado mismo de lo que se está trabajando (Rico, 2013). Entonces, para abordar esa otra parte —más viva, más desordenada— del proceso de enseñar, entra en juego la teoría de Brousseau.

Por su parte, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), que fue trabajada por Brousseau (1986, 1998), propone una forma distinta de pensar el aprendizaje. Allí se entiende que el estudiante aprende cuando se encuentra dentro de una situación que lo obliga a actuar, a plantear hipótesis, a comprobarlas y, finalmente, a construir cierto saber que se vuelve compartido. Esta propuesta tiene una secuencia de fases: primero se actúa, luego se formula, se valida lo hecho y al final se institucionaliza lo aprendido. Algo que distingue esta teoría es que el profesor no lo dirige todo de manera directa, sino que arma un entorno donde el alumno puede explorar por su cuenta, gracias a nociones como contrato y medio didáctico (Brousseau, 1997), que permiten soltar un poco el control sin que se pierda el rumbo.

A partir de ahí, la combinación entre estas dos formas de pensar no surge por capricho ni como una suma forzada, sino porque hay una necesidad real de integrar lo estructurado con lo que pasa en el momento. El análisis didáctico da una base sólida para planificar bien, mientras que la teoría de Brousseau permite que esa planificación no quede desconectada de la experiencia concreta del aula. Juntas, estas dos miradas logran construir una forma de preparar clases que sea más auténtica, abierta y conectada con lo que sucede realmente durante la enseñanza.

Además, para que el modelo tenga más cuerpo, también se incorpora la teoría de los registros de representación semiótica de Duval (1993, 2006). Según este autor, el pensamiento matemático no puede desligarse de la capacidad que tiene una

persona para pasar de un tipo de representación a otro: lo gráfico, lo simbólico, lo numérico, lo verbal. Esto se vuelve especialmente importante cuando se aborda el tema de los números reales, ya que su comprensión suele apoyarse en distintas formas de representar los datos, y muchas veces estas se dejan de lado en la práctica común de enseñar matemáticas.

Por último, la forma como se diseñó este modelo está anclada en lo que proponen McKenney y Reeves (2012) con el Diseño Basado en la Investigación (DBR). Este método permite construir propuestas educativas que no son puramente teóricas, porque se elaboran desde experiencias reales, mediante ciclos que incluyen diseño, aplicación, análisis y luego rediseño. En ese ir y venir, se va afinando lo que se propone, asegurando que tenga utilidad en el aula pero también un respaldo conceptual firme. Esa mezcla, de lo práctico con lo investigativo, le da al modelo una validez que no se queda en el papel.

En síntesis, el modelo de planificación que se presenta no es una receta prescriptiva ni un esquema cerrado, sino una herramienta pedagógica sustentada en la complementariedad de tres teorías sólidas, que busca ayudar al docente a planear de manera más consciente, estructurada y conectada con los procesos reales del aula.

Presentación

Para comenzar, lo que se propone con este modelo de planificación no es simplemente una lista ordenada de pasos o un esquema genérico, sino más bien una construcción que intenta responder, de forma estructurada, a lo que se ha venido identificando en la enseñanza de los números reales en secundaria. Esta propuesta se arma desde dos referentes que ya han sido bien discutidos en el campo: por un lado, el análisis didáctico trabajado por Rico en varias etapas entre 1997 y 2013; y por otro, la teoría de situaciones didácticas que desarrolló Brousseau hacia los años ochenta. Ambos enfoques, al cruzarse, permiten diseñar algo que no solo sirva como guía

teórica, sino que también pueda aplicarse con sus ajustes, claro a la realidad del aula, tal como se vive.

Además, el modelo se pensó con una estructura que va en cinco pasos, o mejor dicho, cinco momentos que se siguen uno al otro, sin que necesariamente sean rígidos. Estos momentos —que van desde lo más preliminar hasta lo que ocurre después de enseñar— buscan cubrir tanto lo que hay que pensar antes de entrar al aula como lo que se observa y se analiza después. Cada fase tiene su razón de ser: hay propósitos específicos, resultados que se esperan alcanzar y herramientas para acompañar cada parte del proceso. La idea no es solo ordenar contenidos, sino también ayudar a que el profesorado tenga con qué sostener su trabajo, sin que dependa solo de la experiencia o de lo que el currículo dicta.

Por otro lado, lo interesante del modelo es cómo logra tejer los aportes de ambos marcos. Las fases —Análisis Inicial, Diseño de Situaciones, Apoyo Cognitivo, Implementación, y Evaluación e Institucionalización— no aparecen al azar, sino que se pensaron de forma que dialogaran directamente con los subanálisis de Rico: lo conceptual, lo que tiene que ver con el contenido en sí, lo que implica cognitivamente para los estudiantes, y también los aspectos de instrucción y evaluación. Pero, además, esas mismas fases se cruzan con las nociones de Brousseau, como cuando se habla de acción o validación dentro del proceso de aprender. En esa combinación, cada parte del modelo tiene un pie en lo teórico y otro en lo que se hace de manera concreta en clase.

En ese ir y venir entre teoría y práctica, lo que se busca es que la planificación no se vuelva un trámite burocrático o un ejercicio cerrado. Por el contrario, se intenta abrir un camino que permita organizar las clases desde un criterio más amplio, donde se consideren no solo los contenidos matemáticos, sino también cómo se enseñan y cómo se aprende. Y aunque no es una receta, el modelo sí quiere funcionar como una base sólida para el trabajo docente, lo suficientemente clara como para ser útil, pero

también lo bastante flexible como para adaptarse a las condiciones que cada aula tiene.

Este modelo está estructurado en cinco fases articuladas entre sí, que orientan de manera progresiva el proceso de planificación, intervención y evaluación del contenido número real. A continuación, se describe cada una de estas fases:

Fase 1: Diagnóstico y caracterización

Esta primera fase es decisiva para comprender las condiciones reales en las que se llevará a cabo la propuesta de enseñanza. Implica un proceso riguroso de observación del entorno escolar y de recogida de datos sobre las prácticas pedagógicas existentes, la cultura institucional, los recursos disponibles y las concepciones previas de docentes y estudiantes sobre el contenido matemático a trabajar. En este sentido, la indagación se convierte en una herramienta que permite problematizar el contexto, visibilizar tensiones, limitaciones y oportunidades, y sentar las bases para una intervención didáctica fundamentada. Es decir, tiene como propósito explorar las concepciones previas, los saberes intuitivos y las representaciones espontáneas que poseen los estudiantes en torno a los números reales. A través de cuestionarios, entrevistas y mapas conceptuales, se identifican dificultades recurrentes, vacíos conceptuales y obstáculos epistemológicos, especialmente en la clasificación y comprensión de los subconjuntos numéricos, la distinción entre racionales e irracionales y la interpretación de representaciones simbólicas y gráficas. Esta información es clave para orientar el diseño de las situaciones didácticas posteriores, ajustándolas a las necesidades reales del grupo.

En este sentido, entendida desde Camacho, Casilla y de Franco (2008), como el proceso que surge de la necesidad de formular preguntas para comprender un fenómeno, activa en esta fase una actitud exploratoria tanto en el docente como en los estudiantes. En esa línea, Dewey (1965) plantea que la pregunta es el origen del pensamiento reflexivo, siendo la curiosidad una disposición natural que impulsa el

conocimiento. Por ello, esta fase también busca desarrollar una actitud interrogativa como punto de partida para resignificar el saber matemático.

Junto a la indagación, el diagnóstico pedagógico permite comprender los estilos de aprendizaje, los saberes previos, las representaciones mentales y las dificultades específicas que presentan los estudiantes en torno a los números reales. Mollá (2001) entiende este diagnóstico como una investigación científica con base epistemológica que aborda tanto dimensiones individuales como institucionales. Esta información es esencial para anticipar obstáculos epistemológicos y didácticos, y para ajustar las estrategias de enseñanza a la realidad del aula.

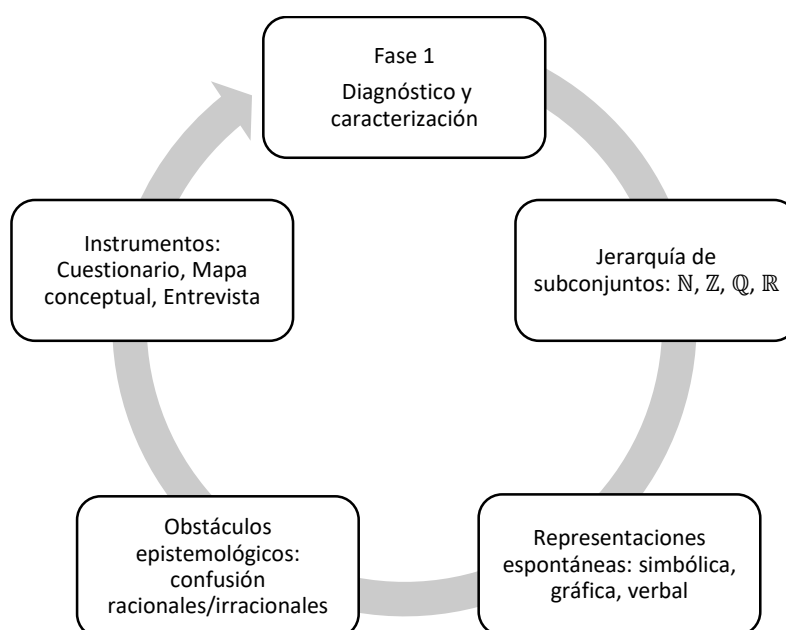


FIGURA 4 . ELEMENTOS DE LA FASE 1 DEL MODELO PARA LA PLANEACIÓN DEL CONTENIDO USO DE LOS NÚMEROS REALES EN DIFERENTES REPRESENTACIONES Y CONTEXTOS MEDIANTE UN ANÁLISIS DIDÁCTICO. NOTA: ELABORACIÓN PROPIA.

Fase 2: Diseño y elaboración de situaciones

Esta fase representa el momento de articulación entre teoría y práctica, donde se diseñan situaciones didácticas auténticas con base en los resultados del diagnóstico. El diseño parte de reconocer que los estudiantes aprenden mejor cuando se enfrentan a problemas que los interpelan, que requieren análisis, conjeturas y validaciones. Por ello, las situaciones se conciben como escenarios problemáticos que deben estimular el pensamiento matemático y propiciar el tránsito entre diversos registros de representación.

Se retoma aquí la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (1997), que plantea la necesidad de construir entornos donde los estudiantes actúen por sí mismos, formulen estrategias, validen resultados e institucionalicen saberes. En este sentido, la estructura de cada situación contempla momentos de acción, formulación, validación e institucionalización, permitiendo una secuencia didáctica que favorece la autonomía y la reflexión metacognitiva del alumno.

Además, el diseño de estas situaciones se guía por el análisis didáctico de Rico (1997), que permite descomponer el contenido en elementos conceptuales, procedimentales y actitudinales, así como por los aportes de Duval (2006) sobre la conversión y coordinación de registros semióticos. Las actividades diseñadas deben propiciar el uso de representaciones gráficas, simbólicas, numéricas y verbales, y permitir al estudiante pasar de una a otra con sentido, favoreciendo así una comprensión profunda del objeto matemático.

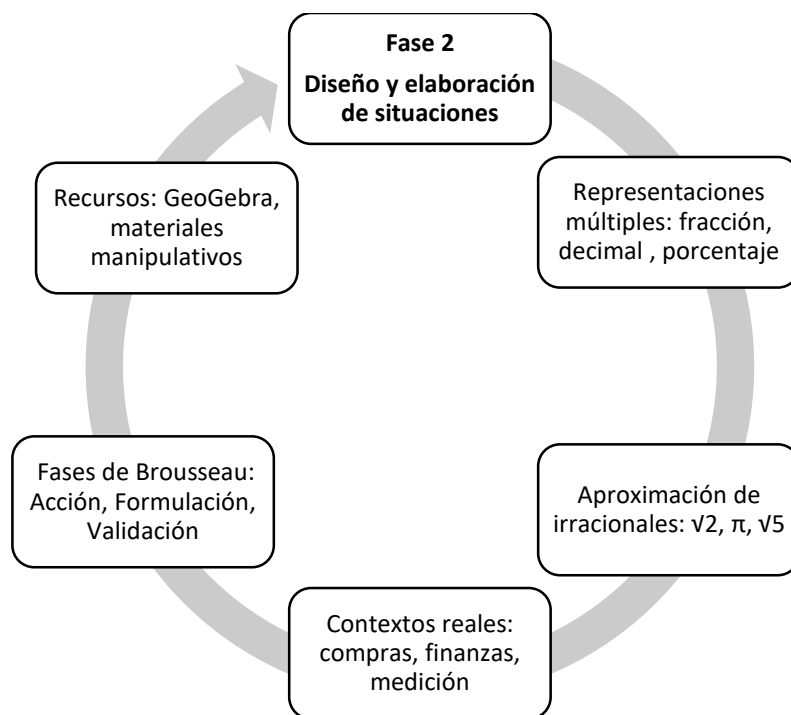


FIGURA 5: ELEMENTOS DE LA FASE 2 DEL MODELO PARA LA PLANEACIÓN DEL CONTENIDO USO DE LOS NÚMEROS REALES EN DIFERENTES REPRESENTACIONES Y CONTEXTOS MEDIANTE UN ANÁLISIS DIDÁCTICO. NOTA: ELABORACIÓN PROPIA.

Fase 3: Intervención y mediación

En esta etapa, las situaciones diseñadas son implementadas en el aula. La enseñanza se transforma en una práctica mediadora, en la que el docente asume un rol estratégico que equilibra el acompañamiento y la autonomía. La intervención no es continua ni directiva, sino calibrada según las necesidades del proceso, respetando los momentos en que el estudiante debe interactuar libremente con el medio y sus pares.

Esta concepción se basa en el "milieu adidáctico" propuesto por Brousseau (1997), que plantea la necesidad de crear entornos donde el estudiante se enfrente a un problema de manera autónoma, sin que el docente ofrezca de inmediato una solución. Así, el profesor actúa más como diseñador de experiencias que como transmisor de contenidos, y su intervención está orientada a movilizar procesos cognitivos más que a proporcionar respuestas.

A la luz del análisis didáctico, esta fase se inscribe en el subanálisis instruccional, que permite valorar cómo se desarrollan las tareas propuestas, qué herramientas son efectivas y qué ajustes se requieren. Desde el enfoque del DBR, esta fase es clave para recopilar información empírica que alimente el rediseño. Los registros de clase, las observaciones y las interacciones entre estudiantes constituyen fuentes esenciales para evaluar la validez de la propuesta y su impacto en la construcción del conocimiento.

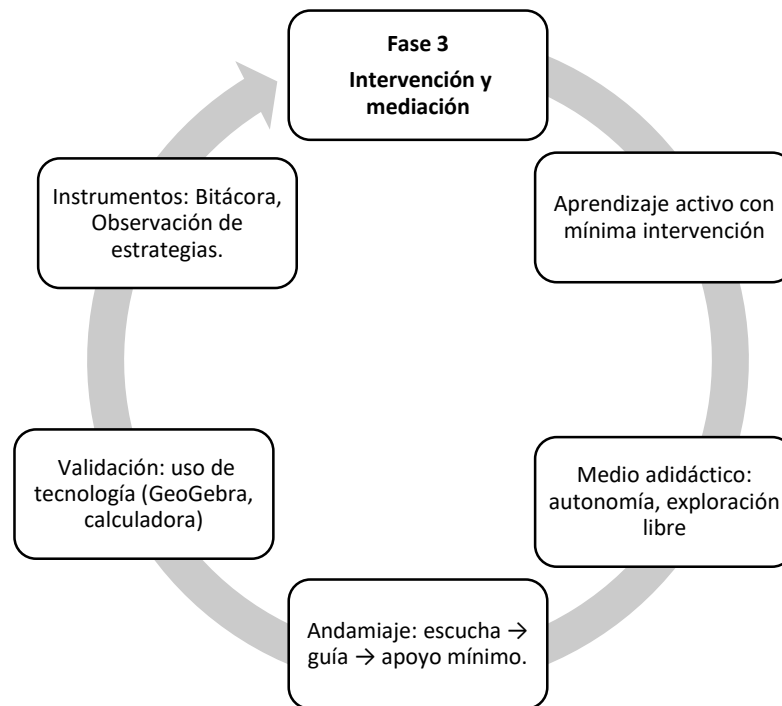


FIGURA 6: ELEMENTOS DE LA FASE 3 DEL MODELO PARA LA PLANEACIÓN DEL CONTENIDO USO DE LOS NÚMEROS REALES EN DIFERENTES REPRESENTACIONES Y CONTEXTOS MEDIANTE UN ANÁLISIS DIDÁCTICO. NOTA: ELABORACIÓN PROPIA.

Fase 4: Evaluación e institucionalización

Esta fase no se limita a la asignación de calificaciones, sino que se concibe como un proceso de reflexión continua, donde tanto estudiantes como docentes analizan los aprendizajes logrados, las dificultades enfrentadas y las estrategias

empleadas. Evaluar implica aquí reconocer los avances en la comprensión de los números reales, así como identificar persistencias en las concepciones erróneas o en los obstáculos representacionales. Es decir, la sistematización de lo aprendido mediante procesos de evaluación formativa y sumativa, así como a la formalización colectiva de los conocimientos construidos. A través de portafolios de trabajo, rúbricas de desempeño, sesiones de discusión y elaboración de actas de acuerdos, se promueve la consolidación de saberes compartidos y la reflexión metacognitiva. Se institucionalizan definiciones, procedimientos y criterios consensuados para el uso y representación de los números reales, asegurando su transferencia a nuevas situaciones.

Asimismo, la institucionalización, en el marco de la teoría de Brousseau (1997), es el momento en que el docente retoma el saber construido colectivamente en la situación didáctica, lo formaliza y lo vincula con el conocimiento matemático validado institucionalmente. Este proceso no consiste en una clase magistral final, sino en una resignificación compartida que busca consolidar los aprendizajes en el repertorio del estudiante.

Desde la perspectiva del análisis didáctico (Rico, 1997), esta fase corresponde al subanálisis evaluativo, en el cual se seleccionan instrumentos como rúbricas, guías de autoevaluación y análisis de portafolios. Duval (2006) aporta, además, criterios para verificar la capacidad del estudiante de movilizar distintos registros de representación y argumentar coherentemente. De esta manera, la evaluación se convierte en una herramienta formativa y constructiva que contribuye a cerrar el ciclo didáctico con solidez.

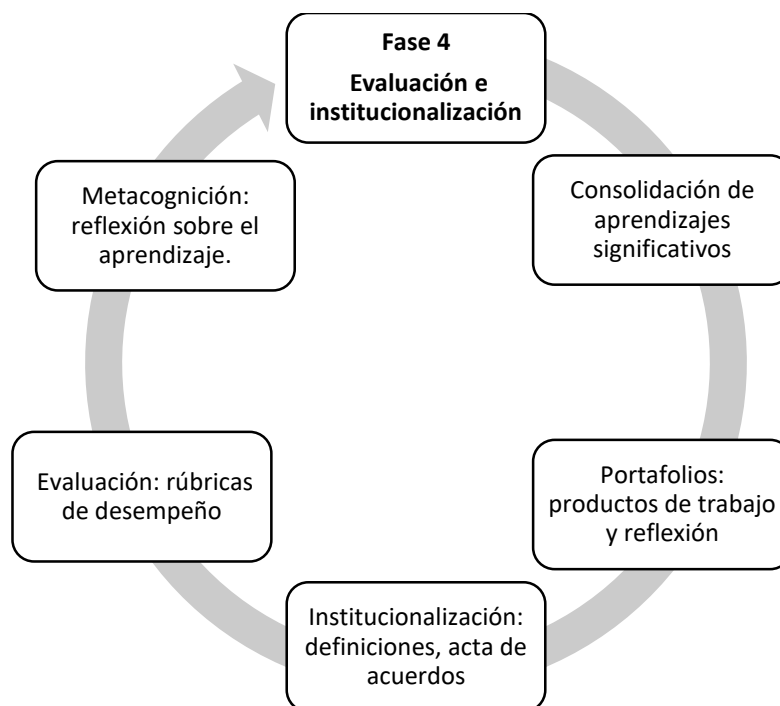


FIGURA 7. ELEMENTOS DE LA FASE 4 DEL MODELO PARA LA PLANEACIÓN DEL CONTENIDO USO DE LOS NÚMEROS REALES EN DIFERENTES REPRESENTACIONES Y CONTEXTOS MEDIANTE UN ANÁLISIS DIDÁCTICO. NOTA: ELABORACIÓN PROPIA.

Fase 5: Retroalimentación y rediseño (DBR)

Esta última fase tiene como propósito revisar, ajustar y perfeccionar el modelo a partir de la evidencia recogida en las fases anteriores. En coherencia con el enfoque del Diseño Basado en la Investigación McKenney y Reeves, (2012), se promueve una reflexión sistemática sobre el impacto real de las actividades propuestas, considerando tanto los productos obtenidos como los procesos vividos por los estudiantes y docentes.

La retroalimentación no solo se obtiene de los resultados de aprendizaje, sino también de las percepciones, emociones y resistencias observadas en el aula. Se recurre a la triangulación de datos entrevistas, bitácoras, tareas, videos, para construir una visión integral del proceso, identificar fortalezas y debilidades y fundamentar decisiones para nuevas iteraciones del modelo.

Esta fase otorga dinamismo y sostenibilidad a la propuesta, pues permite que el modelo no se estanque, sino que evolucione con base en la experiencia. Así, se garantiza que la planificación no sea un producto cerrado, sino una herramienta viva, abierta a la mejora continua y comprometida con las transformaciones reales del aula y de la enseñanza de los números reales en secundaria.

Finalmente, los principios del Diseño Basado en la Investigación, esta fase busca evaluar la efectividad del modelo a partir de su implementación real. A través del análisis de bitácoras, productos estudiantiles y la revisión crítica del equipo docente, se identifican fortalezas, dificultades y oportunidades de mejora. Este proceso culmina con la elaboración de un informe de rediseño que recoge los aprendizajes obtenidos y orienta futuras iteraciones del modelo, garantizando su pertinencia, escalabilidad y sostenibilidad en otros contextos educativos.

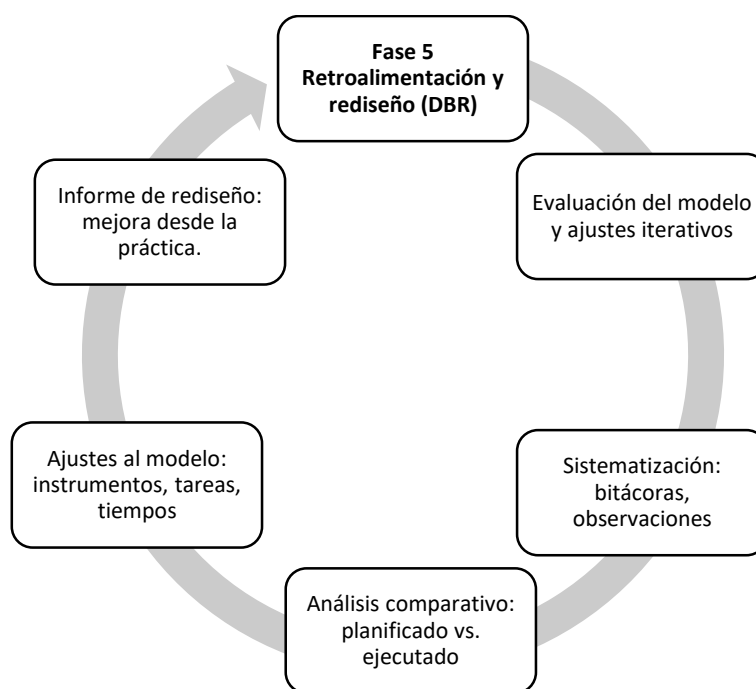


FIGURA 8: ELEMENTOS DE LA FASE 5 DEL MODELO PARA LA PLANEACIÓN DEL CONTENIDO USO DE LOS NÚMEROS REALES EN DIFERENTES REPRESENTACIONES Y CONTEXTOS MEDIANTE UN ANÁLISIS DIDÁCTICO. NOTA: ELABORACIÓN PROPIA.

Este modelo de planeación representa, por tanto, una propuesta integral que combina planificación rigurosa, sensibilidad pedagógica y fundamentación científica. Su objetivo no es solo mejorar la enseñanza del contenido específico de los números reales, sino también contribuir a una práctica docente más reflexiva, consciente y transformadora.

Supuestos y proposiciones del modelo

Este modelo de planificación didáctica parte de tres ideas base que sirven de soporte para entender su organización, su intención y la forma como busca incidir en la formación del estudiante. No pretende ser una guía técnica desligada de lo que ocurre en la enseñanza real, sino más bien una herramienta que invita a pensar, a adaptar y a justificar lo que se propone en clase. Su propósito no está en repetir fórmulas, sino en responder de forma concreta a lo que plantea la enseñanza de los números reales en secundaria.

Por otra parte, se plantea que planificar no puede seguir viéndose como un acto lineal ni cerrado. Hay que asumir que se trata de un proceso que va y viene, que requiere observar lo que pasa, intervenir con criterio, revisar si funciona y ajustar según lo que se vive en el aula. Ya no basta con trazar un camino desde el escritorio. Esta manera de pensar la planificación se relaciona con lo que proponen McKenney y Reeves (2012) en el Diseño Basado en la Investigación, donde el diseño se prueba, se evalúa y se vuelve a mirar desde la práctica, no solo desde la teoría.

También es importante decir que enseñar números reales no es tan sencillo como podría parecer. Este contenido trae consigo distintas formas de expresión: lo simbólico, lo fraccionario, lo gráfico, lo verbal, entre otros. Además, se conecta con temas que tienen que ver con lo físico, lo social, lo técnico. Por eso, una planificación que se quede en lo abstracto no es suficiente. Aquí se hace necesario que se logre

tender puentes entre teoría y práctica, entre lo formal y lo cotidiano. En ese cruce, la teoría de Duval resulta muy útil, ya que permite mirar cómo los estudiantes transforman y relacionan representaciones que, muchas veces, no logran coordinar por sí solos.

Además de todo esto, la propuesta parte de que para que los contenidos se comprendan de forma más profunda, hace falta no solo estructurar bien lo que se va a enseñar, sino también generar situaciones reales, donde el estudiante pueda tener un papel más activo. El análisis didáctico que desarrolla Rico da herramientas para organizar y anticipar el trabajo con el contenido, y a la vez, las situaciones didácticas que plantea Brousseau abren la puerta a un tipo de experiencia más viva, donde el alumno tiene que enfrentarse al conocimiento, probarlo, equivocarse, volver a intentarlo y construir algo propio.

A partir de estas ideas, el modelo que aquí se propone intenta demostrar que sí es posible planificar de otra manera. Es decir, con un análisis más profundo del contenido, pero también con actividades pensadas para que el estudiante se involucre de verdad. Esto permitiría evitar algunos problemas que se repiten bastante en las aulas, como enseñar las representaciones del número real por separado, promover la memorización sin reflexión o dejar el contenido suelto, sin relación con lo que vive el estudiante. De este modo, se busca que quienes aprenden puedan no solo resolver operaciones, sino entender lo que hacen, tomar decisiones con argumentos y aplicar los conocimientos en situaciones reales que les resulten significativas.

A continuación, se presenta un esquema visual que sintetiza la estructura general del modelo y sus fases interrelacionadas.

FIGURA 9. PROCESO DE DESARROLLO EDUCATIVO DEL MODELO DE PLANEACIÓN



Nota. Elaboración propia.

Fundamentación Didáctica del Modelo

Este modelo de planificación nace como una forma de pensar, desde la práctica misma, algunos problemas que aparecen con frecuencia al momento de enseñar números reales en secundaria. No se trata aquí de una receta cerrada ni mucho menos, tampoco de imponer una estructura rígida. Al contrario, se busca construir algo

más cercano a lo que sucede en la enseñanza real, mezclando teoría con lo que se ha podido observar directamente en el aula. En especial, se apoya en lo que propone Luis Rico con su análisis didáctico, que permite mirar de forma más detallada qué se enseña, cómo se organiza y qué se puede prever desde antes. A esto se suma la teoría de Brousseau, que ayuda a comprender mejor lo que ocurre mientras se enseña: los intercambios, los descubrimientos, los momentos donde se pone a prueba lo que se cree saber. Así, no se trata solo de listar temas, sino de diseñar espacios que incluyan exploración, ajustes, diálogo y evaluación continua.

Por otro lado, la estructura del modelo está pensada en cinco fases que no funcionan por separado, sino que están conectadas y se alimentan entre sí. Cada una cumple una función distinta, pero necesaria: desde cómo se entiende el punto de partida hasta cómo se revisan los resultados obtenidos. En ese recorrido, se procura mantener siempre la relación entre teoría y práctica. Por eso, no se parte de ideas generales ni suposiciones, sino de lo que realmente se necesita en el aula. Se promueve el uso de representaciones variadas, se insiste en revisar lo que se hace y se favorece una participación más activa por parte de los estudiantes. Todo este ciclo, que no es lineal, se apoya en marcos como el análisis didáctico, las situaciones didácticas y también en el Diseño Basado en la Investigación, ya que este permite volver sobre lo hecho y corregirlo sin perder la dirección. En consecuencia, se plantea que la planificación tiene que estar viva, con espacio para adaptarse y responder a lo que ocurre en clase.

A esto se suma una decisión metodológica que no es menor: se optó por una mirada cualitativa, en sintonía con el tipo de modelo que se propone. No tendría mucho sentido usar un método que busca generalizar resultados cuando lo que aquí interesa es comprender más a fondo lo que pasa en cada caso, en cada aula. Esta elección se apoya en la necesidad de captar no solo qué se enseña, sino cómo se vive, qué interpretan los estudiantes, cómo intervienen los docentes y qué transformaciones aparecen a lo largo del proceso. En el campo de la didáctica matemática, sobre todo

cuando se trabaja con temas que tienden a ser complejos como los números reales, es clave poder leer lo que ocurre más allá de los datos. Tal como lo indica Stake (1995), el valor de este tipo de estudios está en mirar cómo se da el conocimiento en la práctica, cómo se transforma y cómo lo expresan los actores en sus palabras y acciones.

En definitiva, lo que se propone no es aplicar modelos prefabricados, sino acompañar una forma distinta de pensar la enseñanza de los números reales. Una forma que se construye desde lo que realmente pasa en el aula, y no desde lo que debería pasar en teoría. La metodología, en ese sentido, no es un añadido, sino parte esencial de la propuesta. Porque si lo que se busca es transformar, esa transformación solo puede nacer de la experiencia misma.

TABLA 9. ESTRUCTURA DEL MODELO

Fase	Propósito principal	Teoría didáctica predominante	Resultados esperados
1. Diagnóstico y caracterización	Analizar conocimientos previos y representaciones espontáneas	Rico (conceptual– contenido), Duval (registros)	Mapa de representaciones, perfil de dificultades y hábitos de razonamiento
2. Diseño y elaboración de situaciones	Construir tareas contextualizadas que favorezcan la conversión entre registros	Brousseau (acción– formulación), Duval (transformaciones semióticas)	Banco de tareas auténticas, guías de mediación, prototipos de actividades

3. Intervención y mediación	Implementar y adaptar situaciones promoviendo autonomía y validación	Brousseau (validación– institucionalización), Rico (cognitivo)	Bitácoras de aula, protocolos de andamiaje, evidencias de procesos
4. Evaluación didáctica y formalización	Evaluar comprensiones, institucionalizar saberes y consolidar aprendizajes	Rico (evaluativo), Brousseau (institucionalización)	Rúbricas de desempeño, actas de acuerdos, productos de reflexión metacognitiva
5. Retroalimentación y rediseño (DBR)	Analizar el ciclo completo, ajustar el modelo y validar su aplicabilidad	DBR (McKenney & Reeves)	Informe de rediseño, versión refinada del modelo, criterios para futuras iteraciones

REFLEXIONES FINALES

En la enseñanza secundaria, trabajar con los números reales sigue siendo un reto para muchos docentes. No se trata solo de explicar cómo operar o aplicar reglas. Va mucho más allá. A lo largo de esta investigación, el análisis de entrevistas hechas a docentes, de clases observadas y de planificaciones revisadas permitió identificar varias limitaciones que dificultan una comprensión más sólida de este contenido. Entre las que más se repiten, vale mencionar la falta de conexión entre distintos tipos de representación semiótica, la débil relación con situaciones reales que los estudiantes

puedan reconocer, y el predominio de formas de enseñar centradas solo en repetir procedimientos, sin espacio para la exploración.

Frente a ese escenario, se hizo evidente la necesidad de plantear un modelo de planeación que rompiera con las fórmulas tradicionales y respondiera, de manera más precisa, a lo que se vive en las aulas. Para ello, la propuesta aquí desarrollada se nutrió de varias teorías clave: el análisis didáctico que expone Rico, las situaciones didácticas que propone Brousseau, la teoría de los registros semióticos de Duval y, además, la teoría antropológica de lo didáctico de Chevallard. Este conjunto permitió armar una estructura más viva, una guía que no es lineal ni cerrada, sino que se mueve con las preguntas que surgen en la práctica y que invita al profesor a repensar lo que hace.

Pero también es importante aclarar que este modelo no pretende dictar pasos fijos ni imponer rutinas. Más bien, se propone como una herramienta que invita a mirar el entorno de la enseñanza, a detectar barreras en el conocimiento, a reconocer qué traen los estudiantes y, desde ahí, elegir con más cuidado qué tipo de representación se usa en cada momento. Esto coloca al docente en un rol distinto, ya no como alguien que solo expone contenido, sino como una figura que reflexiona, que organiza y que diseña con intención. De ese modo, se generan experiencias que permiten avanzar desde lo más concreto hacia niveles más abstractos, sin que se pierda de vista lo que los alumnos ya conocen o pueden reconocer en lo cotidiano.

Además, cuando se introducen poco a poco situaciones didácticas relacionadas con temas reales, y se combinan de forma flexible distintos tipos de representación — gráfica, simbólica, numérica, verbal—, es más probable que los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas que no se queden solo en el aula. A la par, se observa también que hace falta fortalecer espacios de formación docente donde se priorice el análisis del contenido, más allá de manuales o esquemas ya armados. Es en ese

análisis donde el profesor puede comprender mejor qué está enseñando y por qué lo hace de una determinada manera.

En este mismo sentido, lo que se vivió a lo largo de esta investigación deja ver que planificar no debería limitarse a cumplir con un formato o responder a una exigencia institucional. Planear es, o debería ser, un ejercicio de lectura crítica de la realidad educativa. A partir del modelo planteado, es posible abrir caminos hacia una práctica docente más conectada con lo que pasa en la escuela, una que combine marcos teóricos con lo que ocurre cada día entre estudiantes y profesores.

Por lo tanto, esta tesis no busca solo agregar una propuesta más al debate académico. También apunta a dejar una base sobre la cual puedan desarrollarse futuras investigaciones que pongan a prueba y sigan afinando este modelo en otros escenarios. Si se quiere fortalecer el pensamiento matemático en los jóvenes, se necesita proponer formas distintas de planificar, que comprendan mejor lo que implica enseñar en aulas reales, con estudiantes distintos entre sí, y con el propósito de que puedan interpretar su realidad y transformarla desde lo que aprenden en clase.

Referencias

- Apple, M. W. (2016). Ideología e currículo. Artmed Editora.
- Arbeláez, N. M. C. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Magistro*, 8(16), 123-158.
- Artigue, M. (2020). Didactic engineering in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 202-206
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1976). Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo (Vol. 3). México: Trillas.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407
- Beuchot, M. (2010). Hermenéutica analógica: Aproximaciones a una hermenéutica textual, cultural e interdisciplinaria. Gedisa.
- Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M., & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational psychologist*, 26(3-4), 369-398.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp0630a>
- Brousseau, G. (1986). Teoría de las situaciones didácticas. IREM, Francia.
- Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. Dordrecht: Springer.

Brousseau, G. (1998). Teoría de las situaciones didácticas en la enseñanza de las matemáticas. Narcea.

Brousseau, G. (1998). Teoría de las situaciones didácticas. Narcea. Chevallard, Y. (1997). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Aique. Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (4th ed.). SAGE Publications. Duval, R. (2006). Un enfoque cognitivo del aprendizaje matemático. Educación Matemática, 18(1), 1-18. Flick, U. (2015).

Brousseau, G. (1998). Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970–1990. Kluwer Academic Publishers.

Castañeda, D., & Barona, J. (2019). *Prácticas docentes y uso de representaciones matemáticas en secundaria*. Revista Colombiana de Educación Matemática, 39(2), 45–60.

Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática.

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado. Aique Grupo Editor.

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. In La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado (pp. 196-196).

Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado. Aique.

Cisterna Cabrera, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoria*, 14(1), 61-71.

Cisterna, C., Carrillo, J., & Cornejo, L. (2020). *Construcción de conocimiento didáctico-matemático desde el enfoque ontosemiótico*. Ediciones Universidad de Huelva.

Cisterna, S. (2005). Metodología de la investigación cualitativa: Estrategias para el análisis. Santiago, Chile: Ediciones Universitarias.

Creswell, J. W. (2018). Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches. SAGE Publications.

Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (4th ed.). SAGE Publications.

Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (4th ed.). SAGE Publications.

Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2023). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (5th ed.). SAGE.

Denzin, N. K. (2012). *Triangulation 2.0*. Journal of Mixed Methods Research, 6(2), 80–88. <https://doi.org/10.1177/1558689812437186>

Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2018). *The SAGE handbook of qualitative research* (5th ed.). SAGE.

DiCicco-Bloom, B., & Crabtree, B. F. (2006). The qualitative research interview. *Medical Education*, 40(4), 314–321. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2929.2006.02418.x>

Du, S. (2024). *In Defense of the Tyler Rationale: As a Model for Curriculum Development*. *The Educational Review*, 8(6), 837–841.
<https://doi.org/10.26855/er.2024.06.009>

Du, S. (2024). In defense of the Tyler rationale: As a model for curriculum development. *The Educational Review*, 8(6), 837–841.
<https://doi.org/10.26855/er.2024.06.009>

Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37–65.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 5, pp. 37-65).

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Manantial.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103–131.

Erickson, F. (1989). Métodos cualitativos en la investigación de la enseñanza. In M. C. Wittrock (Ed.), *La investigación de la enseñanza* (pp. 121–206). Paidós.

Flick, U. (2014). *An Introduction to Qualitative Research*. SAGE Publications.

Flick, U. (2018). *An Introduction to Qualitative Research* (6th ed.). SAGE Publications.

- Flick, U. (2018). *An introduction to qualitative research* (6th ed.). London: Sage.
- Flick, U. (2018). *An introduction to qualitative research* (6th ed.). SAGE.
- Flick, U. (2021). *Introducción a la investigación cualitativa* (6.^a ed.). Morata.
- Flick, U. (2023). *Doing qualitative research* (3rd ed.). SAGE.
- Gadamer, H. G. (2002). *Verdad y método*. Sígueme.
- Gálvez Pérez, G., & Block Sevilla, D. (2020). La Teoría de las Situaciones Didácticas, legado fundamental de Guy Brousseau a la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, 13(2), 55-72.
- García, J., & Vásquez, L. (2021). Obstáculos en la enseñanza de los números reales en la educación secundaria: Un análisis desde el enfoque didáctico. *Revista Colombiana de Educación Matemática*, 38(2), 52–68.
- García, R., & López, M. (2023). *Planificación educativa en matemáticas: Innovación y práctica docente*. Madrid: Ediciones Académicas.
- Gimeno Sacristán, J. (1992). *Comprender y transformar la enseñanza*. Madrid: Morata.
- Given, L. M. (2022). *The SAGE encyclopedia of qualitative research methods* (2nd ed.). SAGE.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2017). Fundamentos de la didáctica de la matemática. *Educación Matemática*, 29(2), 5–34.

Gómez, F., López, M., & Rodríguez, A. (2023). *Metodología cualitativa: Principios y aplicaciones en las ciencias sociales*. Madrid: Editorial Académica.

González, F. M., Escorcía, M. R., Pinto, M. C., Caballero, S. R., & Paredes, A. J. (2017). Gestión participativa y calidad educativa en el contexto del Plan de Mejoramiento Institucional en Escuelas Colombianas. *Opción*, 33(82), 344-365.

Granados Niño, N. J., & Jiménez Espinosa, A. (2022). Representaciones semióticas en números racionales.

ICFES. (2022). *Informe Nacional de Resultados Saber 11°. Periodo 2 - 2021*. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. Recuperado de: <https://www.icfes.gov.co/documents/20143/3829603/Informe-Saber11-2021.pdf>

ICFES. (2023). *Informe nacional de resultados Saber 9°. Segundo semestre 2023*. Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. Recuperado de: <https://www.icfes.gov.co/web/guest/informes-pruebas-saber>

Karlström, A., & Hamza, K. M. (2021). Trainee teachers' planning practices and the limitations of linear curriculum models. *BERA Blog*. <https://www.bera.ac.uk/blog/trainee-teachers-planning-practices>

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *InterViews: Learning the craft of qualitative research interviewing* (3rd ed.). SAGE.

Leiva, M., Montecinos, C., & Aravena, F. (2017). *La retroalimentación en procesos de observación de clases: Una herramienta para la mejora docente*. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 10(1), 25–40.

Llinares, S., & Valls, J. (2010). El conocimiento didáctico-matemático del profesor: marco para su análisis en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Educación*, (352), 125–145.

López, M., & Alsina, Á. (2022). *Didáctica crítica de las matemáticas: enfoques, experiencias y desafíos*. Ediciones Octaedro.

Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular. Granada: Comares

Maxwell, J. A. (2020). *Qualitative research design: An interactive approach* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

MEN (Ministerio de Educación Nacional de Colombia). (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas: Grados 6° a 11°. <https://www.mineduacion.gov.co>

Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation*. Jossey-Bass.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas: Guía para docentes*. Bogotá: MEN. Recuperado de: https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf

Mintzberg, H. (1994). Rise and fall of strategic planning. Simon and Schuster.

Nowell, L. S., Norris, J. M., White, D. E., & Moules, N. J. (2017). Thematic Analysis: Striving to Meet the Trustworthiness Criteria. *International Journal of Qualitative Methods*, 16(1), 1–13. <https://doi.org/10.1177/1609406917733847>

Number Analytics. (2025, junio 19). *Tyler's rationale in curriculum development*.
<https://numberanalytics.com/education/tyler-rationale>

Oropeza, M., & Morales, A. (2024) Fortalecimiento de la Potenciación de Números Naturales a Través de Una Secuencia Didáctica Desarrollada en Scratch Para Estudiantes de Grado Sexto de la Institución Educativa Municipal Manablanca, Facatativá

Palatnik, A. (2022). Didactic situations in project-based learning: The case of numerical patterns and sequences. *The Journal of Mathematical Behavior*, 66, 100956.

Pérez, J., & Torres, S. (2023). *Modelos de planificación didáctica en educación matemática*. Bogotá: Editorial Universitaria.

Prabowo, A., Suryadi, D., Dasari, D., Juandi, D., & Junaedi, I. (2022). Learning obstacles in the making of lesson plans by prospective mathematics teacher students. *Education Research International*, 2022(1), 2896860.

Priestley, M. (2024, enero 1). *Are linear curriculum development models helpful?* *British Educational Research Association (BERA)*. <https://www.bera.ac.uk/blog/are-linear-curriculum-models-helpful>

Raven, R. J. M. (2024). *Advanced qualitative methods for social research*. Routledge.

Rico (2013). El método del análisis didáctico. *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 9(33).

Rico, L. (1997). *La educación matemática: Una visión de conjunto*. Suma.

Rico, L., Lupiáñez, J. L., & Molina, M. (2013). *Análisis Didáctico en Educación Matemática*.

Rico, L., Lupiáñez, J. L., & Molina, M. (2013). *Análisis Didáctico en Educación*

Stenhouse, L. (1975). *An introduction to curriculum research and development*. London: Heinemann.

Stewart, J. (2018). *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*.

Strauss, A., & Corbin, J. (2015). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (4th ed.). SAGE Publications.

Tyler, R. W. (1949). *Basic principles of curriculum and instruction*. Chicago: University of Chicago Press.

Tyler, R. W. (2013). Basic principles of curriculum and instruction. In *Curriculum studies reader E2* (pp. 60-68). Routledge.

Vasilachis, I. (2021). *Estrategias de investigación cualitativa*. Gedisa Editorial.

Zapatera Llinares, A., Quevedo Gutiérrez, E., González Gallego, S., Santana Coll, A., & Álamo Rosales, J. (2020). Obstáculos y dificultades de los alumnos en la incorporación de los números enteros. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (26). <https://doi.org/10.35763/aiem26.4725>

□ Faculty perceptions of strategic planning in higher education: The need for involvement and empowerment. (2024). *Higher Education Journal*.

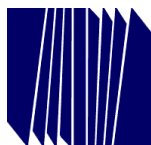
□ Heckler, M. (2025, mayo 23). *The evolution of strategic planning in higher education*. AGB Blog. <https://agb.org/blog-post/the-evolution-of-strategic-planning>

□ Khalilov, T., & Taghiyev, A. (2024). *Planning and strategy in education*. *Frontiers in Health Informatics*, 13(3), 9360–9368.
<https://doi.org/10.18502/fhi.v13i3.9360>

□ SCUP – Society for College and University Planning. (s. f.). *What is strategic planning?* <https://www.scup.org/resource/what-is-strategic-planning/>

ANEXOS

**ANEXO A: GUION DE ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA A
LOS INFORMANTES CLAVES**



INSTITUTO PEDAGÓGICO MARACAY

Doctorado en educación matemáticas.

Guion de entrevista semiestructurada a los informantes claves

1. ¿Qué importancia considera que tiene la planificación pedagógica en la enseñanza de las matemáticas?
2. ¿Qué opina de la estructura de la planificación establecida por el ministerio de educación nacional?
3. ¿Cuáles son los principales desafíos que enfrenta en la planificación de sus lecciones?
4. Partiendo de su experiencia docente. ¿Tiene en cuenta las dificultades que presentadas por sus estudiantes al momento de planear las clases y sus estilos de aprendizajes?
5. ¿Utiliza un modelo de planeación específico al momento de planificar sus clases?
2. ¿Cómo define y presenta el concepto de número real a sus estudiantes, y qué estrategias utiliza para ayudarles a comprender la relación entre los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros, racionales e irracionales)?
3. ¿Qué representaciones de los números reales considera más importantes?
¿Por qué?
4. ¿Cómo trabaja las diferentes representaciones (decimal, fraccionaria, radical) y sus equivalencias?
5. ¿Utiliza algún material concreto o recursos digitales para facilitar la comprensión de estas representaciones?
6. ¿Cómo incorpora las tecnologías de la información y la comunicación en la enseñanza de los números reales?

7. ¿Qué tipo de evaluaciones utiliza para evaluar los aprendizajes de sus estudiantes (pruebas escritas, trabajos prácticos, proyectos, etc.)?
8. ¿Cómo utiliza los resultados de las evaluaciones para mejorar su práctica docente?
9. ¿Qué aspectos de su práctica considera más exitosos? ¿cuales mejoraría?
10. ¿Qué recomendaciones darías a otros docentes que enseñan este tema?

ANEXO B. RESPUESTA DE ENTREVISTA

GUNTA	PRE	DOC	DOCENTE	DOCE	DOC
	ENTE 1	2		NTE 3	ENTE 4
¿Qué importancia considera que tiene la planificación pedagógica en la enseñanza de las matemáticas?	Es fundamental para estructurar las clases y cumplir con los objetivos establecidos de manera secuencial.	Es esencial para cumplir los objetivos del periodo y dejar espacio para actividades lúdicas.		Es importante para organizar los temas y adaptarlos a las necesidades prácticas de los estudiantes.	Es crucial como marco flexible que promueve el aprendizaje activo.
¿Qué opina de la estructura de la planificación establecida por el ministerio de educación nacional?	Es una guía valiosa, pero puede ser rígida y no siempre considera las necesidades específicas del contexto.	Es útil, pero puede limitar la flexibilidad para incluir actividades dinámicas.		Es una base útil, pero ajustada según los recursos disponibles.	Es útil, pero requiere complementarse con estrategias dinámicas y participativas.
¿Cuáles son los principales desafíos que enfrenta en la planificación de sus lecciones?	La diversidad de ritmos de aprendizaje y la presión por cumplir el currículo.	Cubrir todo el contenido del periodo y mantener el interés de los estudiantes.		La falta de herramientas tecnológicas y la medición del aprendizaje sin evaluaciones escritas.	Aprovisionar al máximo recursos limitados y crear actividades significativas.
Partiendo de su experiencia docente. ¿Tiene en cuenta las dificultades que presentadas por sus estudiantes al momento de planear las	Toma en cuenta las dificultades comunes, pero no adapta las clases a los diferentes	Identifica dificultades comunes y usa actividades lúdicas para abordarlas.		Identifica dificultades en clase y diseña actividades prácticas.	Diseña actividades diversas que promuevan la participación activa.

clases y sus estilos de aprendizajes?	estilos de aprendizaje.			
¿Utiliza un modelo de planeación específico al momento de planificar sus clases?	Usa un modelo tradicional con objetivos claros, actividades definidas y evaluación inmediata.	Modelo tradicional con espacio para juegos y dinámicas según el tema.	Modelo flexible con actividades prácticas y discusiones.	Modelo o flexible centrado en el aprendizaje activo y colaborativo.
¿Cómo define y presenta el concepto de número real a sus estudiantes, y qué estrategias utiliza para ayudarles a comprender la relación entre los diferentes conjuntos numéricos (naturales, enteros, racionales e irracionales)?	Presenta los números reales como un conjunto que integra a los números conocidos con ejemplos básicos.	Introduce los números reales con ejemplos prácticos y actividades lúdicas.	Presenta a los números reales con ejemplos cotidianos y gráficos en el tablero.	Introduce los números reales a través de actividades interactivas y herramientas digitales.
¿Qué representaciones de los números reales considera más importantes? ¿Por qué?	Las representaciones decimales y fraccionarias por su relevancia práctica.	Representaciones decimales y fraccionarias con énfasis en problemas prácticos.	Todas las representaciones son igualmente importantes.	Conecta todas las representaciones con situaciones prácticas.
¿Cómo trabaja las diferentes representaciones (decimal, fraccionaria,	Explica paso a paso las equivalencias entre diferentes	Combina explicaciones con dinámicas grupales para explorar equivalencias.	Ejercicios grupales para explorar equivalencias.	Explora an equivalencias mediante hojas de cálculo y

radical) y sus equivalencias?	representaciones en ejercicios repetitivos.			gráficos manuales.
¿Utiliza algún material concreto o recursos digitales para facilitar la comprensión de estas representaciones?	Utiliza materiales tradicionales como el tablero y libros de texto.	Usa juegos matemáticos y actividades manipulativas sencillas.	Usa materiales concretos como el tablero y ejemplos escritos.	Usa recursos accesibles como teléfonos móviles y aplicaciones gratuitas.
¿Cómo incorpora las tecnologías de la información y la comunicación en la enseñanza de los números reales?	No incorpora TIC debido a un enfoque tradicional.	No utiliza TIC debido a la falta de recursos institucionales.	No utiliza TIC debido a la falta de recursos en la institución.	Utiliza TIC creativamente, incluso en contextos de recursos limitados.
¿Qué tipo de evaluaciones utiliza para evaluar los aprendizajes de sus estudiantes (pruebas escritas, trabajos prácticos, proyectos, etc.)?	Pruebas escritas realizadas al finalizar cada tema.	Evaluaciones al final del periodo con proyectos o actividades lúdicas.	Evaluaciones continuas mediante observación y actividades prácticas.	Evaluación formativa basada en actividades prácticas y autoevaluación.
¿Cómo utiliza los resultados de las evaluaciones para mejorar su práctica docente?	Los resultados se usan para identificar errores comunes y reforzar temas.	Los resultados ayudan a ajustar los enfoques en el siguiente periodo.	Ajusta la enseñanza según los resultados observados en clase.	Guía para ajustar la enseñanza y promover el crecimiento del estudiante.
¿Qué aspectos de su práctica	Claros explicaciones	Incorpora juegos; necesita	Éxito en actividades prácticas;	Motiva a los estudiantes

considera más exitosos? ¿cuales mejoraría?	s; necesita mejorar la integración de estrategias más diversas.	evaluar más frecuentemente.	mejorar medición formal del aprendizaje.	a ser agentes activos; mejorar en diversificación de recursos.
¿Qué recomendaciones darías a otros docentes que enseñan este tema?	Planificar de manera estructurada y usar ejemplos cotidianos para enseñar conceptos.	Incluir actividades lúdicas y adaptar la planificación a las necesidades del grupo.	Aprovechar actividades prácticas y trabajo grupal en contextos con recursos limitados.	Fomentar la participación activa y evaluación formativa para el crecimiento mutuo.

ANEXO C.: PLANEACION PEDAGOGICA ANALIZADA

	REPUBLICA DE COLOMBIA MINISTERIO DE EDUCACIÓN SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DIRECCIÓN DE PLANEACIÓN Y EVALUACIÓN PROYECTO DE LEY DE EDUCACIÓN PROYECTO DE LEY DE EDUCACIÓN PROYECTO DE LEY DE EDUCACIÓN	Página 1 de 5 Versión 1.0
---	---	------------------------------

PLAN DE CLASES

GENERALIDADES

Docente(s)	SECUNDARIA		Grado	5º	Área / Asignatura	MATEMÁTICAS
Nivel de enseñanza			Período	4º DE 2025 - 14 DE 2025	Tiempo	2 SEMANA
Académico			Fecha		Estimado	

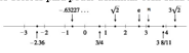
IDENTIFICACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIA	PENSAMIENTO / FACTOR / COMPONENTE	COMPETENCIA
	- Comprender y aplicar las propiedades de los números reales en operaciones y problemas. - Argumentar y modelar situaciones matemáticas usando números racionales e irracionales.	
DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE	ENUNCIADO	Identificar y representar los números reales en la recta numérica.
	EVIDENCIAS	Operar con números racionales e irracionales
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	- Comprender el conjunto de los números reales y su clasificación. - Aplicar las operaciones con números racionales e irracionales en la solución de problemas.	
	EJE TEMÁTICO: Números reales: definición, clasificación y operaciones.	

DESARROLLO DE LA CLASE

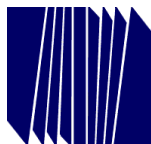
Momentos de la clase	Actividad	Tiempo	Recursos / Materiales	Seguimiento al aprendizaje
----------------------	-----------	--------	-----------------------	----------------------------

1. EXPLORACIÓN	Actividad: - Pregunta generadora: ¿Qué entienden por números reales? ¿En qué situaciones cotidianas los usamos? - Se proyecta una imagen de la recta numérica con números racionales e irracionales. 	10 min Pizarra, marcador. Presentación con recta numérica y ejemplos.	Observar la participación de los estudiantes y sus respuestas iniciales.
2. ESTRUCTURACIÓN	 ¿Cómo construir un diagrama de números reales? Construir un diagrama de números reales es realmente muy sencillo, pues como te mencionamos anteriormente se encuentran comprendidos todos los tipos de números. Si te interesa aprender a representarlos bien, solo debes seguir algunos pasos importantes: Establecer cuáles son los números que quieres representar, es decir, sus valores numéricos. Asegúrate de que son números reales. Determina una buena escala, la cual te permita escribir cómodamente las cifras y se vean ordenadas en el espacio donde piensas dibujar el diagrama. Escribe los números en orden de acuerdo a su valor y signo.	Tablero, marcadores, fichas numéricas.	Supervisar la actividad y brindar retroalimentación inmediata.

Si deseas representar intervalos lo más recomendable es que uses líneas de colores para poder delimitar bien cada sección del diagrama.  Definición de Números Reales: Son todos los números que pueden representarse en la recta numérica. Clasificación Números Naturales (N): 1, 2, 3, 4, ... Números Enteros (Z): ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, ... Números Racionales (Q): Fracciones y decimales finitos o periódicos (ejemplo: 3/4, -2.5). Números Irracionales: Decimales infinitos no periódicos (ejemplo: pi, sqrt(2)). Ubicación en la recta numérica: Recta numérica con Números Racionales e Irracionales 		
1. PRACTICA Practica 1 Ejemplo práctico: - Suma de fracciones: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ - Multiplicación de fracciones: $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ - Conversión de decimal a fracción: $0.75 = \frac{3}{4}$ Situaciones Contextualizadas: - Compra en un supermercado: Juan compra 2.5 kg de arroz, 1.75 kg de azúcar y 0.8 kg de sal. ¿Cuántos kg en total ha comprado? - Medición de terreno: Un terreno mide sqrt(50) metros de ancho y sqrt(18) metros de largo. ¿Cuál es su área? Practica 2 Ejercicios Prácticos - Identifica a qué conjunto pertenece cada número:	Hoja de trabajo, presentación visual	Supervisar la actividad y brindar retroalimentación inmediata.

-4, 7/8, pi, 2.3333 2. Operaciones con números reales: -5/6 + 3/8 = ? -sqrt(18) - sqrt(8) = ? -(-2.5) x 4.2 = ? 3. Conversión de decimales a fracción -0.75 = ? -1.3333 = ? Problemas Contextualizados 1. María compra 2.5 kg de arroz, 1.75 kg de azúcar y 0.8 kg de sal. ¿Cuánto ha comprado en total? 2. Un terreno mide sqrt(50) metros de ancho y sqrt(18) metros de largo. ¿Cuál es su área?		
	Hoja de trabajo, presentación visual	

ANEXO D: INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN DE CLASE



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO MARACAY
Doctorado en educación matemáticas.



Instrumento de observación de clase

Nombre del observador	Fecha	Grado
Luz Rivera	11 de marzo	902
Asignatura	Nombre del docente	Tema
Matemáticas	Jein Arcon	Numeros Reales
hora de inicio	hora de fin	Lugar
7:30 am	8:20 am	Institución educativa técnica san pablo de Polonuevo

1. AMBIENTE DE AULA

Ítem	SI	No
El aula presenta una organización estructurada para la clase	X	
Se fomenta un clima de respeto y tranquilidad entre los estudiantes	X	

Hay disposición general de los estudiantes para participar	X	
Se observa trabajo colaborativo entre estudiantes		X

2. INICIO

Ítem	SI	No
El docente presenta claramente el objetivo de la clase		X
Se formulan preguntas para activar conocimientos previos		X
Hay participación inicial de los estudiantes		X

3. DESARROLLO

Ítem	SI	No
Se ejemplifican contenidos con claridad y recursos adecuados	X	
El docente usa lenguaje técnico comprensible	X	
Se promueve la observación y toma de notas por parte de los estudiantes	X	
Se hace uso de materiales visuales o digitales		X
Se establecen conexiones entre los conjuntos numéricos y sus propiedades		X
Se vinculan los contenidos con contextos reales		X

4 CIERRE

Ítem	SI	No
El docente realiza una recapitulación efectiva		X
Se evidencia una evaluación formativa o retroalimentación		X
Se promueve la participación o reflexión final del estudiante		X

3. REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS (DUVAL)

Ítem	SI	No
Se utilizan distintos registros (simbólico, gráfico, verbal, etc.)	X	
Se promueve la conversión entre registros (por ejemplo, del simbólico al gráfico)		X
Se evidencia apropiación del contenido a través de representaciones diversas	X	

3. SITUACIONES DIDÁCTICAS (BROUSSEAU)

Ítem	SI	No
Hay momentos de acción y formulación por parte de los estudiantes		X
El docente promueve la institucionalización del conocimiento		X
Se rompe con el contrato didáctico tradicional		X

3. ANÁLISIS DIDÁCTICO (RICO)

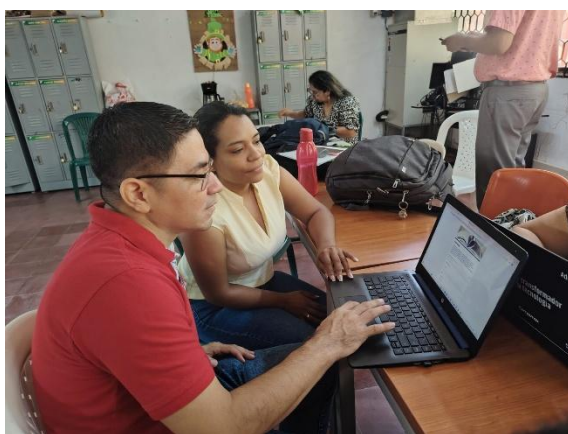
Ítem	SI	No
Se identifican variables didácticas flexibles según el contexto		X
El contenido se adapta a las respuestas y necesidades del estudiante		X
Se aplican diferentes procedimientos para abordar el contenido		

X

4. REFLEXIÓN DEL OBSERVADOR

Ítem	SI	No
La clase permitió construir conocimiento de forma significativa		X
El enfoque fue centrado en el docente más que en el estudiante	X	
Se evidenció el uso de estrategias didácticas activas y coherentes con el contenido		X
Es necesario incorporar más participación, ejemplos cotidianos o tecnologías interactivas	X	

ANEXO E: EVIDENCIA FOTOGRAFICA DE LA ENTREVISTA



Resumen Curricular

Rodriguez Cortez Enedina Lady

Dirección: Carrera 16 entre calles 14 y 15,N° 14-26

Cuidad: Barquisimeto Estado Lara Venezuela

Numero de Contacto

Móvil +58(414) 547 2993

Habitación: 0251 2523871

Correo enlady@gmail.com



Profesora de Matemática egresada de la UPEL-IPB, Doctor en Educación Matemática. Primera Cohorte. UPEL-IP-Maracay. Maestría en Ciencias, mención Optimización UCLA, Magíster en Matemática, mención Enseñanza de la Matemática del programa de postgrado Interinstitucional UNEXPO-UCLA-UPEL, estudios en Gerencia Educativa mención Sistemas Educativos, Diplomado en Experta en Procesos e-learning FATLA, Curriculum Programa internacional de Cooperación Técnica cohorte I UNA 2018-2019, y II Cohorte del Diplomado en Diseño de Ambientes Virtuales de Aprendizaje Programa FEDITIC. Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda (UNEFM) 2021-2022(Actualmente en curso).Taller Enseñando con Tecnología Divertida Agosto 2020.Encargada del diseño de los contenidos sinópticos de las asignaturas: Didáctica del Cálculo asignatura que conforma el diseño curricular de la carrera Matemática de la UNA, Didáctica del Cálculo Pensamiento Matemático Avanzado, además del Enfoque Ontosemiotico del Programa de Posgrado Interinstitucional de Matemática UPEL-UCLA-UNEXPO Barquisimeto y Optimización del Programa de Ingeniería de Calidad del UPTAEB de Barquisimeto. Diseño del Plan de Curso Matemática II (734) de la carrera Administración y Contaduría UNA. Asesora de las asignaturas **Matemática I y II** (Carreras Ingeniería, Matemática y Educación Matemática), **Matemática III** (Carrera Administración y Contaduría), **Geometría**, **Algebra I y II**. **Análisis Matemático I**. Servicio en las diferentes modalidades de

Educación. Personal ordinario categoría Agregado en la Universidad Nacional Abierta (UNA) Centro Local Lara adscrita al Área de

Matemática Facilitadora del doctorado en Educación Matemática Convenio Internacional UPEL-POLINORTE (Sede Cartagena) de las asignaturas Competencias Investigativas y Perspectivas Teóricas de Educación Matemática Lapso 2021-I y 2021-II. Seminario de línea I y II, Seminario de Tesis. Profesor Visitante adscrita al Departamento Académico de ciencias y Humanidades de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Huancavelica Resolución N°0750-2018-CU-UNH. Tutora de Tesis de Maestría y Doctorado en Educación Matemática. Conferencista en el IX CIEM 2018 Congreso Internacional sobre enseñanza de las Matemáticas. Conferencista en el “Jornada de Investigación en Educación Matemática”. Evento virtual realizado en la ciudad de Cartagena-Colombia, UPEL alianza con la Fundación Politécnica del Norte. Jurado y Arbitro de Tesis de Grado Ponente, tallerista y Moderadora en varias jornadas de Investigación nacionales e Internacionales.

Resumen Curricular

Rivera Marengo Luz Yineth

Dirección: Carrera 7B N° 38b-50

Cuidad: Barranquilla- Atlántico Colombia

Numero de Contacto

Móvil +57(320) 554 8933

Correo yinethluz@hotmail.com



Licenciada en Matemática, egresada de la Universidad del Atlántico, Colombia (2012). Especialista en Estadística Aplicada (2014) por la misma institución. Magíster en Tecnología e Informática Educativa, título otorgado por la Universidad Rafael Bellosó Chacín (URBE), Venezuela (2017). Actualmente es candidata al título de Doctora en Educación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), Venezuela. Durante su trayectoria profesional se ha desempeñado como docente de aula en instituciones de educación media y secundaria, tales como el Instituto Monsalve Newlove en Soledad (2012), Fe y Alegría – Institución Educativa Distrital Germán Vargas Cantillo en Barranquilla (2013–2016) y la Institución Educativa Técnica Agropecuaria San Pablo en Polonuevo, donde labora desde 2017 hasta la actualidad.

En el ámbito universitario, ejerce como docente catedrática en la Universidad del Atlántico desde el año 2018, ha dictado asignaturas como Didáctica de la Estadística, TIC en la Educación Matemática y Razonamiento Cuantitativo. Ha codirigido trabajos de grado en el nivel de pregrado en tres oportunidades y laboró como instructora en el Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA) en 2018. Ha participado activamente en eventos académicos nacionales e internacionales, tales como el VII Encuentro de Matemáticas del Caribe Colombiano de carácter internacional (Universidad del Atlántico, en sus ediciones 2011, 2013 y 2015). Además, ha fortalecido su formación docente mediante el Diplomado en Obtención y Procesamiento de la Información en la

Investigación Educativa con la mediación de las TIC (Universidad Autónoma del Caribe, 2012), el programa Sábado del Docente (Universidad del Norte, 2013), el curso sobre manejo e interpretación de pruebas de rendimiento (2015), y el taller sobre evaluación desde las pruebas SABER (2016). También participó en la formación “Iniciativa y Toma de Decisiones”, ofrecida por la Federación Internacional de Fe y Alegría y Formación para el Trabajo – SIET (2016).

Como parte de su producción académica, es coautora del artículo titulado “Obstáculos epistemológicos y cognitivos en el aprendizaje del cálculo diferencial: una mirada sobre los casos de límites especiales”, publicado en la Revista Boletín Redipe (2021), el cual analiza críticamente las dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de los límites desde una perspectiva didáctica. En 2024 participó en el Encuentro Binacional de Sistematización e Intercambio de Experiencias Significativas, organizado por la Corporación Politécnico del Norte (Polinorte) en alianza con la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL), donde presentó experiencias significativas de enseñanza innovadora en el área de Educación Matemática.