



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO DE MARACAY
POLINORTE



**CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES SOBRE EL PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL CONTEXTO RURAL E INDÍGENA DEL DEPARTAMENTO DE
CÓRDOBA**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al Grado de Doctor en Educación
Matemática

Autor: Julio César Urango Feria
Tutor: Wladimir Serrano Gómez

Maracay, Diciembre de 2024

Constancia

A través de la presente manifiesto que la Tesis titulada “**CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES SOBRE EL PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL CONTEXTO RURAL E INDÍGENA DEL DEPARTAMENTO DE CÓRDOBA**”, cuya autoría corresponde a Julio César Urango Fera, reúne los requisitos y méritos necesarios para ser sometida a la consideración de la Coordinación General y Académica del Doctorado en Educación Matemática de la UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR -POLINORTE, así como al jurado evaluador que se designe.

En la ciudad de Caracas, a los 12 días del mes de Enero de 2025.



Dr. Wladimir Serrano Gómez

CI V-11489816

Acta

...y el rojo de las ciruelas ilumina la trocha de tus pasos.

José L. Garcés G.

Dedicatoria

Quiero dedicar esta investigación, en primer lugar, al todo-soberano, a Dios, quien es el pilar fundamental de mis sueños.

Así como a mi esposa Daisy Socarrás Gracia y a mis hijos Saray de Jesús Urango Socarrás y Caleb Urango Socarrás. Ellos han sido apoyo central en esta aventura académica.

A mis abuelos Claudio Urango López y Auristela Coavas Ramos, que aunque no están ahora, se mantienen vivos dentro de mi corazón. Sin ellos la vida hubiera sido más dura.

A mi papá Julio César Urango Coavas y toda la familia, por mostrarme la manera de enfrentar la vida cara a cara.

A mi mamá Paulina Feria López, por darme la dicha de vivir.

A Gustavo Urango Coavas e Inaldy Conde Treco, por brindarme de su amor fraternal. A mi tío incondicional Luis Enrique Urango Coavas.

A toda la familia Urango Coavas, por estar presente siempre.

Agradecimientos

Agradezo a Dios todo-poderoso, porque sin su voluntad, sin la oportunidad de vida, esto no hubiera sido una realidad. Las palabras no son suficientes para darle gracias infinitas. A la *Universidad Pedagógica y Experimental Libertador* de la República Bolivariana de Venezuela y a *Polinorte* de la República de Colombia, por la oportunidad de formarme en el marco del *Programa Doctoral en Educación Matemática*. A todos los docentes que hicieron parte de este proceso de formación. A mi tutor de tesis, el Dr. Wladimir Serrano Gómez, por su dedicación y acompañamiento en todo este proceso de aprendizaje. De igual modo, agradezco a mi familia, a la pastora Edilsa segura y familia por sus oraciones. A las Instituciones Educativas Indígenas Aserradero (de Purísima), San Pedro Claver y Betulia (de Momil), y a cada uno de sus docentes, quienes hicieron parte medular de esta investigación. Al Dr. Jorge Palacios Sañudo y familia (en la ciudad de Barranquilla), por convertirse en mis guías. Al profesor Humberto Benítez Calderín, por ser una mano amiga en todo tiempo. Al profesor Julio Herazo Gónzales y familia, por brindarme su amistad invaluable. A todos los que hicieron parte de este importante proceso: muchas gracias.

Índice de Contenido

Lista de tablas
Lista de figuras
Resumen
Abstract
Presentación

CAPÍTULO I: LAS CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES DE LA EDUCACIÓN RURAL E INDÍGENA COMO OBJETO DE INVESTIGACIÓN

Descripción del Objeto de Estudio
Preguntas de investigación
Núcleos Temáticos
Objetivo General
Objetivos Específicos
Justificación
El marco Normativo

CAPÍTULO II: CONCEPCIONES, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EDUCACIÓN RURAL

Las concepciones (y las creencias) en la Educación Matemática: Hacia una Diferenciación
Las Concepciones (y creencias). Un término polisémico
Algunas tendencias de investigación
Los aportes de Schommer-Aikins
El término “problema”
Los Problemas Matemáticos en el Contexto del Currículo
La Resolución de Problemas Matemáticos en la Enseñanza
La resolución de problemas en la investigación y en el currículo
Los planteamientos de Polya como orientación primaria
Andamiaje
El conocimiento didáctico del profesor
Las Complejidades de la Educación Rural

Sobre la evaluación

La educación rural como campo de investigación

Otro de los desafíos de la educación matemática en el contexto rural

CAPÍTULO III: ENFOQUE METODOLÓGICO

Contexto General

Sobre el Investigador y sus motivaciones

El Estudio de Casos

Sobre la estructuración

El marco geográfico y ambiental que envolvió la investigación

Los docentes y las Instituciones

Sobre el juicio de expertos en el proceso de validación del instrumentario

Sobre el tipo de entrevistas que contempló el estudio

La recolección de los datos y los instrumentos

Sobre la observación de clase

Sobre el análisis e interpretación de los datos

CAPÍTULO IV: LOS HALLAZGOS, SUS SENTIDOS Y EL MODELO DE LAS CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES

Un Acercamiento al Contexto de las Instituciones

Sobre los recursos y disponibles

Sobre los docentes participantes

Concepciones sobre la Matemática Escolar

Concepciones sobre la Actividad del Estudiante

La posición de la Rectora

Concepciones sobre los Problemas

Las Concepciones sobre la Resolución de Problemas: en retrospectiva

Concepciones “actuales” sobre la Resolución de Problemas

El Contexto en los Problemas Expuestos en los Libros

Momento para Practicar y Momento para Comprender

La Estrategia de Solución de un Problema

La Resolución de Problemas en la Práctica

Los problemas propuestos en clase

Un problema de monstruos

Problemas interesantes desde el punto de vista aritmético

Sobre decenas y docenas

Actividades sobre los números romanos

Sobre la escritura de números

La Representación gráfica en la resolución de un problema

Los Problemas de refuerzo

Otros aspectos observados (relacionados con la resolución de problemas)

Apuntes sobre el aprendizaje de las Matemáticas

La Educación Matemática en espacios Rurales

Sobre el modelo de las concepciones de los docentes sobre el planteamiento y resolución de problemas matemáticos

CAPÍTULO V: LAS CONCEPCIONES COMO UN NUEVO ESTADIO. HACIA UNAS CONCLUSIONES

Hacia unas Conclusiones

<i>Sobre el contexto que envolvió al estudio de casos</i>	
<i>Sobre el término concepción</i>	
<i>Sobre el acercamiento al sistema de concepciones de los Docentes y Rectora</i>	
<i>Sobre las valoraciones de términos y procesos asociados al sistema que conforman las concepciones de los Docentes en cuanto al</i>	<i>Plan-</i>
<i>teamiento y Resolución de Problemas Matemáticos</i>	
<i>Sobre las opciones seleccionadas en el Cuestionario</i>	
<i>Las concepciones de los Docentes desde las libretas de los estudiantes</i>	
<i>En cuando a la idea de aprendizaje</i>	
<i>Sobre el modelo de las Concepciones de los Docentes y la Rectora</i>	

A modo de síntesis parcial

Posibles escenarios de investigación

REFERENCIAS CONSULTADAS

- ANEXO I. Guión de entrevista / Parte 1 (Matemática escolar)
- ANEXO II. Guión de entrevista / Parte 2 (Actividad del estudiante)
- ANEXO III. Guión de entrevista / Parte 3 (los problemas)
- ANEXO IV. Cuestionario (Resolución de problemas)
- ANEXO V. Entrevista (Resolución de problemas)
- ANEXO VI. Hoja de observación (Resolución de problemas)
- ANEXO VII. Entrevista (Aprendizaje de la Matemática)
- ANEXO VIII. Entrevista (La Educación Matemática en espacios Rurales)
- ANEXO IX / Planilla / Juicio de Expertos

Síntesis curricular del autor

Síntesis curricular del tutor

Lista de tablas

- Tabla 1. Tabla 1. Las creencias en el modelo de Schommer-Aikins (2004) (p.)
- Tabla 2. Instituciones y docentes participantes en el estudio de casos (p.)
- Tabla 3. Resolución de problemas. Docente 1 (p.)
- Tabla 4. Resolución de problemas. Docente 2 (p.)
- Tabla 5. Resolución de problemas. Docente 3 (p.)
- Tabla 6. Resolución de problemas. Docente 4 (p.)
- Tabla 7. Resolución de problemas. Docente 5 (p.)
- Tabla 8. Resolución de problemas. Rectora (p.)
- Tabla 9. Problema difícil de resolver por los estudiantes (con base en la opinión de los Docentes y la Rectora) (p.)
- Tabla 10. Sobre el abordaje de la confianza, calma, inseguridad o angustia por parte del Docente (p.)
- Tabla 11. El aprendizaje en el sistema de concepciones de los Docentes y de la Rectora (p.)

Lista de figuras

Figura 1. Etapas de la resolución de un problema basadas en Polya (1989) (p.)

Figura 2. Preguntas, objetos, núcleos y objetivos de la investigación (p.)

Figura 3. Algunos de los matemáticos asistentes al Primer Congreso Bourbaki (en el año 1935): S. Weil, Pisot, A. Weil, Dieudonné, Chabauty, Ehresmann y Delsarte (p.)

Figura 4. Resultados en Matemáticas por dificultad y discriminación (en el Primer Estudio Internacional Comparativo de Lenguaje, Matemática y Factores Asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica) (p.)

Figura 5. Tipos de estudio de caso. Adaptado de Stake (1998). (p.)

Figura 6. Ubicación de los Municipio Momil y Purísima (p.)

Figura 7. Mapa de altitud del Municipio Momil (p.)

Figura 8. Una perspectiva de las inundaciones en Momil (p.)

Figura 9. Un aspecto de las inundaciones en el M. Purísima (p.)

Figura 10. Las unidades de estudio: Los Docentes partipantes y las Instituciones Educativas Aserradero, San Pedro Claver y Betulia (p.)

Figura 11. Clasificación usual de los tipos de entrevista (p.)

Figura 12. Artesanías que son herencia del pueblo Zenú (p.)

Figura 13. Algunas piezas de barro propias del pueblo Zenú (p.)

Figura 14. El sombrero “vueltaio” (p.)

Figura 15. Una de las piezas de barro (conservadas en el Museo Manos al Barro, ubicado en Momil, Córdoba) (p.)

Figura 16. Una visión de los espacios abiertos en Aserradero (p.)

Figura 17. Uno de los espacios aledaños a la Institución San Pedro Claver (p.)

Figura 18. Entrada principal de Aserradero (p.)

Figura 19. Algunos de los recursos disponibles en la Biblioteca de la Institución Educativa Aserradero (p.)

Figura 20. Una noticia sobre la percepción de las matemáticas (p.)

Figura 21. El juego Nim (p.)

Figura 22. Grupo de niños ingresando al aula (Escuela San Pedro Claver, Momil, Colombia, 2024) (p.)

Figura 23. El contexto en dos de los problemas expuestos (p.)

Figura 24. Los puntajes en una competencia olímpica (p.)

Figura 25. Otros contextos presentados (p.)

Figura 26. Problemas sin alusión a un contexto (p.)

Figura 27. La equivalencia entre unidades de longitud (p.)

Figura 28. Momentos para comprender y para practicar (p.)

Figura 29. El cálculo del perímetro de una figura geométrica plana y sus momentos (p.)

Figura 30. Estructura de la solución de un problema (p.)

Figura 31. Estructura de la solución de un problema: comprender y planear (p.)

Figura 32. Apuntes de un estudiante sobre la descomposición de un número con base en su valor posicional (p.)

Figura 33. El reporte de uno de los compromisos (actividades asignadas) (p.)

Figura 34. Actividad de relacionar en una de las libretas (p.)

Figura 35. Actividad basada en una condición (p.)

Figura 36. Otra de las actividades propuestas (p.)

Figura 37. Ubicación de cantidades en la tabla (p.)

Figura 38. Una de las actividades propuestas en clase (p.)

Figura 39. La adición y la resolución de problemas (p.)

Figura 40. El contexto en los problemas matemáticos propuestos (p.)

Figura 41. Dos problemas relacionados con la multiplicación. En este caso, propuestos en una evaluación (taller) y reportada en sus libretas (p.)

Figura 42. Uno de los problemas resueltos por el Docente (p.)

Figura 43. Un problemas sobre vehículos vendidos (p.)

Figura 44. Sobre la capacidad de un estante (p.)

Figura 45. Un problema sobre cajas de chocolates (p.)

Figura 46. Un problema asignado y su solución (p.)

Figura 47. Un problema irreal (p.)

Figura 48. Un problema interesante desde el punto de vista aritmético (p.)

Figura 49. Deduciendo el número que cumple cierta condición (p.)

Figura 50. Una posible confusión (p.)

Figura 51. Apuntes sobre una de las reglas de escritura de los números Romanos (p.)

Figura 52. Una actividad sobre la secuencia de los números romanos (p.)

Figura 53. Una actividad sobre la relación entre los sistemas Decimal y Romano (p.)

Figura 54. La escritura de números realizada por un estudiante (p.)

Figura 55. Un ejemplo de la traducción desde el lenguaje natural al matemático (p.)

Figura 56. Un problema y su representación gráfica (p.)

Figura 57. Un problemas sobre fracciones. En este caso, y en el anterior, el modelo seguido es el conocido como “partes-todo” (p.)

Figura 58. Los diagramas de Venn en uno de los problemas (p.)

Figura 59. Algunos de los problemas de repaso o refuerzo propuestos a los estudiantes (p.)

Figura 60. Otras de las actividades de refuerzo (p.)

Figura 61. Refuerzo sobre multiplicación de números naturales (p.)

Figura 62. Espacio para apuntar una de las reglas de lectura de números (p.)

Figura 63. Una representación gráfica del modelo de las concepciones de los Docentes y Rectora participantes en el estudio (p.)

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO DE MARACAY - POLINORTE
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Línea de Investigación: Dominio afectivo de la Educación Matemática

CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES SOBRE EL PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS EN EL CONTEXTO RURAL E INDÍGENA DEL DEPARTAMENTO DE CÓRDOBA

Autor: Julio César Urango Feria
Tutor: Wladimir Serrano Gómez
Fecha: Diciembre, 2024

Resumen

En el marco de las demandas para la educación primaria en el ámbito latinoamericano y caribeño, en particular para la educación matemática, tal es el caso de las recomendaciones y metas publicadas en años recientes por la Organización de las Naciones Unidas, de las reformas curriculares que Colombia ha adelantado en ese sentido y de las complejidades propias de la educación en el contexto rural e indígena, se desarrolló un estudio de casos con un grupo conformado por cinco docentes y una rectora en el ámbito de tres Instituciones Educativas de los Municipios Momil y Purísima (en el Departamento de Córdoba) tipificadas como indígenas, con el propósito de caracterizar sus concepciones sobre el planteamiento y resolución de problemas matemáticos, habida cuenta del papel medular que éstas desempeñan en la práctica educativa concreta, tanto en el modelo de resolución de problemas empleado en el aula como en las competencias a las que se orienta. Fue una investigación de naturaleza cualitativa, fundamentalmente de tipo etnográfica, y con base en un estudio de casos (Stake, 1998). Esta caracterización se entendió como una etapa dentro del dinámico y complejo proceso de construcción de la ciencia. Tuvo a la entrevista semi-estructurada y al cuestionario como técnicas de recolección de datos. Otras fuentes de información estuvieron dadas por las libretas de los estudiantes, los libros de texto empleados en el aula y los proyectos educativos trazados por cada una de estas Instituciones. Se siguió el “principio de estructuración”, esto es, la posibilidad concreta de estudiar (y comprender) la realidad desde su representación como una estructura. Entre los hallazgos se encuentran: En las concepciones de los Docentes y Rectora coexisten las tres categorías descritas por Ernest (1989a, 1989b, 2005): el enfoque de la resolución de problemas, la visión platónica, y la visión instrumentalista; Los Docentes y la Rectora, en general, no refirieron la teoría o teorías que soportaban sus ideas en cuanto al Planteamiento y la Resolución de Problemas; Los libros de texto utilizados por los Docentes tampoco referenciaron el enfoque teórico sobre la resolución de problemas en el que se basaron; Los Docentes y la Rectora sostuvieron su compromiso hacia la resolución de problemas, el acompañamiento al estudiante y entender este proceso como parte importante de la formación general, todas éstas son categorías presentes en el modelo de Polya (1989); Se encontraron evidencias de sistemas de concepciones muy distintas entre sí; y no se observaron problemas tomados del contexto real de los niños y niñas, ni propios a los Municipios Momil y Purísima,

ni a la cultura Zenú.

Palabras clave: Concepciones de los Docentes, Educación Rural e Indígena, Planteamiento y Resolución de Problemas Matemáticos, Educación Primaria.

BOLIVARIAN REPUBLIC OF VENEZUELA
LIBERTADOR EXPERIMENTAL PEDAGOGICAL UNIVERSITY
MARACAY PEDAGOGICAL INSTITUTE - POLINORTE
DOCTORATE IN MATHEMATICAL EDUCATION
Research Line: Affective domain of Mathematics Education

TEACHERS' CONCEPTIONS ABOUT THE APPROACH AND RESOLUTION OF MATHEMATICAL PROBLEMS IN THE RURAL AND INDIGENOUS CONTEXT OF THE DEPARTMENT OF CÓRDOBA

Author: Julio César Urango Feria

Tutor: Wladimir Serrano Gómez

Date: December, 2024

Abstract

Within the framework of the demands for primary education in the Latin American and Caribbean area, particularly for mathematics education, such is the case of the recommendations and goals published in recent years by the United Nations Organization, of the curricular reforms that Colombia has made progress in this sense and given the complexities of education in the rural and indigenous context, a case study was developed with a group made up of five teachers and a principal in the scope of three Educational Institutions in the Municipalities of Momil and Purísima. (in the Department of Córdoba) classified as indigenous, with the purpose of characterizing their conceptions of the approach and resolution of mathematical problems, taking into account the central role that they play in specific educational practice, both in the problem-solving model used in the classroom as well as in the skills to which it is oriented. It was a qualitative research, fundamentally ethnographic, and based on a case study (Stake, 1998). This characterization was understood as a stage within the dynamic and complex process of construction of science. It had the semi-structured interview and the questionnaire as data collection techniques. Other sources of information were provided by the students' notebooks, the textbooks used in the classroom and the educational projects drawn up by each of these Institutions. The "principle of structuring" was followed, that is, the concrete possibility of studying (and understanding) reality from its representation as a structure. Among the findings are: In the conceptions of the Teachers and Rector, the three categories described by Ernest (1989a, 1989b, 2005) coexist: the problem-solving approach, the Platonic vision, and the instrumentalist vision; The Teachers and the Rector, in general, did not refer to the theory or theories that supported their ideas regarding the Approach and Resolution of Problems; The textbooks used by the teachers also did not reference the theoretical approach to problem solving on which they were based; The Teachers and the Rector maintained their commitment to solving problems, supporting the student and understanding this process as an important part of general training, all of these are categories present in Polya's model (1989); Evidence was found of systems of very different conceptions; and no problems were observed taken from the real context of the boys and girls, nor specific to the Momil and Purísima Municipalities, nor to the Zenú culture.

Keywords: Teachers' Conceptions, Rural and Indigenous Education, Approach and Resolution of Mathematical Problems, Primary Education.

Presentación

Las concepciones de los Docentes, habida cuenta de su peso en el currículo que se concreta en la práctica, constituyen una de las áreas de interés en el seno de la Educación Matemática. Este estudio se enmarca en esta dirección, en especial en lo que concierne al Planteamiento y Resolución de Problemas Matemáticos en tres Instituciones catalogadas como Indígenas en los Municipios Momil y Purísima del Departamento de Córdoba en Colombia. Tal acercamiento a la realidad, en particular desde el enfoque etnográfico y con el grado de profundidad asociado a los estudios de casos, se ha propuesto contribuir con el necesario debate científico en torno a la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en espacios rurales e indígenas, sin desatender sus complejas relaciones con lo urbano, con las demandas e intereses propios de la sociedad en la actualidad, y con las políticas educativas nacionales.

CAPÍTULO I

LAS CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES DE LA EDUCACIÓN RURAL E INDÍGENA COMO OBJETO DE INVESTIGACIÓN

Descripción del Objeto de Estudio

Las concepciones del Docente de Matemáticas, en el amplio espectro que configuran sus distintas acepciones, guardan una relación compleja y estrecha con el currículo que se concreta en la práctica. Éstas resultan medulares para la explicación de la actividad matemática en el contexto del aula.

De hecho, el interés investigativo sobre el pensamiento del profesor, así como de sus prácticas, representó, a partir de la década que inició en 1990, un área importante en la que confluyeron la Pedagogía y otras disciplinas conexas (tal es el caso de la Psicología, la Sociología, entre otras), marcando así un cambio importante con respecto a los intereses de investigación que se dieron décadas atrás, en las que se asumía al profesor como un simple tecnólogo o ejecutor de instrucciones, como un elemento en un esquema de correlaciones prácticas-resultados, o bien, como una fuente de variaciones de prácticas en función de la obtención de mejores resultados en las evaluaciones de los estudiantes. Junto a ello, como señalan Liston y Zeichner (2006, p. 239), “debemos ser conscientes de que el papel del profesor y la actividad de la enseñanza han sido definidos de varios modos por las comunidades y tradiciones educativas relevantes, el papel del profesor es conceptualmente dependiente de cada comunidad particular”.

Las concepciones tienen que ver con la visión que éste tiene de la Educación como disciplina científica, de la Matemática Escolar en su conjunto, de la actividad matemática en contextos escolares, y particularmente del planteamiento y la resolución de problemas matemáticos. Actualmente, el pensamiento y práctica del Docente constituyen una fuente primaria para el

estudio del enfoque de enseñanza que se sigue, de las posiciones que se tengan sobre el aprendizaje, sobre el papel de la educación, sobre los modelos docentes, sobre la ciencia, y en general, sobre cada uno de los constructos y procesos vinculados con el hecho educativo.

Al respecto, Thompson (1984, p. 124) advierte que, en muchas ocasiones, no se es consciente de las concepciones que se tengan de ciertos constructos o procesos.

Ernest (1989a, 1989b, 2005) argumenta que la concepción de los Docentes reside en su “sistema de creencias”, en especial las que conciernen a la naturaleza de las Matemáticas. Además, distinguió tres concepciones, con base a sus estudios sobre la filosofía de las Matemáticas, y también a estudios empíricos de la enseñanza de las Matemáticas, las cuales organizó en las siguientes categorías:

(a) El enfoque de la resolución de problemas: vale decir, en prácticas guiadas y centradas en los problemas, como expresión de la continua expansión y desarrollo de las Matemáticas como disciplina científica. Desde esta visión, las Matemáticas no se conciben como un producto acabado; sus resultados parciales son susceptibles de revisión. (b) La visión platónica: esto es, se entiende a las Matemáticas como un cuerpo de conocimientos estático, pero unificado; un terreno cristalino de estructuras interconectadas, unido por filamentos de lógica y significado. Así, las Matemáticas son una especie de “monolito”. Y, (c) la visión instrumentalista: concepción en la que se representan las Matemáticas con una “caja de herramientas” constituida por una acumulación de hechos, reglas y habilidades que se pueden emplear para conseguir algún fin. Así, las Matemáticas se entienden como una serie de reglas y hechos no relacionados pero utilitarios.

La investigación en esta área es profusa. Ver por ejemplo: Andrews y Hatch (1999), García, Azcárate y Moreno (2006), Bedoya y Ospina (2014), Blanco (1997), Brown y Hirschfeld (2007), Carrillo (1998), Contreras (1998, 1999, 2009), Dodera, Burrioni, Lázaro y Piacentini (2009), Donoso (2015), Donoso, Rico y Castro (2016), Flores (1998), Moreno, Asmad, Cruz y Coglievan (2008), y Oliva (1999).

Por otra parte, la Matemática Escolar, en especial el Planteamiento y la Resolución de Problemas, constituye una área de importancia para cualesquiera de los grupos culturales que hacen vida en la sociedad. Al respecto, Royo (1953), señaló que:

Tienen los problemas tal importancia, que hay quien se pregunta si la parte principal del estudio matemático no debe ser la solución del problema en lugar del estudio del libro de texto. Hacer de los problemas un suplemento indica un fallo en la verdadera función del trabajo matemático. Si concedemos que el ‘poder’ y no el ‘saber’, el ‘pensar’ y no el ‘memorizar’ son los aspectos beneficiosos de la matemática, la importancia de los problemas es indudable (ob. cit., p. 253).

Las Matemáticas Escolares tienen múltiples escenarios de conexión con la cotidianidad, con el mundo concreto, con la realidad local, regional, nacional y mundial. A diario se enfrentan situaciones en la que destaca la resolución de problemas. Ésta es, precisamente, una de las demandas que durante los años recientes se ha hecho a la educación. Sin embargo, este proceso no debe limitarse, en modo alguno, a una actividad mecánica, basada solamente en la aplicación de las operaciones aritméticas (o básicas). Los estudios de Freudhental (1991), González, Riveros y Díaz (2022), Torres (2010) y Santaló (1990) apuntan en esta dirección.

En Colombia, la Resolución de Problemas es, de hecho, una de las competencias que contempla el currículo para la Escuela Primaria; ver, por ejemplo, MEN (1998a, 1998b, 2006).

La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna. También es muy productivo experimentar con problemas a los cuales les sobre o les falte información, o con enunciados narrativos o incompletos, para los que los estudiantes mismos tengan que formular las preguntas. Más bien que la resolución de multitud de problemas tomados de los textos escolares, que suelen ser sólo ejercicios de rutina, el estudio y análisis de situaciones problema suficientemente complejas y atractivas, en las que los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos, es clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas (MEN, 2006, p. 59).

El desarrollo dinámico de las ciencias, de la tecnología, así como de otras ramas del saber, de la producción y de la cultura, conlleva a que los estudiantes puedan entrar en el “mágico” mundo de la Matemática Escolar asociada a éstos. No obstante, sobre este proceso coexisten distintas acepciones teóricas, las cuales se reflejan, también, en las concepciones que construyen

los Docentes sobre éste.

Por ejemplo, para House, Wallace y Johnson (1983, p. 10) un problema matemático consiste en una situación que supone una meta, obstáculos, que amerita la deliberación, y en la que no se conoce a priori el método (algoritmo útil). Además, debe ser asumido como tal por parte del resolutor. Aunque, en la práctica suelen denominarse problemas a un conjunto de situaciones que no verifican todas las condiciones antes descritas.

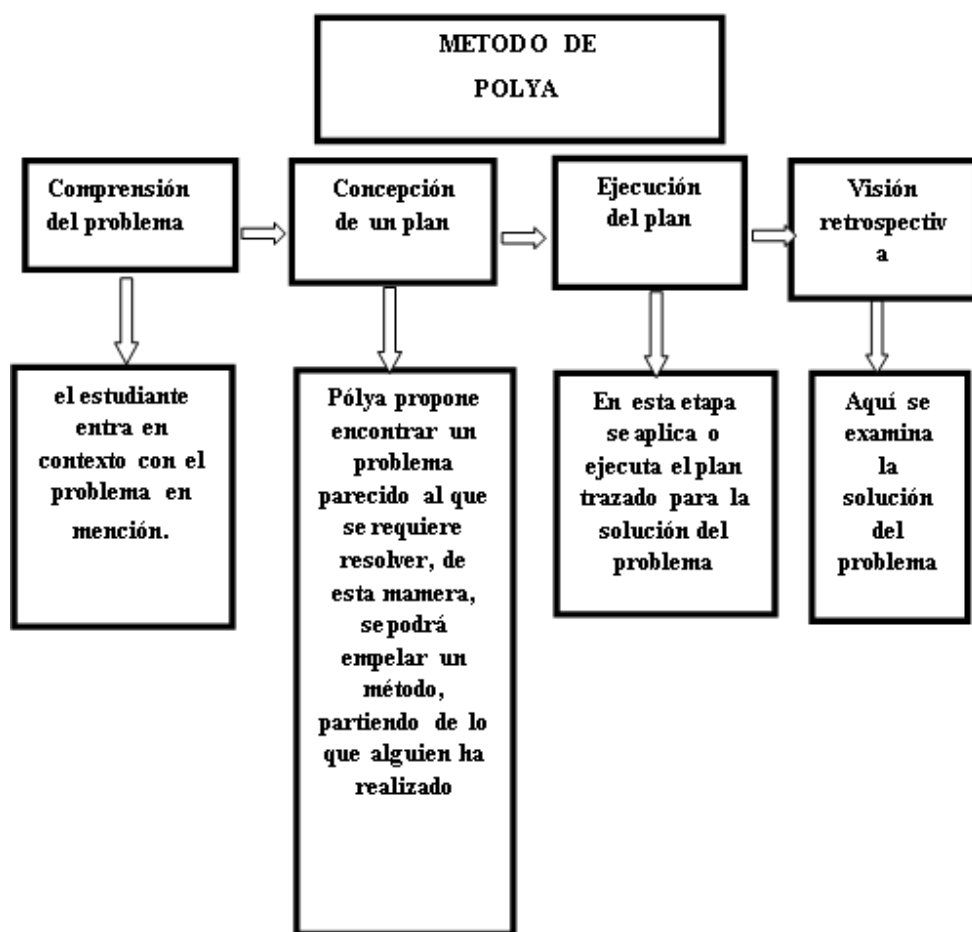


Figura 1. Etapas de la resolución de un problema basadas en Polya (1989).

Polya (1989), por su parte, destacó a la “heurística” como una capacidad necesaria a la resolución de problemas matemáticos, en particular para tomar decisiones, emitir juicios, apoyarse en la experiencia propia y de terceros; y describió cuatro fases metodológicas: comprensión

del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva (ver el gráfico anterior). Sus aportes en este sentido continúan siendo una referencia importante para la definición de las políticas públicas, así como en los espacios que abarca la formación docente.

El *Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior* (ICFES, 2007) destaca a la resolución de problemas como medio para desarrollar habilidades de construir soluciones partiendo de la realidad.

Y la define como la: capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática, traducir la realidad a una estructura matemática, desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida, así como verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema.

Además, a este contexto se suman las complejidades que ofrecen los espacios rurales e indígenas en Colombia, en particular en el contexto que envuelve a las Instituciones Educativas *Aserradero, San Pedro Claver y Betulia*, ubicadas en los municipios Momil y Purísima, en el Departamento de Córdoba, habida cuenta de la profunda herencia cultural e histórica del pueblo Zenú que le es propia, los intereses y demandas de la sociedad moderna, las direcciones que han tomado las políticas educativas regionales y globales, e incluso, la difícil discusión pedagógica y filosófica que se asocia a la enseñanza y aprendizaje de la Matemática Escolar en estos espacios.

En correspondencia con estos planteamientos, se definieron las siguientes preguntas de investigación.

Preguntas de investigación

Para el planteamiento y desarrollo de esta investigación fueron relevantes las cuestiones: ¿cómo acceder a la caracterización de las concepciones de los Docentes?, ¿cuáles son las concepciones de los Docentes de la Educación Básica Primaria relacionadas con la competencia de Planteamiento y resolución de problemas matemáticos, en especial en el contexto rural e indígena que enmarca a las Instituciones Educativas *Aserradero, San Pedro Claver y Betulia* (ubicadas

en los municipios Momil y Purísima, en el Departamento de Córdoba)? y ¿cuáles son las relaciones y contrastes entre tales concepciones y el contexto que envuelve a estas Instituciones?

Núcleos Temáticos

Para abordar estas preguntas se consideraron tres núcleos de estudio, sobre los que se dio la discusión teórica, epistemológica y metodológica.

(N1) Las dimensiones que abarcan las concepciones de los Docentes en el ámbito de la Escuela Primaria,

(N2) Las opiniones de los Docentes sobre términos y procesos asociados al Planteamiento y Resolución de problemas matemáticos en el contexto rural e indígena de estas Instituciones, y

(N3) Los fundamentos normativos y enfoques de la educación matemática en el contexto rural e indígena en Colombia, en especial en el seno de las Instituciones descritas.

Objetivo General

Enmarcado en el abordaje de los núcleos descritos antes, se trazó como objetivo general la construcción de un modelo de las concepciones de los Docentes sobre el Planteamiento y Resolución de Problemas Matemáticos en tres instituciones educativas catalogadas como indígenas en los municipios Momil y Purísima, en el Departamento de Córdoba, Colombia.

Objetivos Específicos

Y como objetivos específicos, se plantearon los siguientes:

1. Caracterizar las dimensiones que envolvieron las concepciones en el seno de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática Escolar en la Escuela Primaria.
2. Elaborar un instrumentario para el estudio de las concepciones de los Docentes, en correspondencia con sus dimensiones y con el contexto que enmarcó la enseñanza-

aprendizaje de la Matemática Escolar en estas Instituciones.

3. Estudiar las concepciones sobre el Planteamiento y la Resolución de Problemas Matemáticos en un grupo de Docentes (compuesto por 5 Docentes y 1 Rectora) en las Instituciones descritas.

El diagrama expone las preguntas, el propósito general y los específicos que guiaron la investigación, los núcleos asociados y el contexto institucional que se consideró.

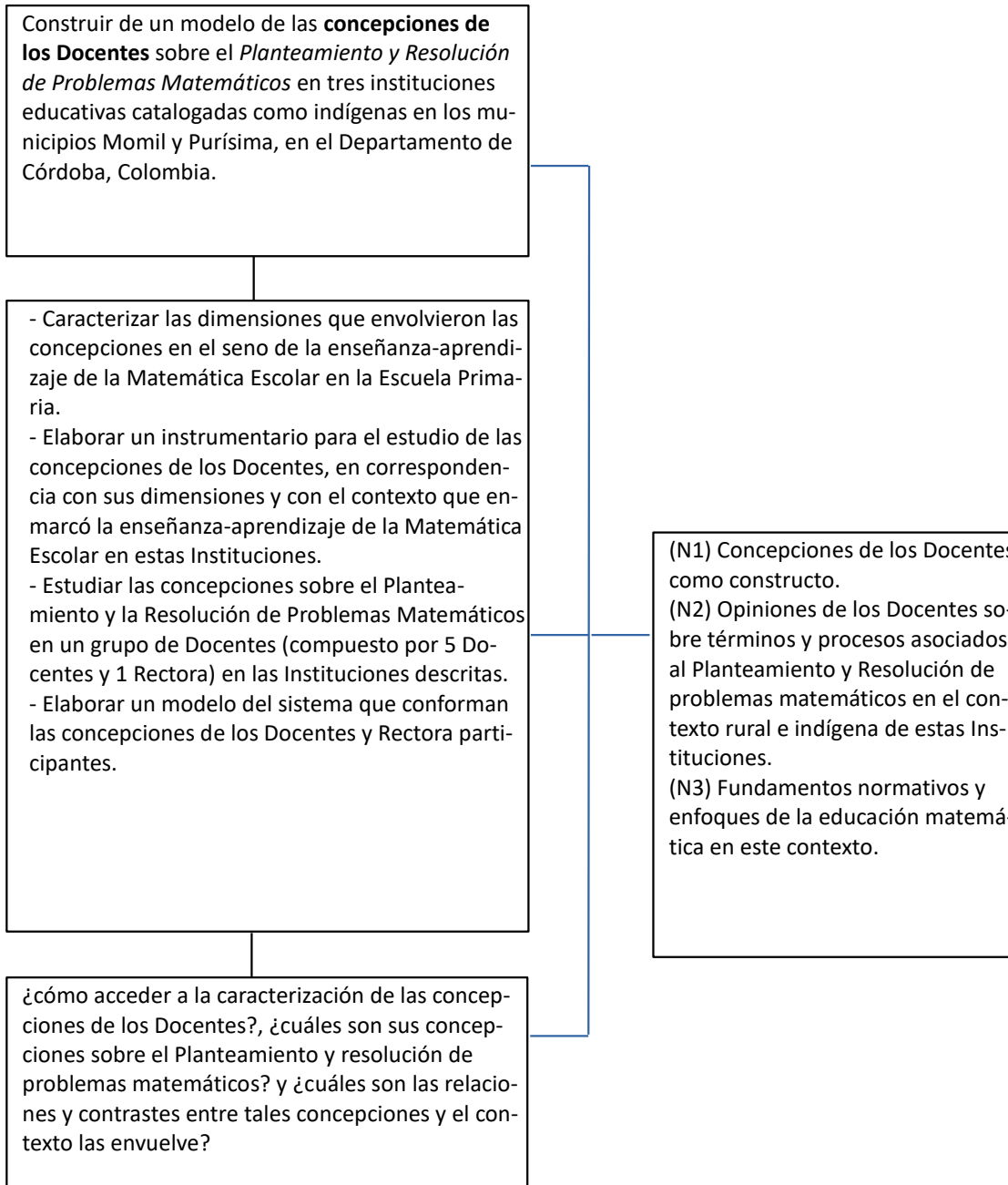


Figura
2.

Preguntas, objetos, núcleos y objetivos de la investigación.

Justificación

La necesidad de comprender las concepciones de un grupo de Docentes sobre el Planteamiento y la Resolución de Problemas Matemáticos en el contexto de la Escuela Primaria Indígena en Colombia justificó el estudio que aquí se reporta. En especial por su relación con la práctica

pedagógica, el currículo y las políticas educativas que se han delineado al respecto. El sistema educativo colombiano, aun tras los avances en torno a las políticas de inclusión y equidad, enfrenta desafíos significativos en la atención a las poblaciones rurales e indígenas. Una de las claves para mejorar la calidad educativa en estos contextos reside en comprender cómo los docentes perciben su rol, su labor y las herramientas que utilizan para llevar a cabo su práctica.

Las concepciones de los docentes sobre este constructo, influyen directamente en las decisiones didácticas que se toman en el aula. En contextos rurales e indígenas, tal es el caso del que enmarca a las Instituciones Educativas *Aserradero*, *San Pedro Claver* y *Betulia* en los Municipios Momil y Purísima, estas concepciones se ven moldeadas por factores socioculturales, económicos y políticos particulares, e incluso, ambientales, que pueden generar tanto oportunidades como limitaciones para una educación pertinente.

El análisis de estas concepciones y en este contexto en particular representa una lectura necesaria de una de las aristas que caracteriza a la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Escolares en espacios rurales e indígenas, y una contribución a la revisión, implementación y/o redefinición no solo de las prácticas concretas que desarrollan los Docentes, de la gestión o acompañamiento del hecho educativo en tales Instituciones, sino de las políticas regionales y globales que les rigen.

Es decir, esta investigación pretendió generar conocimiento relevante para la mejora de la educación en contextos rurales e indígenas específicos de Colombia, aportando a la formación docente, al diseño curricular y a la formulación de políticas educativas inclusivas, equitativas, pertinentes, de calidad y efectivas para los niños y niñas de Colombia.

El marco Normativo

El Ministerio de Educación Nacional estableció los *Lineamientos curriculares* (MEN, 1998a) y los *Estándares básicos de competencias* (MEN, 2006) con el fin de promover y fortalecer el desarrollo de los procesos que modelan las competencias necesarias para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas Escolares. Éstas se entienden como la base para el razonamiento, la comunicación y el planteamiento y resolución problemas. En estos procesos se encuentran,

también, los denominados “pensamientos matemáticos” (numérico, variacional, espacial, métrico y aleatorio), los cuales, junto a las competencias, se convierten en directrices para la didáctica.

El MEN (2014) caracteriza el enfoque para la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas Escolares:

“El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problema procedentes de la vida diaria, de la matemática y de las otras ciencias en el contexto más propicio para poner en práctica el conocimiento activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas” (p. 24).

Posición que ha sido explícita en los desarrollos socio-culturales de la Educación Matemática como disciplina científica, entre los que destacan la *Enculturación Matemática* (ver: Bishop, 1999), la *Etnomatemática* (ver: D’Ambrosio, 1985, 1990, 2014) y la *Matemática y la Realidad* (ver: Freudenthal, 1991 y Torres, 2010).

Además, la cartera educativa ha definido políticas e impulsado proyectos en torno a la educación en los espacios rurales (ver, por ejemplo: MEN, 1998b, 2014, 2018, 2022, 2024) que abarcan no solamente la definición de una visión de Estado especial para tal contexto, en la que se valoran sus tradiciones, historia, cultura y cosmovisión, sino también la elaboración concreta de materiales y recursos. Atendiendo, en momentos específicos, a los resultados de las evaluaciones de los estudiantes en los ámbitos regional y nacional, a las comparaciones entre las regiones, o bien, entre las zonas rurales y las urbanas, pero también a los estándares y tendencias globales propuestos por ciertos organismos multilaterales, e incluso, a temas como la violencia, la brecha digital o el acceso a los servicios públicos y a otros recursos.

De hecho, son recientes las tendencias (en Educación Matemática) que se han propuesto transformar el rol de las Matemáticas Escolares en los contextos rurales e indígenas.

CAPÍTULO II

CONCEPCIONES, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EDUCACIÓN RURAL

Las concepciones (y las creencias) en la Educación Matemática: Hacia una Diferenciación

El término *concepción* en el seno de la Educación Matemática se ha constituido como uno de sus conceptos medulares. Con todo, éste ha sido, y es, un constructo polisémico. Esta sección se propone tomar parte de esta discusión y hacer explícita la manera en la que se entenderá este término en el marco de esta investigación. Además, en la bibliografía se encuentran o no, conexiones con el término creencia. Por ejemplo, este último ha sido objeto de atención en disciplinas tan diversas como la filosofía, la antropología, e incluso, en la psicología; y suelen asociarse con una **consideración personal** sobre ciertos hechos que podría abarcar aspectos como suposiciones, inferencias sobre la base de la experiencia propia, puntos de vista particulares sobre los fenómenos, en suma, con sustento en la subjetividad, vale decir, en las representaciones subjetivas de los objetos y de los fenómenos que cada quien construye. Estas representaciones subjetivas se van haciendo parte de su pensamiento; con cierta independencia de las condiciones de verdad de tales aspectos. Pero también, pueden ser sustituidas por otras creencias, o bien, coexistir junto a otras, aun cuando difieran entre sí. Se referirá este último punto con la expresión “dos creencias pueden ser **sumadas arbitrariamente** por parte de una persona”.

Una creencia generalmente es verbalizada a través de expresiones como “yo pienso que...”. Funciona como una síntesis del conjunto de consideraciones personales que se han expuesto antes.

Los trabajos de Thompson (1992), Vila y Callejo (2004), Sánchez (2008), Moreano, Asmad,

Cruz y Cuglievan (2008), Ernest (1989a, 1989b, 2005), Pajares (1992), Ponte (1994a, 1994b, 1994c), entre otros, apuntan en esta dirección.

Ya a fines de la década que inició en 1980, el estudio de las concepciones y/o creencias comenzó a cobrar espacios en la Educación Matemática, habida cuenta de su papel destacado en los procesos de transformación de la enseñanza de la Matemática en cada uno de los niveles y modalidades de la educación (ver, por ejemplo, Ernest, 1989a, 1989b, 2005).

Pero también, por sus implicaciones con el contexto (educativo, socio-cultural, histórico, científico, etc.) que envuelve a quien construye una o un sistema (conjunto) de creencias, precisamente por su relación con el conocimiento profesional de la disciplina, con las emociones, y con la experiencia previa, o bien, sobre la disciplina en sí misma o con ideas como el aprendizaje, la enseñanza y la evaluación (entre otros) dentro de ella; tal como refieren los estudios de Ponte (1994a, 1994b, 1994c), Gómez (2000), García, Azcárate y Moreno (2006) y Vila y Callejo (2004). Esto es, se quiere destacar aquí que las concepciones y las creencias parecen ocupar un lugar importante en el aprendizaje y enseñanza de la matemática, fundamentalmente en los primeros niveles de la educación. En cambio, en el ámbito de las Matemáticas profesionales privan más bien las posiciones epistemológicas sobre esta ciencia, que parten desde el denominado “euclidianismo como modelo del conocimiento matemático” y pasan, obligadamente por la llamada crisis de los fundamentos.

Como se advierte, la investigación sobre las creencias ha tocado una diversidad de temas pedagógicos y didácticos, guiada por la necesidad de ahondar en las formas en que los profesores y estudiantes construyen tales sistemas categoriales. Información, por demás, relevante para la gestión de las políticas educativas macro, pero también para las que se dan en contextos más específicos, tal es el caso de una Institución educativa en particular, para los ajustes en los programas de formación profesional en educación, para la planificación y concreción de programas de formación continua y permanente, etc. También revisten un interés especial los estudios sobre la evolución de las creencias (o de cierto sistema de creencias) por parte de una misma persona (o grupo), en cierto período de tiempo y en el marco de un plan de formación profesional.

Ahora bien, *las creencias pueden identificarse o no con las concepciones*. De hecho, no

existe un único criterio sobre ello en la Educación Matemática. Para algunos autores no existe tal distinción, y emplean como sinónimos uno u otro término. Sin embargo, para otros, sí se hace tal distinción. Por ejemplo, Donoso (2015), lo hace de esta última forma. Las creencias hacen el papel de planteamientos personales no discutibles, vale decir, incuestionables, asumidos como ciertos, y que son consecuencia de la experiencia, tal como comentamos antes, y en las que juegan un rol especial los afectos o sentimientos, las percepciones y valoraciones (o juicios de valor). Operan de un modo similar a las creencias en el contexto de la religión. Pero, ¿por qué considerarlas como importantes en el ámbito de la investigación científica? Precisamente porque, para algunos, forman también parte de su marco categorial al desenvolverse en contextos científicos o de divulgación de la ciencia (matemática). En todo caso, la Educación Matemática, como ciencia Social, no debe desatender tales vectores. Principio que seguimos en el marco de esta investigación.

Las creencias o sistemas de creencias, de acuerdo con Contreras (2009), funcionan como “filtros” o “decodificadores” de lo observable. Naturalmente, éstos pueden o no guardar distancias con el conocimiento de los objetos y los fenómenos de los que se ocupa la Matemática, por un lado, y la Educación Matemática, por el otro. Para este autor, las creencias indican el “grado de conformidad con algo” (p. 14). Es decir, en el fondo se encuentra una posición, explícita o no, consciente o no, sobre la naturaleza del conocimiento matemático, del conocimiento pedagógico, e incluso, sobre el conocimiento en general. Podría aceptarse como cierto algún hecho o relación entre dos fenómenos solo si se “acomoda” o “ajusta” al conjunto de consideraciones personales que se ha construido.

A modo de ejemplo en esta discusión, podría darse el caso de que alguien, basado en su experiencia en un curso de Matemáticas en el que las actividades en su totalidad se concentraron en la aplicación de algoritmos para la solución de problemas descontextualizados, “generalice” este hecho a toda la Matemática Escolar; y ya con este único “filtro” o “decodificador”, funde su observación, interpretación y análisis de futuras situaciones concretas o abstractas. Otro ejemplo podría ser el hecho de asumir que todo problema matemático tiene respuesta, y que esta respuesta es única; quizás guiado por la experiencia que tuvo en cierto contexto escolar. Incluso, podemos exponer como ejemplo el caso de entender la formación docente como un hecho

meramente instrumental, a modo de curso de capacitación, desvinculándolo de su naturaleza científica-Pedagógica; a contracorriente del desarrollo de la Pedagogía, y de la Educación Matemática (así como del resto de las disciplinas específicas) como Ciencia.

Los estudios internacionales de evaluación de ciertos conocimientos matemáticos o competencias matemáticas, impulsados por algunas organizaciones vinculadas a la educación, o bien, a grandes empresas, han permitido poner acentos, no solo en sus objetivos declarados (por ejemplo, la idea de establecer un ranking por países en función de los resultados y de una manera específica de entender el currículo de la Matemática Escolar), sino también en las relaciones que existen entre la formación docente y tales resultados de los estudiantes. El *Teacher Education Development Study in Mathematics* es uno de ellos (TEDS-M, por sus siglas en inglés) (ver, por ejemplo, Tatto, 2020).

En algunos países estas evaluaciones internacionales en Matemáticas (en Ciencias y en Lenguaje) se han asumido como una de las políticas educativas a seguir, quizás desatendiendo otras políticas educativas o problemas relevantes para la educación matemática, que lamentablemente no han tenido “sonoridad” a través de los medios de comunicación e información. Pero se quiere destacar que estas “generalizaciones” pasan a constituirse como creencias, y a partir de ese momento, en formas especiales de “leer” parte de la información del contexto en situaciones presentes y futuras.

En el estudio de Padrón (2009), llevado a cabo con un grupo de estudiantes, se reportaron creencias como que las Matemáticas son más “difíciles y complicadas” que la mayoría del resto de los cursos o disciplinas; de hecho, expresaron cierta “adversión” hacia ésta. Tales estudiantes estaban matriculados en la carrera docente, es decir, formaban parte de un programa de formación universitaria. Lo cual alerta, sin pretensiones de generalizar, sobre cuánto pueden permearse las creencias en cierto grupo cultural, incluso, en el ámbito de la Educación Profesional Universitaria, científica digamos. Aspecto que se señaló párrafos atrás. La coexistencia de creencias (o sistemas de creencias) junto a sistemas teóricos y prácticas científicas ha sido también reportado en otros estudios más allá de las Matemáticas.

En una investigación realizada con estudiantes de un curso de Matemática del Ciclo Básico

Común en la Universidad de Buenos Aires (Dodera, Burroni, Lázaro y Piacentini, 2009), que buscaba caracterizar las creencias compartidas por tal grupo, y no las que corresponden a cada individualidad, se observó que, en general, se asumía al “buen estudiante” (de Matemáticas) como aquel que se esforzaba para serlo, y que la resolución de “ejercicios” era el fundamento o actividad más recomendada para aprender matemáticas (actividad que fue valorada muy por encima de la consulta de libros especializados o de la consulta de apuntes teóricos).

Los trabajos de Beyer (2000) y Serrano (2009) dan cuenta de esta problemática. Lo anterior se asocia con una creencia que ha tenido cierto peso en el contexto de los ambientes de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, pero también en contextos más amplios, y que se corresponden con una visión, a nuestro juicio, restringida de la Matemática Escolar, de las actividades que le son propias, y de su didáctica. Este mismo reporte expone la creencia de que un buen profesor de Matemáticas es aquel que explica con detalle la teoría y que resuelve, también con detalle, los ejercicios. Como se advierte, en el fondo subyace una visión bastante específica, y mínima, de la didáctica de esta disciplina, en cualesquiera de sus niveles y modalidades.

En cierto modo, tales creencias, parecen “validarse” al concatenarse con nuevas experiencias que con entren en conflicto con éstas. La “generalización” sigue siendo aquí el proceso mediante el cual éstas se afianzan en ciertos grupos escolares (culturales, sociales, etc.). Estos autores (Ibíd.) concuerdan con Llinares (1991) al sostener que el conocimiento las creencias que poseen los estudiantes (sobre la Matemática, su didáctica, su papel potencial en la sociedad, la actividad matemática, etc.), por parte del profesor, es un insumo importante para la “retroalimentación de la representación que tiene del alumno” y como fuente de “reflexión y posición para su posible cambio o sostenimiento”. Thompson (1992) entiende a las creencias con este carácter dinámico y cambiante en función de las experiencias del sujeto. Una idea similar sigue el autor de esta investigación. De hecho, las algunas creencias, como las que se citaron antes, pueden convertirse en una especie de obstáculo para el aprendizaje de la Matemática escolar, así como para concretar en la práctica sus potenciales aplicaciones.

Las creencias (y las concepciones) pueden relacionar la posición epistemológica de los profesores y la forma como asumen la enseñanza. Por ejemplo, Pajares (1992) advirtió tal relación,

señalando la posibilidad de que el grado de complejidad con el que se entienda la epistemología (del conocimiento, así como de los procesos inherentes a la educación) se asociará al grado de complejidad con el que se entiendan a la enseñanza y al aprendizaje.

En otras palabras, las creencias y las concepciones tienen afectación sobre otras creencias y concepciones, y todas éstas sobre las prácticas o actividad escolar, por llamarla de algún modo. Esto es válido tanto para el caso de los profesores como para el caso de los estudiantes. En esta línea se encuentran, por ejemplo, los trabajos de Hofer y Pintrich (1997). Uno de los precursores en este tipo de estudios fue precisamente Perry (1968), quien atendió esta relación en una dirección, es decir, la influencia de las creencias (y las concepciones) sobre las prácticas.

En el marco de esta investigación, se entiende que esta relación se da en los dos sentidos: las actividad concreta, la actividad en el contexto del aula o las prácticas de aprendizaje-enseñanza también pueden afectar las creencias y concepciones tanto de los objetos y procesos inherentes a las Matemáticas como los inherentes a la Pedagogía y a la Didáctica. Se volverá sobre este punto más adelante.

Para algunos investigadores, las creencias se relacionan estrechamente con los afectos, con los sentimientos, con el hecho de nuestras sensaciones y percepciones ante un suceso; ver, por ejemplo Gómez-Chacón (2000), Alzate (2023), o bien, Cordero (2024). Éste podría ser el caso de los sentimientos que se manifiestan al seguir un curso de Matemáticas basado en una metodología específica, sumado a la evaluación implementada en éste y a los resultados personales. La frustración o la ansiedad, por ejemplo, relacionadas con la solución de problemas matemáticos, podría llevar a la creencia de que las matemáticas, en su conjunto, son difíciles, o bien, de que él mismo no tiene aptitudes para las Matemáticas.

También podría darse el caso en el otro extremo, vale decir, el caso de que una persona, elogiada continuamente por sus habilidades matemáticas, incida en la construcción de ciertas creencias. No obstante, la construcción o adopción de los “filtros” de que constan las creencias podrían no anclarse hondamente en los sentimientos o afectos, sino simplemente en apreciaciones o juicios personales sobre una disciplina, sobre ciertos procesos, metodologías, etc.; vale decir, sin que hayan mediado experiencias concretas, sino más bien, por ejemplo, juicios o

valoraciones de terceros. Situación en la que la creencia o creencias construidas podría(n) no estar afianzadas hondamente en esa persona. Ahora bien, ¿qué las distingue de las concepciones? Se ha señalado que, para algunos autores, tal distinción no existe; sin embargo, a los efectos de esta investigación se hará tal diferenciación.

El mismo Thompson (1992), uno de los precursores de la investigación sobre las creencias y las concepciones en la Educación Matemática, utilizó estos términos con cierta libertad. Solo más adelante (ver: Thompson y Boyd, 1994, por ejemplo) hizo una diferenciación entre éstos.

Las concepciones pueden entenderse como un constructo más general que el de las creencias, que las incluye, pero que abarca, además, conceptos y nociones científicas (Matemáticas, Pedagógicas y Didácticas); y determinan la manera de interpretar parte del entorno y la actividad propia.

En un sentido similar se define a las concepciones en los trabajos de Pajares (1992) y Donoso, Rico y Castro (2016).

Las concepciones obedecen a la necesidad de construcción de un marco de referencia desde el que puedan interpretarse los fenómenos del entorno, en particular los que tienen que ver con los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, a partir de lo cual es posible identificar y emplear categorías para tales fenómenos, realizar juicios valorativos sobre éstos, e incluso, tomar decisiones que alcancen las prácticas.

Ello, por un lado, obedece a una forma de pensamiento estructurado, vale decir, que se signa por explicar los hechos con base en una estructura categorial o de conceptos; sin embargo, también podría asociarse con cierta rigidez del pensamiento, habida cuenta del objetivo, ya asumido, de acomodar procesos como la observación, la interpretación y el análisis a las categorías previas. Trabajos como los de Alpizar (2014) apuntan en esta dirección.

Estas dos maneras de entender las concepciones revisten una importancia fundamental en la investigación en Educación Matemática.

De hecho, los estudios en esta dirección han permitido identificar, en casos concretos,

obstáculos epistemológicos y errores, vale decir, los asociados a la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos en sí mismos, y didácticos (es decir, los relacionados con los procesos, modelos y prácticas de enseñanza). Ver, por ejemplo Skemp (1978).

Y, naturalmente, han de complementarse con la lectura (científica) de las políticas educativas, del desarrollo concreto del currículo, de la gestión de la educación en los distintos niveles y modalidades del sistema escolar, e incluso, con la interpretación y análisis de ciertas corrientes históricas.

Las Concepciones (y creencias). Un término polisémico

La investigación sobre las concepciones en Latinoamérica es un reflejo de la diversidad de intereses que ha caracterizado a este campo en otras latitudes. Han sido temas de estudio (las concepciones sobre) los problemas matemáticos, sobre ciertos conceptos (es decir, sobre ciertos objetos matemáticos), sobre cómo se produce el conocimiento matemático, sobre los modelos de enseñanza de la Geometría, sobre la relación entre éstas y el aprendizaje matemático, entre otras. Tal es el caso de los reportes de García, Azcárate y Moreno (2006), Bedoya y Ospina (2014), Blanco (1997), Carrillo (1998), Contreras (1998, 1999, 2009), Dodera, Burroni, Lázaro y Piacentini (2009), Donoso (2015), Donoso, Rico y Castro (2016), Flores (1998), Moreno, Asmad, Cruz y Coglievan (2008), Ponte (1994a, 1994b, 1994c) y Zapata, Blanco y Contreras (2008).

Incluso, en parte de la bibliografía especializada se acuñó el término “misconceptions”, para referirse a las concepciones erróneas de un concepto, término, objeto matemático, procedimiento, modelo o teoría en su conjunto, al comparárseles con el sentido que se considera válido en cierta teoría (Matemática o Pedagógica).

Fuera de la Educación Matemática, son referencia los estudios en el marco del Cognitismo, con Ausubel (1968) como uno de sus representantes, en los que el interés se centró en las representaciones mentales como base para el aprendizaje; quizás un antecedente medular para

este tipo de investigaciones en el seno de la Educación Matemática como disciplina científica, y en el marco de las distintas teorías en las que ésta se ha organizado. Para Ausubel (1968), desde la psicología cognitiva, las concepciones son una especie de punto inicial para el aprendizaje de los estudiantes. En esta misma línea, otros autores, algunos de los cuales hemos mencionado ya, refieren a términos como preconcepciones o conocimientos previos.

Ahora bien, dentro de la Educación Matemática se ha identificado a las concepciones con el conocimiento en sí de cierto objeto matemático (como por ejemplo: longitud, área, función, límite, etc.), con el conocimiento de cierto objeto matemático asociado a la actividad matemática que se lleve a cabo con ellos, con el conocimiento de un objeto matemático vinculado con las capacidades y actitudes en resolución de problemas, y con una estructura mental que abarca creencias, conceptos, significados, imágenes mentales, y preferencias. Al respecto, son ejemplos los trabajos de Brousseau (1982), Schoenfeld (1983), Thompson (1992) y Vila (1995). Estos aportes sobre el término concepción se han hecho tanto desde la perspectiva de los estudiantes como desde la del docente. Incluso, para algunos autores, tal es el caso de Contreras (1999), las concepciones se entienden como una especie de proceso superior o proceso meta-cognitivo que incide en la toma de decisiones y en sus prácticas.

Ciertamente el término concepciones, tal como se ha señalado anteriormente, es polisémico. Sus definiciones dan cuenta tanto del enfoque didáctico pedagógico psicológico y matemático desde el que se entiende al término Concepción. En este sentido, tal diversidad de definiciones encuentra un basamento, por llamarlo de algún modo, lógico. No obstante, para algunos autores el carácter polisémico del término concepciones es entendido como un abuso terminológico, tal como hace Bodin (1992). Para este autor, se han dado numerosas formas de referirse a un mismo objeto, agregando que, por tal razón, se da superposición de lo que denomina Campos semánticos.

Pero, si se consideran los particulares enfoques, como se señaló antes, didácticos, pedagógicos, filosóficos, psicológicos y matemáticos (además de sociológicos e históricos, por ejemplo), esta polisemia tiene sentido.

Por ejemplo, para Brousseau (1989) y Artigue (1989), desde la *Didáctica Fundamental*, por

poner solo dos ejemplos, las concepciones se identifican con el conocimiento, naturalmente no con el conocimiento entendido como científico o con el que se comparte socialmente, sino con el que asume el estudiante. Esta postura se convirtió más adelante en una línea de trabajo que nucleó un gran número de investigaciones en este continente.

Trabajos como el de McLeod (1988) identificaron las concepciones con las actitudes de los estudiantes, mostrando, además, que la dimensión afectiva desempeña un rol, importante también, en el aprendizaje y en la enseñanza de las Matemáticas. Para este autor, algunos aspectos de la dimensión afectiva que es propia a una persona, podrían permanecer invariantes aun cuando éste siga un proceso de enseñanza-aprendizaje; lo que da cuenta del potencial carácter determinante de las concepciones, tal como se señaló en la sección anterior, sobre la manera de interpretar el entorno y a la actividad que él mismo desempeña.

El punto anterior es relevante. Factores como la deserción escolar, las decisiones sobre la actividad a desarrollar luego de culminar la escolaridad, de la elección de la carrera universitaria, e incluso, del desarrollo de las habilidades necesarias para comprender el lado matemático de muchos problemas que son inherentes a la cotidianidad, tienen que ver con la dimensión afectiva. Ésta es una área poco explorada desde el ámbito Institucional, tanto en nuestra región como en otras latitudes.

En Gómez-Chacón (2002) se describen diez “escenarios emocionales” de los estudiantes (vale decir, espacios en los que se manifiestan las respuestas emocionales de los estudiantes, los niveles de afecto, los descriptores básicos y las estrategias utilizadas por el profesor). Una de las ideas centrales de este estudio es la distinción entre lo que alguien puede hacer, vale decir, sus capacidades, y lo que éste opta por hacer, es decir, sus actitudes. Además de entender las emociones como respuestas organizadas, en correspondencia con su experiencia y sistemas fisiológicos, motivacionales y cognitivos. Los escenarios que se describen en este reporte son (1) actitud de confianza en sí mismo y ante la ejecución de un problema, (2) actitud y cambio de actitud, (3) conocimiento informal, (4) deseo de hacerlo bien, (5) la imagen construida sobre la Matemática, (6) meta-afecto y regulación del afecto, (7) estilos de aprendizaje, (8) motivación e influencias sociales, (9) representación social del conocimiento, y (10) valoraciones y creencias relacionadas

con las diferentes maneras de entender el conocimiento Matemático.

En suma, el trabajo sostiene la idea de la importancia del desarrollo de la dimensión afectiva en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, en especial en lo que respecta a la Escuela Primaria, pero también en la Escuela Secundaria, precisamente por representar etapas cruciales en la estructuración del sistema afectivo del estudiante (y del profesor) en relación con las Matemáticas y su enseñanza.

Como puede advertirse, el abordaje de esta dimensión desde la didáctica es complejo. En el estudio citado (Gómez-Chacón, ob. cit.) se expone el caso de una niña de sexto grado expuso, preocupada, sus dificultades con la Matemática, en especial que para ella era imposible recordar las fórmulas para el cálculo de áreas (de superficies Planas). Con la intervención de la investigadora, en su rol de observador-participante, concluyeron que ella no comprendía el concepto de área.

Para ver si era capaz de aprender este aspecto de la Matemática formal, trabajamos el concepto apoyándonos en sus conocimientos informales. Le dimos un rectángulo de cartón de 4 x 5 cm y le ayudamos a marcar intervalos de 1 cm en cada uno de los lados para conectar estas marcas y dividir el rectángulo en cuadrados de 1 cm de lado. Cuando Ana había medido el tamaño de uno de los cuadrados (1 cm por cada lado, o un cm cuadrado), le pedimos que calculara cuántos centímetros cuadrados tenía la figura 4 x 5 cm. Ana los contó y vio que eran 20. Este procedimiento lo repetimos varias veces con rectángulos de distintas dimensiones. Cuando le preguntamos si había observado alguna relación entre las dimensiones de los lados y el área, dijo animada ¡Multiplica los dos números y ya está! Le resumimos el descubrimiento: “Multiplicas la base por la altura” (Ibid., 9-10).

Como hemos visto, la influencia de las emociones en el proceso de aprendizaje de las matemáticas ocupa un lugar importante para la práctica concreta en el contexto del aula, entendiéndola no aislada de la investigación. Por ejemplo, desde la teoría de la *Inteligencia Emocional* (ver: Goleman, 1998) las emociones juegan un papel fundamental en la toma de decisiones, resolución de problemas y adquisición de habilidades matemáticas. Según esta perspectiva, el desarrollo de la inteligencia emocional es crucial para el éxito académico en matemáticas, ya que

influye en la motivación, autoestima y capacidad para enfrentar desafíos. Por otro lado, diversas corrientes pedagógicas han destacado la importancia de abordar las creencias y actitudes hacia las matemáticas en el contexto educativo.

La teoría sociocultural desarrollada por Vygotsky (1979, 1981) subraya la influencia del entorno social y cultural en la construcción de las concepciones matemáticas. Desde esta perspectiva, es fundamental considerar las creencias y actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas para diseñar estrategias educativas que promuevan un ambiente de aprendizaje positivo y significativo. Además, en el ámbito de la Educación Matemática como disciplina científica, se han propuesto enfoques pedagógicos centrados en el desarrollo de la competencia emocional y metacognitiva de los estudiantes. Por ejemplo, la *Teoría de la educación emocional*, impulsada por Bisquerra (2008), aboga por la integración de actividades que fomenten la autorregulación emocional y el pensamiento crítico en el aprendizaje de las matemáticas. Este enfoque busca fortalecer la autoestima, la confianza y la autonomía de los estudiantes en relación con las Matemáticas Escolares.

Así, la dimensión afectiva de las concepciones en Educación Matemática es un aspecto fundamental a considerar en la práctica educativa concreta. Las diferentes posturas teóricas expuestas antes resaltan la importancia de abordar las emociones, actitudes y creencias de los estudiantes como elementos centrales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El reconocimiento y comprensión de esta dimensión afectiva contribuye a promover un desarrollo integral de los estudiantes y a potenciar su éxito académico en matemáticas. En el contexto colombiano, algunos de los estudios referenciales sobre las concepciones y creencias son los desarrollados por Quintero y Molano (2009), Jiménez y Quessep (2017), Briceño y Benarroch (2012), Perafán, Salcedo y Herrera (1999), Beltrán y Quijano (2008), Ricardo y Vieira (2023), y Chamorro (2023). Aunque, la dimensión afectiva no ha sido común en éstos.

Algunas tendencias de investigación

Algunas de las tendencias generales que se han definido en la investigación sobre las concepciones y creencias en Educación Matemática (en el ámbito internacional) se describen en la lista siguiente: (1) Concepciones sobre el aprendizaje de las matemáticas. Se han estudiado las concepciones que los estudiantes, maestros y padres tienen sobre cómo se aprenden las matemáticas. Por ejemplo, atendiendo a las diferencias en las creencias sobre la importancia del esfuerzo, la capacidad innata y la influencia del entorno en el aprendizaje matemático. (2) Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas: esto es, sobre cómo los profesores conciben la enseñanza de las matemáticas, incluyendo sus creencias sobre la importancia del razonamiento, el planteamiento y la resolución de problemas, el uso de tecnología y la diversidad de modelos didácticos o docentes y de enfoques pedagógicos. (3) Creencias sobre la utilidad de las matemáticas: vales decir, sobre la manera en la que se entiende la relación Matemática-Realidad. (4) Creencias culturales y sociales: orientadas al examen de las concepciones y creencias y su correspondencia con factores culturales, sociales, demográficos y de género. Y, (4) Cambio de concepciones: centrados en comprender cómo las concepciones y creencias de los individuos pueden cambiar a lo largo del tiempo, especialmente a través de experiencias educativas y profesionales. Estas tendencias proporcionan un panorama general de la investigación en torno a las concepciones y creencias en educación matemática.

Los aportes de Schommer-Aikins

Para Schommer-Aikins (en sus trabajos de 1990, 1992 y 2004) las creencias conforman una estructura más amplia, una especie de “sistema”, que la autora califica de “independiente”, refiriéndose al hecho de que una persona puede tener creencias de distinto nivel de profundidad, y además, pueden presentarse de forma a-sincrónica -para esta autora, el trabajo de Perry (1968) es relevante.

Este hecho se corresponde con la idea de la “suma arbitraria” de creencias que referimos párrafos atrás. En sus trabajos se centró en las creencias de tipo epistemológico, es decir, en la

posición que adopta o construye una persona sobre la naturaleza del conocimiento y cómo se da el aprendizaje, y propuso (ver Schommer-Aikins, 2004) un modelo que caracteriza cinco dimensiones de las creencias (de este tipo de creencias):

Tabla 1. Las creencias en el modelo de Schommer-Aikins (2004)

Creencias	No sofisticado	Sofisticado
Estabilidad del conocimiento	Cierto e incambiante	Tentativo
Estructura del conocimiento	Aislado, piezas conectadas. Simple	Conceptos integrados
Fuente del conocimiento	Procedente de la autoridad	Procedente de la razón
Velocidad del aprendizaje	Rápido o no	Gradual
Habilidad para aprender	Habilidad innata	Improbable

Este modelo Abarca tres creencias relacionadas con el conocimiento y dos con el aprendizaje. Su categorización tiene que ver con el grado de certeza del conocimiento, con su naturaleza compartimentada o integrada, con el hecho de que se asuma como propio a cierta autoridad (científica) o más bien se le asocie con la evidencia empírica o con el razonamiento. Y, en cuanto al aprendizaje, el modelo abarca la idea de la velocidad para aprender, así como el hecho de que las habilidades para aprender tengan origen en la genética, o bien, en la experiencia adquirida a través del tiempo y en la dedicación de la persona para aprender. Este modelo sirvió de base para una serie de estudios sobre las creencias, bien asumiendo estas cinco dimensiones, modificándolas o incorporando otras. Las posiciones teóricas sobre el conocimiento y sobre el aprendizaje han sido una fuente primaria para estas adaptaciones. Ver, por ejemplo, los estudios de Jehng, Johnson y Anderson (1993) y Paulsen y Wells (1998).

La velocidad del aprendizaje ciertamente es un tema que ha ocupado parte de la investigación de la psicología aplicada a la educación. A estos estudios subyace la idea de la medición cuantitativa del aprendizaje. Postura que tuvo implicaciones importantes en la manera de

entender la evaluación de la matemática y de otras disciplinas escolares, tanto en Colombia como en casi todo el mundo. Sin embargo, como se sabe, se han desarrollado otras formas de entender a la evaluación, de las Matemáticas en particular, no exclusivamente centradas en la medición cuantitativa.

Algunos de los desarrollos de la Educación Matemática como disciplina científica, que se han ocupado, por ejemplo del estudio de la matemática que es propia a los grupos indígenas y a la educación matemática que se desarrolla en comunidades rurales, son otras alternativas teóricas y prácticas.

Una de ellas es la Etnomatemática (con Ubiratan D'Ambrosio como su principal representante) y otra es el enfoque sociocultural (con Alan Bishop) (ambos desarrollos comparten la idea de visibilizar las Matemáticas que son propias a los grupos culturales en general, escapando, digamos, de la visión "eurocéntrica" de las Matemáticas que caló profundamente en el currículo escolar). El tema de la velocidad del aprendizaje, desde un punto de vista psicológico, didáctico y pedagógico, sobrepasa el alcance de esta investigación. Su mención en el modelo referido tuvo como contexto una tendencia internacional hacia la medición cuantitativa del aprendizaje en la que explicitaba la importancia y el objetivo de definir tiempos o intervalos de tiempo para el aprendizaje. En lo concreto, ello solía manifestarse a través de la especificación del tiempo que se dedicaría a cierto tema matemático en un curso dado. Incluso, algunos formatos de planificación de la clase diaria contenían una entrada para indicar este tiempo.

Una de las raíces de este enfoque de la evaluación se encuentra en la corriente conductista en la educación, desde la que se entiende a los procesos acaecidos en el aula como una instrucción, es decir, con objetivos en el adiestramiento de la persona, y que en la manifestación de conductas ante ciertos estímulos externos. (este es el modelo denominado "de medición").

Más adelante se desarrollarían una diversidad de modelos enmarcados en el enfoque cuantitativo, e incluso en enfoques orientados a la transición hacia lo cualitativo, o a lo cualitativo en su totalidad; ver, por ejemplo, Arias, Labrador y Gámez (2019).

La velocidad del aprendizaje, en efecto, es una de las creencias que se ha extendido en el

imaginario popular, precisamente con base en las tendencias señaladas antes. Lo que no significa, de ningún modo, y esa es la posición que se asume en el marco de esta investigación, que sea uno de los objetivos primarios de la actividad matemática en la escuela. El modelo de Schommer-Aikins (2004) ha sido aplicado para la “medición” de las creencias. En palabras de Schommer-Aikins, Beuchat-Reichardt y Hernández-Pina (2012, p. 467): “Uno de los retos sobre las creencias ha sido la posibilidad de crear instrumentos que permitan de una manera objetiva su medición”.

Sobre este punto se hará una observación, si bien el interés de una investigación en esta línea se puede ubicar en la descripción precisa, digamos “objetiva” de las creencias de una persona o grupo de personas, ello lo sería, en tal caso, para un momento dado, quizás instantáneo, pues como se ha señalado, las creencias son, por naturaleza, cambiantes y dinámicas, afectadas por una diversidad de factores (propios de la persona o del contexto).

Quizás, sean más adecuados términos como “descripción” o “explicación”, en vez de utilizar “medición”. Tal es la posición que se sigue en el marco de esta investigación.

En todo caso, cualquier instrumento que se elabore en función de “medir”, “describir” o “explicar” las creencias y concepciones de una persona o un grupo de personas, representará un acercamiento o aproximación a dichos fines; la cual se enriquecerá, validará o descartará (atendiendo a la tesis de la falsabilidad del conocimiento en el sentido de Popper) sumando otras observaciones (como lo puede ser: la actividad en sí misma de ese o esos sujetos, en contextos en los que se relacionen las ideas centrales de las creencias o concepciones en estudio). El instrumento de Schommer-Aikins (1990) contiene 63 ítems que recorren las 5 dimensiones de su modelo. Uno de sus resultados es que hayó relación entre las creencias y el aprendizaje. Sin embargo, en ese y en algunos de sus trabajos posteriores (Schommer-Aikins, Beuchat-Reichardt y Hernández-Pina (ob. Cit.), plantea una serie de preguntas que señalan posibles escenarios de investigación, como por ejemplo: ¿cómo afectan ciertas creencias la formación de otras creencias?, ¿cuáles creencias se forman primero?, ¿de qué manera se estructuran?, entre otras. Además, constituyen aportes importantes, en el sentido de que se ocuparon de la búsqueda de evidencia empírica de las dimensiones expuestas en su modelo.

En suma, las creencias de la que se ocupan los estudios citados en esta sección (de tipo

epistemológico) destacan por su potencial rol en el desempeño profesional docente, así como en la formación matemática de los estudiantes vinculados a ésta.

A los efectos de esta investigación, el acercamiento a la descripción de las creencias y concepciones de un grupo de docentes sobre la resolución de problemas matemáticos (en el contexto de la escuela primaria rural en Colombia), si bien coincide parcialmente con algunas de las dimensiones del modelo de Schommer-Aikins, no se concentró en éstas; se hizo peso, más bien, en las auto-percepciones sobre la incidencia de los “afectos” (dimensión afectiva), así como en sus propias valoraciones y conceptualizaciones de la Matemática Escolar, la Actividad del Estudiante, los Problemas y la Resolución de Problemas Matemáticos; junto con el contraste de tales valoraciones con su labor docente. Esto es, atendiendo a dimensiones más allá de lo epistemológico.

El término “problema”

En el seno de la Educación Matemática, el término problema es en realidad polisémico; sobre éste se han construido distintas y variopintas definiciones. Escapa a los intereses de este estudio la caracterización del término problema en un contexto general, ello se hará en el ámbito específico de esta disciplina. Se asumen, a los efectos de esta investigación, dos principios que a mi juicio permiten acotar la dimensión que abarca. Este término, el primero de ellos tiene que ver con que un problema se relaciona con una situación que se trata de resolver es decir contempla a la motivación de la persona o del sujeto así como el propósito para resolver esa situación. Así, un problema se vincula explícita o implícitamente con una o varias preguntas.

El otro principio consiste en que no toda pregunta, ni toda situación, ni la motivación hacia algo, o el propósito de hacer algo, constituye un problema. Además, lo que para una persona representa un problema, puede no serlo para otra persona.

Como se advierte, a partir de tales principios, una definición de problema matemático podría relacionarse con cierto subjetivismo, lo cual es propio a la actividad humana, y en particular,

a los procesos que envuelve la enseñanza y aprendizaje de la matemática, aún cuando el y los objetos matemáticos en sí mismos, sean lejanos a la ambigüedad. Una de las definiciones profusamente utilizadas tanto para la investigación como para la elaboración de materiales curriculares es la de Polya (1989). En esta se considera que un problema implica la búsqueda, a través de una acción o de un conjunto de acciones, un objetivo que no se alcanza en lo inmediato. Esta definición merece un comentario: por ejemplo, pongamos por caso la necesidad de calcular el área de un polígono irregular en un contexto específico, Como podría ser en el de la delimitación de una región que se destinará a la siembra. Si una gorda esta situación por primera vez, su objetivo, es decir, calcular el área de esta superficie, no es, como plantea la definición de Polya, inmediatamente alcanzable. No obstante, luego de dar con la o las acciones necesarias para su solución, lo cual podría pasar por ejemplo, por la idea de triangular la región poligonal, otras situaciones similares podrían convertirse, más bien, en actividades más sencillas, es decir, ya no consistiría en un problema para él. Esta observación es importante, y sin embargo suele ser un aspecto que no suele recibir la atención necesaria en el contexto de la elaboración de materiales curriculares (como las guías, libros de texto, e incluso, en los documentos normativos).

Por ejemplo, una situación o actividad que para un autor o para el profesor representa una tarea "sencilla" a modo de "ejercicio", podría ser para un lector o estudiante un problema.

También puede darse el caso de una situación (matemática) cuyo objetivo, para cierta persona, no se alcanza inmediatamente, no obstante, es para él, un ejercicio. Por ejemplo, para un estudiante que comprenda el proceso de reducción por filas de la matriz asociada a un sistema de ecuaciones, la solución de éste, podría representar un proceso meticuloso y que amerite un tiempo prolongado, en comparación con otra persona de mayor experiencia en este sentido; Pero, tal situación, aún así, podría ser solo un ejercicio para él.

Por otra parte, hay definiciones, como las de Kantowski (1980), en las que se identifica a un problema con el hecho de confrontar una situación para la que no existe un algoritmo que garantice su solución. Aquí, tal como en la definición que citamos de Polya (1989), pueden darse ejemplos de situaciones que constituyen problemas para alguien y que no verifiquen la condición expuesta; vale decir, en este caso, la posible existencia de una situación Que significa un

problema para una persona, y, sin embargo, haya un algoritmo con el cual se obtiene la solución o las soluciones. Como es de advertir, tal algoritmo sería desconocido para esa persona en ese momento. Es por ello que autores como Krulik y Rudnik (1980) optaron por dar una definición bastante general del término problema matemático. Para ellos una situación problema amerita la dedicación de una persona o un grupo de personas la búsqueda de una solución para la que no hay un camino fácilmente detectable que conduzca a ella. Y es ese sentido general el que quiero destacar con los dos principios mencionados anteriormente.

Shoenfeld (1985) es otro de los autores profusamente referenciados en la investigación dentro de la educación matemática. Para él, un problema matemático no es una propiedad, per se, de una actividad matemática; es, más bien, una relación que se construye entre la persona y la actividad. Dentro de esa relación cierta situación puede representar un problema para esa persona.

Otras definiciones, como las de De Guzmán (1991) y Bartolache (1990), recogen este sentido amplio de la definición. En el fondo, se encuentra la diferenciación entre términos como problema y ejercicio. Un ejercicio supone, tras una primera reflexión, el juicio, decisión y aplicación de cierto algoritmo o procedimiento para dar con la o las soluciones, sin ofrecer mayores complicaciones para el resolutor.

En Míguez (2003) se propone una caracterización de éstos, junto con los ejemplos y las preguntas. A todos los denomina praxemas matemáticos, y los identifica como comunes en el contexto de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en Venezuela. Estos praxemas son también comunes a los materiales escritos, como los libros de texto, y se han identificado en otros contextos y latitudes. Ver, por ejemplo, Barros (2010). Tal como se señaló antes, a los efectos de esta investigación, **la naturaleza problemática de una situación, depende también de la motivación de la persona para abordarla, con el objetivo de hallar su solución o soluciones, en caso de que la tenga.** Es decir, No basta con entender una situación como un problema, sino que es necesario también una componente actitudinal. Y esto permite distinguir la postura expuesta sido tradicional en el ámbito de la pedagogía y de la didáctica: precisamente la que la ha asociado exclusivamente con los procesos psicológicos, vale decir, cognoscitivos. Desde la

perspectiva que aquí describimos un problema matemático no se restringe a una especie de Reto mental o a un conjunto concatenado de procesos cognoscitivos, sino que adquiere una dimensión mucho mayor, con condicionantes en la Esfera de lo social y del contexto, con las complejidades que le son propias.

Como un comentario de cierre para esta sección, y como consecuencia de los principios que postulo con respecto al término problema matemático, este concepto No necesariamente se asocia con una proposición dada a través de un texto escrito u oral, punto que difiere de otros de los aportes teóricos que sobre el problema matemático se han dado en el seno disciplina.

Además, en un problema matemático no tienen por qué ser conocidos todos los datos, sino que éstos podrían estar "ocultos", Por decirlo de alguna manera, o bien, formar parte de las complejidades que envuelven a la situación. Este último aspecto suele darse con mucha frecuencia en el caso de las situaciones tomadas del mundo real y que son matematizables.

La definición amplia de problema matemático, qué expuesto antes, y que guía esta investigación, encuentra argumentos en el hecho de que otras definiciones de este término, en las que se agregan requisitos o condiciones a cumplir por un problema, restringen, y ésta es la posición que sigue el autor de esta investigación, el espectro de situaciones que pueden adoptar la naturaleza de problema para alguien. Otro aspecto que se quiere destacar se relaciona con el concepto de error.

La actividad de alguien con respecto a una situación problema para él, vale decir, su actividad resolutora, es susceptible de cometer errores, e incluso, acarrearlos. Para esta investigación, el error, tal como se hace en el trabajo de Astolfi (2004), tiene enormes potenciales didácticos, en el sentido de que pueden ser aprovechados en el proceso de enseñanza aprendizaje, y no como Fuentes para acciones punitivas por parte del profesor o de la institución en general. En ese sentido, el error puede convertirse en el medio o motivo para el conocimiento. Y la conciencia sobre él o los errores cometidos y sobre su papel en la construcción del conocimiento, es, en sí mismo, un tipo de conocimiento.

Por otra parte, Con propósitos específicos se han desarrollado clasificaciones de los

problemas matemáticos. Una de ellas se debe a Polya (1989), en la que distinguen problemas de encontrar (es decir, problemas en los que existe una incógnita se exponen los datos y se da una o más condiciones, y el objetivo consiste en Hallar el o los valores de la incógnita) de los problemas de probar (vale decir, en los que se ponen las hipótesis y las condiciones, y el objetivo es probar si cierta afirmación o proposición es verdadero o no).

También, se han clasificado los problemas en de rutina y de no rutina (ver, por ejemplo, Verschaffel y De Corte, 1996). Pero, en realidad, se han dado y coexisten muchas otras clasificaciones de los problemas matemáticos, que van desde los problemas abiertos y cerrados, inductivos y deductivos, de la realidad semi realidad o no realidad, interdisciplinarios o no, verbales y no verbales, entre otros.

A los efectos de esta investigación no se asumirá una clasificación en particular, considerando, precisamente, el objetivo general que se ha trazado. Pero se tendrá presente la diferenciación que hace Míguez (2003) sobre los problemas, los ejercicios y otros praxemas matemáticos; por el potencial rol que ésta tiene en la didáctica y la planeación de actividades de enseñanza-aprendizaje de la Matemática escolar.

Los Problemas Matemáticos en el Contexto del Currículo

Los problemas matemáticos o situaciones problema, tal como se les denomina en los estándares básicos de competencias matemáticas publicados por el Ministerio de Educación Nacional (1998), se entienden como un espacio en el que la actividad matemática puede desarrollarse, en particular con base en la interacción cotidiana entre los estudiantes sus profesores y otros miembros vinculados al hecho educativo; además, se concibe como abierto hacia otras disciplinas, vale decir, a las posibles interconexiones o actividades interdisciplinarias.

La actividad cotidiana se asume como un medio que facilitaría el aprendizaje significativo de los estudiantes.

Las situaciones problema se proponen en este documento rector como una especie de hilo

conductor en el conjunto de todas las actividades curriculares en matemáticas, y no como una actividad circunstancial u ocasional. El propósito de fondo es apuntalar, por decirlo de alguna manera, las actitudes de indagación, investigación, perseverancia y dedicación en los estudiantes. En suma, las situaciones problema se entienden como una especie de organizador del currículo escolar de Matemáticas.

Las situaciones problemas o los problemas matemáticos se inscriben dentro de ese impulso global por entender a la educación como un espacio "generador" del aumento de las capacidades del estudiante, de su actividad Autónoma en el contexto de las problemáticas que envuelven al medio social. Ideas que se relacionan con la educación Universitaria o Superior. Por ejemplo, con la Declaración Mundial de la UNESCO sobre la educación superior en el siglo XXI, se proclama su aporte para con el desarrollo sostenible y con el progreso de la sociedad, teniendo a la formación de profesionales cualificados y de ciudadanos responsables como un medio que propicia tal fin.

Es por ello que, como una manera de motorizar estos fines generales de la educación, muchos países del orden se sumaron a tendencias como la internacionalización del currículo, a promover el aprendizaje autónomo y continuado, a la formación de valores considerados útiles para la vida y al desarrollo de competencias demandadas por la sociedad. Ver, por ejemplo: Tobón (2008), Tapia (2001), UNESCO (1998, 2016a, 2016b), Martínez (2013), Delors y otros (1996), Cárdenas (1996) y Fundación Santillana (1997).

Los problemas matemáticos han sido motivo y medio para el desarrollo de las matemáticas en sí mismas. Basta recordar, solo por poner un ejemplo, los 23 problemas planteados por David Hilbert en su conferencia del Congreso internacional de matemáticos del año 1900. Todos éstos, para entonces, eran problemas abiertos, algunos de los cuales resultaron ser determinantes para el desarrollo de algunas áreas de las matemáticas. (haciendo honor a los hechos reales, en tal conferencia Hilbert presentó 10 problemas, y poco tiempo después, publicó la lista completa de los 23 problemas. Los problemas abiertos en las matemáticas constituyen una de las fuentes de su dinamismo (o desarrollo), es decir, de la evolución de las Matemáticas como ciencia.

Ahora bien, en el seno de la educación matemática, en particular en el hecho concreto de la enseñanza y aprendizaje, los problemas tienen una posición similar; éstos se asumen como

uno de los centros o focos a los que atender. Materiales educativos como los libros escolares, las guías, sitios especializados disponibles en internet, reflejan el papel central que tienen los problemas matemáticos. Tal reflejo también se manifiesta en la actividad que se concreta en el aula (desde la escuela primaria hasta el nivel universitario), y, naturalmente, en los documentos curriculares correctores.

La evaluación del aprendizaje, como uno de los procesos relevantes al hecho educativo, ha sido y es reflejo, también, de este rol central de los problemas. Así, instrumentos como las pruebas y las asignaciones en general, exponen y proponen, fundamentalmente, problemas.

Ello también es común en las evaluaciones internacionales, tal es el caso del TIMSS y del PISA, y en las nacionales, como las pruebas y de las pruebas ICFES.

Si se considera que en este tipo de evaluaciones (internacionales y nacionales) se priorizan los conocimientos matemáticos, así como los relacionados con el lenguaje y la comunicación, por sobre otros conocimientos (como, por ejemplo, los artísticos, históricos, culturales, etc.), se observa que, las capacidades de resolución de problemas matemáticos tienen un gran peso dentro del sistema educativo, naturalmente con repercusiones, relevantes también, fuera de este sistema.

La distribución de los estudiantes de acuerdo a sus niveles de desempeño en Matemáticas, por grado, institución y año, en atención a las categorías establecidas en estos estudios (Pruebas Saber), da cuenta de algunos de los aspectos antes señalados. También lo son los resultados en los estudios internacionales citados. Es decir, estos resultados han servido también como estímulo a la discusión y revisión de las políticas educativas. Colombia, y en general, el resto de los países asumen esto como premisa.

La Resolución de Problemas Matemáticos en la Enseñanza

Al igual que el término problema, la resolución de problemas ha tenido, y tiene, distintas acepciones en el seno de la educación matemática como disciplina científica. Sin embargo, en

todas se comparte el hecho de asumir la resolución de problemas matemáticos como una actividad central de los estudiantes y del mismo profesor en el contexto del aula, tal como representan los objetos "problema" y "resolución" en las matemáticas.

Aún con esta dirección común, se han distinguido algunas perspectivas. Por ejemplo, Blanco y Cárdenas (2013) señalan que la didáctica podría orientarse a la aplicación de conocimientos previos en la resolución de problemas, tanto internos a las matemáticas como de la vida cotidiana. Estos autores catalogan este objetivo como "tradicional". Además, señalan otros dos objetivos: la adquisición de habilidades, técnicas y actitudes que conviertan al estudiante en un buen resolutor de problemas matemáticos; y, finalmente, el abordaje de situaciones problema como raíz o fuente para estudiar un tema o tópico de matemáticas. En el fondo, la resolución de problemas es vista (1) en función de sus potenciales aplicaciones presentes y futuras dentro y fuera de las matemáticas, (2) como un contenido del currículo escolar, y (3) como fuente para crear una especie de escenario de investigación.

Otra tendencia ha sido el abordaje de problemas internos a las Matemáticas escolares, sin buscar o hacer conexiones con la vida cotidiana.

Orientación que tuvo mucho arraigo en nuestros países, en especial con el impacto del *Movimiento de la Matemática Moderna* en el currículo de la Educación Básica y Media. Dado el desarrollo de la Matemática Abstracta durante el siglo XIX, en el Congreso llevado a cabo en Royamont (en el año 1959) se impulsó una serie de reformas educativas profundas que buscaban la unificación de las distintas ramas en que estaba organizado el currículo de las Matemáticas Escolares a través de conceptos generales y de las estructuras.



Figura 3. Algunos de los matemáticos asistentes al Primer Congreso Bourbaki (en el año 1935): S. Weil, Pisot, A. Weil, Dieudonné, Chabauty, Ehresmann y Delsarte (de izquierda a derecha).

La Teoría de Conjuntos y el Álgebra Abstracta representaron medios para ello. Rápidamente, gracias al empuje del grupo Bourbaki (en su objetivo de presentar unas Matemáticas organizadas y fundamentadas, a raíz de la conocida “crisis de los fundamentos”. Uno de los aspectos más ampliamente conocidos de ello fueron las Paradojas que surgieron en el seno de los primeros esfuerzos por construir una Teoría de Conjuntos) y también de un psicólogo que impactó grandemente en occidente: Jean Piaget. Sus ideas en el marco de la Psicología Evolutiva dotaban una de las bases que engranaban con el proyecto del grupo Bourbaki.

Resulta interesante comentar que los aportes del grupo Bourbaki nunca se dedicaron a la Educación Básica y Media, ellos siempre tuvieron como propósito la Educación Universitaria. Ya desde el año 1935, este grupo trabajó en función de tal propósito. Los *Elementos de Matemáticas* es el título de la serie de libros que publicaron en esta dirección.

Para entonces, estas reformas fueron objetadas. Uno de sus detractores fue M. Kline (es muy conocido su libro “Por qué Juanito no sabe sumar”; Kline, 1973). Entre las razones para sus planteamientos se encontraban: que el proyecto de “modernizar” las Matemáticas en el ámbito universitario no implicaba, obligadamente, introducir las Matemáticas Modernas (en el sentido en el que fueron presentadas por el grupo Bourbaki) en las Educación Básica y Media (es decir, en el contexto de la educación pre-universitaria), que era un error concebir un currículo único y común para la educación pre-universitaria teniendo como objeto la educación universitaria

científica y técnica, vale decir, dejando de lado otros tipos de carreras universitarias, otros desempeños distintos al ámbito universitario (como el laboral, por ejemplo), e incluso, las características del contexto cultural, social e histórico que son propios a cada localidad y región, en especial las que corresponden al ámbito rural.

En el caso de Colombia, la resolución de problemas matemáticos es entendida como una *competencia*, vale decir, como un conjunto de conocimientos, comprensiones, habilidades, actitudes y dispositivos de naturaleza cognitiva, social, afectivos y psicomotores, vinculados entre sí, que permitan al estudiante abordar situaciones problemáticas (con flexibilidad y eficacia). En términos de la cartera educativa: es “el saber hacer en situaciones concretas que requieren la aplicación creativa, flexible y responsables de conocimientos, habilidades y actitudes” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 12). Planteamiento que se relaciona con la definición que al respecto dio la OCDE (2006) y con la tendencia globalizada de la educación por competencias.

Así, en el caso de Colombia, la resolución de problemas abarca aspectos de cada de las categorías (1), (2) y (3) que se expusieron al comienzo de esta sección.

La competencia resolución de problemas matemáticos es, de acuerdo con el MEN (1998), uno de los grupos de cualidades, saberes y comportamientos (tanto de tipo cognitivo como socioafectivo y comunicativo) interrelacionados entre sí en el propósito de desempeñarse atendiendo a ciertos criterios en contextos que supongan un reto para los estudiantes y que sean relativamente novedosos.

En el fondo, esta competencia (y las otras en las que se encuentra organizado el currículo nacional) se relaciona con las ideas de conocer, de ser y de saber hacer; es decir, en la corriente popularizada a comienzos de la década de los 90 sobre los (denominados) pilares de la educación (ver, por ejemplo, Delors, 1994). Tendencia que, con origen en la UNESCO, permeó cambios y transformaciones curriculares en casi todos los países de la región, incluida Colombia.

Como se sabe, la ONU, a través de la UNESCO, impulsó y desarrolló una serie de conferencias en muchas ciudades alrededor del mundo con la intención de proyectar cambios profundos en la educación general o básica en casi todo el mundo. Los ministros de educación o

representantes de la educación del grueso de los países acordar un paulatinamente estandarizar Tanto las formas como las prácticas educativas, Incluso en el ámbito de la educación superior o Universitaria. Eran los tiempos de la el conocimiento y de la tecnología, así como de los intereses hacia la globalización del conocimiento. Ello, junto con la necesidad de reconstrucción económica de los países devastados por la guerra, supusieron la prevalencia del concepto de competencia en el terreno de la producción, el cual fue llevado también al escenario de la educación.

Las competencias, en su sentido general, se definieron como un conjunto de saberes teóricos, pero también procedimentales y éticos, que dotaban a cada quien de ciertas teorías, ciertas actitudes y de un conjunto de experiencias, que le prepararían para afrontar los distintos retos en su vida diaria, laboral y profesional.

Esta es la raíz del llamado enfoque por competencias en la educación.

Algunos de los conceptos asociados al enfoque por competencias en la educación, y en otros ámbitos, son el denominado índice de desarrollo humano (IDH), la ampliación de oportunidades, el empoderamiento, y la autonomía. Todos éstos con una importancia no marginal para con el hecho educativo, fundamentalmente al nivel del diseño, implementación y concreción de política públicas generales o globales. Sin embargo, la discusión desde la pedagogía y la didáctica de estos conceptos escapa a los objetivos centrales que me he trazado en esta investigación.

La resolución de problemas en la investigación y en el currículo

La resolución de problemas matemáticos como objeto de investigación tuvo sus inicios en la década de los 70, precisamente junto con el desarrollo de la educación matemática como disciplina científica, al punto de constituirse rápidamente como una de sus líneas de investigación más fuertes, por llamarle de alguna manera.

Por ejemplo, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas, o NCTM, por sus siglas en inglés, destaca a este objeto de investigación como el primer tema recomendado a los investigadores e instituciones dedicadas a ello. Incluso, se le consideraba, para entonces, como el

propósito fundamental de la enseñanza de las matemáticas. Tal importancia también unas décadas sucesivas, con implicaciones inmediatas en el diseño o desarrollo curricular.

La tesis de la resolución de problemas como el corazón de las matemáticas, tal como, en general, se le entendía y se entiende en las matemáticas, se extrapolo al ámbito de la educación matemática. Así lo reflejan informes como el de Cockcroft (1982); en éste, además de hacer explícita esta idea, se propone que la resolución de problemas debía reemplazar a la aritmética en el contexto de la escuela primaria. Así lo hizo la asociación de profesores de matemáticas de Inglaterra (ATM, por sus siglas en inglés).

Los trabajos de Polya (1989) y Biggs (1973), así como el derivado de grupos de investigación que se constituyeron a tal efecto, comenzaron a incidir en esta dirección. Fueron referencia también los trabajos de Shoenfeld (1983), Por cierto con un apoyo económico importante Por parte del Instituto Nacional de educación de los Estados Unidos de América.

Se hicieron comunes las encuestas a profesores de matemática en los distintos niveles de la educación, así como a miembros de la gestión escolar, los encuentros entre profesionales de la educación matemática y de la matemática, las discusiones sobre las estrategias pertinentes para tales fines, la elaboración o producción de materiales curriculares (fundamentalmente escritos), e incluso, la participación de otras ciencias al estudio de la resolución de problemas matemáticos, como actividad de los estudiantes, como contenido curricular, como objetivo curricular, etc. (en especial, con participación de la psicología). Así, la resolución de problemas, ya cara de los 80, se entendía como una destreza o habilidad básica quede bien alcanzar los estudiantes dentro de una educación formal.

Sin embargo, también se dieron alertas, a través de estudios internacionales, sobre el grado de alcance de tales destrezas o habilidades por parte de los estudiantes. Mostrando, de esta manera, un contraste importante. En el fondo, se evidenciaba que el manejo de los conceptos, definiciones, propiedades, e incluso, la experiencia previa acumulada por el estudiante en la resolución de otros problemas, posiblemente más sencillos, No necesariamente garantizaba, que éste resolviera problemas más complejos. Un factor, fuera de las matemáticas, tal es el caso del interés, desempeñaba también un rol importante. Al mismo tiempo, la comprensión de los conceptos, las definiciones y las propiedades (matemáticas), junto con la formación de

estructuras teóricas, representaban en sí mismas procesos sumamente complejos, tal como evidenciaba el desarrollo de la matemática a lo largo de la historia, en cada una de las áreas que la componen.

Una de las dificultades que se señaló, en relación con el punto antes citado, fue el hecho de que los profesores de la escuela primaria y de la escuela secundaria, no contaban, en general con amplios compendios de problemas que pudieran abordar junto con sus estudiantes (ver, por ejemplo, Arrieta, 1989). De hecho, solo algunos países de la región emprendieron proyectos de esta naturaleza. Recayendo este aporte fundamentalmente en la lista de problemas propuestos en los libros escolares.

Por otra parte, las distintas teorías sobre la incorporación o desarrollo de cierta metodología para la resolución de problemas matemáticos en el aula, aún cuando formaban parte importante de los distintos eventos especializados de la disciplina en el contexto internacional (como en las reuniones latinoamericanas de matemática educativa, los congresos internacionales de Educación matemática, entre otros), éstas no eran referencia central para el currículo concretado en la práctica, es decir, para la actividad escolar práctica.

Éste es otro de los contrastes que queremos destacar. Aún así, el énfasis en la resolución de problemas matemáticos en el currículo ha continuado, precisamente por constituir una alternativa al modelo que se instauró en nuestras aulas pasado en el enfoque formalista de las matemáticas.

En este sentido, un enfoque de la matemática escolar orientada a la resolución de problemas matemáticos amerita la creación de espacios o ambientes que faciliten las actividades que ellos implican, y además, la resolución de problemas debe (o debería) permear el resto de las actividades que se desarrollen en el contexto del aula y en la Institución en general.

Esta es la posición que asumimos, en el marco de esta investigación, sobre este punto.

Así, la resolución de problemas como una de las competencias a que llama El currículo de la educación básica en Colombia, debe entenderse no como un estanco disjunto al resto de las competencias, sino en interrelación estrecha con ellas. Proceso que, así se entiende en el marco de esta investigación, estará afectado por el contexto social, cultural e histórico que envuelve al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, que, que en el caso que nos hemos

propuesto estudiar, tendrá determinantes asociadas al ámbito de la educación rural.

En suma, existe hoy, una especie de consenso sobre el papel central de la resolución de problemas matemáticos en el currículo escolar, mas no, como se verá en la sección que sigue, de los supuestos teóricos para la puesta en práctica de una didáctica con tales fines.

Los planteamientos de Polya como orientación primaria

El método propuesto por Polya (1989), no se basa en “algoritmo” o “secuencia de pasos” para hallar la o las soluciones a un problema, sino más bien desarrollar una “heurística” que se oriente a la búsqueda de tal solución o soluciones (en los casos en que las haya). Sus etapas, a saber, la Comprensión del Problema, la concepción de un Plan, su Ejecución, y la Visión Retrospectiva, apuntan en esa dirección.

La efectividad del método de Polya ha sido ampliamente estudiada; ver, por ejemplo: Meneses y Peñaloza (2019), Bedoya y Ospina (2014), Sáenz, Patiño y Robles (2017), Barajas (2022), Correa (2018), Fuentes, Paéz y Prieto (2019), y Montero y Mahecha (2020). Aunque la investigación cuantitativa específica sobre su aplicación en la Educación Primaria en Latinoamérica es escasa.

Si bien, en el plano teórico, este método ofrece potencialidades en relación con el desarrollo de competencias fundamentales en los estudiantes, su aplicación práctica no es, contrario a como podría suponerse, sencilla.

A pesar de su aparente simplicidad, la aplicación del método de Polya requiere un nivel significativo de metacognición y capacidad de auto-regulación. Los estudiantes, especialmente en la Escuela Primaria, pueden necesitar apoyo y guía (noción de la que se ocupará la sección que sigue) para aplicar conscientemente las cuatro etapas.

La falta de práctica, o bien, la presión por obtener resultados rápidos pueden llevar a que los estudiantes se “salten” etapas importantes, especialmente la última: la retrospectiva.

Además, en la práctica concreta aún existe un peso importante en la memorización de procedimientos y de fórmulas, en detrimento del desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas. Esto crea una especie de barrera para la incorporación efectiva en la práctica del método de Polya; que implica, necesariamente, concepciones distintas. Si bien

muchos países han incorporado la resolución de problemas como objetivo principal de la Educación Matemática, en general no es explícita la mención del método de Polya en los documentos curriculares. Tal influencia ha sido, más bien, indirecta, por ejemplo, a través de talleres de formación en ciertos eventos.

Andamiaje

El acompañamiento del Docente en las etapas que comprende la resolución de problemas puede explicarse a través del “andamiaje”. Vygotsky (1979, 1981) planteó que el desarrollo cognitivo es un proceso socialmente mediado. Esto es, el aprendizaje no ocurre en aislamiento, sino a través de la interacción con los otros (generalmente adultos u otros compañeros) en un contexto social y cultural específico. Su concepto de “zona de desarrollo próximo (ZDP), vale decir, la distancia entre el nivel de desarrollo real del niño (lo que puede hacer por sí mismo) y su nivel de desarrollo potencial (lo que puede lograr con la ayuda de un adulto o compañero, sirvió de base para la idea de andamiaje.

Dentro de este marco, el andamiaje está dado por el apoyo temporal y adaptativo que el adulto o compañero brinda al niño para que pueda realizar tareas dentro de su ZDP. Este apoyo no consiste en realizar la tarea por el niño, sino en proporcionarle las herramientas y la guía necesarias para que él mismo pueda construir su comprensión y resolver el problema. El andamiaje es, por lo tanto, un proceso dinámico y flexible que se ajusta a las necesidades del niño, retirándose gradualmente a medida que el niño adquiere mayor autonomía e independencia. Para el Docente, la implementación eficaz del andamiaje requiere considerar varios componentes interrelacionados: (a) la *Identificación de la ZDP* (es fundamental evaluar el nivel de desarrollo real del niño y determinar las tareas que se encuentran dentro de su ZDP), (b) la *Estructuración de la tarea* (la tarea debe ser descompuesta en tareas más pequeñas y manejables, facilitando así el proceso de aprendizaje y resolución del problema), (c) el *Modelado y demostración* (el Docente o compañero puede modelar la estrategia de resolución del problema, mostrando al niño cómo abordar la tarea paso a paso), (d) las *Preguntas guiadas* (en lugar de proporcionar las respuestas directamente, se hacen preguntas que guíen al niño hacia la solución, fomentando el

pensamiento crítico y la resolución de problemas independiente), (e) *Proporcionar retroalimentación* (específica, constructiva y orientada a la mejora, ayudando al niño a identificar sus errores y a aprender de ellos), (f) la *Colaboración* (el andamiaje puede darse en contextos colaborativos, donde los niños interactúan y aprenden unos de otros), y (g) la *Retirada* (del apoyo en correspondencia con el progreso del niño).

La resolución de problemas matemáticos, desde la perspectiva de Polya (1989) ofrece un escenario ideal para la aplicación del “andamiaje”. En efecto, puede darse en una o varias de las etapas del proceso de resolución de un problema.

Por ejemplo, ante cierto problema matemático, en el que se hayan involucrado los niños con base en la intervención del Docente, el “andamiaje” podría consistir en:

1. Utilizar objetos concretos para representar la situación problema y guiar cada etapa de la solución. Lo que se podría identificar con una asistencia total.

2. Construir un diagrama simple, representando la situación, y guiar al niño en parte del proceso necesario para hallar la o las soluciones, si las tiene.

3. Mostrar la estructura del problema (o un esquema), dejando al niño el proceso de realizar el o los procedimientos necesarios. Planteando preguntas en los momentos que observe pertinentes.

4. Intervenir muy puntualmente, dejando casi todo el proceso de solución al niño.

En suma, el andamiaje amerita un profundo conocimiento del desarrollo del niño (no solo cognitivo, sino social, cultural, etc.), una cuidadosa selección de problemas y flexibilidad en cuanto al apoyo que debe brindarse a los estudiantes. Naturalmente, es crucial evitar la sobre-asistencia, permitiendo al estudiante asumir gradualmente la responsabilidad de su propio aprendizaje.

El conocimiento didáctico del profesor

La formación del docente de matemáticas, tanto en la didáctica (o espacio conformado por las técnicas o metodologías para la enseñanza) como en la educación matemática (término con el que referimos a la disciplina científica asociada) tiene influencia, tal como se describió en las

secciones anteriores, sobre la actividad matemática desarrollada en el contexto del aula.

De hecho, los modelos de formación docente, el conocimiento que éste tiene, su práctica concreta, e incluso, sus propias percepciones sobre estos Campos, se han convertido en un tema de investigación importante en el seno de esta comunidad científica. Por ejemplo, la ICMI (Comisión Internacional de la Enseñanza de las Matemáticas) ha tenido a éste como uno de sus tópicos en sus encuentros. Organizaciones regionales como el RELME (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa), el CLAME (Comité Latinoamericano de Matemática Educativa), el CIBEM (Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (evento promovido por la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática), los CIAEM (Congresos Interamericano de Educación Matemática), y los CEMACYC (Congresos de Educación matemática y de América Central y el Caribe), entre muchos otros, han sido vitrinas importantes de este interés.

En el caso de nuestro país, los documentos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN) exponen como premisa que los cambios en la educación parten precisamente de la formación del docente, en particular entendiendo a ésta como un proceso constituido por cuatro fases o componentes: la profesionalización, la actualización, la Innovación, y la investigación. Con base en este supuesto, resultaría absurdo definir, por ejemplo, a la actividad del docente exclusivamente como la aplicación de técnicas o metodologías de enseñanza.

En realidad, estas últimas conforman un complejo dominio de conocimientos teóricos y prácticas que sobrepasa el contexto del aula, así como de sus percepciones y constructos particulares sobre tales conocimientos, prácticas y sobre su propia actividad. En este sentido, se entiende, a los efectos de esta investigación, que el conocimiento o saber matemático no sigue el esquema: saber teórico-contexto del aula-saber enseñado, sin que se den múltiples y variopintas afectaciones de ese saber en todo este proceso; lo que asumimos como natural a los procesos de interacción humana. Las concepciones y creencias tienen un papel importante en ello.

Así, en el "mundo" de la escuela, el docente tiene o construye una forma de entender, alcanzar y utilizar el saber matemático, de asumir el o los contextos que deben o pueden envolver a la actividad de enseñanza-aprendizaje de la Matemática escolar, y, también, una forma específica de dirigir estos aspectos metodológicamente. Los estudios de Flores 1998) y Llinares

(2000) van en esta dirección.

Por ejemplo: para un profesor puede ser natural que en un problema de la Matemática escolar se dé la totalidad de los datos necesarios para su solución (y no el caso de que alguno o algunos de los datos necesarios deban obtenerse de consecuentes procesos de indagación o investigación). Tal concepción de lo que es un problema de la matemática escolar podría convertirse en una guía (única o no) para su actividad docente, y así, contribuir con la construcción de concepciones similares en sus estudiantes. Ello ilustra el potencial papel que puede desempeñar una creencia en el ámbito de la educación (y no exclusivamente en ella).

Otro ejemplo que consideramos importante exponer en esta sección tiene que ver con el esquema de abordaje y solución de los problemas de la Matemática escolar.

Para un profesor el esquema cuya primera etapa consiste en identificar y listar todos los **datos** expuestos en el planteamiento de un problema dado, seguido de la aplicación del o de los procedimientos o algoritmos necesarios (etapa que comúnmente es denominada **operación**) y de la exposición de la **respuesta** obtenida, puede convertirse en “el” único esquema, y de este modo acentuar tal concepción entre quienes se forman en esta dirección (como se sabe, dejando de lado otros posibles esquemas teóricos y metodológicos de los que da cuenta la didáctica y la educación matemática). Estos acentos y concepción podrían limitar el abordaje de ciertos problemas de la Matemática escolar, por ejemplo:

1. Aquellos en los que el proceso de solución va más allá de la aplicación de las operaciones elementales con números,
2. Los casos en los que no existe solución, o bien, existe más de una solución,
3. Y, tal como se expuso en el ejemplo anterior, los casos en los que no son explícitos todos los datos necesarios para la solución.

Este tipo de problemas (los listados con 1, 2 y 3) de la matemática escolar son, precisamente, parte importante de la formación general básica e implican, obligadamente, otro tipo de esquemas.

Uno de los primeros estudios sobre las concepciones en cuanto al aprendizaje, en el caso de la educación Universitaria, es el de Säljö (1979); en éste se diferenciaron cinco formas de

entender el aprendizaje: como conocimiento que puede ser incrementado, como memorización, como un conjunto de técnicas, métodos y hechos que pueden utilizarse en momentos en los que se requieran, como una construcción más abstracta del significado, y como un proceso de interpretación de la realidad. Esta investigación marcó una línea de trabajo que posteriormente tuvo un eco importante en el seno de la educación matemática, a saber, la que concierne al estudio de las concepciones sobre el aprendizaje (y también sobre la enseñanza, así como de otros conceptos y procesos inherentes a la didáctica y a la educación matemática) en una o varias personas.

Sobre estas concepciones un aspecto relevante a considerar es la formación especializada (en el ámbito de la formación docente Universitaria) en educación matemática como disciplina científica, y, por otro lado, el papel que desempeña la experiencia propia en la construcción de Tales concepciones.

Las formas de entender el aprendizaje expuestas por Säljö (1979) pueden también servir como un punto de acceso a la descripción de las concepciones sobre el aprendizaje en la escuela primaria. De hecho, el currículo escolar ha apuntado (y apunta) a los aspectos que contempla cada una de estas cinco categorías, y, de alguna manera, ha formado parte de las discusiones sobre la calidad educativa, los estándares curriculares, la evaluación y el perfil del docente en el contexto de los recientes cambios a la política educativa por parte del Ministerio de Educación Nacional. En cada una de estas dimensiones (que tocan a la didáctica), juegan un papel especial la formación especializada y/o la experiencia personal propia. Las formas antes citadas constituyeron uno de los puntos de aproximación a la descripción de las concepciones de los docentes que contempló este estudio.

Las Complejidades de la Educación Rural

Sobre la evaluación

Tal como se ha señalado en este capítulo, la estandarización del currículo ha sido una de las corrientes que ha caracterizado la política educativa nacional en los años recientes, quizás

como respuesta a los impulsos que en este sentido se han dado en el ámbito internacional. Y, la evaluación del aprendizaje y de las competencias que alcanzan los estudiantes desde la Escuela Básica Primaria ha sido, también, un reflejo de ello. Por ejemplo, las pruebas PISA se aplicaron en Colombia en los años 2006, 2009 y 2012, con muestras de varios miles de estudiantes, tanto de instituciones oficiales como privadas, incluyendo urbanas y rurales.

Aun cuando en cada una de estas ediciones los resultados han mostrado mejorías en el desempeño de los estudiantes participantes, destacamos aquí lo siguiente: éstas se aplicaron de la misma forma, con el mismo contenido y enfoque a las instituciones urbanas y rurales, con independencia de las especificidades de sus modelos de educación, de los proyectos que hayan desarrollado en ese período y de las características de su población, de la región, de su historia y de su cultura.

Ello también ha sido así con respecto a las pruebas SABER (de 3o, 5o, 9o, y 11o) aplicadas por el ICFES/Ministerio de Educación Nacional. Ciertamente, las pruebas del ICFES llevadas a cabo entre los años 1997 y 1999 mostraron un mejor desempeño de la población rural en matemáticas en comparación con los resultados obtenidos por la población urbana.

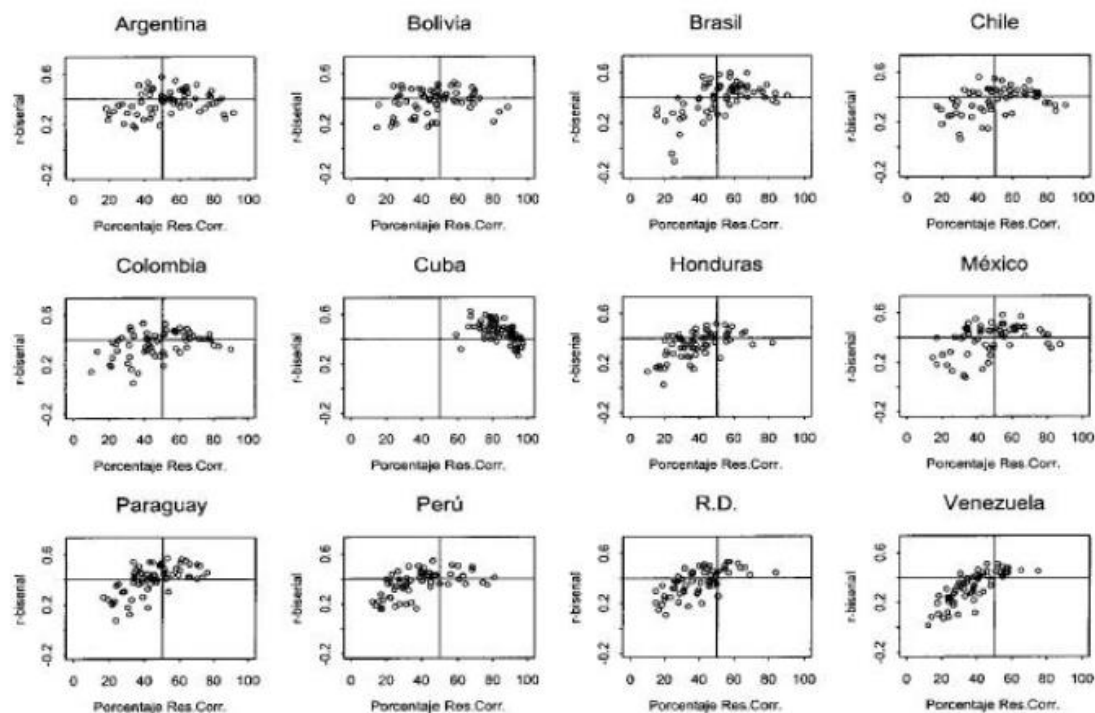


Figura 4. Resultados en Matemáticas por dificultad y discriminación (en el Primer Estudio Internacional Comparativo de Lenguaje, Matemática y Factores Asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica) (UNESCO, 2001, p. 190).

También se han realizado estudios comparativos entre países, promovidos por la UNESCO, en los cuales los niveles de desempeño de la educación rural en Colombia se ha posicionado entre los punteros en la región (ver UNESCO, 2001); en el primero de ellos, el “Primer Estudio Internacional Comparativo de Lenguaje, Matemática y Factores Asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica” abarcó 13 países, en especial a muestras de estudiantes de los grados indicados (aunque el reporte final contiene información de 12 de tales países, los citamos aquí en orden alfabético: Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Cuba, Honduras, México, Paraguay, Perú, República Dominicana y Venezuela). Las preguntas que guiaron este estudio fueron: ¿Qué aprenden los alumnos? ¿Cuál es el nivel al que ocurren esos aprendizajes? ¿Qué competencias han desarrollado los alumnos en base de esos aprendizajes? ¿Cuándo han ocurrido los aprendizajes? y ¿Bajo qué condiciones se han producido los aprendizajes?

Como se señaló párrafos atrás, los resultados de la evaluación para ese grado de la

educación rural y en ese año en particular, fueron muy distintos de los observados en otros países de la región, en los que la educación rural mostró grandes diferencias con respecto a la educación urbana.

En los gráficos anteriores se muestran los índices de dificultad (es decir, el porcentaje de respuestas correctas) y el índice de discriminación (dado por un coeficiente de correlación entre un ítem o pregunta y el puntaje total de la prueba aplicada). En el caso de Matemáticas, cada punto del gráfico representa un ítem de los 64 que contenía la prueba aplicada en este primer estudio comparativo. Por ejemplo, si los puntos en un gráfico se encuentran ubicados en la mitad izquierda, ello significa que los ítem o preguntas ofrecieron dificultades a los estudiantes, en cambio, si los puntos se encuentran a la derecha, entonces éstos fueron sencillos o fáciles de resolver por parte de los estudiantes que participaron.

Ello, como el mismo informe lo advirtió (ob. cit. p. 182) “en este sentido existe consenso de que los estudios internacionales no siempre producen estudios nacionales óptimos”. Poniendo por caso a Cuba, país en el que los ítems propuestos no ofrecieron dificultades a la mayoría, tal estudio no aporta información sobre cuáles ítems si ofrecen tales dificultades. Una lectura similar puede hacerse en el caso contrario. En el área de Matemáticas (en el 3er grado), Cuba y Argentina, se ubicaron su media aritmética nacional por sobre la media aritmética del resto de los países participantes. Por otra parte, en este estudio se clasificaron estratos para el muestreo: “mega-ciudad público”, “mega-ciudad privado”, “urbano público”, “urbano privado” y “rural”.

En general, los mejores logros siguieron precisamente ese orden (con la excepción que se comentó párrafos atrás: el caso de Colombia y sus mejores resultados en la región rural para el área de Lenguaje).

En esta prueba, los estudiantes participantes por Colombia mostraron valores de dificultad similares al de muchos de los otros países participantes.

En cuanto a la discriminación, ésta se encuentra representada en el eje vertical de cada gráfico: si el promedio de discriminación es alto, entonces los datos recabados son homogéneos, y por tanto, serían confiables cada uno de los datos particulares. Este informe también da cuenta de posibles problemas en la traducción de dos de los ítems (del idioma español al portugués) (al respecto puede verse el gráfico correspondiente a Brasil).

En las pruebas nacionales que se aplicaron con posterioridad al período 1997-1999, la educación rural no ha mostrado cambios significativos, y, en algunos casos (como en el departamento de Antioquia, ver, por ejemplo, ICFES, 2016) se ubicó sobre las medias nacionales.

Algunos de los factores que se han identificado como influyentes en estos resultados son el desarrollo de planes de formación continua destinadas a los docentes y miembros del equipo directivo, programas de capacitación en el proyecto educativo nacional, lo que se denominó “maestros dinamizadores” (en el caso del proyecto Antioquia Digital), las becas para estudios de cuarto nivel (Maestría) y el mejoramiento de la planta física y dotación de cierto número de tales instituciones rurales. Aunque, como se señaló párrafos atrás, los resultados de la evaluación para ese grado de la educación rural y en ese año en particular, fueron muy distintos de los observados en otros países de la región, en los que la educación rural mostró grandes diferencias con respecto a la educación en los espacios urbanos; precisamente una de las excepciones en el marco de las evaluaciones que se han llevado a cabo hasta la fecha.

La educación rural como campo de investigación

La educación rural como campo de investigación ha sido uno de los espacios menos abordados por las distintas comunidades científicas, incluida la de educación matemática (con la excepción de la Etnomatemática. Aunque con un peso importante en el área indígena); Galván (2020) y Rebolledo y Torres (2019), por poner dos ejemplos, dan cuenta de ello. En la bibliografía científica, países como España, Estados Unidos de América, Chile y Colombia figuran (de acuerdo con el reporte de Santamaría y Sampedro, 2020) con mayores frecuencias absolutas en el número de publicaciones especializadas (en formato artículo, con presencia en las bases de datos Web of Science, JSTOR y Proquest, y con fecha de publicación hasta el mes de junio de 2019) relacionadas con las categorías: la escuela rural, sus rasgos y limitaciones, el profesorado en el ámbito rural y, la relación de la escuela con las familias y la comunidad rural.

En el ámbito internacional, la investigación en educación matemática vinculada a las zonas, espacios, instituciones y regiones rurales es incipiente. Estudios como el de Bush (2005) señalan que no existe una base de investigación adecuada en esta dirección. Desde cierto punto

de vista, la investigación en este campo ha sido ignorada, aún cuando, atendiendo a la distribución demográfica de nuestros países en el contexto latinoamericano, pero también en otras latitudes, cerca de la tercera parte de la población mundial reside en zonas rurales. Como se señaló antes, las excepciones provienen fundamentalmente de la etnomatemática. El cómo entender la matemática escolar en el contexto rural, o mejor, en los contextos rurales, es una de las cuestiones centrales que envuelve este campo de estudios. Lo cual, de inmediato, pone sobre la mesa de discusión, las relaciones entre tales fines y objetivos con el currículo nacional.

La descentralización del currículo, la toma de decisiones curriculares por parte de las regiones rurales, el grado de independencia de las regiones para tales tomas de decisiones, la naturaleza de los materiales curriculares a utilizar en los procesos de enseñanza aprendizaje y las características de la formación docente en estos espacios, pasan a ser temas y problemas medulares en este campo.

Los trabajos de Annenburg Rural Challenge (1999), Gerdes (1991), Howley, Harmon y Leopold (1996), Herzog y Pittman (1995), Kannapel y DeYoung (1999), Lancy (1983), Schultz (2002) y Serres (2007) son algunas de las referencias en esta materia en el ámbito internacional.

En Colombia, por ejemplo. “Las comunidades afro (...) del Chocó, las comunidades indígenas y otros grupos culturales de los llanos orientales, comunidades rurales a lo largo y ancho del territorio nacional, etc.” son referidas por Hernández (2011, p. 9) como **campos escasamente abordados por la investigación en Educación Matemática**.

Entre las razones para ello, autores como Galván (ob. cit., pp. 48-49) identifican una especie de visión (investigativa) centrada en lo urbano en la que, al mismo tiempo, se inculca una “visión deficitaria” de la educación rural, lo cual ha incidido en el análisis incorrecto de su estructura, elementos condicionantes, problemáticas y enfoques. Los estudios de Contreras y Ramírez (2009) apuntan en esa dirección, para ellos, la escuela ha sido pensada desde lo urbano como centro de referencia.

Esto describe el grueso de la investigación en educación rural no indígena en buena parte de Latinoamérica. Las escuelas Normales en algunos de nuestros países y su impacto en la educación rural, la orientación hacia la formación socio-productiva y comunitaria, hacia el manejo de otros lenguajes, las características de la organización multi-grado de la institución

escolar, y sus relaciones con las políticas educativas nacionales, son algunos de los puntos que envuelven a la educación rural y a su investigación.

En el caso de Colombia, durante las últimas décadas la escuela, y la escuela rural en particular, se entendieron como espacios de construcción de la paz, en el contexto de la violencia que se extendió más allá del tiempo y que afectó a cada una de las estructuras de la Sociedad, así como al ejercicio de la ciudadanía.

En distintos eventos especializados, tal es el caso del “Congreso Internacional Epistemologías del Sur y Ruralidades Latinoamericanas”, llevado a cabo recientemente (en el año 2019), se ha destacado la importancia de construir alternativas de investigación de la educación rural distintas al enfoque euro-céntrico de la investigación que ha signado otros campos (no solo de la Pedagogía, sino también en la Sociología, Psicología, etc.). Por ejemplo, una de las corrientes de la Investigación-Acción-Participativa, impulsada precisamente desde tierras colombianas, tiene esos grandes objetivos (aunque también ha habido espacios para la investigación etnográfica, historiográfica, los estudios de caso, entre otras).

Ciertamente, desde mediados del siglo XX (en particular, desde la década que inició en 1960), se dieron algunas iniciativas para atender la educación rural en Colombia, como los conocidas MEF (Modelos de Educación Flexible en contextos rurales), no obstante, sus centros de interés se ubicaron en temas como el desempeño académico y la deserción estudiantil; que fueron las recomendaciones de organismos globales (la UNESCO), pero que, a nuestro modo de ver, dejaron de lado otros grandes objetivos y desafíos de la educación rural. Naturalmente, la orientación de la educación rural hacia el fortalecimiento de la historia local, su cultura, sus saberes tecnológicos y científicos, sus valoraciones del ambiente y el cómo se da la integración de sus pueblos y sus sociedades a éste, son algunos de los llamamientos que podrían hacerse a ésta, pero también lo son (o podrían serlo) el potencial papel que puede desempeñar la educación (y la educación rural) en el abordaje, comprensión, acción y transformación de su realidad, en particular de los aspectos de ésta que se relacionan con sus problemas medulares (locales, regionales, pero también, nacionales).

Otra de las iniciativas en esta área es el Plan Especial de Educación Rural (PEER) (iniciado en el año 2016), en el cual la equidad y la calidad fueron y son sus temas directores. Ésta también

destaca a la construcción de la paz como medio y fin último de la educación rural, además de concebir a la educación rural como parte central de un proyecto de desarrollo económico-social para Colombia. Esta iniciativa fue uno de los acuerdos de los Diálogos para la Paz firmados en ese mismo año.

En el PEER se hacen explícitos problemas medulares asociados, como la pobreza extrema, el bienestar colectivo y la propiedad de la tierra; temas que no se citaron durante el desarrollo de los MEF.

Recientemente, también con apoyo de organismos globales, en este caso del Banco Mundial, se inició un plan en torno a la educación rural colombiana, denominado "más campo para la educación rural" (ver MEN, 2024). En éste se prevé la participación de más de 170.000 niños y jóvenes con edades comprendidas entre los cinco y los 15 años, tanto para la escuela preescolar, la primaria y la secundaria, en unos 10 municipios en los departamentos de Bolívar, Córdoba, Antioquia, Cauca, Cundinamarca, Huila, Boyacá, Guaviare, norte de Santander y Caquetá.

En este nuevo plan se ha expuesto como premisa y objetivo el tema de la calidad educativa, tal como ha sucedido con planes similares en muchos otros países de la región. También se han declarado como objetivos el vínculo de la educación rural con el desarrollo productivo y social del país, y la ampliación de la cobertura educativa en la población en edad escolar; premisas que, por cierto, acompañaron a las políticas educativas a partir de la década que inició en el año 1960.

Ciertamente, de acuerdo con los datos recabados del Ministerio de Educación Nacional, la tasa de cobertura educativa en los espacios rurales es de cerca del 30%, bastante lejana al 65% en los espacios urbanos. Otro de los índices que destaca es el de la deserción escolar: mientras que en los espacios urbanos este se encuentra en 2.5%, el promedio en los espacios rurales sobrepasa el 10%.; sin embargo, aún con ello como parte de la realidad actual, siguen siendo relevantes las orientaciones de la educación rural que se expuso párrafos atrás (asociados con las potenciales transformaciones que se pueden generar desde la educación, y de la educación matemática en particular). De hecho, así entendemos en el marco de esta investigación a la educación y sus desafíos en el contexto de una sociedad compleja, dinámica y cambiante.

Paralelamente a este plan, el Ministerio de Educación nacional ha sostenido la importancia

de fortalecer la Escuela Nueva, que, como se conoce, fue un movimiento que echó raíces en Colombia también en la década de los 60's, y que aún hoy, se haya en los cimientos de las políticas educativas en algunos de nuestros países. A saber, principios como el respeto a la personalidad del estudiante, de su libertad, la comprensión del aprendizaje simbólico en las distintas situaciones que se presenten en la cotidianidad, la comprensión denominada funcional de la actividad educativa y el hecho de entender lo variable de las características de cada estudiante, en correspondencia con su cultura local e incluso familiar, continúan siendo medulares en el marco del pensamiento pedagógico actual en Colombia. El plan de acción reciente del Ministerio de Educación nacional en Colombia con respecto a los espacios rurales, abarca también (a) la idea de la aceleración del aprendizaje, entendida como una metodología que busca solventar los problemas y los costos o consecuencias relacionadas con la extra edad, es decir, para aquellos casos en que un estudiante pierde un año o varios años seguidos de escolaridad, (b) el sistema de aprendizaje tutorial (SAT), entendido como un enlace entre el currículo y los requerimientos de la comunidad local (y cristalizado en la planificación, organización y ejecución de planes de estudio flexibles). El SAT se ofrece en niveles, de acuerdo a los grados en que se estructuró la formación vocacional: grados 6 y 7 (denominado Impulsor), grados 8 y 9 (Práctico), grados 10 y 11 (Bachiller) y Desarrollo Rural (ver MEN, 2024).

En el marco de estos planes nacionales se han llevado a cabo una diversidad de proyectos y estudios en espacios específicos (Instituciones escolares, localidades o regiones); ver, por ejemplo, Naranjo y Carrero (2017), Lozano (2012), Parra (1996), Perfetti (2003), Carrero y González (2016) y Colbert (1999).

En este complejo panorama, de acuerdo con un informe presentado por el Laboratorio de Economía de la Educación de la Universidad Javeriana (ver LEE, 2024), cerca del 97% de la totalidad de estudiantes en los espacios rurales en Colombia, están matriculados en colegios públicos.

Además, aproximadamente un 70% de estas instituciones educativas no tiene acceso a internet, solo un 40% de éstas cuenta con salones dedicados a la informática, y un contexto en el que solo 50% de los estudiantes que se matriculan en el primer grado de Básica Primaria alcanzan el grado 11, así como los resultados obtenidos en las pruebas Saber 11, en comparación

con los obtenidos en las zonas urbanas. Este informe también refiere "la falta de docentes cualificados y capacitados (muchos de ellos multigrado)" (ob. cit., p. 1), lo cual parece ser un signo común señalado en informes y estudios en esta dirección. Este mismo informe, luego de presentar datos (con base en una encuesta aplicada a estudiantes con edades comprendidas entre los 5 y los 21 años) sobre la percepción de la calidad de la educación durante la pandemia (COVID) (ob. cit., pp. 18-19), sostiene que "La calidad de la educación depende fuertemente en la disponibilidad de docentes capacitados".

Sin embargo, **sin desestimar las correlaciones existentes entre cada uno de los factores incidentes en el hecho educativo, y en particular en lo que respecta a la cualificación y capacitación docente, estos problemas son de naturaleza estructural y sistémica, y no exclusivamente dependientes de la naturaleza de la formación docente**, tal es la posición que se sigue en el marco de esta investigación.

En este sentido, los esfuerzos, planes, acciones y momentos orientados a la solución de estos problemas y para el abordaje de los desafíos relacionados con éstos, deben atender a cada uno de tales factores en el marco de políticas educativas pensadas para tales fines. Pero también en lo que concierne a la educación matemática que se concreta en una Institución en específico y en un curso en particular.

Otro de los desafíos de la educación matemática en el contexto rural

Los estándares internacionales, como los propuestos por la UNESCO, buscan garantizar una educación matemática de calidad universal; sin embargo, su adaptación a contextos específicos, especialmente los rurales e indígenas, una mirada especial.

Sin embargo, la pregunta ¿qué matemática se debe enseñar en un contexto rural e indígena? no tiene una respuesta sencilla. Tal pregunta trasciende la simple selección de una lista de contenidos. Implica, más bien, una profunda reflexión sobre la Pedagogía, la Cultura y la idea de Desarrollo Integral de estas comunidades. Tampoco se resume a la simple adaptación del currículo de los espacios Urbanos. Desde la óptica del autor de esta investigación, esta reflexión pasa por superar los siguientes mitos:

1. **El Mito de la Universalidad:** La concepción que asume la existencia de una matemática universal podría ignorar la riqueza de las matemáticas propias de cada cultura. Las prácticas matemáticas “tradicionales”, presentes en la vida cotidiana de las comunidades rurales e indígenas, son un recurso invaluable que debe ser reconocido y valorado.
Es decir, desde esta posición sería incorrecto entender la educación matemática en estas comunidades como una extensión de la que se da en los espacios Urbanos.
2. **El Mito de las Operaciones Básicas como totalidad de la Matemática Escolar:** Es decir, dejando de lado otras actividades matemáticas, como las descritas por Bishop (1999) y D'Ambrosio (1985, 1990, 2014).

Naturalmente, el desarrollo del pensamiento matemático, la capacidad de razonamiento lógico, la resolución de problemas, la capacidad de abstracción y el pensamiento crítico constituyen competencias transversales y cruciales para el desarrollo personal y social, con independencia del contexto; pero se destaca aquí las especificidades, enfoque y dinámicas propias que adquirirán una naturaleza particular en los espacios rurales e indígenas.

Naturalmente, en el fondo siempre se encontrará la discusión sobre la correspondencia con los estándares internacionales, e incluso, nacionales. Pero, se apunta aquí que, desde la posición del autor de este estudio, no se trata de una Matemática Escolar diferente, sino de una matemática enseñada de manera diferente, y con propósitos específicos.

CAPÍTULO III

ENFOQUE METODOLÓGICO

Contexto General

En aras de alcanzar el objetivo general trazado, se concibió y siguió una investigación de naturaleza cualitativa, fundamentalmente de tipo etnográfica, y con base en un estudio de casos (es especial, la forma en la que se le entiende en Stake, 1998). Como técnicas se emplearon el análisis de documentos escritos, la entrevista semi-estructurada y estructurada, y la observación no participante.

En el fondo se asumió el establecimiento de un “diálogo” entre la teoría, vale decir, de los distintos enfoques de la Educación Matemática vinculados con la construcción e implicaciones de las concepciones en la enseñanza-aprendizaje de la matemática escolar, y de ésta última sobre las primeras, en especial en lo concerniente a la formulación (planteamiento) y resolución de problemas matemáticos, con las posiciones que desde la cotidianidad tienen los docentes al respecto.

Este diálogo se dio en los espacios físicos que abarcó la investigación. Naturalmente, en éste infuyen e influyeron las posiciones teóricas inherentes al investigador; todo ello se entendió como vía para la interpretación y análisis, por una parte, pero también, por otra, para la elaboración de nueva teoría. En otras palabras, se ha entendido a tal elaboración de nueva teoría como estadios de un proceso dinámico y complejo de explicaciones falsables; pero también como espacio de producción de generalizaciones con base en los datos obtenidos, las relaciones halladas entre ellos y el diálogo antes descrito.

Es en ese proceso que se inscribió esta investigación. La amplia bibliografía especializada sobre las concepciones y creencias en el seno de la matemática escolar (referida en el capítulo

previo) da cuenta de ello, en especial en el contexto latinoamericano (pero también en el ámbito internacional).

Sobre el Investigador y sus motivaciones

El investigador ha laborado tanto en la educación primaria como en la educación secundaria, particularmente en el área de Matemáticas, así como en el acompañamiento de los docentes de primaria en todo lo que tiene que ver con el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos. Además de relacionarse con Instituciones ubicadas en espacios rurales (tal es el caso de las Instituciones San Juan de la Cruz, la Escuela Normal Santa Teresita, Aserradero, San Pedro Claver, entre otras). Algunas de éstas tipificadas (o en proceso de tipificación) como indígenas.

En estas instituciones confluyen vectores asociados con el currículo oficial (vinculado con las políticas educativas nacionales), con las pruebas estandarizadas aplicadas periódicamente en todo el país, con los materiales y recursos publicados, recomendados o avalados por el Ministerio de Educación Nacional, con las direcciones que ha tomado la supervisión y acompañamiento de la educación, las características de la formación docente para este nivel de la educación y para los espacios rurales e indígenas, pero también los vectores asociados con las ricas tradiciones culturales de Momil y Purísima (como herencias vivas del pueblo indígena Zenú) y las dinámicas complejas que envuelven a la sociedad moderna. En ese entramado de relaciones, resultaron relevantes para el investigador las preguntas y objetivos trazados en torno a las concepciones sobre planteamiento y resolución de problemas matemáticos en el contexto de algunas de tales Instituciones.

El Estudio de Casos

El actor principal de esta investigación fue el docente de Básica Primaria, en lo concerniente a sus concepciones sobre el planteamiento y resolución de problemas matemáticos. Lo que implicó adentrarse en la estructura que conforman sus ideas y posiciones al respecto, sus prácticas

de enseñanza-aprendizaje, su formación docente, en parte de su experiencia como estudiantes de la Primaria Básica y Secundaria, e incluso, en el contexto de las Instituciones Educativas y de la localidad. En este sentido, se siguió el método de estudio de casos.

Para Yin (1984), este método se relaciona con investigaciones de tipo empírico, que pretende estudiar fenómenos de la vida real. La intención primaria es el análisis en profundidad la naturaleza de cierto(s) caso(s), con apoyo en distintas técnicas (que pasan por la observación, la entrevista, la encuesta, entre otras). Stake (1998) lo describe como “el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p. 11); lectura doble que signó la presente investigación; y diferencia tres tipos de estudios (ver Stake, 1998): intrínseco, instrumental y colectivo (ver el diagrama siguiente).

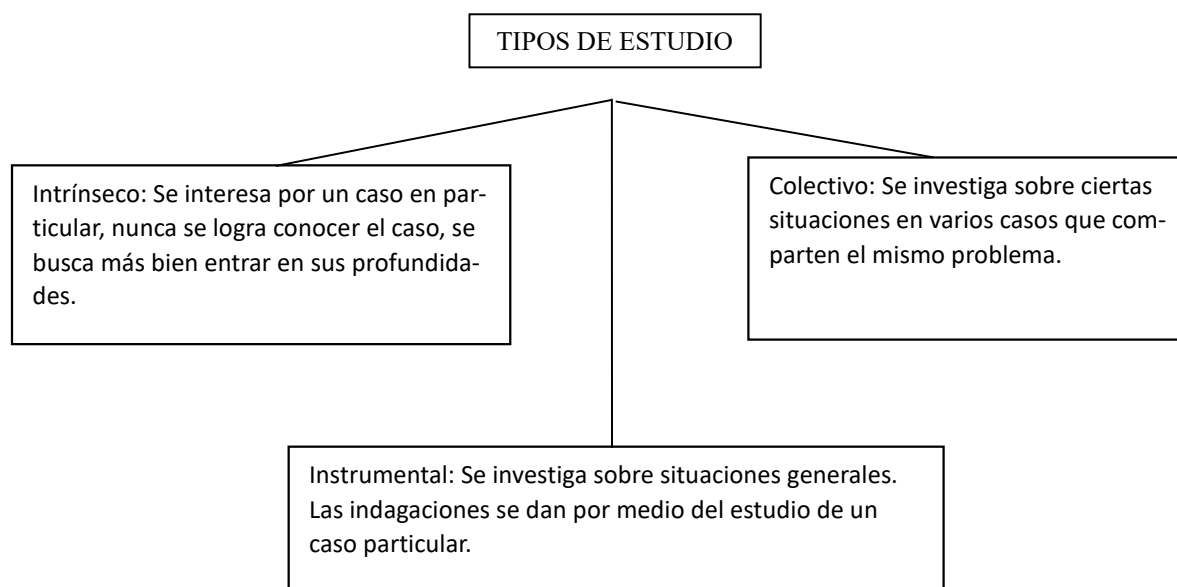


Figura 5. Tipos de estudio de caso. Adaptado de Stake (1998).

Así, esta investigación concibió a cada uno de los docentes participantes como un caso, pero, al mismo tiempo, la integración de ellos se entendió como un colectivo. De esta forma se buscaron elementos que se acercaran al conocimiento de las concepciones en cada uno de estos docentes, pero también, al verlos como grupo (compartiendo los mismos fines de la educación trazada para sus instituciones, el contexto rural e indígena que les envolvía, así como las bondades, potencialidades y dificultades de la institución y de la localidad), hubo interés en los

posibles patrones, tendencias o posicionamientos que les caracterizaran.

Esto es, la investigación, de acuerdo a la clasificación de Stake (1998) fue tanto de tipo intrínseco como colectivo.

Naturalmente, se fue consciente de que la “unicidad” es un criterio central en este tipo de estudios, vale decir, que, aun cuando se estudien varios docentes al mismo tiempo, o bien, varias Instituciones Educativas, cada uno de éstos y de éstas se entiende como una totalidad de la que se busca su comprensión. El anterior es el sentido que se le da en Yin (1984), Stake (1998) y en Simons (2009). Por ejemplo, para este último autor, el estudio de casos se orienta a la:

Investigación exhaustiva y desde múltiples perspectivas de la complejidad y unicidad de un determinado proyecto, política, institución, programa o sistema en un contexto “real”. Se basa en la investigación, integra diferentes métodos y se guía por las pruebas. La finalidad primordial es generar una comprensión exhaustiva de un tema determinado (por ejemplo, en una tesis), un programa, una política, una institución o un sistema, para generar conocimientos y/o informar el desarrollo de políticas, la práctica profesional y la acción civil o de la comunidad.

Por otra parte, es importante hacer explícito que en ningún modo esta investigación se trazó generalizar los hechos, posibles patrones, otros descriptores o el modelo proyectado a otros contextos geográficos e instituciones educativas de nuestro país, aun cuando compartan su clasificación como Instituciones de espacios Rurales o Indígenas.

La razón se encuentra en que, de hacerlo, contradiría o violentaría la esencia y fines propios a los estudios de casos. Su peso o contribución para la teoría, vale decir, para la Educación Matemática como disciplina científica, se encuentra en sus contribuciones al desarrollo de la misma teoría, en el aporte de evidencias empíricas relacionadas con ciertos conceptos o procesos (en este caso, de las concepciones sobre el planteamiento y resolución de problemas matemáticos), así como en una especie de exploración inductiva de los datos recabados enmarcadas en el dinámico y complejo proceso de construcción de la ciencia.

En efecto, las aplicaciones prácticas de los resultados de un estudio de casos pueden estar en la comprensión en sí del o de los casos, en la toma de decisiones por parte del docente en el contexto del aula de matemáticas, e incluso, por parte de los directivos, de la estructura de

supervisión del Ministerio de Educación y de sus Secretarías, e incluso, por parte de la comunidad educativa toda.

Los estudios de casos, suponen, y de esta forma se siguieron en esta investigación, un enfoque que considera distintas dimensiones y factores relacionados con un tema (objeto, proceso, concepto, etc.), como alternativa a los estudios fragmentados, con identificación y control de algunas variables; correspondiéndose con una mirada que podría denominarse “holística”.

Lejanos entonces a las ideas de “muestra”, “generalización”, “grupos control”, entre otras, la validación en los estudios de casos que se pusieron en marcha se haya en la triangulación de fuentes de información. El diálogo que se citó a comienzos de este capítulo es parte de una triangulación.

Se entiende que este proceso de validación es apropiado en investigaciones que incurrieran en contextos culturales particulares, tal es el caso que ocupó en presente estudio.

Sobre la estructuración

Las concepciones, tal como se les ha entendido en el marco de esta investigación, son susceptibles de estudiarse como un sistema, como una estructura. Y éste es un principio que se asume explícitamente. De esta forma, en éstas (en las concepciones) pueden describirse “vectores” que las influyen, pero también vectores que, partiendo de las concepciones, influyen en otros elementos y procesos relacionados. Por poner un ejemplo, las concepciones sobre la resolución de problemas matemáticos podrían influenciar la manera en que se defina el aprendizaje de la matemática escolar, o bien, podría darse una influencia en sentido contrario. Todo esto tiene que ver con el “principio de estructuración”, es decir, con la idea de asumir que **resulta posible estudiar (y comprender) la realidad desde su representación como una estructura**. Tal principio, como se ha mostrado, concuerda con la noción de concepción que se manejó. Este principio, naturalmente, no es exclusivo al campo de investigación que se ha seguido, sino que se asocia con una de las formas de definir a la investigación científica y a la ciencia en sí misma.

En trabajos como el de Monk (1995) este principio se relaciona con una manera de

profundizar en las características de las concepciones en diferentes ámbitos. Para este autor, tal principio consiste en partir del hecho de que las diferentes concepciones de una misma persona no son dispersas sino que se estructuran en un sistema de más alto nivel. Reportes como el de Oliva (1999) se han apoyado en este principio para estudiar niveles de estructuración de las concepciones de un grupo de estudiantes (sobre un constructo teórico en específico). Así, la estructuración como principio caracteriza el paradigma que acompañó la simbiosis teoría-método-técnicas desarrollada para esta investigación, y, al mismo tiempo, proporcionó una óptica para abordar las concepciones de los docentes como constructo cognitivo y práctico.

El marco geográfico y ambiental que envolvió la investigación

Las Instituciones en las cuales se llevó a cabo la investigación fueron Aserradero, San Pedro Claver y Betulia, ubicadas en los municipios Momil y Purísima, en el Departamento de Córdoba; municipio cuyos espacios son herencia de la antigua y rica cultura Zenú, así como de las complejas marcas asociadas a la Colonia y a la modernidad republicana. De hecho, las regiones que éstos abarcan representaron uno de los mayores asentamientos indígenas del país a lo largo de 2.500 años (aproximadamente). El reporte de los esposos Reichel-Dolmatoff (1956) da cuenta de parte de las dimensiones de la cultura Zenú.



Figura 6. Ubicación de los Municipio Momil y Purísima (en el Departamento de Córdoba, Colombia). Fuente: Sociedad Geográfica de Colombia, IGAC (2002).

En estas instituciones laboran los docentes participantes en el estudio de casos. Una de las características del Municipio tiene que ver con su altitud (ver la figura 7). Su punto más alto se encuentra a 258 m.

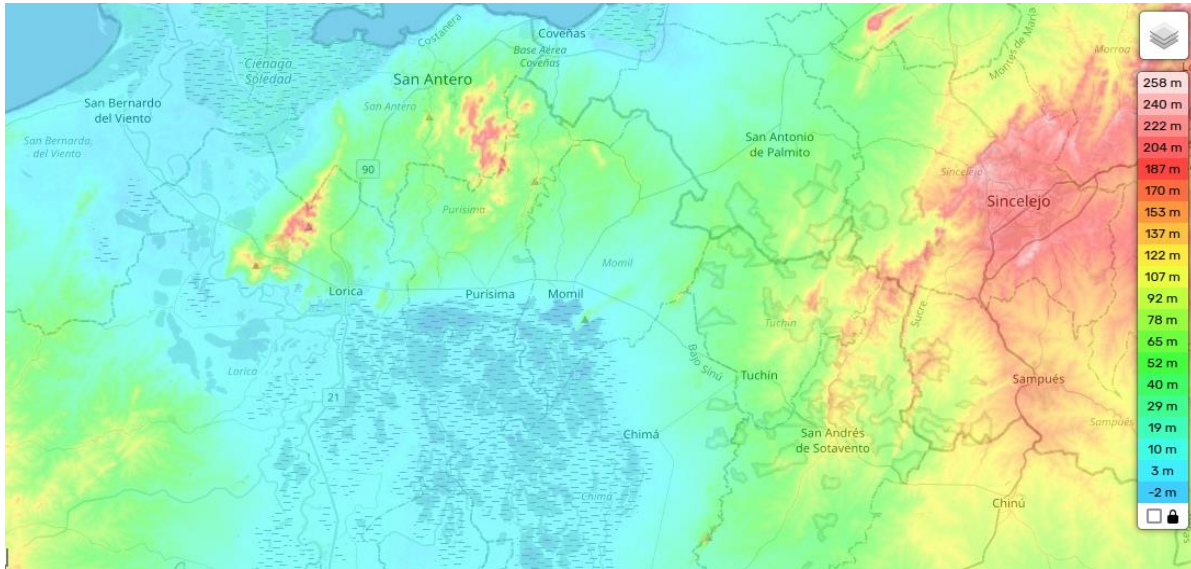


Figura 7. Mapa de altitud del Municipio Momil. Fuente: <https://es-co.topographic-map.com/map-446mt/Momil/?center=9.2372%2C-75.67623>

No obstante, extensas regiones tienen una altitud menor a los 10 m, lo que, junto con sus condiciones geomorfológicas y ambientales, e incluso, de las transformaciones que el hombre ha hecho del entorno (desviación del cauce de los ríos, construcción de represas, conversión desde la agricultura como actividad principal hacia la ganadería en proporciones enormes, deforestación, sin dejar de lado a los efectos de la crisis climática mundial, etc.), le hacen propenso a las inundaciones. De hecho, éstas han tenido afectaciones importantes a la dinámica de la población, y naturalmente, en el ámbito de la educación. La ciénaga que bordea a estos Municipios sube de nivel a partir del mes de septiembre (como producto de la temporada de lluvias que le es propia y del proceso de alivio que regularmente se hace en la represa Urrá, en el alto Sinú del Departamento), implicando el desbordamiento de un importante caudal de agua. Ha sido reiterado entonces la desocupación temporal de las viviendas aledañas, y la habilitación (como refugios o albergues) de los colegios. Esto ha sido así, fundamentalmente en las zonas urbanas, en los poblados a orillas de río y a orillas de la ciénaga. En el campo rural las afectaciones por desbordamiento no han alcanzado los niveles de las zonas urbanas.



Figura 8. Una perspectiva de las inundaciones en Momil. Fuente: <https://www.eluniversal.com.co/regional/2009/09/27/las-inundaciones-golpean-a-momil/>



Figura 9. Un aspecto de las inundaciones en el M. Purísima. Fuente: rionoticias.co

Estas inundaciones periódicas han afectado a toda la actividad económica de estos Municipios (agrícola, en especial a los sembradíos de maíz y de yuca, por ejemplo, e incluso a actividad pecuaria). En especial a la economía llamada comunitaria (o cercana a la actividad concreta del común de las familias). Es en este complejo de fenómenos y procesos que se enmarcan la enseñanza y aprendizaje en el seno del aula, los proyectos que cada año define cada Institución,

procesos como la supervisión educativa, la evaluación, etc.

Los docentes y las Instituciones

Instituciones / Aspectos	N° doc. part.	Denomina-ción	Edad (tiempo de servicio)	Título profesional
A	3	Docente 1 Docente 2 Docente 3	66 (11) 45 (10) 63 (12)	Lic. en Educación Infantil (Universidad de Córdoba) Lic. en Educación Infantil (Universidad de Córdoba) Lic. en Pedagogía Reeducativa (Fundación Universitaria Luis Amigó) / Especialista en Ética y Pedagogía
B	2	Docente 4 Docente 5	62 (12) 47 (10)	Lic. en Educación Infantil con énfasis en Matemáticas Lic. en Educación Infantil (Universidad de Córdoba)
C	1	Rectora	48 (18)	Director y administrador de Empresas con énfasis en Marketing (Universidad de Sucre)

Tabla 2. Instituciones y docentes participantes en el estudio de casos. A, B y C refieren a las Instituciones Educativas *Betulia*, *San Pedro Claver* y *Aserradero*, no exactamente en ese mismo orden (se codificaron de esa forma con la intención de proteger la privacidad de los Docentes y la Rectora participantes).

En la tabla adjunta se han descrito las instituciones en las cuales se llevó a cabo el estudio de casos, así como los docentes participantes en cada una de éstas. Además, se ha agregado información relativa a su edad, su tiempo de servicio docente y su título profesional.

Se emplearon etiquetas para la denominación de los docentes. La selección de tales instituciones obedeció a los aspectos antes referidos, así como a las motivaciones del investigador descritas en este capítulo.

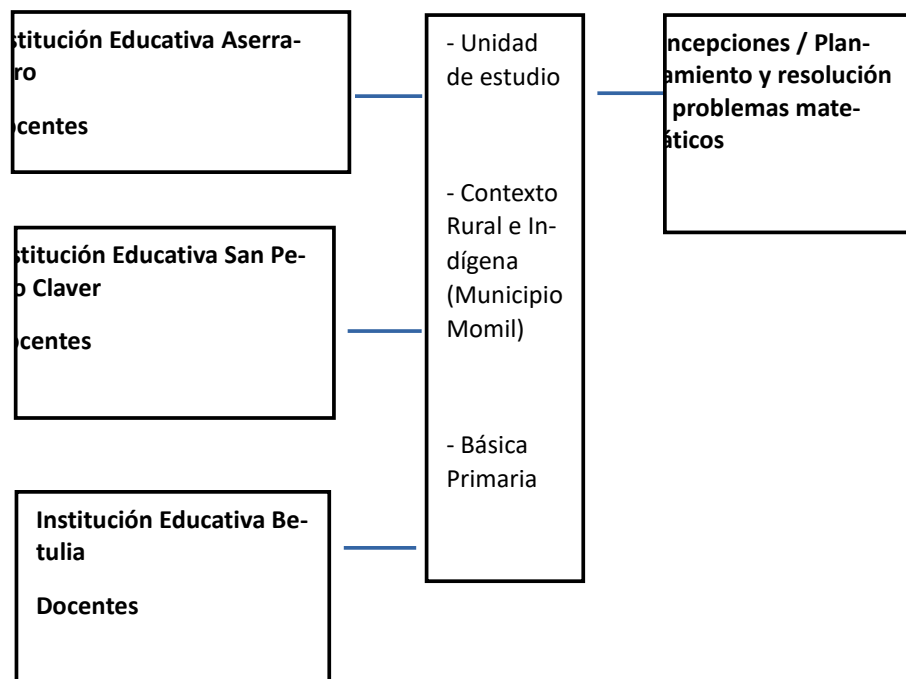


Figura 10. Las unidades de

estudio: Los Docentes participantes y las Instituciones Educativas Aserradero, San Pedro Claver y Betulia.

Así, cada una de estas instituciones y sus Docentes participantes se consideró como una unidad, cuyo estudio fue medular para describir una “situación” que las envuelve, es decir, a parte de la estructura que conforman las concepciones de estos docentes sobre el *planteamiento y la resolución de problemas matemáticos* -tal como se señala en Rodríguez, Gil y García (1999); ver también los reportes de López (2013) y de Stoeker (1991). Estos autores describen a la situación en estudio como una “problemática”, no obstante, se ha empleado el primero de los términos por considerarlo pertinente con la naturaleza del constructo central que ocupó a esta investigación. La figura 10 muestra las unidades contempladas.

Sobre el juicio de expertos en el proceso de validación del instrumentario

Con la intención de definir un instrumentario acorde con los propósitos previstos, los guiones de entrevista, cuestionario y hoja de observación diseñados *ah hoc* (descritos en las secciones que siguen), fueron sometidos a la opinión y juicio de expertos (Escobar y Cuervo, 2008). A tal

efecto se atendió a los criterios: (a) la experiencia en la dirección de tesis doctorales en Educación y en Educación Matemática en Latinoamérica, (b) la trayectoria en el ámbito de las publicaciones arbitradas, (c) y, naturalmente, la disposición a participar. Tanto la invitación como la revisión e interacción se llevó a cabo a través de Internet. Participaron 2 expertos, lo cual se halló en el rango recomendado: ver, por ejemplo, Lynn(1986).

Los pasos seguidos para el juicio de expertos fueron:

1. Alistar los guiones de las entrevistas, el cuestionario y la hoja de observación,
2. Seleccionar los expertos,
3. Enviar el instrumentario a los expertos junto con la descripción del contexto que envolvió la investigación y sus objetivos, así como los objetivos del juicio en sí mismo (vale decir, valorar la pertinencia de los instrumentos con respecto a la información necesaria para caracterizar las concepciones de los docentes),
4. Abrir espacios de discusión e intercambio de ideas, observaciones y valoraciones a través del correo electrónico,
5. Alcanzar acuerdos en cuanto a los ajustes propuestos (proceso en el que participó el autor de esta investigación, el tutor y los expertos). Todos estos pasos se llevaron separadamente, con cada uno de los expertos (sin emplear el método *Delphi*).

En esto se fue consciente de la posibilidad de que se generaran desacuerdos continuos, pero se supuso solventarlos a través de la discusión entre pares. A tal efecto se diseñó un instrumento de valoración para los expertos (ver el anexo IX), que contempló aspectos relacionados con la complementariedad de los ítems, su claridad, coherencia y relevancia.

Sobre el tipo de entrevistas que contempló el estudio

La entrevista se entendió como un medio de obtención de datos de primera fuente (los docentes y la rectora) con fines en la indagación.

En la búsqueda de información detallada y complementaria, en la manifestación de sus reacciones, y en la evocación de sucesos pasados.

En la clasificación usual de las entrevistas, vale decir, las de tipo estructurado, semi-

estructurado o no estructurado (ver el diagrama expuesto), se optó por diseñar y aplicar entrevistas de los dos primeros tipos.

Además, en los distintos instrumentos diseñados y aplicados en esta investigación se hizo peso en las preguntas de tipo abierto. Aunque uno de los instrumentos aplicados se apoyó en preguntas cerradas (con opciones de respuesta pre-establecidas), tal es el caso de la adaptación que se hizo del cuestionario de van Vaerenbergh (2019) (descrito más adelante en este mismo capítulo).

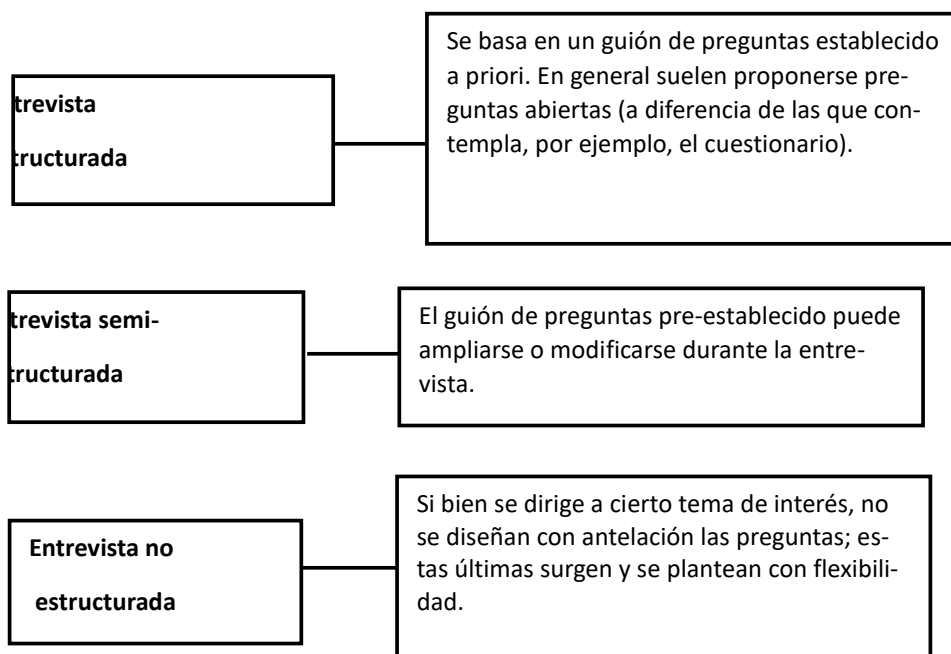


Figura 11. Clasificación usual de los tipos de entrevista.

Naturalmente, no se asumió como correcta o incorrecta una determinada respuesta (tanto en las entrevistas como en el cuestionario), respetando el sentido que se le da a este tipo de instrumento/técnica (ver, por ejemplo: Arias, 2020) en este tipo de investigación. Todas las respuestas constituyeron un aporte importante para desvelar el sistema que conformaron las concepciones de los docentes participantes, en consonancia con el principio de estructuración que se expuso en este capítulo.

La recolección de los datos y los instrumentos

Una primera fase de la recolección de datos tuvo que ver con el diálogo descrito. Los distintos documentos curriculares, pero también de tipo histórico, socio-económico y cultural, permitieron un acercamiento a la descripción e interpretación del contexto que envolvía tanto a las Instituciones como a los docentes participantes. En esta primera fase, además, se realizaron entrevistas iniciales con los directivos y docentes, con el objeto de presentar la naturaleza y fines de la investigación, así como solicitar su participación en ella.

Una segunda fase se apoyó en una serie de entrevistas y en un cuestionario, así como en la revisión constante de la teoría inherente a las concepciones, al diseño curricular, a la resolución y planteamiento de problemas matemáticos como una de las partes centrales del currículo en Colombia, las visiones que sobre ello coexisten en otras latitudes, e incluso, en la observación de parte de la práctica de aula asociada con esta competencia.

En virtud de que las concepciones sobre el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos pasa, tal como se entiende en el marco de esta investigación, por la posición que se siga en cuanto a la matemática escolar, la actividad del estudiante, los problemas matemáticos y otras actividades desarrolla y/o propuestas, e incluso, sobre el aprendizaje de la matemática y la educación matemática que se concibe y concreta en los espacios rurales; se buscó información sobre cada uno de estos aspectos a través del instrumentario descrito de seguidas (y expuesto en los Anexos).

Sobre el Guión de entrevista (parte 1): El acercamiento a las concepciones de los docentes sobre la **matemática escolar** se hizo a través de una entrevista semi estructurada, en la cual se recabaron sus opiniones sobre el porqué los estudiantes deben aprender matemáticas en la escuela, los contenidos que consideran importantes, las dificultades que, de acuerdo a sus consideraciones, tienen el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, los recursos que han utilizado en la clase de matemáticas, e incluso, abrir un espacio para que describieran su experiencia como estudiantes de matemáticas en la escuela, y la visión que tiene en el tiempo presente, desde su rol como docentes.

Esta información se consideró relevante, habida cuenta de las potenciales implicaciones

que tienen las concepciones (del docente) sobre la matemática sobre su práctica profesional -tal como se refiere en los estudios de Ponte (1994a, 1994b, 1994c), Gómez (2000), García, Azcárate y Moreno (2006) y Vila y Callejo (2004). El estudio de Donoso (2015), también basado en las concepciones y creencias de los profesores de la Escuela Primaria (en este caso en Chile) se apoyó en la entrevista como una de sus principales fuentes de obtención de datos; y algunas de las preguntas planteadas a los docentes coinciden con las planteadas aquí (en tal estudio se obtuvo información, también, sobre el papel del error en el hecho didáctico y sobre las consideraciones de los docentes en cuanto a lo que significa un “buen estudiante” y un “buen docente”).

En esta entrevista también se abordó el tema de la posible relación de la Matemática escolar con la realidad, precisamente por constituir una importante demanda, al menos desde los espacios de investigación, al currículo escolar y a las políticas educativas en general. La inclusión de este tema, obedece, también, a su estrecha relación con la resolución de problemas como actividad medular a las Matemáticas.

Otro de los puntos que contempló esta primera entrevista se basó en la pregunta: ¿cómo influye el contexto rural (en particular, el contexto rural de los municipios Momil y Purísima) en la Matemática escolar?, con la intención de obtener información de sus percepciones al respecto, en especial por su relación con la necesaria discusión curricular en espacios con condiciones muy específicas en cuanto a lo geográfico, político, cultural y económico, y, aun cuando se han dado aportes teóricos en esta dirección (en el ámbito Latinoamericano), son pocos los trabajos publicados al respecto en nuestro país.

Sobre el guión de entrevista (parte 2): El estudio de Moreano, Asmad, Cruz y Cuglievan (2008) obtuvo datos sobre la participación del estudiante, el trabajo en grupo, la motivación, y sobre el rol del estudiante en el aprendizaje; aspectos que consideré para la elaboración del guión de entrevista en su segunda parte, aplicado a los docentes. A estos aspectos se sumaron los concernientes a: las actividades que encomendaba a sus estudiantes durante la clase y luego terminada ésta, así como su opinión sobre las actividades que consideraba favorables para el aprendizaje de la Matemática, y si sus clases se basaban en alguna teoría, modelo o Idea sobre el aprendizaje y la enseñanza. Con esto se buscó compilar información sobre la **actividad del estudiante**, una de las categorías que establecí “a priori” (desde la perspectiva de los docentes).

La entrevista se planificó para su concreción en forma de diálogo, cuidando que se llevara a cabo en un espacio y momento dispuestos por cada docente. Además, aclarando previamente la confidencialidad de los casos y de las instituciones participantes en esta investigación, se solicitó el consentimiento para registrarlas en audio, en caso de no darse ello, se contempló la posibilidad de tomar apuntes escritos de las intervenciones de cada docente, tratando de sintetizar sus ideas y planteamientos, y, justo al terminar la entrevista, ampliar (inmediatamente) tales apuntes.

Sobre el guión de entrevista (parte 3): otra de las entrevistas se dedicó a obtener información sobre la forma en la que los docentes entienden a los **problemas matemáticos**, otro de los conceptos medulares en esta investigación. En particular, planteamos las preguntas: ¿Puede compartir su definición de problema matemático?, Los problemas matemáticos que propone a sus estudiantes, ¿los toma de los libros escolares, de fuentes disponibles en internet, son de su propia elaboración...?, ¿Los relaciona con la realidad y el contexto, con los algoritmos, con otras disciplinas? y, ¿en qué aspectos favorecen los problemas matemáticos a la formación de los estudiantes?

Sobre el Cuestionario: El estudio de van Vaerenbergh (2019) se dedicó a la influencia de algunos aspectos que abarca la dimensión afectiva en el aprendizaje de las Matemáticas y en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes para docentes de primaria, en especial atendiendo al género. La investigación se llevó a cabo con 110 estudiantes, a cada uno de los cuales se le administró un cuestionario.

Los 21 ítems que este instrumento contempló recabaron información sobre las creencias que estos tenían sobre la idea de problema matemático, sobre su enseñanza y aprendizaje, sobre su papel como resolutor de problemas matemáticos, y sobre sus actitudes, reacciones y valoraciones de la educación que hasta ese momento habían recibido en el marco de su formación Universitaria. Las respuestas de los estudiantes tuvieron como opciones: muy en desacuerdo, en desacuerdo, de acuerdo y, y muy de acuerdo.

Este instrumento sirvió de base, con algunas adaptaciones, para la elaboración de un cuestionario que se utilizó con los docentes participantes en esta investigación.

Tal cuestionario se aplicó con posterioridad a las tres entrevistas antes señaladas. Sin

embargo, no con el objeto de estudiar relaciones o diferencias entre las concepciones o creencias atendiendo al género, sino con el de recabar nuevos elementos que, tal como se asumió, forman parte del sistema de concepciones y creencias asociadas a la resolución de problemas matemáticos por parte de los docentes. En este caso se les propuso a los profesores participantes en el estudio, colocarse en el papel de estudiantes, es decir, responder cada uno de los ítems ubicándose como estudiantes de primaria, tratando de evocar recuerdos de aquellos momentos y experiencias.

Las adaptaciones que se hicieron al instrumento de van Vaerenbergh (2019) tuvieron que ver con la incorporación de ítems relacionados con la educación matemática en el contexto rural.

En estas direcciones (referidas a la investigación de las creencias y concepciones atendiendo a su dimensión afectiva y a las que se construyen en un contexto rural) existen muy escasos trabajos publicados. Ver, por ejemplo: van Vaerenbergh (2019), Turner, Torpe y Meyer (1998), Tzohar-Rozen y Kramarski (2014) y Caballero, Blanco y Guerrero (2008).

Si bien las respuestas a este cuestionario obedecieron a una escala de Likert, éstas sirvieron como insumo para compararlas con la observación de algunas de sus sesiones de clase, esto es, como parte del proceso de “triangulación”, interpretación y análisis planteado.

Al Docente 6, quien ocupó para el momento de esta investigación el cargo de Director de una de las Instituciones Indígenas, se entrevistó con base en el guión de entrevista sobre la matemática escolar (el cual se adaptó en correspondencia con su cargo de responsabilidad. Ver el Anexo VIII), se aplicó el cuestionario y el guión sobre la resolución de problemas, y sobre el aprendizaje de la matemática. Estos otros sin adaptaciones.

Ello se hizo con la intención de obtener información sobre tales aspectos desde la perspectiva de la gestión educativa.

Sobre la observación de clase

Una de las dimensiones que se consideró en el proceso de obtención de datos fue la observación de clase, en especial de sesiones de clase dedicadas al planteamiento y solución de problemas matemáticos. Si bien, los docentes podrían mostrar buena disposición a ser observados y a compartir sus experiencias en ese sentido, también existió la posibilidad de que no fuese así; ver, por ejemplo, los reportes de Magaña y Flores (2015), Richards y Farrel (2005) y Bailey (2006).

Para las primeras autoras citadas antes, la “observación de los compañeros es tanto una estrategia potencialmente beneficiosa y no amenazante para el desarrollo docente que permite a los maestros no sólo aprender de los comentarios de los colegas, sino también reflexionar sobre lo que observamos y vemos a nosotros mismos a través de nuestra propia práctica” (Magaña y Flores, ob. cit.). La observación que se proyectó atendió a estas ideas, pero además se pensó como una forma de triangular la información dada por los mismos docentes, en tanto permitiría contrastar las ideas y posición que verbalizaron en las entrevistas y en el cuestionario su práctica.

No obstante, los cinco docentes con labores en aula, expresaron su incomodidad con el hecho de ser observados en clase, y no dieron su consentimiento para ello. El plan consistía (en los casos en los que se hubiese dado el permiso del docente) en pautar la presentación del investigador con el grupo de estudiantes y de sus objetivos, observar la clase (de forma no participativa), registrar por escrito la descripción del planteamiento y de la resolución de los problemas matemáticos en la clase (en el instrumento expuesto en los Anexos, denominado hoja de observación), y tomar nota de otros aspectos relevantes y de las preguntas que, producto de la observación, se harían posteriormente al docente.

Sobre el análisis e interpretación de los datos

De los datos recabados en las entrevistas, el cuestionario, y la hoja de observación emergieron aspectos, conceptos y relaciones que permitieron construir una aproximación a las concepciones que sobre el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos poseía cada uno de los docentes participantes. También, se examinaron los textos o libros que emplearon en las clases, o bien, que el docente recomendó a sus estudiantes como material de consulta o como fuente de ejercicios, problemas u otro tipo de actividades.

Para ello se utilizaron elementos del análisis del discurso (en especial, el interés estuvo en describir la estructura que cada libro proponía para el proceso de solución de problemas matemáticos, si los problemas eran fundamentalmente algorítmicos o implicaban otros tipos de actividades y procesos matemáticas, si se correspondían con el contexto o no, si se relacionaban con otras disciplinas, si eran internos a la matemática, y si eran de solución única o no) -en virtud de que tales elementos se consideraron relevantes para las concepciones de los docentes.

El análisis del discurso que se llevó a cabo con los libros de matemática utilizados por los docentes y estudiantes durante el lapso en el que se realizó esta investigación, se concentró en (a) distinguir el tipo de problemas expuestos y propuestos (en los libros), en especial si eran internos a la matemática (por ejemplo, basados en operaciones y sus propiedades o en conceptos), si se relacionaban con el contexto o con la realidad, (b) si se enfatizaba en cierta estructura de solución, y (c) si eran problemas de solución única, o bien, si tenían más de una solución posible.

Esta técnica de análisis se apoyó en las consideraciones fundamentales que planteó Santander (2011), vale decir: (1) la apertura de técnicas a utilizar, y (2) la pregunta orientadora fundamental “qué busco en este texto” (cuya respuesta correcta, de acuerdo con este autor se basa en “recorrer a la problematización inicial y a la pregunta de investigación que motiva mi interés” (ob. cit., pp. 215-216).

Se tuvo en cuenta que de la interacción con los docentes, más allá del interés central en la descripción de sus concepciones como sistema, surgirían temas o conceptos (categorías, por llamarlas de algún modo) que ameritarían su interpretación y análisis. Por tal razón, en el capítulo siguiente se incluyeron algunas secciones no previstas inicialmente.

CAPÍTULO IV

LOS HALLAZGOS, SUS SENTIDOS Y EL MODELO DE LAS CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES

Un Acercamiento al Contexto de las Instituciones

Con antelación a la selección de las Instituciones y docentes participantes en la investigación, se había dado ya un acercamiento o “diálogo” (precisamente atendiendo a uno de los principios de los estudios de casos) del investigador con: (a) el cuerpo de las condiciones geográficas, históricas, sociales, culturales y económicas de las comunidades rurales que conforman Momil y Purísima, (b) con los descriptores (desde el punto de vista de la evaluación de los estudiantes en las pruebas nacionales e internacionales), (c) con los enfoques que al respecto se han dado en el seno de la Educación Matemática como disciplina científica, (d) con el currículo oficial vigente que norma la Primaria Básica en el ambiente rural e indígena (incluyendo a los materiales escritos, tal es el caso de las cartillas o libros de texto, que se han utilizado en estas comunidades), (e) además de la revisión de algunas posturas teóricas vinculadas con el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos.

Este “primer” diálogo, precedió a la interacción con los representantes de la gestión educativa en las instituciones seleccionadas para este estudio. Inicialmente, se seleccionaron: la Institución Educativa Aserradero y la Institución Educativa San Pedro Claver como espacios, fuente y fin del estudio de casos. Selección que obedeció, por un lado, a su ubicación en espacios rurales de Momil y Purísima por parte del Ministerio de Educación Nacional, al hecho de que estos Municipios fueron el mayor asentamiento del pueblo indígena Zenú, a su ubicación en localidades caracterizadas por actividades económicas basadas no solamente en la agricultura, sino también en la artesanía, pero, al mismo tiempo, con relaciones complejas con las comunidades aledañas (como por ejemplo, Sacana, Sabaneta, Clorisán y Betulia); y por otro lado, por su caracterización

como Instituciones indígenas.

Es por estas razones que se decidió no utilizar seudónimos para las Instituciones participantes (mas sí para los docentes participantes).

Una de las potencialidades observadas por el investigador en el contexto rural que envuelve a estas instituciones es que los padres de familia, a pesar de que son personas que no tienen condiciones económicas estables, sino más bien “fluctuantes”, siempre han valorado el estudio de los niños. Ello representa, en sí mismo, un valor agregado a la educación en estos espacios; sin embargo, en tales objetivos deben afrontarse grandes debilidades que han caracterizado a la educación en el contexto rural durante las últimas décadas, y es precisamente la carencia de herramientas y medios tecnológicos como soporte a las actividades académicas, así como de laboratorios dedicados a las ciencias naturales (Física, Química, Biología, entre otras), e incluso, de espacios físicos dedicados a las Matemáticas (es especial como estímulos al desarrollo de actividades vinculadas con la creatividad, con el arte, la naturaleza y a su conexión con otras disciplinas y con la realidad).

Además, varias Instituciones de la región siguen en la actualidad un proceso de tipificación indígena, habida cuenta de su correspondencia con las poblaciones indígenas que históricamente han hecho vida en la localidad, así como en el importante papel que han desempeñado en la preservación de tradiciones culturales e históricas, e incluso, cosmogónicas.

La Institución Educativa Aserradero es ya catalogada como indígena por parte del Ministerio de Educación Nacional. La Institución Educativa de Betulia también lo es, y la Institución Educativa San Pedro Claver se encuentra en las etapas finales de los procesos administrativos que ello amerita. Estas instituciones no manejan el PEI como instrumento rector de su currículo, sino que manejan el PEC (Proyecto Educativo Comunitario), es decir, su objetivo central es la preservación de la cultura de los pueblos indígenas.

Así, como parte del resguardo San Pedro Alcántara de la Sabaneta (que incluye a Momil, Aserradero, Purísima, Sabaneta, Sacana, El Hueso, el Pretexto y algunos territorios en Sucre), el PEC en cada una de sus Instituciones debe corresponderse con la cultura indígena que le es propia.

En este sentido, en las Instituciones que abarcó el estudio de casos trazado, siendo parte

integrante de San Pedro Alcántara de Sabaneta, sus PEC deben corresponderse con el barro, vale decir, con el concepto de “amasar vida”. Así, estudiantes, profesores y comunidad educativa en su conjunto, y la Institución como espacio físico, se convierten en actores de la preservación de las costumbres, y en general de la cultura del pueblo Zenú.

En estas Instituciones se han desarrollado experiencias de fabricación de figuras de barro (como representaciones de miembros del pueblo indígena Zenú), en atención al hecho de que Momil y Purísima fueron el puntos de convergencia para el indígena Zenú; desde donde se desplazaron hacia otros lugares (con el nomadismo).

En el denominado bajo Zenú, una fuerte tradición se basó en el barro. Es por esa razón que adquirieron un significado especial expresiones como “amasar barro” o “amasando el barro”. El pueblo Zenú en lo que hoy en día es San Andrés, Sotavento, Tuchín y parte de Sucre, hablan también de la “trenza” y de “trenzar vida”, asociado, precisamente, a la elaboración de los sombreros “vueltaíos”.

En este contexto, amasar el barro y trensar fibras naturales, en el marco de las acciones concretas artesanales, tal es el caso de la elaboración de vasijas y otros utilencios de arcilla cocida, así como del tejido del sombrero “vueltaío”, alcanzaban lo espiritual en el sentido de entenderlas como formas de relacionarse con el mundo, como parte de su cosmovisión, vale decir, como representaciones de la humanidad o como ofrendas.

Aunque también, naturalmente, sus artesanías tuvieron fines domésticos y utilitarios.

De hecho, la alfarería y el tejido de fibras vegetales, formaron parte de los oficios de los pueblos indígenas en todo el continente, y se entendían relacionadas con la habilidad, la capacidad, con el diálogo en su mente y en su corazón, con el deleite por el proceso y por lo creado.

Ollas, vasijas, platos, utensilios diversos, cestas, bolsos y sombreros, formaron parte de las creaciones artesanales propias del pueblo Zenú, en la región en la que actualmente se encuentran las Instituciones que formaron parte de esta investigación.

Sin embargo, debe aclararse que tal selección en ningún modo respondió a la idea de la representatividad de estos casos, sino al propósito de adentrarse en el estudio a profundidad de éstos, como parte de la lectura necesaria a la que está llamada la Pedagogía o Educación Matemática en Colombia, habida cuenta del peso que en ella tiene la educación rural e indígena (tanto

si se le mira cuantitativamente, por el porcentaje de la población nacional que reside en estos espacios, como por el porcentaje de la matrícula estudiantil que hace vida en este nivel de la educación.



Figura 12. Artesanías que son herencia del pueblo Zenú.



Figura 13. Algunas piezas de barro propias del pueblo Zenú.

En el PEC de las Instituciones Educativas que hacen vida en estos pueblos se no se nombra un “representante” o “personero” que dirija las distintas actividades orientadas a rescatar estas tradiciones culturales e históricas y hacerlas parte de la cotidianidad en el presente, sino que se designa un “cacique estudiantil” o “capitán estudiantil” (como una forma de vincularse con los **cabildos indígenas** y su estructura conformada organizativa).



Figura 14. El sombrero “vuelto”. Fuente: es.wikipedia.org/wiki/Sombrero_vuelto

En el acercamiento inicial a estas dos instituciones, se dieron reuniones con sus directores académicos.

En éstas se presentó la investigación que tenía proyectada, así como los objetivos concretos trazados, pero en especial se abordó el tema del resguardo de los datos de identificación tanto de los docentes que accedieran participar en el estudio como de sus estudiantes, representantes y directivos. Tales datos serían, se explicó, cambiados por seudónimos (en el instrumentario, aplicado en el registro de las observaciones correspondientes, en el informe escrito de la investigación, así como en las presentaciones sobre orales que de ésta se derivaran. Y esto incluiría, e incluyó, el reporte escrito y el gráfico (como por ejemplo el fotográfico).

Por ejemplo, en el caso de la fotografías tomadas dentro de las instituciones y en los espacios aledaños a éstas, se tuvo el cuidado de que los estudiantes que allí aparecieran estuviesen de espaldas a la toma. Y, en el caso de los instrumentos, y de la referencia a los docentes en el cuerpo de la investigación, decidimos utilizar como etiquetas: docente 1, docente 2, etc.

También se explicó el tiempo que implicaba la aplicación de los instrumentos y otros procesos relacionados con la investigación en los espacios físicos de estas instituciones.

Uno de los acuerdos de estas reuniones iniciales fue consignar, como investigador, una comunicación escrita en la que se solicitara el permiso de acceso a estas instituciones y se reseñara cada una de las actividades a desarrollar durante la permanencia en éstas.

El paso siguiente consistió en contactar a algunos docentes, con el visto bueno de los directivos, y proponerles participar en el estudio. En este punto es importante señalar que no todos los docentes decidieron participar en la investigación, manifestando su inconformidad con el hecho de que fuese observada la actividad académica que desarrollaban junto a sus estudiantes en el contexto del aula, aún habiéndose aclarado el respeto al anonimato y el hecho de entender a la observación como un proceso entre iguales, que es natural a la reflexión, práctica y formación docente.



Figura 15. Una de las piezas de barro (conservadas en el Museo Manos al Barro, ubicado en Momil, Córdoba).

Inconformidad que ha sido también reseñada en algunos estudios internacionales que involucraron la observación de la actividad de enseñanza y aprendizaje en el aula (ver, por ejemplo: los reportes de Corcelles-Seuba, Miquel y Durán, 2023; Hendry y Oliver, 2012, y Rosselló y De la Iglesia, 2021).

De hecho, la observación por pares, o entre iguales, es entendida los efectos de esta investigación como una potente herramienta para la concreción de las transformaciones necesarias en educación. Países como Australia o el Reino Unido, y en nuestro continente, en los Estados Unidos, esta práctica ha sido común, no obstante, en el resto de nuestros continentes, e incluso en el ámbito iberoamericano, ellos no ha sido así. España, Por ejemplo, ha incursionado recientemente en esta dirección, a través de estudios piloto que han abarcado a más de 900 docentes en una misma localidad.



Figura 16. Una visión de los espacios abiertos en Aserradero.

Estas prácticas representan también una alternativa de incidencia sobre el modelo de la escuela o institución rígida y resistente a las transformaciones que demanda la sociedad en el tiempo moderno, así como los aportes de la educación matemática como disciplina científica.

Ésta es la idea que se quiere destacar sobre la “actividad de observación de las sesiones de clase”. Es decir, la observación que se planeó y desarrolló en estas instituciones educativas, se correspondió con el modelo de colaboración que ha distinguido la literatura especializada en este

sentido, y en modo alguno con el de supervisión (tal como se distingue, por ejemplo en Gosling, 2005).



Figura 17. Uno de los espacios aledaños a la Institución San Pedro Claver.



Figura 18. Entrada principal de Aserradero.

En todo caso, se ha sido consciente de que el enfoque o modelo con el que se lleva a cabo la observación entre pares es susceptible de variar, dependiendo del observador, de la relación que se construya con el docente observado (y con sus estudiantes), de los objetivos que se hayan asumido y de la forma en que se comuniquen las ideas producto de la observación (estos aspectos coinciden con los señalados por Murillo, 2003). Por ejemplo, en cuanto a la retroalimentación que se espera luego de las observaciones en aula, (1) la calidad de la comunicación por parte del

observador, (2) la ubicación de un espacio y tiempo para que ésta se dé (en espacial en el contexto de la Primaria Básica), y (3) lo oportuno de ésta, es decir, el hecho de que se haga justo después de la sesión de clase observada, son algunos de los factores que incidirán en la forma o estructura del modelo de observación puesto en práctica.

Esto es, el modelo no dependerá, exclusivamente del observador, sino más bien de ese contexto en el que participan observador, docente, estudiantes, directivos y otros miembros de la comunidad escolar. Sin embargo, la resistencia a la observación de la actividad de enseñanza-aprendizaje por parte de algunos docentes, e incluso, por parte de los estudiantes y de miembros de la gestión (directivos y supervisores) siempre será una posibilidad práctica, tal como se dio con los docentes participantes en el estudio (en ambas Instituciones). El estudio de Lomas y Nicholls (2005) da cuenta del temor manifestado por un grupo de docentes ante la observación en aula, así como del posible impacto negativo sobre las relaciones entre los docentes que podría tener la comunicación que se derive de esta observación. La teoría sobre observación entre pares da cuenta de estas posibles direcciones (ver: Kohut, Burnap y Yon, 2007).

En Colombia, así como en toda Latinoamérica, la observación entre pares (de las sesiones de clase), tal como se le entiende en el marco de esta investigación, no es una práctica institucionalizada. El seguimiento, control, asesoría, vigilancia y, en cierto modo, evaluación, de la actividad docente y de gestión de la docencia, se ha dado más bien a través de la denominada “supervisión educativa”, y como parte importante de la organización y estructura del Ministerio de Educación y de sus Secretarías.

En Colombia, los procesos de supervisión educativa iniciaron una etapa de “modernización” que plantearon superar la llamada “acción policiva” de la supervisión y propender hacia un esquema de supervisión de acompañamiento y amigable, tanto a los directivos como a los docentes (ver, por ejemplo, el Decreto 1075 de la Presidencia de la República de Colombia, 2015).

Además de las actividades de evaluación regular, del monitoreo, de la verificación de la gestión del directivo, de las visitas de verificación y control, de la atención, de las visitas incidentales y/o extraordinarias, se encuentran las acciones de orientación a la comunidad educativa en general. Y, en las regiones de Momil y Purísima, en particular en las Instituciones que participaron en esta investigación, estos procesos se han dado esporádicamente; no con la regularidad con

que éstos se han dado en las Instituciones urbanas. En todo caso, la supervisión educativa sigue siendo un área sumamente dinámica, tanto en sus concepciones a nivel de las políticas educativas públicas, en la que concierne a los docentes y a otros miembros de las Instituciones, y a la que se concibe en el plano de las investigaciones teóricas en Educación.

Por ejemplo, el estudio de Cortés y Lorente (2011) da cuenta de las diversas concepciones de un grupo de supervisores Latinoamericanos, en el marco de las metas educativas para el año 2021 propuestas por la Organización de Estados Iberoamericanos.

La mayoría de los supervisores que participaron en esta investigación, basada en una serie de cuestionarios aplicados en línea, eligieron que la meta principal (de la supervisión escolar en el ámbito de su país) debía ser “asegurar que todos los alumnos de América Latina alcanzasen en 2021 las competencias básicas”, luego siguieron “universalizar la educación básica y mejorar su calidad, comprometiendo a la sociedad con la educación”, “cuidar el desarrollo profesional de los docentes”, y “conectar la educación y el empleo a través de la educación técnico-profesional” (ob. cit., p. 2) (ver también: OEI, 2008), aun cuando todas estas metas estaban ya establecidas en las propuestas de la OEI y se habían planteado con el mismo nivel de importancia.

Es decir, aun en el seno de un grupo de especialistas y profesionales en la supervisión educativa (en un mismo contexto regional y en un mismo momento histórico), se dieron opiniones diversas sobre el tema consultado. Ello tiene que ver, también, con el constructo central que ocupó a esta investigación: las concepciones de los docentes.

Ya estando adelantados estos procesos (de diálogo inicial, entrevistas, aplicación de otros instrumentos y observación en las Instituciones Aserradero y San Pedro Claver) se aplicaron los mismos instrumentos a docentes de una tercera Institución (también de la Primaria Básica, del mismo municipio, y catalogada también como Indígena).

Sobre los recursos y disponibles

En estas Instituciones no se dispone de una base de recursos didácticos (distintos a los libros, como por ejemplo: juegos didácticos, juegos de escuadra, compás, transportador, tangram, representaciones de cuerpos geométricos, revistas especializadas, geoplanos, ábacos, dados,

mapas, transparencias, material de reúso, cuentos relacionados con la Matemática, hilo o cordel, etc.), de centros de Informática o computación y tampoco de laboratorios dedicados a las Ciencias Naturales.

En los espacios dedicados a la Biblioteca se cuenta, exclusivamente, con libros de consulta y guías (contentivas de preguntas relacionadas con las “pruebas ICFES”) que dotó el Ministerio de Educación Nacional a través de la Alcaldía del Municipio.

El Ministerio de Educación Nacional (2022, p. 33) citó recientemente las:

“diferencias entre la zona urbana y rural en el proceso llevado a cabo en torno a la articulación entre la educación media y superior. Estas diferencias, que desfavorecen en la mayoría de los casos a las instituciones educativas del sector rural, se relacionan fundamentalmente con un problema de insuficiencia de recursos, pero también con la inexistencia de estrategias que se acomoden a las condiciones particulares de esta zona y a los intereses de las poblaciones”.

Ciertamente, el Estado ha desarrollado una serie de recursos digitales para la ruralidad (relacionados con la literatura infantil, la radio escolar, la promoción de la lectura y la escritura, los derechos humanos, la paz, entre otros); sin embargo, la imposibilidad de acceso a Internet desde el interior de las Instituciones participantes en el estudio ofrece una dificultad importante para aprovecharlos pedagógicamente. También, en el marco de políticas educativas recientes, la dotación de recursos para el aprendizaje (a través de los denominados Centros de Recursos para el Aprendizaje: CRA por sus siglas), cartillas pedagógicas, otros materiales, de las bibliotecas y de los laboratorios se señala como una de las estrategias para el fortalecimiento de la educación básica y media en las ruralidades (ver: MEN, 2022, p. 51).

Así, tal dotación es un proceso en desarrollo: “el MEN continúa trabajando en la entrega de material o dotación pedagógica en establecimientos educativos focalizados” (ob. cit., p. 56).

Sin embargo, en reportes como los de Galván (2020), en el que se describen las tendencias de investigación en educación rural en México, Perú y Colombia, no se incluye a los recursos (didácticos o recursos para el aprendizaje) y su relación con, por ejemplo, los procesos de enseñanza-aprendizaje, con la concreción de las políticas educativas locales, regionales o nacionales, con las estrategias de enseñanza, etc., como una de tales líneas.

De hecho, existen muy pocas publicaciones científicas dedicadas al tema de los recursos para el aprendizaje en el contexto de la educación rural e indígena en Colombia, lo cual también aplica en un ámbito más amplio. Algunos de los trabajos en esta dirección son los de Carrero y González (2016), Colbert (1999) y Perfetti (2003), a los que se refirió en capítulos previos.



Figura 19. Algunos de los recursos disponibles en la Biblioteca de la Institución Educativa Aseradero.

Quizás, algunas orientaciones que han tenido las políticas públicas en educación durante, al menos, la última década (y que han sido un signo común a todos los países de la región, precisamente por su correspondencia con acuerdos educativos globales), como por ejemplo hacia la calidad de la educación y hacia la formación del docente, han opacado un tema central como lo es el de la dotación de recursos concretos (físicos) para el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática Escolar, como los que se citaron al comienzo de esta sección (sin desmerecer, en modo alguno, los que se catalogan como recursos digitales, pues constituyen, también, un recurso importante para la enseñanza y aprendizaje en la actualidad -en el marco de una sociedad que cada vez más estrecha lazos con la tecnología).

Sobre los docentes participantes

Los Docentes y la Rectora participantes tenían, para el período en el que se realizaron las entrevistas (Julio-Noviembre de 2024), al menos diez (10) años de labores docentes.

Actualmente no siguen estudios de postgrado (fundamentalmente por los altos costos que estos alcanzan, y por el hecho de ello implicaría desplazarse hacia la capital del Departamento, o bien, buscar otras opciones, como podrían ser: la Universidad del Atlántico, la Universidad de Cartagena, la Universidad de Sucre, Universidad del Sinú, Universidad Pontificia Bolivariana, entre otras). Los traslados hacia estas universidades (desde las Instituciones que formaron parte de esta investigación) oscilan entre 1 y 5 horas (solo en uno de los sentidos); así, en algunos casos, ameritaría la pernocta.

Uno de los seis docentes ocupó, para el momento de realización es este estudio, el cargo de Rectora de una de las Instituciones referidas.

Los docentes, aun cuando se mostraron dispuestos a participar en la investigación, expresaron algo de nervios, en especial en lo concerniente a la etapa de observación de su actividad de aula (por parte del investigador), pero no así durante la aplicación de las entrevistas. Por ejemplo, algunos se sintieron a gusto con que las entrevistas se realizaran en los espacios libres que pertenecen a la Sala de Profesores de cada Institución, justo al terminar su jornada laboral; otros, en cambio, solicitaron que las entrevistas se hicieran en su hogar de residencia. Cada una de tales decisiones fue respetada por parte del investigador.

Concepciones sobre la Matemática Escolar

La discusión que sigue se soporta en la Entrevista 1 aplicada a los docentes de forma verbal. En ésta se han copiado textualmente extractos de las respuestas de los docentes.

En el primer diálogo con el Docente 1, basado en la Entrevista 1, ante la pregunta: ¿por qué, de acuerdo con su opinión, los estudiantes deben aprender matemáticas en la escuela?, respondió “Bueno, yo pienso que los estudiantes deben aprender matemáticas porque **es una herramienta que les va a servir para la vida**, para cualquier carrera que ellos deseen desempeñar en un futuro”.

Estas ideas se relacionan con la visión de las matemáticas escolares como instrumento para la prosecución académica, es decir, como una de las partes centrales del currículo. Visión, por cierto, muy arraigada en Colombia, pero también en el ámbito internacional. En cierta forma, tal visión se correspondería con una especie de “requisito” de prosecución dentro del sistema escolar, y, además, en un requisito de ingreso a la universidad.

En esta misma dirección se dieron las respuestas de los demás docentes: “Las matemáticas es [sic] una ciencia fundamental en el conocimiento de todo estudiante para fortalecer las demás áreas del saber” (Docente 2), “los niños deben fundamentalmente aprender las operaciones básicas, una persona que sepa manejar los números se puede defender en la vida, las matemáticas están en todas las carreras” (Docente 3), “Es una área fundamental. Ellos deben aprender a resolver las operaciones fundamentales” (Docente 4) y “Las matemáticas son fundamentales, es un área que se ve en todos los campos, en todas las facultades, por eso es importante que los niños tengan fortalezas en esta área, en las sedes deberíamos tener un docente que sea profesional en el área para que pueda atender las necesidades que dan en este tipo de sedes escolares” (Docente 5).

Si bien el autor de esta investigación coincide con entender a la matemática escolar como una de las médulas de la formación básica de todos, e incluso con el hecho de representarla como uno de los requisitos para avanzar hacia escenarios de formación cada vez más complejos; no la entendemos así solo por el hecho de abrogarle la tilde de “constituir un requisito”, sino más bien por el enorme potencial que tienen las matemáticas escolares en la formación básica de todas las personas.

En especial por el papel que puede desempeñar en la comprensión de los problemas que se presentan en el día a día, en la cotidianidad, y en los distintos y múltiples contextos y realidades.

Y ante la cuestión: ¿cuáles contenidos son más importantes en la matemática escolar?, el Docente 1 sostuvo que “Pienso que las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación, división... Conocer, también, las partes de geometría, algunos triángulos, rectángulos, conocer como las figuras geométricas también, pues estadísticas, la recolección de datos y esas cosas. Me parece que el niño debe conocerlas.”

En este punto, se solicitó argumentar sus planteamientos, y explicó que “Porque eso les ayuda a defenderse en la vida y también a desarrollar su pensamiento lógico, crítico, y son el eslabón que van a llevar también a ese niño cuando ya sea una persona adulta en una carrera, la que él desee desempeñar”.

El desarrollo y manejo de habilidades en cuanto a las operaciones básicas (formalmente: adición y multiplicación; o bien, tal como se les denomina comúnmente: adición, sustracción, multiplicación y división), pasa, dentro de la visión expuesta por el Docente 1, como uno de los centros de interés de toda la enseñanza y del aprendizaje. El currículo, aun tras los cambios que ha tenido a lo largo de las últimas décadas, conserva un peso importante en estas operaciones. Incluso, forman parte central de las evaluaciones diagnósticas que ponen en práctica los profesores en los grados superiores.

Sin embargo, es interesante el hecho de que el Docente 1 incluyó en ese abanico de contenidos a la recolección de datos y a la estadística; precisamente una de las ventanas naturales, por llamarla de alguna manera, hacia el contexto y realidad.

Las respuestas de los demás docentes entrevistados también giraron en torno a las operaciones básicas: “La aptitud numérica, la lógica de las matemáticas, las expresiones algebraicas y los cálculos” (Docente 2), “Para mí lo más importante son las operaciones básicas” (Docente 4) y “... no hay contenidos más importantes que otros, todos son importantes, las operaciones básicas, las multiplicaciones, todos los temas de las mallas educativas son importantes” (Docente 5).

El Docente 3 no destacó ningún contenido, sino más bien la aplicabilidad de éstos en el contexto: “lo importante es que [...] deben ser aplicadas en el medio para que aprendan a moverse en el medio. Los elementos del medio deben interactuar con el estudiante. El contenido de las matemáticas deben ser aplicado a la realidad” (Docente 3). Sobre este punto se volverá más adelante (en este mismo capítulo).

En cuanto a la pregunta: ¿cuáles dificultades tiene el aprendizaje de la matemática? El Docente 1 respondió: “Pues yo pienso que las dificultades que tiene la matemática no es tanto así, sino que el niño le tiene como miedo de pronto... equivocarse, no sé, le... siempre como que se ha sembrado un **temor hacia las matemáticas**, que el niño cuando va a ver esa área o esa materia, se asusta y no sé, se bloquea. Y yo pienso que lo que hace falta es como apoyo en casa

también, con los padres de familia, en ese aspecto”.

Los demás docentes entrevistados sostuvieron que tales dificultades se asocian más bien a la disponibilidad o no de recursos para el aprendizaje y la enseñanza, y que ello representa un problema en el seno de las comunidades rurales (Docente 2), a los “profesores cuchilla” (vale decir, a cierto enfoque punitivo de la evaluación y de la enseñanza por parte del docente. Punto al que se hizo referencia en capítulo previos), a los niveles de confianza en sí mismo, a su motivación al estudio, a la otivación que pone en práctica el docente, e incluso, a la naturaleza de la economía familiar (Docente 3), quien agregó “Debemos enseñar a amar las matemáticas como docente.” Abarcando así, aspectos didácticos, pedagógicos, afectivos, socioeconómicos. Posición que comparte el autor de esta investigación, en correspondencia con la visión holística o sistémica conque se han abordado los conceptos y procesos que envuelven a este estudio. El Docente 4 apuntó más bien a las operaciones básicas como centro o posible causa de futuras dificultades: “Las dificultades que se presentan muchas veces es que (sic) muchos niños no saben las operaciones básicas” (Docente 4).

Y, el Docente 5 planteó que “Por experiencia docente, cuando los niños tienen dificultades suele pasar (sic) porque pasan de un grado a otro con problemas, los niños en casa no tienen ayuda, algunos padres son analfabetas, entonces está el temor de que las matemáticas son difíciles.” Este último punto coincide con la opinión del Docente 1, es decir, no se ha asociado alguna dificultad natural al aprendizaje de la matemática, sino que se ha vinculado más bien con el “miedo” o “temor” y con el rol que puede jugar la familia en ello. Éste es un tema que ha ocupado no solo a la Educación Matemática como disciplina científica sino también al común de las personas, a la prensa y hasta la gestión de lo público.

Sobre ello, un aspecto que queremos destacar es el papel que al respecto han desempeñado los medios de comunicación.

Por ejemplo, periódicos destacados en el plano internacional, tal es el caso de la BBC, han publicado notas sobre este tema. La nota citada expone “Esa semilla de miedo puede llegar de muchas fuentes, pero una de la que se habla es que los profesores están extendiendo sus ansiedades a la siguiente generación.”. Por una lado, este tipo de noticias se han convertido en una especie de impulso para que otros periódicos y medios de información publiquen artículos

similares.

Su constante presentación pública lo convierten, para el común, o bien, para muchas personas, como una noticia “cierta” y además “válida para todos y para todos los contextos”. Es decir, una “generalización incorrecta” toma partido tras la repetición constante de hechos que se han constatado solo en un grupo específico. Por otro lado, esta nota de prensa explica el miedo de los estudiantes hacia la Matemática escolar como una consecuencia exclusiva de los docentes. Pero, como se conoce (ver, por ejemplo, el reporte de Novelo, Herrera, Díaz y Salinas, 2015), ésta es una conclusión errónea. Tal miedo se ha relacionado con una diversidad de factores (inherentes a la familia, a la sociedad, a la experiencia en aula, a las evaluaciones, a los docentes, etc.).

Un profesor autoritario o que exija un aprendizaje de tipo memorístico podría incidir en la formación del miedo de los niños hacia las Matemáticas Escolares. Lo mismo, probablemente, sucedería, con ciertas experiencias al abordar problemas matemáticos, los juicios de la sociedad en ese sentido, la falta de confianza en sí mismo como estudiante o como resolutor de problemas, etc.



Figura 20. Una noticia sobre la percepción de las matemáticas. Fuente: https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/06/150628_vert_fut_ansiedad_matematicas_yv

No obstante, en ciertos estudios que se han ocupado de indagar estos factores, ha sido muy difícil identificarlos, e incluso, relacionarlos entre sí; un ejemplo es el reporte de Muñoz y Mato (2007).

Ciertamente, los factores afectivos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar son, como se ha sostenido en capítulos previos, una componente importante en el complejo sistema de la educación. El “miedo” o “ansiedad” hacia las matemáticas (o hacia alguna otra disciplina escolar) es, de hecho, parte de ello; lo que se ha querido destacar aquí es la posibilidad (errónea) de generalizar hechos puntuales. Por ejemplo, en estudios de evaluación recientes en los que participó Colombia, vale decir, una muestra de sus estudiantes, tal es el caso de las pruebas PISA del año 2018, éstos “siguen expresando sentimientos negativos y miedo al fracaso, aunque es menor que en convocatorias anteriores”, tal como se cita en OECD (2019).

También, se han hecho generalizaciones sobre el hecho de que el miedo o ansiedad es mayor en las niñas y mujeres (que en el caso de los niños y hombres).

Pero, en un estudio sobre la ansiedad hacia las matemáticas en estudiantes de educación media en Colombia (ver: Franco, Maz, León y Casas, 2023) llevado a cabo con los futuros Normalistas Superiores del norte de Tolima, se concluyó que “contrario a la tendencia en estudios previos de evidenciar mayor ansiedad en mujeres que en hombres, en la Normal Superior de Villahermosa, los hombres presentan mayores niveles de ansiedad que las mujeres” (ob. cit., p. 2).

Este reporte clasificó la actitud hacia las matemáticas en cuatro categorías: Ansiedad, Confianza, Utilidad y Motivación; y halló que los estudiantes de la muestra evidenciaron “una actitud hacia las matemáticas ligeramente positiva con respecto a los factores mencionado” (p. 12). Estas reflexiones encuentran un importante sentido en el marco de esta investigación, y se enmarcan en las discusiones previas sobre la dimensión afectiva del aprendizaje y la enseñanza de la Matemática, de la que se tomó partido en capítulos previos.

También se planteó a los docentes participantes una cuestión similar a la anterior, pero esta vez en torno a la enseñanza, a saber: ¿Cuáles dificultades tiene la enseñanza de las matemáticas? Ante ésta, el Docente 1 expresó “Bueno, yo pienso que las dificultades en la enseñanza es cuando de pronto (sic) el maestro lleva el tema a desarrollar en el área de clase y entonces el

niño no entiende y por mucho de pronto que uno utilice estrategias didácticas y lúdicas, el niño se bloquea. Y entonces eso hace que de pronto uno se sienta como que frustrado porque ese aprendizaje no llegó como uno quería impartirlo en el niño”.

Estas ideas llevan a una de las cuestiones centrales en la educación matemática, pero también en la que concierne al resto de las disciplinas: y tiene que ver con los “modelos pedagógicos” (también conocidos como “modelos de enseñanza”).

Expresiones como “el niño no entiende”, “se bloquea” y “por mucho que...” podrían asociarse con un modelo en el que lo fundamental es la transmisión de contenidos o de información desde una fuente (en general, asumida como el docente) que posee un conocimiento hacia un destino (en general: los estudiantes) que lo desconoce.

En éste, conceptos como “comprender”, “entender”, “asimilar”, “conocer”, “aplicar”, “explicar”, “transferir”, entre otros, adquieren una forma específica. Estas son características de uno de los modelos más extensamente difundidos en la práctica institucionalizada (no solo en Colombia, sino en el ámbito internacional), con cierta independencia del nivel de la educación: es el modelo denominado tradicional.

En cierta forma, “entender”, desde tal óptica, se corresponde con hasta qué punto los estudiantes son capaces de reproducir lo que se ha explicado en la clase o en el libro de texto. La memorización pasa a ser, entonces, un proceso relevante.

Una de las críticas que se ha hecho a este modelo radica en que, de alguna forma, se limita tanto la naturaleza de la actividad que se puede desarrollar en el contexto del aula, como el tipo de conocimiento que se puede generar.

Por ejemplo, en cuanto al primer aspecto, concentrar la emisión de información o ideas en el docente es, en sí misma, una especie de barrera. Con ello, se amputa la puesta en práctica de escenarios de comunicación en los que todos sus participantes jueguen con los distintos roles. Además, ello implicaría la concreción de actividades que vayan más allá de la estandarizada recepción de información.

Jugar con los distintos roles en la comunicación conllevaría, *per se*, en activar procesos cognitivos más allá de la memoria. Así, representar, comparar, interpretar, analizar, inferir, deducir, y un largo etcétera, serían algunos de los procesos que podrían activarse (simplemente tras el

cambio del modelo comunicativo puesto en práctica en el contexto del aula de matemáticas).

De acuerdo con la posición vygotskyana (1979, 1981), el lenguaje juega un papel central en el desarrollo cognitivo y, en general, del pensamiento de los niños (a modo de “puente”), precisamente a través de las acciones y del contexto socio-cultural. De hecho, una de las premisas en esta construcción teórica es que la actividad mental (de orden superior) es una consecuencia de los contextos sociales y culturales. Y ello explica, por ejemplo, la gran variedad de capacidades cognitivas entre las personas.

Por otra parte, acceder a la comprensión del desarrollo (cognitivo y socio-cultural) de las personas pasa por comprender las relaciones sociales de las que esta persona forma parte; tal como puede entenderse en Vygotsky (1979, 1981).

En cierto modo, la aproximación a la comprensión del sistema o estructura que conforman las concepciones de los docentes sobre el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos siguió este esquema general de comprensión descrito por Vygotsky.

Ante esta misma pregunta los demás docentes respondieron: “El profesor, incluyéndome como docente, por conocimientos (sic) podríamos estar preparados, pero tenemos dificultad con la distracción para abordar la enseñanza de las matemáticas” (Docente 2), “Las dificultades son innumerables, los docentes trabajan con las uñas, no hay materiales didácticos a la mano para que el estudiante aprenda y el docente pueda enseñar matemáticas. El mundo se mueve en base a los números. Los recursos didácticos del profesor son muy escasos” (Docente 3), “No contamos con los recursos necesarios que se deben implementar en la enseñanza de los niños” (Docente 4) y “En la zona rural nos toca trabajar con las uñas, a mi me gusta trabajar con material reciclable, no hay apoyo con el padre de familia” (Docente 5). Destacándose el tema del acceso y disponibilidad de los recursos didácticos como uno de los factores decisivos, de acuerdo con la opinión de estos docentes, en la enseñanza de las Matemáticas.

Este es un tema de múltiples lecturas. Si bien, tal acceso y disponibilidad son demandas entendidas como naturales a cualquier espacio de enseñanza-aprendizaje formal, es decir, avalado por las Instituciones Educativas, tanto en éste como en la totalidad de los países, también muestra el escenario posible de uso de materiales y recursos que son propios al entorno. Con ello se hace referencia a los que aun cuando no fueron pensados para tal fin, o no fueron

producidos con esa intención, podrían ser utilizados en el contexto del aula.

Un ejemplo sería la utilización de cualquier tipo de palillos (tal es el caso de ramitas, tiras de cartón, lápices, semillas, etc.) para recrear el juego NIM. Un juego de estrategia relacionado con conceptos matemáticos propios de la Básica Primaria, y que, por cierto, fue incluido en la columna de juegos matemáticos que publicó Martin Gardner entre 1957 y 1980.

Otro ejemplo es el uso del compás con fidelidad a la Geometría Griega, así como en otras culturas, es decir, dado por una simple cuerda, hilo o cordón. Recurso que no representa inversiones adicionales por parte del estudiante, y además, es versátil en comparación con el compás elaborado con estructura de plástico y/o metal.

Pudiéndose, con éste, representar circunferencias, arcos de circunferencia, o trasladar ciertas distancias en formatos mucho más grandes que los que definen una hoja de la libreta o un pliego de papel. Así, podrían hacerse construcciones geométricas en espacios fuera del salón de clases.



Figura 21. El juego Nim. Fuente: <https://www.lavanguardia.com/vida/junior-report/20210630/7567030/capaz-resolver-juego-nim-brl.html#foto-1> (Ver, por ejemplo: Morera, 2021).

Recursos con potencial matemático, como los dados, los sólidos platónicos, el geoplano, el Tangram, y un largo etcétera, pueden ser construidos por los propios estudiantes, con apoyo de su docente.

Es preciso observar, que aun ante estas posibilidades, prácticas, no puede dejarse de lado el relevante tema de la dotación de materiales y recursos por parte del Estado, en especial, en las Instituciones de tipo rural e indígena.

Con la intención de ahondar sobre estos puntos, se preguntó a los docentes: ¿Qué recursos o materiales han utilizado en clase de matemáticas? Sobre ello, el Docente 1 respondió “Hemos usado muchos recursos didácticos. Utilizamos la casa de la multiplicación, la píldora matemática, los eslabones de la multiplicación... utilizamos el dado pedagógico”. Y se indagó nuevamente: ¿Qué más ha utilizado? Tras lo cual, agregó “Hemos utilizado competencias en el tablero también, muchas cosas de esas...”

Y ante la cuestión: ¿Cuáles han usado con más frecuencia?, respondió “Como los niños tienen bastantes dificultades en lo que es el aprendizaje de las tablas, entonces nos hemos enfocado mucho en la píldora de la multiplicación, donde ellos van saltando y van avanzando de nivel, dependiendo si contestan el número que está en la tabla que está allí y, si se quedan ahí, se quedan hasta que venga el otro compañero. Y si viene el otro compañero y pasa ese número, o sea, el niño lo quema y me da así como en el parqué, lo quema y sale. Y el otro sigue avanzando hasta llegar al final... y al final le damos una recompensa.”

Sobre estas ideas, los demás docentes participantes opinaron que: “Siempre utilizo una regla, un círculo, un compás, y un transportador” (Docente 2), “Fichas de dominó” (Docente 3), “Cajas de cartón, cartulina, reglas, compás” (Docente 4) y “Material reciclable” (Docente 5). Indicaron, además, que los que con mayor frecuencia utilizaban era la regla y el transportador (Docente 2), los mismos que citó en su respuesta anterior (Docente 3), las cajas de cartón y la cartulina (Docente 4) y el mismo que citó en su respuesta previa (Docente 5).

Aun cuando en la biblioteca de la Institución hay pocos recursos didácticos disponibles, el Docente 1, de acuerdo con su intervención, ha utilizado junto a sus estudiantes gran variedad de éstos; en especial relacionados con la memorización de las tablas de multiplicación y los juegos.

Si bien pueden hacerse observaciones al énfasis en el carácter operatorio o algorítmico, resulta interesante la amplia lista de recursos que se verbalizó durante la entrevista, además de entenderse como actividades o experiencias motivadoras para los estudiantes, habida cuenta de su naturaleza lúdica.

Los juegos, en realidad, han sido parte del desarrollo de la misma matemática. Por ejemplo, los juegos de azar o “Liber de ludo aleae” de Cardano, libro publicado en el año 1663, es una de las tantas referencias en esta dirección. O bien, los denominados “duelos intelectuales”, característicos también de ese siglo, en el que el objetivo era resolver ecuaciones algebraicas.

La teoría de Juegos se convirtió, posteriormente, en una de las áreas de las Matemáticas, y los juegos en una estrategia, medio y recurso para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, en especial en la Primera Infancia y en la Básica Primaria. De hecho, la “lúdica” es parte explícita del currículo oficial en Colombia.

En realidad hay una larga lista de juegos que han sido empleados en la Básica Primaria, algunos de ellos propuestos en los libros escolares, otros han formado parte (como problemas) en las pruebas estandarizadas nacionales e internacionales, o bien, los docentes han adaptado juegos conocidos a las particularidades del tema que abordan en ese momento con sus estudiantes.

Así, juegos de memoria, de azar, de lógica, de rompecabezas, de completar, de estrategia, tipo Gymkana, etc. han sido comunes en la práctica escolar.

Al respecto, hay estudios, en el contexto de la educación en Colombia, que han aportado evidencia empírica; ver, por ejemplo: Gallego, Vargas, Peláez, Arroyave y Rodríguez (2020), Gutiérrez (2023), Torres (2017) y Bustamante (2015).



Figura 22. Grupo de niños ingresando al aula (Escuela San Pedro Claver, Momil, Colombia, 2024). En esta imagen puede verse el tablero o casillero de un juego de Golosa (también conocido como Rayuela, Pata coja, Carroza o Reina mora). Muy común, además, en toda Latinoamérica.

Sobre este punto parece haber cierto consenso, tanto en la bibliografía especializada como en la posición expuesta por el Docente 1 (y como se verá más adelante, por el resto de los docentes participantes en el estudio), en cuanto a las potencialidades de los juegos en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática Escolar. No quedan de lado, naturalmente, los juegos que han

sido propios a los pueblos indígenas (ver, por ejemplo, el reporte de González, 2011).

En el fondo, se encuentra la idea de entender al juego como una actividad importante, hasta necesaria, de todo grupo humano (y desde la antigüedad) -tesis que se comparte en el marco de esta investigación.

Incluso, en el enfoque socio-cultural de la Educación Matemática se define al juego como una actividad matemática en sí misma. Así, desde cada óptica puede configurarse una posición teórica y práctica particular con incidencias en la manera de pensar (y concretar) el currículo normado.

En una de las Instituciones (San Pedro Claver) se observaron casilleros de Golosa trazados justo a la entrada de algunas de las aulas (ver la imagen expuesta en la página anterior), así como otros juegos trazados en las áreas comunes y de esparcimiento.

Presentándose así como una de las componentes naturales del entorno de los estudiantes y de la sociedad toda.

Este juego, por ejemplo, involucra el reconocimiento de números, contar, sumar, restar, relacionar, así como las nociones de lateralidad, y de dentro-fuera. Pero también son importantes por constituir experiencias en las que se pueden poner en práctica la convivencia, participación, comunicación, coordinación motriz, entre otros aspectos, que si bien no forman parte explícita de las competencias que se declaran en el currículo para la Matemática Escolar en los espacios Rurales e Indígenas, sí lo son en el marco de la formación general básica.

En las otras dos Instituciones no hay juegos dispuestos en sus espacios abiertos.

Ahora bien, ante la pregunta: ¿Considera que las matemáticas escolares deben relacionarse con la realidad? El Docente 1 respondió: “Pero por supuesto que sí, porque en el diario vivir todos los días y a toda hora nosotros estamos utilizando matemáticas. Cuando mandamos al niño a la tienda a comprar, estamos utilizando las operaciones matemáticas. Cuando de pronto se va a medir algo, utilizamos matemáticas. Cuando se va a pesar algo, utilizamos... O sea, las matemáticas sí se deben usar.”

Si bien existe en la actualidad una tendencia más o menos generalizada de considerar el binomio Matemática Escolar-Realidad como importante en la definición de las políticas educativas de la Educación Básica y Media, la diferenciación de la realidad como un fin o como un medio

resulta crucial. En el primero de los casos habría la posibilidad de asumir que la enseñanza de la matemática en esos niveles de la educación se ocuparía de desarrollar habilidades y capacidades en los estudiantes que, posteriormente, serían utilizadas por éste al desenvolverse en situaciones que lo requieran. Pongamos por caso: el análisis del consumo de energía eléctrica en su (futuro) hogar en cierto lapso de tiempo.

En cambio, desde la otra postura, tal análisis sería parte de la actividad del estudiante durante su escolaridad.

Ambas posturas describen enfoques de la enseñanza (y del aprendizaje) muy distintos entre sí. En la primera de éstas, el objetivo de la enseñanza podría ser el desarrollo de habilidades y capacidades en los estudiantes que, eventualmente, en un futuro, aplicarían en la solución de alguna situación real. Pongamos por caso el análisis de la evolución del consumo de energía eléctrica en su hogar. Aquí, desde la otra posición, tal análisis sería parte de la actividad del estudiante durante su escolaridad.

Con esto se quiere mostrar que aun cuando se declare la importancia del binomio Matemática Escolar-Realidad, las concreciones prácticas (en el contexto del aula) pueden ser notablemente distintas.

Otro punto tiene que ver con el tipo de realidad de la que se tiene referencia. Es decir, la realidad a que se alude en la relación citada. En el caso del Docente 1, el “mundo” de las compras, las mediciones y los pesos (masas) constituyen la realidad que envuelve al niño; ello recuerda el estudio llevado a cabo por Carraher, Carraher y Schliemann (1999) en el que se aplicó una prueba formal y una informal a un grupo de cinco niños y jóvenes con edades comprendidas entre los 9 y los 15 años, y que ayudaban a sus padres en sus puestos en la feria (mercado), en la venta de cocos, etc. En la prueba informal se hicieron preguntas sobre la compra-venta de tales productos obteniendo respuestas también verbales. En cambio, en la prueba formal, se suministró lápiz y papel y se solicitó que se resolvieran los cálculos planteados.

De los 63 problemas presentados en el Examen Informal, 98,2% fueron resueltos correctamente, mientras que en el Examen Formal apenas el 36,8% de las operaciones y 73,7% de los problemas lo fueron (ob. cit., p. 37).

Se volverá sobre este punto más adelante. Hasta aquí solo se quiere destacar que el contexto resultó determinante en el proceso de solución de los problemas propuestos -lo que resulta cónsono con la perspectiva social, cultural e histórica que se sigue en el marco de esta investigación.

Un aspecto que, aunque es comúnmente expuesto por los docentes e, incluso, en el currículo normado, no siempre es puesto en práctica en el contexto del aula.

Naturalmente, estos resultados también ponen sobre la mesa de discusión las distintas componentes que abarca la formación matemática de los niños (en especial el hecho de no abordarlas aisladamente). El manejo apropiado del lenguaje matemático que corresponde a esa etapa y grados de la educación, las habilidades en la aplicación de operaciones básicas, el uso y comprensión de los conceptos matemáticos, y procesos como la representación, interpretación, análisis, inferencia, deducción, generalización, entre otros contemplados en el currículo oficial, son partes de esa totalidad.

El resto de los docentes participantes también fueron enfáticos en sostener que las Matemáticas Escolares deben y están relacionadas con la realidad, con el contexto, con la vida y con otros campos del saber.

Con la intención de ahondar más en la descripción del sistema que conforman las concepciones del docente, se plantearon las siguientes preguntas: ¿Podría describir su experiencia como estudiante de matemáticas en el aula? ¿cuáles serían los aspectos que se pueden comentar al respecto? y ¿Qué nos puede decir sobre estos temas?

Sobre ello, el Docente 1 sostuvo que: “Bueno, en la época (en la) que yo estudié, como que era una época de pronto... donde el maestro era muy tradicional y que solamente llegaba como a impartir clases y a meterle como miedo al estudiante. Entonces, mi época como estudiante de matemáticas fue con mucho miedo a equivocarme cuando fuese o iba a hacer un ejercicio o una tarea o una actividad matemática.”

Como se ha mostrado, en dos de las respuestas del Docente 1, el término “miedo” o “temor” (asociado a la matemática escolar) fue utilizado.

Ante las mismas preguntas el Docente 2 respondió “En mi época me comprometí a estudiar con pocos recursos didácticos... que no conocía, y mucho interés de parte de la familia, que nos

obligaban a asistir en las dos jornadas, mañana y tarde, a la escuela. Eso me motivo mucho a ser responsable en todas las asignaturas.”

Por su parte, el Docente 3 respondió que “Fue una experiencia mala, encontraba docentes cuchilla, no veía un profesor amigo del estudiante. Manejaba el pánico del regaño de la casa porque no saqué buenas notas en matemáticas. Lo que quería era pasar el área para no tener regaños.”

Y los Docentes 4 y 5 respondieron, respectivamente, que: “Mi experiencia... el profesor... le teníamos miedo porque el área trataba de números, poco a poco fuimos adquiriendo conocimiento.” y “Cuando fui estudiante me fue bien en las matemáticas, pero ellos me ayudaron mucho, no tuve grandes dificultades, yo no soy licenciada en matemáticas, trabajo con todos los grados pero me gusta innovar para enseñar”. Es curioso que en el ámbito de la formación docente, el miedo a las Matemáticas Escolares parece ser un hecho más o menos generalizado.

Algunos estudios, utilizan el término “ansiedad (hacia las Matemáticas)” en vez de “miedo”. Por ejemplo, el reporte de Sánchez, Segovia y Miñán (2011), llevado a cabo con estudiantes del primer curso de la diplomatura de Maestro y con la especialidad en Educación Primaria (inscritos en la Universidad de Granada) concluyó que “un 84,51% de los futuros maestros tienen miedo a esta materia, no son partidarios de ampliar sus conocimientos matemáticos y, en general, se sienten incómodos al relacionarse con ella” (p. 309).

Aspectos que podrían ser trasladados, de alguna manera, al contexto del aula, incidiendo así en una especie de ciclo en el que el miedo pasaría a formar parte de las concepciones de sus estudiantes.

Estudios sobre esta temática también se han dado en el contexto colombiano. Uno de ellos es el de Castellanos, Vásquez y Vásquez (2021), en el que se investigaron relaciones entre la ansiedad hacia las Matemáticas y el perfil profesional de estudiantes de Secundaria (en el Departamento de Santander). Ver también el reporte de Villamizar, Araujo y Trujillo (2020), en el que se buscaron relaciones entre la ansiedad matemática y el rendimiento académico en estudiantes de Secundaria (con resultados coincidentes con el estudio de la OCDE, en referencia a los niveles de ansiedad en niñas y niños para el caso de Colombia); en éste se concluyó que “el nivel de ansiedad es mayor en las niñas así como la existencia de una correlación inversa entre rendimiento y

ansiedad ya que en la medida que la ansiedad sube el rendimiento baja”.

Así, la ansiedad hacia las Matemáticas Escolares, tal como lo refieren estos estudios, no ha sido lejana a la docencia en ejercicio ni a los estudiantes que se forman para docentes de la Primaria; contrario a como podría suponerse.

Además, ante la pregunta: ¿Y qué visión tiene ahora, como docente, de la Matemática escolar? El Docente 1 respondió: “Bueno, como docente, seguir implementando estrategias lúdicas. Los niños [sic] les gusta aprender sobre todo cuando juega, les agrada mucho jugar.” Una observación que traza uno de los acercamientos a la Matemática Escolar; aunque, como se ha discutido a lo largo de esta investigación, no es la única. La respuesta de esta docente se corresponde con el peso que a lo largo de la entrevista 1 dio a los recursos, materiales y juegos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática Escolar.

El juego es, de hecho, una de las actividades humanas con pesos importantes en el aprendizaje, tal como se sostiene desde varias lentes psicológicas, entre ellas, la vigotskiana. Y, al mismo tiempo, una actividad matemática en sí misma, tal como se describe en el enfoque socio-cultural de Bishop (1999).

Sobre este tema, el Docente 2 indicó que “En estos momentos hay un desarrollo para el aprendizaje de las matemáticas por la tecnología... de avances significativos que hoy se vive, caso diferente a cuando era estudiante.” Destacando así una de las tendencias de la educación matemática en la región y en todo el mundo, a saber, la creciente relación entre ciertas tecnologías y el aprendizaje y enseñanza de la Matemática.

Sin embargo, resalta el hecho de que, como se evidenció en las observaciones que el autor de esta investigación realizó en cada una de las tres Instituciones que abarcó el estudio de casos, así como en las respuestas de las mismas docentes participantes al guión de entrevista, éstas no cuentan con dispositivos tecnológicos para el uso de sus estudiantes, como computadoras, calculadoras, proyectores, o bien, de acceso a Internet. Es decir, las prácticas de enseñanza y aprendizaje que se concretan en cada una de estas Instituciones de dan con bastante independencia de estas tecnologías.

El Docente 3 expresó que “La visión que he tenido siempre... sabía de la importancia de las matemáticas cuando nos decían que si aprendíamos las cuatro operaciones nos podíamos

defender en la vida, las matemáticas están por encima de todo.” Y los Docentes 4 y 5 plantearon, respectivamente: “Que ahora hay más métodos adecuados para la enseñanza... se ha avanzado en materia de recursos, aunque no ha sido mucho.” y “Como docente... es... que es un área fundamental que se le debe dar importancia para que pueda defenderse en la vida”.

Destacan, desde el punto de vista del autor, las respuestas de los Docentes 1 y 4, en tanto que aluden a la búsqueda e implementación práctica de métodos de enseñanza (ya en su labor como profesionales de la docencia) en función de alcanzar los objetivos y metas que contempla el currículo oficial y los planes y proyectos curriculares que son propios a sus instituciones indígenas. Las estrategias, métodos, técnicas y modelos de enseñanza, propias de la Didáctica de la Matemática y de la Pedagogía en su totalidad, aun cuando constituyen uno de los centros de la práctica concreta, de la formación profesional y del campo de investigación teórica, y de conformar una especie de estructura conjunta en la que participan como hacedores los estudiantes y el docente, no fueron mencionadas por las demás docentes participantes. Las demás docentes apuntaron más bien a temas como la tecnología, la importancia de las operaciones básicas y la de las matemáticas en su conjunto.

Las estrategias, técnicas y métodos son parte del proceso complejo de aprendizaje y enseñanza.

En el marco de esta investigación, tal como se expuso en los capítulos previos, se entiende que el conocimiento no es construido por el estudiante individualmente, sin negar, por supuesto, los procesos y acciones que le corresponden, sino que depende también del contexto social, cultural e histórico que le envuelve. Las interacciones con el contexto y con las demás personas tienen pesos en el aprendizaje. En ese sentido que las estrategias diseñadas y puestas en práctica por el docente en el aula de Matemáticas cobran especial importancia.

La no-mención de las estrategias por algunos de los docentes participantes encuentra, quizás, explicación en el carácter complejo de las concepciones en una persona, lo cual, eventualmente, podría contemplar inconsistencias conceptuales, o bien, entre sus ideas teóricas y la acción práctica.

Y, con respecto a los espacios geográficos, sociales, históricos y culturales, se preguntó a cada uno de los docentes: ¿Cómo influye el contexto rural (en particular, el contexto rural de los

municipios Momil y Purísima) en la Matemática escolar? Ante lo cual, el Docente 1 sostuvo que: “Pienso que el contexto rural influye de manera negativa, hay niños que viven con padres que no saben leer, ni escribir, esto hace que los niños no puedan reforzar los temas que se ven en la escuela.”

Las ideas de los demás docentes participantes no fueron lejanas a ésta: “Sinceramente el contexto no se presta en 60% para tener un buen aprendizaje, falta de muchos recursos didácticos, falta de relación entre padres e hijos en el desarrollo de la tarea académicas” (Docente 2), “Horriblemente mal, los caminos, cuando es invierno, son cruel (sic), los niños... pocos tienen recursos económicos para estar óptimos para recibir clases. El estado tiene que atender las necesidades básicas para poder entonces empezar a ver resultados académicos en nuestro territorio” (Docente 3), “El contexto rural es difícil porque toca ser más didáctico y creativo para inducir al niño a que enamore del área de las matemáticas” (Docente 4) y “El contexto rural en las matemáticas no va muy de la mano con el estudiante en cuanto a la calidad educativa. Hay carencia de recursos que las escuelas no tienen, por eso el buen desempeño es difícil. Como docentes hacemos lo que esté a nuestro alcance para que se cambie la realidad que vivimos” (Docente 5).

Intencionalmente, tal como se planeó durante la construcción del abordaje metodológico, esta pregunta se propuso de forma abierta, con el objetivo de captar la o las ideas que ella evocaría en cada docente. Llama la atención de que el contexto rural se asoció solo una “influencia negativa”.

Si bien los estudios que se han referido a lo largo de esta investigación (vinculados con la educación rural) dan cuenta de los obstáculos y dificultades que ésta enfrenta en la práctica y en el plano de la formulación de las políticas públicas, la opinión más o menos generalizada de que la educación rural posee tales influencias, deja de lado aspectos importantes concernientes a la cultura, historia, ambiente y sociedad que le envuelve, es decir, a algunos de los contrapesos en esa balanza que representa a la evaluación de la educación rural en Colombia (así como en otras latitudes). Este punto recuerda la discusión sobre el miedo a las Matemáticas Escolares y el papel de los medios de comunicación, de los organismos del Estado, de la familia y la sociedad toda en las valoraciones que construyen, desarrollan, o simplemente repiten, el común de las personas.

Es decir, el autor de esta investigación, compartiendo la visión sobre las dificultades que

enfrenta la educación rural e indígena en los Municipios Momil y Purísima del Departamento de Córdoba, es también de la idea de que estas regiones, sus Instituciones Educativas y comunidades, tienen enormes potenciales para la concreción de una educación matemática en la Básica Primaria cónsona con los grandes objetivos trazados en el currículo de la nación y con los que se definen en sus Proyectos Educativos Comunitarios; en especial con enlaces hacia la rica herencia cultural e histórica del pueblo Zenú. En este sentido, quizás la discusión de ciertas corrientes sobre la planeación y diseño curricular, así como de las más altas políticas públicas, sea un punto necesario e importante para ello. La Etnomatemática y el Enfoque Socio-Cultural de la Educación Matemática, perspectivas que por cierto tienen raíces en Latinoamérica, podrían ser parte central de esa discusión, no exclusivamente en los altos niveles de la gestión de la educación, sino en todo el recorrido de la práctica educativa concreta, es decir, en el seno de las comunidades de Docentes de cada uno de estas Instituciones.

Tal discusión apuntaría, al mismo tiempo, a la posible reestructuración de ciertas concepciones de los docentes sobre la Matemática como cuerpo de conocimientos, y sobre la Educación Matemática en espacios rurales e indígenas de la nación.

Para finalizar esta sección, y recordando la clasificación de Ernest (1989a, 1989b, 2005) sobre las concepciones de las Matemáticas, las que corresponden a los Docentes participantes se encuentran entre las tres categorías: (a) el enfoque de la resolución de problemas (en tanto los problemas constituyen la guía principal de las actividades desarrolladas en el contexto del aula, pero sin llegar a concebir a esta disciplina como dinámica y en desarrollo, cuyos resultados son susceptibles de revisión), (b) la visión platónica (al entender las Matemáticas como un cuerpo de conocimientos más o menos estático), y (c) la visión instrumentalista (por cuanto se asume a las Matemáticas como un conjunto de reglas, algoritmos y conceptos utilitarios).

Es decir, en el grupo de Docentes participantes coexisten estas tres concepciones. Y, por otra parte, en un mismo Docente se dan concepciones que se mueven entre dos o todas las categorías. Un hallazgo que, desde la óptica del autor, es relevante.

Concepciones sobre la Actividad del Estudiante

Una de las nociones que complementa el acercamiento a la caracterización de las concepciones de los docentes sobre el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos es precisamente la que concierne a la actividad del estudiante. Encontrándose ésta en la base conceptual que soporta la práctica de enseñanza-aprendizaje, se incluyó en la serie de entrevistas aplicadas a los docentes participantes.

Al respecto, el Docente 1 expuso que la participación del estudiante durante la clase de Matemática puede resumirse en dos aspectos: atención y participación. Sostuvo, además, que el trabajo en pequeños grupos es “súper importante... porque el niño aprende de otro niño. Cuando son de la misma edad se interactúa con un compañero que tiene sus mismos ideales.” Sin desatender el trabajo individual, habida cuenta de su papel en el enfoque de la evaluación que ha sido tradición tanto en Colombia como en el resto del orbe: “Bueno pienso que [el trabajo individual] está bien, porque se puede notar qué tipo de conocimiento tiene el niño acerca del tema, ya que se está evaluando de forma individual”.

La alternabilidad entre la actividad individual y colectiva (o grupal) en la Primaria Básica es un punto en el que coincide el autor de esta investigación. Si bien las calificaciones focalizan lo individual, las capacidades colectivas, por llamarlas de alguna manera, trascienden lo individual e inciden en ellas, pues se asocian con la actividad en el seno de los grupos. Además, las capacidades colectivas no son, y esa es la posición que se sigue en el marco de esta investigación, reducibles a la esfera de lo individual.

Para ambos tipos de actividades resulta importante la motivación por parte del docente, en este sentido el Docente 1 destacó los juegos como un medio para ello, así como la misma forma verbal en la que se comunica con los estudiantes: “Pienso que el tono de voz influye en clima escolar, la forma de hablar, con juegos que se relacionen con la actividad que se piensa desarrollar, es importante hacer estas actividades”. Aspectos éstos, interesantes por demás, de los que no hubo mención por parte de los demás docentes.

Además, encomienda actividades que potencien el pensamiento lógico (durante las sesiones de clase) y no acostumbra asignar actividades para sus hogares “porque siempre las traen sin

resolver y esto creo que se debe al poco apoyo que tienen por parte de sus padres”. Problema que fue señalado también por todos los demás docentes.

Y considera que las actividades que favorecen el aprendizaje de la Matemática son “los problemas matemáticos que obligan a desarrollar el pensamiento lógico, el pensamiento variacional, el pensamiento métrico etc.” Como se advierte, uno de los vectores presentes en sus respuestas fue, precisamente, el desarrollo del pensamiento lógico; justo una de las perspectivas que mayor peso ha tenido en la estructuración del currículo de la Escuela Primaria, así como en el ideario que los padres, madres y representantes han construido sobre ello. Al respecto, el Docente 1 indicó apoyarse en “La teoría del aprendizaje basado en problemas... esto porque el niño desarrolla y soluciona problemas en el aula de clases”. Sin embargo, no especificó cuál enfoque en específico.

Sobre este tema se observó que los libros escolares utilizados en clase tampoco referenciaban el enfoque teórico sobre la resolución de problemas en el que basaban el escrito.

Se preguntó también sobre cómo influye, de acuerdo con la experiencia del Docente, el contexto rural (en particular en los Municipios Momil y Purísima) en las actividades matemáticas de los estudiantes. Ante ello, respondió que “De manera negativa... porque la mayoría de los padres son analfabetas, por su trabajo no son estudiados, solo se dedican al campo.” Justo otro de los signos comunes en las opiniones de los docentes participantes.

El Docente 2, por su parte, consideró que la participación del estudiante durante la clase de Matemática debe basarse en “preguntar lo mínimo en el aprendizaje de las matemáticas (sic), aun cuando el docente está explicando, porque esta área necesita de mucha concentración para poder tener un buen conocimiento de los diferentes temas.”

Agregando que “El trabajo individual es importante cuando el estudiante se concentra en el tema, de lo contrario se van a presentar dificultades en el aprendizaje”.

Uno de los temas en los que, con independencia de las corrientes que se han diferenciado en la Educación Matemática, es la crítica al modelo de enseñanza concentrado exclusivamente en el docente, es decir, en la exposición verbal y escrita por parte de éste y en la escasa o nula

intervención de los estudiantes durante este proceso, limitándose, fundamentalmente, a la toma de apuntes de clase en sus libretas, o bien, a realizar, individualmente y sin discusión entre sus pares o con su docente, algunas actividades asignadas al final de la exposición del profesor. Sobre ello hay consensos también en el seno de la Pedagogía en general. De hecho, forma parte central de la formación profesional en las Instituciones Universitarias.

La Psicología y Sociología aplicada a la Educación, también con independencia de las corrientes en las que se ha estructurado, dan cuenta de tales críticas.

No obstante, en la práctica educativa concreta continúan observándose y evidenciándose casos en los que persiste este modelo.

Al mismo tiempo, el Docente 2, al preguntarle sobre el papel que tiene el trabajo en grupo (durante la clase de Matemática), sostuvo que “[...] es muy importante, porque se asimila más cuando hay pocos estudiantes reunidos que en el grupo total.”

La asimilación aquí no es, naturalmente, la descrita por Piaget a lo largo de su obra (es decir, como el proceso en el que una persona, el niño en este caso, adapta una nueva información a los esquemas cognitivos que ya posee), sino que se asocia más bien con la idea de transmitir información (con el docente como emisor) y de recibirla (con el estudiante como receptor). En el imaginario popular este esquema ha encontrado también espacios, constituyéndose como “válido”.

En cuanto a la forma en la que motiva a sus estudiantes, sostuvo que “Siempre me gusta realizar conteo en el salón de clase, en forma de lista, por filas, y asignándole un número a cada estudiante de acuerdo al total de los mismos.”

Se preguntó también ¿Cuáles actividades encomienda a sus estudiantes durante la clase? ¿Y cuál encomienda para realizar luego de ésta? Ante lo cual respondió que “Las actividades en el salón de clase siempre me gusta hacerlas al aire libre (sic), observando la naturaleza y así poder contar los diferentes objetos y seres que existen en ella, para relacionarlos con las actividades que se dejan para la casa.” Y destacó este tipo de actividades como favorecedoras del aprendizaje. Punto que recuerda la discusión sobre los distintos espacios de enseñanza y aprendizaje, en especial en el ámbito de la Básica Primaria, así como los necesarios vínculos con el contexto

(geográfico-ambiental, cultural, histórico, etc.).

Y ante la pregunta ¿cómo influye el contexto rural (en particular el de los Municipio y Purísima) en las actividades matemáticas de los estudiantes?, la Docente 2 sostuvo que “Podemos hablar de forma positiva: un 45%, y de forma negativa: un 55% Esto porque nos encontramos en una zona rural donde hay mucha dispensación (sic) entre las familias que conforman la comunidad”. Refiriéndose a cierto alejamiento o despreocupación de parte de los padres con respecto a los procesos de aprendizaje de sus hijos en el contexto de la Escuela. Son en realidad muy pocos los casos en los que tal acompañamiento se da.

Sobre estas cuestiones, el Docente 3 consideró que la participación del estudiante “antes era obligada... actualmente debe ser voluntaria. Existe el estudiante que no capta, entonces creería que la participación debe ser abierta”. Refiriéndose con “abierto” al hecho de quedar a la libre decisión de éstos; que “el trabajo grupal es bueno... hay varios pensamientos... y eso ayuda a compartir conocimientos, se debe tratar que en cada grupo exista un estudiante aventajado para que ayude a los demás”. Mientras que en cuanto al trabajo individual (por parte del estudiante) expresó que “es duro individual, porque si no entiendo mucho las matemáticas no voy a poder resolver situaciones”. Posiciones que fueron similares a las manifestadas por el Docente 2.

También se le planteó la pregunta: ¿Puede darnos ejemplos de cómo motiva a sus estudiantes? Ante lo cual indicó que “Bueno, no podemos engañarnos... en este mundo tan engañado... para que resuelva los ejercicios que se le dan toca motivarlos con pequeños detalles”. Idea que recuerda, por un lado, el modelo docente basado en el Conductismo, es decir, se asume, la motivación como una etapa primera del proceso de “estimulación-premio”; y por otro, alude a cierta posición “negativa” o “derrotista” sobre la resolución de problemas en sus estudiantes.

Además, sostuvo, ante las preguntas ¿Cuáles actividades encomienda a sus estudiantes durante la clase? ¿Y cuál encomienda para realizar luego de ésta?, que “las matemáticas son más prácticas que memorísticas... actividades donde aplique lo que aprendió”, “todo en base a la realidad en que se encuentra”. Más adelante, en este mismo capítulo, se da cuenta del tipo de problemas matemáticos propuestos a los estudiantes.

Y sobre la cuestión ¿se basa en alguna teoría, modelo o idea sobre el aprendizaje y la

enseñanza? Expresó que “desde luego que sí, pero el profesor debe ser audaz para que se desarrolle pensamiento del estudiante”. Aunque, aun tras la solicitud, no especificó cuál teoría sirvió (o sirve) de base a su actividad docente.

La mención del término “desarrollo del pensamiento” es, por sí sola, insuficiente y ambigua para relacionar sus ideas (y posiblemente sus prácticas) con alguna teoría en particular. De hecho, existe un abanico de corrientes teóricas en la Educación Matemática que contemplan, naturalmente, ese objetivo, pero con definiciones y planteamientos epistémicos, pedagógicos y didácticos muy distintos entre sí.

Y tal como a los demás docentes participantes, se le preguntó: ¿cómo influye el contexto rural (en particular el de los Municipios Momil y Purísima) en las actividades matemáticas de los estudiantes?, indicando que “negativamente. Por las condiciones en que vive la mayoría de los estudiantes... condiciones sociales, económicas, etc.” Sumándose así a las opiniones de los demás docentes (aun cuando, tal como se indicó antes, cada una de las entrevistas se realizó separadamente).

El Docente 4, ante la cuestión ¿cómo considera que debe ser la participación del estudiante durante la clase de Matemática?, expresó que “el estudiante tiene que estar motivado a salir al tablero. La fobia no les permite realizar algunas actividades”.

De la larga serie de entrevistas aplicadas a los Docentes y Rectora participantes en las Instituciones San Pedro Claver y Betulia, ésta fue la única ocasión en la que se empleó el término “fobia”.

En los estudios referenciados aquí sobre la ansiedad o miedo a las Matemáticas, tal es el caso de Sánchez, Segovia y Miñán (2011), Villamizar, Araujo y Trujillo (2020), Castellanos, Vásquez y Vásquez (2021), entre otros, no se alude a este término. Sin embargo, éste sí es utilizado en el reporte de Gough (1954), una publicación de vieja data y justo una de las pioneras en abordar este tema. Para esta última autora, la fobia a las matemáticas, que llamó “mathephobia”, era la razón primera por la que los estudiantes “fallaban”.

El término fobia, por definición, tiene una fuerza mucho mayor, por decirlo de alguna

manera, al que se asocia a los términos “ansiedad” o “miedo”. En cualquiera de los casos, las implicaciones en el pensamiento y en las acciones de los estudiantes pueden ser muy variadas. Y ameritaría un abordaje profesional por parte del docente, y posiblemente, con el concurso de otros especialistas.

Otro de los puntos que llamó la atención del investigador, es que tal término fue utilizado por el Docente 4 justo ante la primera pregunta de la entrevista.

Por otra parte, esta docente consideró el trabajo en grupo como importante “porque hay niños que sobresalen y pueden compartir conocimientos ante sus compañeros”, y que el trabajo individual es notorio “cuando el niño se destaca”. Un punto que puede verse desde la lente del “andamiaje”.

Y dio como ejemplos de motivación el incentivo constante, los detalles y la proposición de ciertos juegos. Por ejemplo, ha puesto en práctica: hacer agrupaciones (de ciertos objetos), jugar con el ábaco, el dominó y la lotería.

Sostuvo que son usuales en su práctica diaria los trabajos en el aula, los talleres, y nuevos trabajos asignados para sus hogares (tanto individuales como grupales).

Indicó, además, que considera que su práctica está basada en la teoría de Piaget. Refiriéndose con ello, aun cuando no lo hizo explícito, a la Teoría del Desarrollo Cognitivo y sus ideas sobre la asimilación y la acomodación como medios de interacción con el mundo; y no a su también conocida Teoría Epistemológica (constructivista) sobre el Conocimiento.

De hecho, la primera de esta teorías (y no la segunda) forma parte de la formación profesional básica de los docentes en Colombia y en Latinoamérica toda. En cambio, la segunda suele abordarse solamente en algunos cursos especializados.

Finalmente, ante el planteamiento: De acuerdo a su experiencia docente, ¿cómo influye el contexto rural (en particular el de los Municipios Momil y Purísima) en las actividades matemáticas de los estudiantes?, respondió “Claro que sí, porque en el casco rural es difícil la enseñanza, todo depende de la motivación que tenga el estudiante por parte del docente”. Aquí, nuevamente, aparece como “vector” la dificultad que, de acuerdo a sus opiniones, ofrece el contexto

rural para el aprendizaje y la enseñanza.

El Docente 5 consideró que la participación del estudiante “debe ser activa todos los días, tanto en el aula como en la casa, debe (sic) una matemática práctica en todo momento, es importante eso”, destacando el trabajo grupal como parte natural de la actividad en el aula “pues hay estudiantes que no se atreven a aprender con el docente sino en grupo, con el amigo, el papel grupal es importante”. Como se advierte, la totalidad de los docentes participantes coincidieron en este punto.

Además, expresó que “la motivación es algo que se debe dar en la clase o en la casa, es importante motivar a todo el grupo de enseñanza... padres y estudiantes. Les muestro videos, les llevo detalles, etc.” Le son características, de acuerdo a su opinión, los trabajos grupales, talleres individuales, quiz o cuestionarios cortos, intervenciones en el tablero (pizarra), ponencias (con la intención de manejar el manejo de la escena) (en este punto, el Docente 5 utilizó el término “pánico escénico”), el trabajo con materiales de acuerdo al contexto; la elaboración de videos, la elaboración de tablas de multiplicar con “tapas”, entre muchos otros. Indicando que todas éstas han favorecido el aprendizaje de los estudiantes que ha tenido a su cargo.

Aun con la diversidad de estrategias, técnicas y actividades que citó, no opinó que su práctica se basara en alguna teoría en particular, sino que “bueno... particularmente me baso en experiencias de otros amigos... que los tomo como referente para enseñar a los niños”.

Destaca el hecho de que, salvo el par de referencias tangenciales a Piaget, el resto de los docentes no indicó alguna teoría propia de la Pedagogía o de la Didáctica. Ello ha sido una especie de constante en algunos estudios sobre los modelos docentes, conscientes o subyacentes, a la práctica concreta. Uno de éstos es el de Benoit y Vega (2022).

En ese tipo de estudios se ha relaciona la autopercepción de la formación docente con las capacidades para desenvolverse en el ámbito profesional de la Institución Educativa (tal es el caso de su participación en los procesos de acompañamiento y supervisión educativa, así como los que conciernen a la discusión del hecho educativo entre pares docentes, a la conformación de grupos de trabajo, etc.).

Y, en cuanto a la influencia del contexto rural en las actividades matemáticas de los estudiantes, opinó también que ésta se puede catalogar como negativa, en especial por no darse el necesario acompañamiento de los padres.

La posición de la Rectora

Sobre estos aspectos se entrevistó, también, a la Rectora de una de las Instituciones, con el propósito de obtener información de uno de los miembros de la gestión educativa, en especial por su rol en el acompañamiento, dirección y valoración de la actividad docente.

La para Rectora “Una de las razones fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas en la educación, parte desde el simple hecho de que siempre estarán presentes en su diario vivir y si no se integran en sus competencias y habilidades muy probablemente se limitarán en sus proyectos de vida y estarán lamentablemente inmersos en un ciclo de pobreza. Es más, se debería hacer mucho más énfasis en la educación financiera.” Estas ideas se corresponden, por un lado, con las Matemáticas como uno de los estadios importantes de la prosecución educativa, y por otro, con entender las Matemáticas Escolares como uno de los medios para sobrepasar las difíciles condiciones socio-económicas que envuelven a parte de las comunidades de los Municipios Momil y Purísima.

La educación, de hecho, es catalogada por ciertos organismos internacionales (tal es el caso de la UNESCO, pero también por instituciones financieras que han establecido una relación estrecha con las políticas educativas en la región, incluida Colombia, como por ejemplo, el Banco Mundial) como un instrumento eficaz para reducir la pobreza. No obstante, las complejidades de las estructuras sociales, culturales, económicas, históricas y políticas dan cuenta de la intervención de múltiples variables que afectan (y han afectado) esta incidencia. Es decir, muchas otras estructuras interactúan con el hecho educativo, en sus distintos niveles de organización y concreción (normativa o práctica).

Naturalmente, las condiciones materiales tienen un gran peso en la incorporación de los niños al sistema escolar, así como en su prosecución dentro de éste; sin embargo, el

planteamiento del párrafo anterior aplica en el caso de quienes han accedido, se mantienen y egresan del sistema escolar.

Una aproximación a esta idea puede darse invirtiendo el orden del análisis, es decir, considerar la influencia de la pobreza sobre la educación formal (y no al revés, como convencionalmente se ha sostenido desde estos organismos). Un estudio vinculado con ello, en Colombia, es el de Tarabin (2008). “Dicha consideración implica también introducir mayor flexibilidad en el diseño de las políticas educativas, de forma que permita adecuar las medidas aplicadas a las particularidades de los contextos y las situaciones concretas” (ob. cit., p. 87). En la investigación citada, se muestra, como colofón, el porqué la inversión en educación no siempre lleva a los resultados esperados. Tesis que cobra vigencia en el contexto de las zonas rurales que abarcan las Instituciones Aserradero, San Pedro Claver y Betulia.

La Rectora es de la idea de que “Todos los contenidos en matemáticas [escolares] son importantes y tienen su aplicación en cualquiera de los ámbitos en los cuales los estudiantes desarrollan sus actividades diarias, ahora... si la pregunta es en la apreciación personal... los temas relacionados con la resolución de problemas y la educación financiera son imprescindibles para una excelente formación académica.”

Señaló, además, que ha observado dificultades (relacionadas con el aprendizaje) en cuanto a la transición de la aritmética al álgebra, justo al término de la Primaria Básica.

Y en cuanto a las dificultades que ha observado, relacionadas con la enseñanza, destacó “la predisposición de los estudiantes o muchas veces el miedo o la apatía por mirar los procesos y [concebir] las operaciones como algo muy complicado. Los maestros de matemáticas deben tener habilidades en la didáctica de poder transmitir a sus estudiantes las secuencias y lógicas que le permitan resolver cuidadosamente la operación que se les asigna”.

Aquí, “apatía” y “miedo”, nuevamente, emergen como categorías importantes en su sistema de concepciones, tal como en el caso de los Docentes de aula.

Además, es del criterio de que “La forma más fácil de enseñar las matemáticas debe orientarse a partir de los recursos, herramientas, elementos o situaciones que sean conocidas por los

estudiantes... Si deseo enseñar fracciones lo puedo hacer con una torta, una naranja etc.” En efecto, la actividad concreta es la vía natural para comprender ciertos conceptos matemáticos. Por ejemplo, en el caso de las fracciones, los materiales y actividades concretas (como el uso de uno o varios trozos de papel para representar la totalidad, y en ésta o éstas indicar las partes) es una actividad bastante común al introducir este tema de estudio. Incluso, pueden utilizarse otros materiales concretos para representar otros modelos distintos al “partes-todo”.

Lo mismo sucede para otros conceptos matemáticos contemplados en el currículo de la Primaria Básica.

Aunque, en todo caso, atendiendo, por ejemplo, a las implicaciones epistemológicas de ciertas actividades matemáticas y de cierta aproximación didáctica, la enseñanza-aprendizaje y la docencia no son, definitivamente, tareas sencillas.

Con respecto a la relación de las Matemáticas Escolares con la realidad, la Rectora opinó que:

- “Las matemáticas sí o sí se deben reflejar en la realidad, en la cotidianidad del ser humano. Las matemáticas tienen muchas aplicaciones y es necesario que se enseñen de manera que los estudiantes puedan verlas como una herramienta que se puede usar en su vida diaria.”

Precisamente uno de los vectores compartidos por los Docentes participantes. En las secciones que siguen, se discute el tipo de problemas que se abordaron en el contexto del aula, lo que da cuenta de la manera en la que se dio la relación Matemáticas Escolares-Realidad. Desde su rol como directora, entiende esta área como directora entiende a esta área “como fundamental... pero enfocada al contexto y a la resolución de problemas, es importante que los estudiantes puedan aplicarlas, usarlas en su contexto”, en especial en el contexto rural: “es de saberse [sic] que la zona rural hace falta muchos recursos, pero toca entrar en el proceso de enseñar matemáticas contextualizadas”.

No obstante, recordó que durante sus estudios en la Primaria Básica, “miedo, apatía...

recibía contenidos que no me generaban ninguna expectativa.” (tal como se evidenció en otras de los Docentes participantes).

Concepciones sobre los Problemas

Otro de los constructos centrales del sistema que conforman las concepciones sobre el planteamiento y la resolución de problemas es, precisamente, la idea que cada uno de los docentes tiene de problema matemático.

Esta posición es tan importante como la que se expresa sobre este mismo constructo en los distintos documentos curriculares (tal es el caso de los emanados por el Ministerio de Educación, a saber, el currículo para la primaria Básica, así como otras normativas y disposiciones, la que se expresa en recursos, como por ejemplo, los libros de texto, o bien, la que se puede entrever en las pruebas de evaluación de competencias nacionales e internacionales). Sobre este punto se entrevistó a los docentes participantes, e incluso, a la rectora de una de las Instituciones.

Al respecto, el Docente 1 expresó que “un problema matemático, para mí, es una incógnita que tenemos que resolver con ayuda de los números”. Con ello se identifica la idea de problema con “una” incógnita, y además, con la necesaria intervención de los números.

En realidad ha existido ni existe, un consenso en cuanto a la noción de problema matemático. Tal como se discutió, antes, ello ha sido un signo tanto en el seno de las Matemáticas como disciplina científica, como en el de la Educación Matemática. De hecho, en este último campo de estudios, han destacado posiciones basadas en los aportes de la Psicología. La posición del autor de esta investigación se encuentra en la conjunción de las dos condiciones que siguen:

(1) El hecho de que el método de resolución no es conocido a priori por el estudiante (en este caso, por el niño) y,

(2) Que este estudiante tiene el interés en resolver el problema.

Estas dos condiciones, aun en su elementalidad, suponen un tratamiento didáctico especial. Por ejemplo, la identificación, atracción o motivación de los estudiantes hacia la situación planteada (problema) puede abordarse con apoyo en las estrategias adecuadas al grupo, los

recursos y el momento, es decir, pueden buscarse los mecanismos para involucrar a los estudiantes. Ello podría darse a través de una charla inicial por parte del docente, de la proyección de un video relacionado con el problema, etc. Abordaje que, de esta manera, se diferenciaría de la simple asignación del problema.

La condición (1) es la que, desde el punto de vista del autor de este estudio, permite distinguir a los problemas matemáticos de los ejercicios, tal como se discutió en los capítulos previos, en especial con base en los aportes de Míguez (2003). En el caso de que una persona conozca con antelación el método (bien sea algoritmo, secuencia de algoritmos, etc.) que permita dar con la o las soluciones, en el caso de que existan, de una situación dada, entonces tal situación se convierte, en términos prácticos, en un “ejercicio”.

Y ello se da en cualesquiera de los niveles de la educación, no solamente en la Primaria Básica.

El Docente 1 complementó su respuesta señalando que algunos de los problemas que propone a sus estudiantes los toma “de los libros... otros los elaboro yo misma, dependiendo del nivel de los niños, puesto que no todos van al mismo nivel”, y que “realiza la transversalidad con las demás áreas, para potencializar otras áreas del saber”. Este último punto se corresponde con una de las características del currículo normado para este nivel de la escolaridad.

Además, sostuvo que los problemas matemáticos favorecen a los niños en cuanto a “volverse más críticos, más analíticos, más atentos, más pensantes al realizar alguna actividad”.

Sobre estos puntos, el Docente 2 indicó que “Un problema matemático es un episodio de conocer los números... dígitos. Así, también, diferenciar [los] números naturales de [los] números enteros, para saber que existen y que los niños puedan tener [un] aprendizaje claro”.

Uno de los aspectos que guarda una relación estrecha con la visión de la matemática escolar identificada exclusivamente con el estudio de las operaciones básicas y sus propiedades, consiste en entender a las Matemáticas como el estudio de los números; desestimando así otros componentes que, de hecho, ésta posee (y que tienen espacios en el currículo normado por el MEN para este nivel), tal es el caso, por ejemplo, de las ideas geométricas y estadísticas. **Aquí se**

evidencia también la complejidad que se señaló sobre el sistema que conforman las concepciones de una persona (docente) sobre un tema, concepto, teoría, etc.

Y, tal como en el caso anterior, el Docente 2 explicó que “algunos problemas los miro de los libros, y otros se hacen teniendo en cuenta el medio donde estamos, que es la zona rural”, relacioándolos con la realidad y el contexto “porque las matemáticas son la base fundamental para hablarles de las demás asignaturas y del contexto real en que se vive”. Con respecto a los aspectos, que según su opinión, favorecen a la formación de los estudiantes, indicó que “en el psicosocial, cognitivo, la parte cultural, la parte religiosa...”

Aquí destaca el hecho de que se incluyera a la religión como una de las dimensiones o aspectos favorecida por la actividad de resolución de problemas en el contexto del aula de matemáticas; habida cuenta de que Colombia es un estado cuya educación es, normativamente, laica (tal como reza en la Constitución desde el año 1991). Aunque, aun con la distancia temporal, las dinámicas y estructuras formadas en ese sentido (tanto las estatales, las que corresponden a las Iglesias en sí mismas y a las competen al imaginario popular), dan cuenta de las complejidades en esta materia. Un tema que, ciertamente, mantiene su vigencia tanto en Colombia como en toda la región.

El Docente 3 manifestó no tener una formación sólida en matemáticas y que, por tanto, “hay cosas que se me hacen difíciles enseñar y entender” -de hecho, fue la única docente que expresó tal idea; para ella “un problema matemático es algo que debemos resolver”. Definición que, aunque amplia, recoge el sentido último de esta noción. Además, indicó que propone problemas a sus estudiantes tomados del “diario vivir... del contexto” buscando la “transversalidad” que se expone en el currículo. De acuerdo con su opinión, los problemas matemáticos favorecen a los estudiantes en la seguridad, lo cual podría incidir en su actividad en el seno de las otras áreas de formación.

En el imaginario de los padres, madres y representantes, las Matemáticas escolares constituyen, junto al Lenguaje, las áreas más destacadas de la escolaridad, a las cuales se asocia cierta “seguridad” del estudiante para afrontar el resto de las áreas en las que está organizado el currículo. El Docente 4 dio a la definición de problema matemático una orientación especial: “[...]”

es encontrar el valor de algo relacionado con lo cotidiano”. Una noción muy interesante, de hecho, en el ámbito de los Matemáticos de profesión, existe una corriente caracterizada precisamente por esta relación (naturalmente distinta a la matemática que impulsó el Movimiento de las Matemáticas Modernas y a las reformas que ello implicó en el contexto colombiano desde la segunda mitad del siglo pasado). Explicó que “muchos de los problemas [propuestos a sus estudiantes] los elaboro yo, pero me apoyo con los libros”.

Además, consideró que enfrentarse a éstos, “los vuelve más analíticos, los ubica para ponerlos en práctica en su diario vivir”.

Tal como se ha descrito, en las concepciones de los docentes participantes se encuentra la tesis de las matemáticas escolares como fuente para el pensamiento lógico, para el análisis, la interpretación, etc., aun cuando se citó como importante la conexión de éstos con el contexto y la realidad. Es decir, dejando de lado, por ejemplo, el abordaje de situaciones complejas del contexto en las que las Matemáticas Escolares (y no solo las que conciernen a las Matemáticas “profesionales”) tienen un gran poder descriptivo y de interpretación.

El Docente 5 también relacionó los problemas matemáticos con el mundo de los números: “un problema matemático es una situación que se puede resolver en los contextos que ameritan buscar soluciones numéricas”, agregando que “Muchas veces tomo ejemplos, pero modificados, manejo una página llamada capsula educativa, y también uso la elaboración propia”.

Expresó, además, que los vincula con otras disciplinas, buscando la integración entre ellas. Y que éstos favorecen en “todos los aspectos” a la formación de los estudiantes.

Las Concepciones sobre la Resolución de Problemas: en retrospectiva

En el sistema que conforman las concepciones de los docentes, la noción central es justo la que concierne al planteamiento y a la resolución de problemas. Para ello, en correspondencia con la metódica puesta en práctica, se obtuvo información de cada uno de los docentes, e incluso,

de la rectora de una de las Instituciones, con base en un cuestionario y en una entrevista semi-estructurada (ver Anexos IV y V). En primer lugar, se solicitó a cada docente responder cada una de las preguntas del cuestionario ubicándose en el papel de estudiante de la escuela primaria, tratando de evocar recuerdos de aquellos momentos y experiencias. Las tablas que siguen recogen esta información.

La autopercepción como resolutores de problemas matemáticos en la Escuela (así como en otros niveles de la educación) tiene una carga importante de los afectos, con cierta independencia de los hechos objetivos que la soporten. En el caso del Docente 1, aun cuando buscó distintas formas de resolver un problema dado, viendo con interés aquellos problemas que se relacionaban con ella realidad y que no se daba por vencida fácilmente, manifestó inseguridad, desconfianza en sí misma, dudas, miedos, nervios y desesperación. Precisamente los descriptores que abarca la ansiedad hacia las Matemáticas Escolares.

Tabla 3. Resolución de problemas. Docente 1.

	Aspecto	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
1	Casi todos los problemas matemáticos se resolvían en pocos minutos, si se conocía la fórmula, regla o procedimiento que había explicado el profesor o que se exponía en el libro de texto.		x		
2	Al intentar resolver un problema era más importante el resultado que el procedimiento.			x	
3	Sabiendo resolver los problemas que proponía el profesor en clase, era posible solucionar otros del mismo tipo si sólo les han cambiado los datos.			x	
4	Las destrezas o habilidades utilizadas en las clases de matemáticas para resolver problemas no tenían nada que ver con las utilizadas para resolver problemas en la vida cotidiana.			x	
5	Busqué distintas maneras y métodos para resolver un problema.			x	
6	Cuando resuelvo un problema suelo dudar de si el resultado es correcto.			x	

7	Cuando resolvía un problema era frecuente que dudara si el resultado era correcto.			x	
8	Tenía confianza en mí mismo cuando resolvía problemas matemáticos.	x			
9	Estaba calmado y tranquilo cuando resolvía problemas matemáticos.		x		
10	Cuando me esforzaba en la resolución de un problema podía dar con el resultado correcto.			x	
11	La suerte era un factor importante en la resolución de los problemas matemáticos.			x	
12	Ante un problema complicado solía darme por vencido fácilmente.		x		
13	Cuando me enfrentaba a un problema experimentaba mucha curiosidad por conocer la solución.			x	
14	Me angustiaba y sentía miedo cuando el profesor me proponía "por sorpresa" que resolviera un problema.			x	
15	Cuando resolvía problemas en grupo tenía más seguridad en mí mismo.			x	
16	Cuando me atascaba o bloqueaba en la resolución de un problema empezaba a sentirme inseguro, desesperado, nervioso...			x	
17	Si no encontraba la solución de un problema tenía la sensación de haber fracasado y de haber perdido el tiempo.			x	
18	Me provocaba gran satisfacción llegar a resolver con éxito un problema matemático.			x	
19	Cuando fracasaba en mis intentos por resolver un problema lo intentaba de nuevo.			x	
20	La resolución de un problema exigía esfuerzo, perseverancia y paciencia.			x	
21	Me parecían interesantes los problemas matemáticos vinculados con la realidad.			x	
22	Los problemas matemáticos vinculados con la		x		

realidad eran más difíciles de resolver.				
--	--	--	--	--

La ansiedad no se califica como un trastorno del proceso de aprendizaje, sin embargo, podría tener los mismos efectos, justo por el bloqueo emocional y actitudinal que eventualmente se daría.

Entender las matemáticas como un área en la que solo los estudiantes más avanzados o “aventajados” pueden comprenderla, implica desde ese momento una suerte de clasificación de los otros y de sí mismo, con antelación a cualquier actividad, tema, curso o año escolar. Tal concepción desempeñaría, a partir de entonces, una especie de auto-prejuicio con implicaciones en las actividades que le corresponda desarrollar en el contexto del aula, en particular en las que corresponden a los procesos de enseñanza-aprendizaje.

En Inglaterra, por ejemplo, se creó (recientemente) una fundación para atender el problema de la ansiedad hacia las matemáticas en jóvenes y adultos (llamada “The Maths Anxiety Trust”, Ver: <http://mathsanxietytrust.com/>), en especial, a través de acciones para tomar conciencia pública y comprenderla, como un paso necesario para hallar sus soluciones. En Colombia no existe una estructura formal, asociada al Ministerio de Educación Nacional que tenga tales fines. En algunos países de la región, otras Instituciones del Estado coadyuvan en la tarea de disipar, por decirlo de alguna manera, el miedo o ansiedad a las Matemáticas, por ejemplo, a través de “festivales matemáticos” organizados por los Museos de Ciencias (que incluyen juegos, experimentos, actividades recreativas, etc., todas vinculadas estrechamente con la Matemática Escolar). Este tema tampoco forma parte de los planes de formación universitaria de los docentes en sus distintas especialidades y niveles. Al mismo tiempo, es una de las líneas de investigación en Educación Matemática que ha cobrado mucha fuerza durante los años recientes. Y, como se mostró en antes, los estudios de Franco-Buriticá, Maz-Machado, León-Mantero y Casas-Rosal (2023) y Castellanos, Vásquez y Vásquez (2021), y Cordero (2024) son tres de los que, recientemente, han abierto espacios para abordar esta temática en Colombia.

Para el Docente 2, contrario a como expresó el Docente 1, el “resultado” no era más importante que el “procedimiento”, y, además, para ella la resolución no debía llevar mucho tiempo, siempre que se conociera la fórmula, regla o algoritmo correspondiente.

De hecho, los “pesos” o importancia que otorga un docente a cada elemento de la dupla procedimiento(s)-resultado(s) (se utilizó el plural aquí intencionalmente) suele ser un descriptor bastante común de parte de su enfoque didáctico; lo cual es captado por sus estudiantes y miembros del grupo familiar. Ello también se da en otros niveles de la educación matemática.

Curiosamente, señaló su desacuerdo con que conocer el procedimiento de solución de un problema lleve a resolver problemas del mismo tipo (en los que solamente se cambiaron los datos).

Las matemáticas en su conjunto se caracterizan por las estructuras que conforman sus objetos (números, figuras geométricas, relaciones, etc.) y sus propiedades (teoremas, etc.), pero también, quien estudia las Matemáticas (Escolares) conforma estructuras que tienen que ver con la solución de problemas, los algoritmos y conceptos asociados, posibles aplicaciones de esos problemas, etc.

En este último caso, se espera que sea natural que la o las formas halladas para resolver cierto problema se incorpore a tal estructura, es decir, que puedan reconocerse problemas del mismo tipo y asociarse, entonces, con cierto método (o métodos) de solución.

El Docente 2 manifestó que tenía sentimientos de duda (sobre el resultado obtenido al resolver un problema), pero, al mismo tiempo, confianza, calma y esfuerzo como resolutora de problemas. Afectos que, al menos desde la visión del autor de esta investigación, son contradictorios. Hecho que se advirtió como posibilidad, en la discusión sobre el sistema que conforman las concepciones (en este caso, del docente).

Tabla 4. Resolución de problemas. Docente 2.

	Aspecto	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
1	Casi todos los problemas matemáticos se resolvían en pocos minutos, si se conocía la fórmula, regla o procedimiento que había explicado el profesor o que se exponía en el libro de texto.			X	
2	Al intentar resolver un problema era más importante el resultado que el procedimiento.	X			

3	Sabiendo resolver los problemas que proponía el profesor en clase, era posible solucionar otros del mismo tipo si sólo les han cambiado los datos.		X		
4	Las destrezas o habilidades utilizadas en las clases de matemáticas para resolver problemas no tenían nada que ver con las utilizadas para resolver problemas en la vida cotidiana.		X		
5	Busqué distintas maneras y métodos para resolver un problema.		X		
6	Cuando resuelvo un problema suelo dudar de si el resultado es correcto.			X	
7	Cuando resolvía un problema era frecuente que dudara si el resultado era correcto.			X	
8	Tenía confianza en mí mismo cuando resolvía problemas matemáticos.			X	
9	Estaba calmado y tranquilo cuando resolvía problemas matemáticos.			X	
10	Cuando me esforzaba en la resolución de un problema podía dar con el resultado correcto.			X	
11	La suerte era un factor importante en la resolución de los problemas matemáticos.		X		
12	Ante un problema complicado solía darme por vencido fácilmente.		X		
13	Cuando me enfrentaba a un problema experimentaba mucha curiosidad por conocer la solución.			X	
14	Me angustiaba y sentía miedo cuando el profesor me proponía "por sorpresa" que resolviera un problema.			X	
15	Cuando resolvía problemas en grupo tenía más seguridad en mí mismo.			X	
16	Cuando me atascaba o bloqueaba en la resolución de un problema empezaba a sentirme inseguro, desesperado, nervioso...			X	
17	Si no encontraba la solución de un problema tenía la sensación de haber fracasado y de haber perdido el			X	

	tiempo.				
18	Me provocaba gran satisfacción llegar a resolver con éxito un problema matemático.				X
19	Cuando fracasaba en mis intentos por resolver un problema lo intentaba de nuevo.		X		
20	La resolución de un problema exigía esfuerzo, perseverancia y paciencia.			X	
21	Me parecían interesantes los problemas matemáticos vinculados con la realidad.			X	
22	Los problemas matemáticos vinculados con la realidad eran más difíciles de resolver.				X

La realidad envuelve, ciertamente, problemas sumamente complejos. En ese universo existen problemas en los que las Matemáticas aportan múltiples herramientas y conceptos que se orientan a la comprensión de una parte de tales problemas. Esta idea se refleja en la posición del Docente 2 en cuanto a la dificultad de este tipo de problemas.

De hecho, en las Matemáticas se ha conformado una importante corriente de investigación que toma los problemas de la realidad y del contexto como punto de partida. Investigaciones concretas como la predicción meteorológica, los sondeos de opinión pública, el estudio de la población de ciertas especies, el nivel de los embalses (por ejemplo, de las represas), la productividad de cierto cultivo en condiciones específicas, el diseño e impresión de piezas en tres dimensiones, etc. demandan del conocimiento matemático.

Esta tendencia ha estado cobrando importantes espacios en el ámbito del diseño curricular para la Escuela (particularmente al indicar y encomendar las conexiones de esta área con las demás, así como con el contexto que envuelve a los estudiantes y a la Institución).

La autopercepción del esfuerzo en la resolución de un problema, la confianza en sí misma y la calma, se dan, en el caso del Docente 3, en conjunción con los sentimientos de angustia ante el hecho de que el profesor del curso le solicitara explicar o resolver un problema en el tablero (o pizarra) ante todos sus compañeros, y de inseguridad, desesperación y nervios cuando

observaba astascos o bloqueos en el proceso de solución.

No encontrar “la” “solución” implicaba, tal como evocó esta docente, la sensación de fracaso o de estar vencida ante esa situación.

Aquí, de nuevo, destaca la visión de las Matemáticas como una ciencia exacta, en la que, además, se asocia el hecho de que un problema tiene “una” única solución.

La aritmética, la geometría y la estadística de la Primaria Básica abarcan problemas que tienen más de una solución, o bien, ninguna.

La “unicidad de la solución” fue un signo bastante generalizado en las concepciones de cada uno de los docentes participantes. En Serrano (2009, p. 236) se expone esta característica, junto con el hecho de relacionar un problema con una única incógnita, con enunciados que incluyen ya todos los datos necesarios, con la existencia de una fórmula que permite dar con la solución, y que la solución se obtiene despejando la variable (en el ámbito de la Educación Media), como partes de un esquema que los estudiantes suelen extrapolar a otros problemas.

El Docente 3 afirmó que no solía mostrar satisfacción al resolver un problema efectivamente, y que, en las ocasiones en las que no daba con la o soluciones, no lo intentaba de nuevo.

Entre los puntos coincidentes con las demás docentes se encuentran el entender que la resolución amerita de perseverancia, esfuerzo y paciencia por parte del resolutor; y que los problemas vinculados con la realidad eran, de hecho, más difíciles que el resto (ver la tabla a continuación). De hecho, la modelación matemática da cuenta de esta dificultad adicional.

Tabla 5. Resolución de problemas. Docente 3.

	Aspecto	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
1	Casi todos los problemas matemáticos se resolvían en pocos minutos, si se conocía la fórmula, regla o procedimiento que había explicado el profesor o que se exponía en el libro de texto.				X

2	Al intentar resolver un problema era más importante el resultado que el procedimiento.				X
3	Sabiendo resolver los problemas que proponía el profesor en clase, era posible solucionar otros del mismo tipo si sólo les han cambiado los datos.				X
4	Las destrezas o habilidades utilizadas en las clases de matemáticas para resolver problemas no tenían nada que ver con las utilizadas para resolver problemas en la vida cotidiana.				X
5	Busqué distintas maneras y métodos para resolver un problema.				X
6	Cuando resolvía un problema solía dudar de si el resultado es correcto.				X
7	Cuando resolvía un problema era frecuente que dudara si el resultado era correcto.				X
8	Tenía confianza en mí mismo cuando resolvía problemas matemáticos.				X
9	Estaba calmado y tranquilo cuando resolvía problemas matemáticos.				X
10	Cuando me esforzaba en la resolución de un problema podía dar con el resultado correcto.			X	
11	La suerte era un factor importante en la resolución de los problemas matemáticos.	X			
12	Ante un problema complicado solía darme por vencido fácilmente.			X	
13	Cuando me enfrentaba a un problema experimentaba mucha curiosidad por conocer la solución.			X	
14	Me angustiaba y sentía miedo cuando el profesor me proponía "por sorpresa" que resolviera un problema.				X
15	Cuando resolvía problemas en grupo tenía más seguridad en mí mismo.				X
16	Cuando me atascaba o bloqueaba en la resolución de un problema empezaba a sentirme inseguro, desesperado, nervioso...				X

17	Si no encontraba la solución de un problema tenía la sensación de haber fracasado y de haber perdido el tiempo.				X
18	Me provocaba gran satisfacción llegar a resolver con éxito un problema matemático.	X			
19	Cuando fracasaba en mis intentos por resolver un problema lo intentaba de nuevo.	X			
20	La resolución de un problema exigía esfuerzo, perseverancia y paciencia.				X
21	Me parecían interesantes los problemas matemáticos vinculados con la realidad.				X
22	Los problemas matemáticos vinculados con la realidad eran más difíciles de resolver.				X

El Docente 4, al igual que el Docente 1, mostró su desacuerdo con que los problemas matemáticos, en general, se resolvieran en pocos minutos (en caso de conocer el proceso para su solución).

Además, expresó sentimientos encontrados durante el proceso de resolución. Por ejemplo: dudas, confianza, calma, curiosidad, fracaso y satisfacción. De hecho, del grupo de docentes participantes, es el caso en el que se dio mayor polaridad. Esto, como se discutió, no es una singularidad o rareza, sino más bien una situación bastante frecuente en el sistema de creencias o concepciones de una persona. Es decir, tal sistema puede cobijar ideas, o sentimientos (como en este caso), contradictorios entre sí.

Otro punto que destaca en su cuestionario es que no expresó sentimientos de “muy en desacuerdo” ni “muy de acuerdo” ante ninguno de los aspectos. Fue la única Docente en la que ello se dio.

En su caso, solo 6 respuestas indicaron desacuerdo, de un universo de 22 aspectos.

Aquí, probablemente, se presentó uno de los “sesgos” que suelen asociarse a las escalas de Likert: es decir, el que las respuestas positivas superen a las negativas (con independencia al hecho de que los planteamientos hayan sido redactados en un sentido o en otro -tal como se hizo en el marco de esta investigación). Al respecto, ver la tabla que sigue.

Un estudio que presenta un estudio sobre este tema es el de Matas (2018). Y, de acuerdo

con el reporte de He y Von De Vijver (2015), las respuestas del Docente 4 podrían corresponderse con un “estilo de respuesta intermedia” (es decir, con una tendencia a seleccionar las alternativas moderadas). Aunque, naturalmente, esta observación se encuentra en el plano de las hipótesis.

Tabla 6. Resolución de problemas. Docente 4.

	Aspecto	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
1	Casi todos los problemas matemáticos se resolvían en pocos minutos, si se conocía la fórmula, regla o procedimiento que había explicado el profesor o que se exponía en el libro de texto.		X		
2	Al intentar resolver un problema era más importante el resultado que el procedimiento.			X	
3	Sabiendo resolver los problemas que proponía el profesor en clase, era posible solucionar otros del mismo tipo si sólo les han cambiado los datos.			X	
4	Las destrezas o habilidades utilizadas en las clases de matemáticas para resolver problemas no tenían nada que ver con las utilizadas para resolver problemas en la vida cotidiana.		X		
5	Busqué distintas maneras y métodos para resolver un problema.			X	
6	Cuando resolvía un problema solía dudar de si el resultado es correcto.			X	
7	Cuando resolvía un problema era frecuente que dudara si el resultado era correcto.			X	
8	Tenía confianza en mí mismo cuando resolvía problemas matemáticos.			X	
9	Estaba calmado y tranquilo cuando resolvía problemas matemáticos.			X	
10	Cuando me esforzaba en la resolución de un problema podía dar con el resultado correcto.			X	
11	La suerte era un factor importante en la resolución de los problemas matemáticos.		X		
12	Ante un problema complicado solía darme por vencido fácilmente.		X		

13	Cuando me enfrentaba a un problema experimentaba mucha curiosidad por conocer la solución.			X	
14	Me angustiaba y sentía miedo cuando el profesor me proponía "por sorpresa" que resolviera un problema.			X	
15	Cuando resolvía problemas en grupo tenía más seguridad en mí mismo.			X	
16	Cuando me atascaba o bloqueaba en la resolución de un problema empezaba a sentirme inseguro, desesperado, nervioso...		X		
17	Si no encontraba la solución de un problema tenía la sensación de haber fracasado y de haber perdido el tiempo.			X	
18	Me provocaba gran satisfacción llegar a resolver con éxito un problema matemático.			X	
19	Cuando fracasaba en mis intentos por resolver un problema lo intentaba de nuevo.			X	
20	La resolución de un problema exigía esfuerzo, perseverancia y paciencia.			X	
21	Me parecían interesantes los problemas matemáticos vinculados con la realidad.			X	
22	Los problemas matemáticos vinculados con la realidad eran más difíciles de resolver.		X		

En el caso del Docente 5, destacó que considerara a las destrezas o habilidades empleadas en clase para resolver problemas como independientes de las que son necesarias para resolver problemas en la vida cotidiana. Curiosamente, expresó que le parecían interesantes los problemas matemáticos asociados con la realidad, pero no más difíciles de resolver que el resto. Manifestó sentimientos de confianza, calma y satisfacción durante del proceso de solución, pero, al mismo tiempo, de inseguridad, desesperación o nerviosismo (en el caso de encontrarse atascada o bloqueada ante un problema). Evidenciándose, también en el Docente 5, posiciones contrapuestas. Por ejemplo, en ella, el trabajo en grupo no generaba seguridad, sino justamente lo opuesto -una posición que no suele ser común entre los estudiantes de ese nivel.

Además, la preevalencia del resultado sobre el procedimiento fue un signo en los Docentes 1, 3, 4 y 5. Concepción que, en la práctica, se encuentra sumamente extendida.

La posición sobre el poco tiempo que amerita la resolución de problemas (cuando se conoce el procedimiento) coincidió con la de los Docentes 2 y 3. Sobre este punto, en realidad, no habrá ni consensos ni reglas generales, en tanto que muchos otros factores incidirán en ello, como por ejemplo:

- (a) La interpretación que haga de la situación-problema,
- (b) La posible búsqueda de datos en ciertas fuentes de información, o bien, en el contexto real,
- (c) Las destrezas en el manejo de ciertos algoritmos,
- (d) La manera en la que se expresen los procedimientos,
- (e) El o los métodos empleados para verificar la o las soluciones, etc.

Como una de las notas finales en esta sección, se observó que los Docentes 1, 2, 3 y 5 no tuvieron, de acuerdo con el autor de esta investigación, tendencia a seleccionar las opciones **que estaban de acuerdo con el objeto del ítem** (por ejemplo, la elección de las alternativas que describían miedos, frustración, bloqueos, etc. da cuenta de ello), o las **que se ubicaban en los extremos** (totalmente en desacuerdo o totalmente de acuerdo) (de hecho, no fueron respuestas frecuentes).

Tabla 7. Resolución de problemas. Docente 5.

	Aspecto	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
1	Casi todos los problemas matemáticos se resolvían en pocos minutos, si se conocía la fórmula, regla o procedimiento que había explicado el profesor o que se exponía en el libro de texto.			X	
2	Al intentar resolver un problema era más importante el resultado que el procedimiento.				X

3	Sabiendo resolver los problemas que proponía el profesor en clase, era posible solucionar otros del mismo tipo si sólo les han cambiado los datos.			X	
4	Las destrezas o habilidades utilizadas en las clases de matemáticas para resolver problemas no tenían nada que ver con las utilizadas para resolver problemas en la vida cotidiana.	X			
5	Busqué distintas maneras y métodos para resolver un problema.				X
6	Cuando resolvía un problema suelo dudar de si el resultado es correcto.			X	
7	Cuando resolvía un problema era frecuente que dudara si el resultado era correcto.				
8	Tenía confianza en mí mismo cuando resolvía problemas matemáticos.			X	
9	Estaba calmado y tranquilo cuando resolvía problemas matemáticos.			X	
10	Cuando me esforzaba en la resolución de un problema podía dar con el resultado correcto.				X
11	La suerte era un factor importante en la resolución de los problemas matemáticos.	X			
12	Ante un problema complicado solía darme por vencido fácilmente.	X			
13	Cuando me enfrentaba a un problema experimentaba mucha curiosidad por conocer la solución.			X	
14	Me angustiaba y sentía miedo cuando el profesor me proponía "por sorpresa" que resolviera un problema.	X			
15	Cuando resolvía problemas en grupo tenía más seguridad en mí mismo.		X		
16	Cuando me atascaba o bloqueaba en la resolución de un problema empezaba a sentirme inseguro, desesperado, nervioso...			X	
17	Si no encontraba la solución de un problema tenía la sensación de haber fracasado y de haber perdido el		X		

	tiempo.				
18	Me provocaba gran satisfacción llegar a resolver con éxito un problema matemático.			X	
19	Cuando fracasaba en mis intentos por resolver un problema lo intentaba de nuevo.			X	
20	La resolución de un problema exigía esfuerzo, perseverancia y paciencia.			X	
21	Me parecían interesantes los problemas matemáticos vinculados con la realidad.				X
22	Los problemas matemáticos vinculados con la realidad eran más difíciles de resolver.		X		

Ahora bien, la bibliografía especializada, ver, por ejemplo, He y Von de Vijver (2015), da cuenta de otra tendencia de respuesta: **seleccionar las opciones socialmente deseables**. Sobre este punto la información que aporta el cuestionario, por sí solo, es insuficiente para acercarse a una conclusión. Ésta debe, necesariamente, complementarse (triangularse) con otras fuentes. Y ese es uno de los objetivos de las secciones que siguen.

Este cuestionario también se aplicó a la Rectora (ver la tabla que sigue).

Tabla 8. Resolución de problemas. Rectora.

	Aspecto	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
1	Casi todos los problemas matemáticos se resolvían en pocos minutos, si se conocía la fórmula, regla o procedimiento que había explicado el profesor o que se exponía en el libro de texto.		X		
2	Al intentar resolver un problema era más importante el resultado que el procedimiento.		X		
3	Sabiendo resolver los problemas que proponía el profesor en clase, era posible solucionar otros del mismo tipo si sólo les han cambiado los datos.			X	
4	Las destrezas o habilidades utilizadas en las clases de matemáticas para resolver problemas no tenían			X	

	nada que ver con las utilizadas para resolver problemas en la vida cotidiana.				
5	Busqué distintas maneras y métodos para resolver un problema.		X		
6	Cuando resuelvo un problema suelo dudar de si el resultado es correcto.			X	
7	Cuando resolvía un problema era frecuente que dudara si el resultado era correcto.			X	
8	Tenía confianza en mí mismo cuando resolvía problemas matemáticos.		X		
9	Estaba calmado y tranquilo cuando resolvía problemas matemáticos.		X		
10	Cuando me esforzaba en la resolución de un problema podía dar con el resultado correcto.			X	
11	La suerte era un factor importante en la resolución de los problemas matemáticos.		X		
12	Ante un problema complicado solía darme por vencido fácilmente.		X		
13	Cuando me enfrentaba a un problema experimentaba mucha curiosidad por conocer la solución.			X	
14	Me angustiaba y sentía miedo cuando el profesor me proponía "por sorpresa" que resolviera un problema.			X	
15	Cuando resolvía problemas en grupo tenía más seguridad en mí mismo.			X	
16	Cuando me atascaba o bloqueaba en la resolución de un problema empezaba a sentirme inseguro, desesperado, nervioso...			X	
17	Si no encontraba la solución de un problema tenía la sensación de haber fracasado y de haber perdido el tiempo.			X	
18	Me provocaba gran satisfacción llegar a resolver con éxito un problema matemático.			X	
19	Cuando fracasaba en mis intentos por resolver un			X	

	problema lo intentaba de nuevo.				
20	La resolución de un problema exigía esfuerzo, perseverancia y paciencia.			X	
21	Me parecían interesantes los problemas matemáticos vinculados con la realidad.			X	
22	Los problemas matemáticos vinculados con la realidad eran más difíciles de resolver.		X		

La Rectora mostró su acuerdo con que las destrezas o habilidades empleadas en clase (para resolver problemas matemáticos) no se relacionaban en nada con las empleadas para resolver problemas en la vida cotidiana.”

En realidad, aun cuando el currículo normado da pasos en la dirección de acercar las Matemáticas Escolares a la cotidianidad y al contexto, en la práctica concreta estas relaciones no han sido tan estrechas (tal como se muestra en las secciones que siguen).

Ciertamente los problemas de la vida cotidiana son de muy distinta naturaleza, pero en ambos tipos de problemas se pueden poner en juego destrezas o habilidades como:

- (a) Representación
- (b) Deducción
- (c) Inferencia
- (d) Comparación
- (e) Argumentación
- (f) Comprobación
- (g) Explicación, entre otros.

Aquí, de nuevo, enfoques socio-culturales, como el planteado por Bishop (1999), o Etno-matemático de D’Ambrosio (1985, 1990, 2014), son de necesaria discusión.

En el caso de la Rectora, la duda, angustia y miedo fueron algunos de sus afectos como resolutora, aunque de la mano con sentimientos de esfuerzo, satisfacción y curiosidad. Conformando así un sistema con variopintos aspectos, tal como se dio con varias de los Docentes.

Además, sus respuestas, como en el caso del Docente 4, no tocaron las opciones extremas.

Concepciones “actuales” sobre la Resolución de Problemas

En las entrevistas se contempló también recabar datos sobre la posición actual (es decir, para el lapso que abarcó la investigación. De allí las comillas utilizadas en el título de esta sección) de cada Docente sobre la resolución de problemas matemáticos, habida cuenta de que el cuestionario discutido antes. En este sentido se preguntó **¿Cuáles de sus opiniones sobre la resolución de problemas matemáticos han cambiado desde su rol como estudiante de la escuela Primaria hasta su rol actual como docente?**

Sobre esta cuestión se dieron respuestas variopintas.

Por ejemplo, el Docente 1 refirió que “cuando se va a dar matemáticas nos toca enamorarnos de las matemáticas para poderla transmitir; tener paciencia es importante, el amor, el interés por enseñar es lo que nos va ayudar a que los niños quieran aprender. Es importante saber que no todos tienen el mismo ritmo de aprendizaje”. Mientras que el Docente 2 sostuvo que “la Matemática sigue siendo la misma, lo que ha avanzado es la tecnología”, dejando entrever una posición de las Matemáticas Escolares (y de las Matemáticas en general) como ciencia inamovible, estática. Sin embargo, no dio detalles sobre sus opiniones “actuales”.

El Docente 3 respondió con una comparación muy interesante: “Cuando era estudiante solo quería una nota para mi familia, ahora con la realidad del mundo como docente, es [sic] poder ayudar a que aprenda matemáticas”.

El Docente 4 sostuvo que “Anteriormente el docente solo se dedicaba a dar ejercicios, se preocupaba poco, ahora es necesario explicar todo, de dónde salen los procesos y todo el resultado”.

Y el Docente 5 expresó que “Como estudiante siempre traté de ser, no la excelente, pero sí de marcar la diferencia, tenía ideas erradas de que las matemáticas no eran importantes, ahora como docente cambio todo, porque veo que la matemática es un área super fundamental para la vida”.

Esta cuestión también fue planteada a la Rectora, quien explicó que ahora ve que en muchas ocasiones son los docentes los que hacen que las matemáticas sean un poco más complicadas, y no como pensaba durante su niñez.

Una de las causas, de acuerdo con su opinión, es la formación que tienen los docentes en cuanto a la estructura conceptual de la Matemática. Esto es, refirió a parte de la formación docente.

El compromiso propio hacia la resolución de problemas, el acompañamiento al estudiante (por ejemplo, entendido a través del concepto de "andamiaje") y entender este proceso como parte importante de la formación general (todos estos señalados por los Docentes 1, 3, 4 y 5) son categorías que están presentes en el modelo de Polya (1989).

Aunque ninguna de los Docentes ni la Rectora hicieron alusión a alguna teoría sobre la resolución de problemas.

Con la intención de ahondar en la concepción que cada Docente tiene de este proceso, se preguntó sobre las estrategias que utiliza en sus clases para verificar si la solución (obtenida por un estudiante) es correcta o no.

Sobre esto, el Docente 1 indicó que solicita que algún estudiante pase de forma voluntaria al tablero, y luego de la exposición de sus ideas, "[...] entre todos verificamos si el resultado fue el correcto". Agregando que "Cuando un niño tiene un error, le sugiero que mire bien, que descubra él mismo el error, para que sienta confianza en sí mismo."

Pero, el Docente 2 comentó no una estrategia general, sino una que utilizó en una ocasión en particular (para un problema en específico), basada en una dinámica con las partes del cuerpo. Y, ante la posibilidad de que un estudiante cometa un error, esta Docente recomendó que éste debe "poner atención e interés hacia el profesor y [sic] aprendizaje", sin exponer alguna estrategia didáctica para atender este hecho. El Docente 3 indicó que acostumbra revisar bien el proceso de solución "y preguntar a los que saben más". Y que trata de fomentar la confianza en los estudiantes solicitando que intenten nuevamente resolver nuevamente el problema, en caso de que hayan cometido un error.

Hasta este punto, aun en un "universo pequeño", esto es, en el grupo de los Docentes participantes, se han expuesto evidencia de sistemas de concepciones (en torno a la resolución de problemas) muy distintas entre sí.

Precisamente uno de los aspectos que se discutió sobre este constructo en los capítulos previos.

Para el Docente 4, en cambio, “se debe estar en constante revisión del trabajo que realizan los estudiantes. Los monitoreo para ver cómo resuelven”. Y su posición en cuanto a la manera en la que aborda los posibles errores que cometan los estudiantes es de motivarlos, comentándoles que “todos cometemos errores” y los guía para que se corrija.

Sobre el tema del error se volverá más adelante en este mismo capítulo.

Y, el Docente 5 listó las estrategias que utiliza para verificar si una solución es correcta: “Pasar al niño al tablero para que resuelva lo que hizo” y otra es “sentarme en cada mesa a verificar el trabajo que hacen”. Y sobre la forma en la que aborda un error cometido, explicó que “primero que todo la calma, le pido que se dé un espacio, no lo presiono. Yo en mi caso doy todas las áreas, entonces no tengo la presión para que los niños terminen, eso me ayuda a que los niños resuelvan nuevamente con tranquilidad”. Esta fue la única ocasión en la que uno de los Docentes o la Rectora refirió al factor tiempo. El Docente 5, como el resto de los Docentes, atiende a su curso de manera integral, es decir, en todas las áreas que comprende el currículo.

Se preguntó, además, sobre el o los problemas que según su opinión hayan sido difíciles de resolver por parte de sus estudiantes. Las respuestas se han organizado en la tabla siguiente.

Tabla 9. Problema difícil de resolver por los estudiantes (con base en la opinión de los Docentes y la Rectora)

Docente / Rectora	¿Puede compartir algún problema que haya sido difícil de resolver por parte de sus estudiantes?
Docente 1	“Se les dificulta un poco el máximo común divisor porque tienen dificultades de las tablas .”
Docente 2	“Las operaciones con fracciones .”
Docente 3	“No puedo enfatizar mucho, pero los estudiantes le temen a resolver potencias .”
Docente 4	“La multiplicación se les dificulta, porque ellos memorizan las tablas y a veces se es olvida.”
Docente 5	“Los estudiantes tienen muchas fallas en la parte del aprendizaje de las operaciones básicas , los estudiantes [...] hay cosas que no pueden resolver cuando tienen que ver con la división como tal, allí hay dificultades, aunque sepan el camino siempre presentan dificultades en esa parte.”

Rectora	“Problemas relacionados con las fracciones .”
---------	--

Nota: Las negrillas son añadidas.

Aun cuando no mencionaron un problema en específico, fue interesante que expusieran el “tema” relacionado con “el problema difícil de resolver”.

Aquí, de nuevo, fue reiterativa la mención de las operaciones básicas, un aspecto que se ha discutido a lo largo de esta investigación.

Ningún estadístico fue referido.

Y, con el propósito de obtener información la manera en la que relacionan las Matemáticas Escolares con el contexto que envuelve a cada una de las Instituciones, se planteó: ¿Y puede mencionar algún problema difícil vinculado con el contexto rural o la realidad?

Al respecto, el Docente 1 recordó un problema dentro de la Geometría, sin hacerlo explícito, en el que los niños usaron términos ambiguos, como “pedazo de tierra”, sin apoyarse en las figuras geométricas planas. Esto es, las dificultades estuvieron en el plano conceptual.

De hecho, ninguno de los Docentes hizo explícito algún problema difícil que se haya asociado con el contexto rural e indígena que enmarca a las Instituciones, o bien, con la realidad que las envuelve.

Se limitaron a afirmar que sus estudiantes sí han enfrentado ese tipo de problemas, y a mencionar el tema en el que se encontraba:

- Medidas de capacidad, y
- Regla de tres compuesta

Solo la Rectora expuso un problema relacionado con las operaciones básicas, en el que cada niño debía comprar en una tienda (de manera simbólica), una larga lista de productos. En ese caso, observó muchas dificultades durante la resolución.

Estos hallazgos se corresponden con cierto distanciamiento de la actividad resolutora de problemas matemáticos con respecto al contexto y a la realidad.

Y otro aspecto que se ha destacado en el acercamiento que representa esta investigación a las concepciones de los docentes, es justo la dimensión afectiva que comprende la resolución de problemas.

Sobre ello se abrió un espacio en las entrevistas.

Los datos compilados se presentan en la tabla que sigue.

Tabla 10. Sobre el abordaje de la confianza, calma, inseguridad o angustia por parte del Docente.

Docente / Rectora	¿Cómo aborda en el aula la confianza, la calma, la inseguridad o la angustia de sus estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos?
Docente 1	“Les dijo que lean bien, que analicen, que se concentren, para que se acuerden de la explicación que se dio antes de realizar la actividad y que si tienen dudas que me pregunten.”
Docente 2	“Permito que el estudiante se exprese, para poder conocer en sí el problema que lo afecta.”
Docente 3	“Bueno los estudiantes tienen problemas igual que nosotros como docentes, pero siempre toca ayudarles a que sigan adelante.”
Docente 4	“A través del juego ellos se motivan y con dinámicas acordes a la temática.”
Docente 5	“Nosotros como docentes nos enfocamos en trabajar la parte académica, debemos tener niños con las emociones en muy buen estado, es importante que el estudiante se sienta en paz.”
Rectora	“Dialogando mucho con los estudiantes, hay que generar en los chicos confianza, seguridad, brindándoles nuevas oportunidades.”

Como se advierte, en uno de los casos, la dimensión afectiva no se considera parte de “lo académico”, y además, esta docente asume que los estudiantes deben tener, como condición para el aprendizaje y la enseñanza, una especie de “equilibrio emocional”. Tal como se ha discutido aquí, ello no es cónsono con los más altos principios que caracterizan a la educación en Colombia, y que, deben, tal como está normado, permear cada una de las áreas en las que está organizado el currículo. Paradójicamente, la misma Docente manifestó (en el Cuestionario) una marcada carga afectiva durante su etapa como estudiante de Matemáticas en la Escuela.

Por otra parte, se aludió, como medios para abordar este tipo de sentimientos en los estudiantes: **al diálogo, la comunicación, y al empleo de ciertas “dinámicas” (como por ejemplo, algunos juegos)**. Sobre este punto, las concepciones de los Docentes apuntaron también en varias direcciones, como se supuso en el marco de la discusión teórica desarrollada aquí.

El Contexto en los Problemas Expuestos en los Libros

Además de la autopercepción del docente como resolutor de problemas, de su posición sobre este proceso, de la idea que maneja de problema matemático, de la actividad matemática en el contexto del aula, y de la Matemática Escolar en sí misma, se obtuvo información sobre la resolución de problemas en los textos utilizados por los docentes participantes junto a sus estudiantes. De hecho, en las entrevistas aplicadas, todos manifestaron que parte de los problemas propuestos a sus estudiantes, así como los que tomaban para ser explicados en clase y los que formaban parte de algunas de las evaluaciones fueron (y son) tomados de los libros de texto. Estos recursos (para la enseñanza y para el aprendizaje) son elementos importantes del sistema que conforman las concepciones de los docentes, habida cuenta de la dirección que pueden marcar en el tipo de problemas abordados, la manera en la que se presentan, e incluso, de los métodos de resolución que en éstos se destaque.

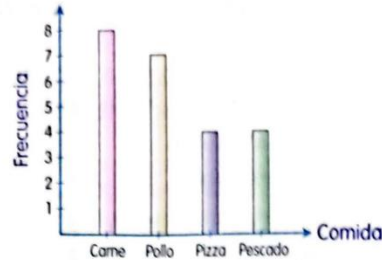
Los Docentes participantes manifestaron que utilizaban los libros: Jiménez, Díaz y otros (2003) (titulado “Pensamiento matemático 4”) y Centeno (2007) (titulado “Mi matemática. Desarrollo del pensamiento conceptual 5”), correspondientes al 4to y 5to grados respectivamente de la Primaria Básica; ambos editados en la capital, Bogotá. Sus ediciones cuentan ya con 21 y 17 años, respectivamente. Ambos libros comprenden entre 160 y 180 páginas. En éstos se observaron los temas que, durante el lapso que abarcaron las entrevistas, abordaban los Docentes junto a sus estudiantes; a saber: operaciones básicas (multiplicación de números naturales), estadística descriptiva, figuras planas, unidades de longitud, números romanos, e incluso, las secciones dedicadas al método de resolución de problemas.

Un primer aspecto observado es el contexto al que aluden los problemas expuestos y propuestos. Por ejemplo, en Centeno (2007) se exponen datos sobre la “comida preferida” por un grupo de 23 estudiantes con la intención de organizarlos en una tabla, contar sus frecuencias, construir un diagrama de barras y determinar la moda. En este caso, las respuestas (o datos) mostrados fueron: “pizza”, “pollo”, “carne” y “pescado”.

Moda y pictograma

Elaboremos la tabla y el diagrama de barras para la comida preferida.

COMIDA	FRECUENCIA
Pizza	4
Pollo	7
Carne	8
Pescado	4
TOTAL	23

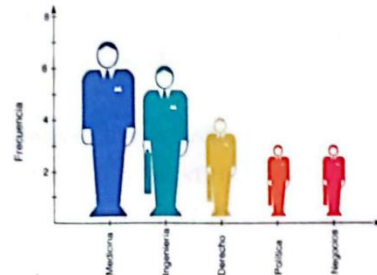


Responde ¿Cuál es la comida preferida por los estudiantes? _____

El dato que más se repite, es decir, el que tiene mayor frecuencia se llama **moda**. Se denota como Mo.

Elaboremos la tabla sobre la carrera profesional preferida y representémosla gráficamente.

CARRERA	FRECUENCIA
Medicina	7
Ingeniería	6
Derecho	4
Política	3
Negocios	3
TOTAL	23



El gráfico donde representamos las frecuencias mediante un dibujo que sea alusivo al dato trabajado se llama **pictograma**.

Aplicación

1. Responde:

- ¿Qué tienen en común un diagrama de barras y un pictograma?
- ¿En qué se diferencian?

2. Investiga:

- Además de las encuestas, ¿qué otros recursos existen para recolectar información?
- ¿Una encuesta puede hacerse con una única pregunta?

Figura 23. El contexto en dos de los problemas expuestos. Centeno (2007, p. 168).

En otro de los problemas expuestos se aportan datos sobre la “carrera profesional preferida” (también por 23 personas) y se construye el pictograma correspondiente (con las respuestas: “Medicina”, “Ingeniería”, “Derecho”, “Política” y “Negocios”). La imagen que sigue muestra

otro de los contextos considerados.

Media aritmética



Para el campeonato de gimnasia olímpica se nombraron 6 jueces para determinar el puntaje de cada participante. Patricia es una de las participantes y obtiene los siguientes puntajes de 1 a 10.

1er. JUEZ	2º JUEZ	3ER. JUEZ	4º JUEZ	5º JUEZ	6º JUEZ
7	8	6	9	7	8

Responde

¿Cuál es el puntaje definitivo de Patricia?

Para conocer cuál es el puntaje definitivo hay que adicionar los puntajes dados por cada juez, y esta suma se divide por la cantidad de jueces (6). Es decir:

$$\frac{7 + 8 + 6 + 9 + 7 + 8}{6} = \frac{45}{6} = 7,5$$

El puntaje 7,5 se llama **media aritmética** o **promedio**.

Media aritmética es una medida que resulta de la suma de todos los datos dividida por el número total de datos. Se simboliza por $\bar{X}$.

Responde

¿Cuál es la media aritmética de los números 3, 4, 6, 7?

Vocabulario
Medidas de **tendencia central** son las que tratan de ubicarse en el centro de un conjunto de datos.

$$\text{Media aritmética} = \bar{X} = \frac{\text{Suma de los datos}}{\text{Número total de datos}}$$

$$\bar{X} = \frac{3 + 4 + 6 + 7}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

Observa que el número 5, que representa el promedio, se ubica en el centro de los 4 números: 3, 4, 6, 7. Por esta razón se dice que la media aritmética o promedio es una medida de tendencia central.

Figura 24. Los puntajes en una competencia olímpica. Centeno (2007, p. 173).

Ésta se refiere a los puntajes asignados por un grupo de jueces a una atleta.

Otros de los contextos o situaciones abordadas son: “el lugar que quisieran visitar durante

las vacaciones”, “el número de puntos anotados por un grupo de jugadores de baloncesto durante un campeonato” y “la cantidad de huéspedes, clasificados en residentes y extranjeros, alojados en un hotel durante un período de tiempo”.

Naturalmente, es importante presentar a los estudiantes distintos contextos que envuelven a distintos problemas matemáticos, precisamente con el propósito de mostrar algunas de las relaciones entre las Matemáticas Escolares con el “mundo extra-disciplinar”.

Sin embargo, desde el enfoque socio-cultural de Bishop (1999) y etnomatemático de D’Ambrosio (1985, 1990, 2014), resultan importantes la consideración de contextos que envuelven a la realidad local y regional de los estudiantes. Desde ambas perspectivas tomaría espacio la cultura matemática heredada del pueblo Zenú, pero también, la cultura vigente que caracteriza las zonas rurales e indígenas de los Municipios Momil y Purísima.

Una de las conclusiones parciales de las entrevistas aplicadas a los Docentes participantes y a la Rectora fue que las Matemáticas Escolares guardan relación con la cultura.

Ahora bien, tal como se ha discutido en este capítulo, la manera de entender a la “cultura” tendrá marcas en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Estos contextos son, ciertamente, posibles y válidos; sin embargo, si todos o la mayoría de los contextos a que aluden los problemas presentados a los estudiantes son lejanos a su propio contexto, la imagen expuesta de la Matemática Escolar tendría, justamente, esa característica. Ese es el punto que se quiere destacar.

Sobre esta idea, D’Ambrosio (1985) sostiene que “la cultura se manifiesta a través de jergas, códigos, mitos, símbolos, utopías y formas de razonamiento e inferencia.

Asociados a éstos tenemos prácticas como cifrar y contar, medir, clasificar ordenar, inferir, modelar, etcétera, que constituyen etnomatemáticas” (p. 46). Y éstas son las que deben corresponderse con la actividad matemática llevada a cabo por los estudiantes.

Es aquí donde tendría espacio central la herencia cultural del pueblo Zenú, pero también la que se ha conformado en la región hasta el presente.

También hay problemas en los que no se hace referencia a ningún contexto, tal es el caso de los problemas en los que debe calcularse el perímetro de las figuras planas dadas, o bien, ordenar ciertas figuras según su perímetro (ver la Figura 26).

Este tipo de problemas son, en realidad, bastante comunes en los libros de texto y en la práctica.

El autor de esta investigación es del criterio de que tales problemas deben, también, formar parte de la actividad concreta, en tanto que a través de éstos la atención puede focalizarse en (a) los conceptos involucrados, (b) las técnicas o procedimientos aplicados, (c) el método de resolución, (d) la discusión del o de los resultados, (e) la comprobación, etc.

Así, los problemas sin referencia a algún contexto deben, complementar a los problemas en los que se alude a un contexto que envuelva la realidad de los estudiantes.

Pero no concentrar la enseñanza y el aprendizaje en problemas matemáticos sin vínculos con el contexto (o “intra-matemáticos”).

2. Elabora un diagrama de barras utilizando la información del siguiente pictograma:

Lugar que quisiera visitar en vacaciones

Cada  representa 50 personas.

Lugar	Hombres	Mujeres
México	    	 
San Andrés	     	  
Amazonas	     	   
Panamá	   	  

- ¿Cuántas mujeres desean viajar a México en vacaciones? 100
- ¿Hay más hombres que mujeres que prefieren viajar a Panamá? No
- ¿Es verdad que hay más mujeres que respondieron la encuesta? Explica tu respuesta.

3. El siguiente pictograma muestra el número de puntos de baloncesto que anotaron 5 jugadores en un campeonato.

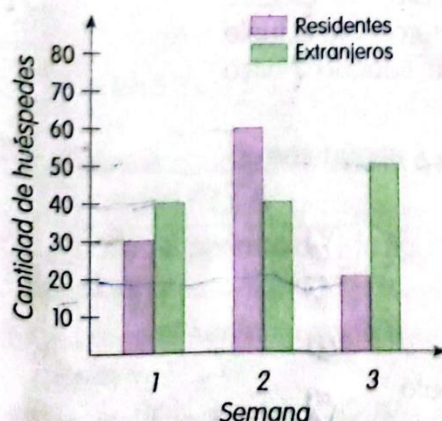
Cada  representa 3 puntos.

Sofía	    
Diego	    
Fabio	    
Luisa	    
Olga	  

- Elabora un diagrama de barras utilizando la información anterior.
- ¿Quién anotó la mayor cantidad de puntos? Diego
- ¿Quién anotó la menor cantidad de puntos? Olga
- ¿Cuántos puntos más anotó Luisa que Fabio? 0

Momento para relacionar

El siguiente diagrama muestra la cantidad de huéspedes, entre extranjeros y residentes, que se alojan en un hotel durante tres semanas.

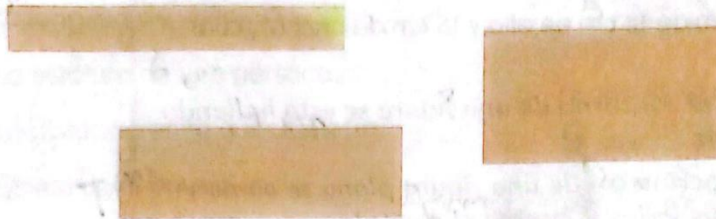


- 1 ¿Cuántas personas en total se hospedan en el hotel? 70
- 2 ¿Cuántos de los huéspedes son extranjeros? ¿Cuántos son residentes? 40 extranjeros, 30 residentes
- 3 ¿La cantidad de huéspedes extranjeros en cada semana es mayor que la cantidad de huéspedes residentes? Justifica tu respuesta. No, en la semana 2 hay más residentes que extranjeros.
- 4 Realiza una tabla de frecuencias que presente la información del diagrama de barras.

Figura 25. Otros contextos presentados. Centeno (2007, p. 175).

2. Todos los rectángulos que aparecen a continuación tienen un perímetro igual a 16 cm.

□ Escribe cuáles pueden ser las medidas de los lados.



3. Ordena, de mayor a menor, los perímetros de las siguientes figuras:

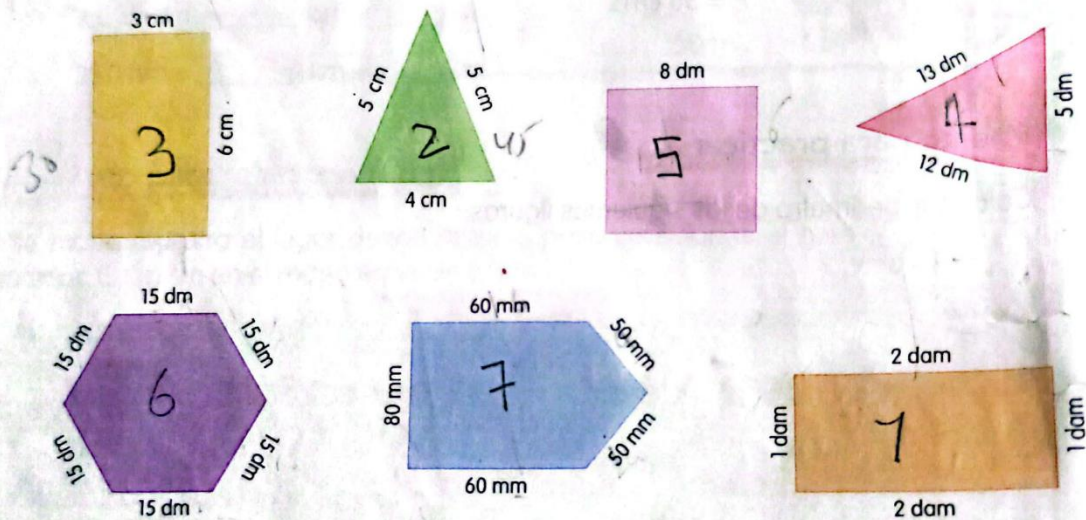


Figura 26. Problemas sin alusión a un contexto. Jiménez, Díaz y otros (2003, p. 51).

Los problemas “intra-matemáticos” podrían tener como finalidad practicar algunas habilidades de resolución, en función de desarrollar habilidades para cierto tipo de problemas.

En el caso de hallar el promedio de un conjunto de datos, tales habilidades se asocian con escribir la ecuación correspondiente al número de datos dados, realizar los cálculos e interpretar el resultado. Este proceso, al volverse rutinario, pasa a ser, tal como se discutió antes, en un ejercicio.

En cambio, si los estudiantes deben, por sí mismos, obtener cada uno de los datos, se pondrán en juego habilidades en torno a la medición, empleo de instrumentos, estimación, planteamiento de hipótesis, organización de la información recabada, decisiones en cuanto a la

estrategia de solución adecuada, conjeturar, entre otros. Es decir, desde este enfoque se involucrarían otros procesos del pensamiento y otras actividades matemáticas.

En todo este proceso se darán errores (en alguna o varias de las habilidades mencionadas antes), pero éstos, deben asumirse como un hecho natural a la resolución de problemas (precisamente como parte central de la actividad científica que la envuelve).

La ciencia, en efecto, tiene en el error un elemento indispensable, en tanto supone desarrollos que logren superarlos y, por otro lado, alcanzar un estadio de la ciencia que afronte entonces nuevos errores. Es una especie de ciclo evolutivo o de desarrollo. Este modelo tiene su expresión, también, en las Matemáticas Escolares.

Así, en el seno de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la Escuela Primaria el error durante la resolución de problemas debe, necesariamente, valorarse en este sentido.

Aquí, docentes y otros miembros del acompañamiento, supervisión y gestión de la educación tienen un rol importante (por ejemplo, en función de desmontar el enfoque “punitivo” de la evaluación).

Ahora bien, autores como Baroody (1994) sostienen que los problemas suelen ser descontextualizados en clases, esto es, suelen alejarse de la realidad del estudiante, pudiendo así perder significado para ellos.

En el fondo se encuentra la idea del énfasis en los ejercicios en vez del énfasis en los problemas del contexto (punto señalado por Beyer, 2000).

Responde

¿Una unidad de orden mayor se puede expresar en otra de orden menor?



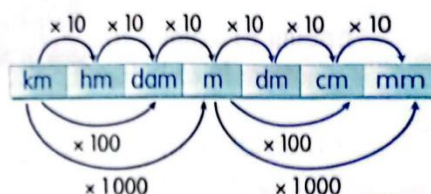
¿Un kilómetro se podrá expresar en decímetros?

¡Claro que sí! Para comprender cómo se hace observa la equivalencia del metro con las unidades mayores y menores que él.

UNIDADES	kilómetro	hectómetro	decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
SIMBOLIZACIÓN	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
EQUIVALENCIA	1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Vemos que cada unidad es 10 veces menor que la anterior y 10 veces mayor que la siguiente.

Para transformar una unidad de orden mayor en la inmediatamente menor se debe multiplicar por 10.



Ejemplos:

1. Expresa 5 km en hectómetros. $5 \text{ km} = 5 \times 10 \text{ hm} = 50 \text{ hm}$

2. Expresa 42 km en metros.

En la tabla de equivalencia observamos que de km a m hay que recorrer 3 lugares. Esto significa que para expresar kilómetros en metros debemos multiplicar por 1000.

$$1 \text{ km} = 10 \text{ hm} = 100 \text{ dam} = 1000 \text{ m}$$

Si en 1 km hay 1000 metros, entonces, en 42 km hay 42 veces 1000 m. Es decir:

$$42 \text{ km} = 42 \times 1000 = 42000 \text{ m}$$

Figura 27. La equivalencia entre unidades. Jiménez, Díaz y otros (2003, p. 60).

Uno de los temas que se abordó a través de problemas sin relación con el contexto fue el de la equivalencia entre unidades de longitud. En este caso, el esquema seguido en los textos utilizados consistió en:

1. El planteamiento de una pregunta introductoria,
2. La exposición de una tabla con algunos múltiplos y submúltiplos del *metro*,

3. Observaciones a las conversiones contenidas en la tabla,
4. Exposición de ejemplos, y
5. Propuesta de ejercicios y/o problemas.

Aquí, de nuevo, un enfoque alternativo podría consistir en plantear a los estudiantes una situación del contexto de los estudiantes que implique, por ejemplo, estimar la distancia entre dos puntos, y que conlleve a la necesidad utilizar múltiplos o submúltiplos del metro. Este leve pero radical cambio puede convertir la situación planteada en un problema para los estudiantes.

Como se advertirá, la tabla de conversión que usualmente se expone en los libros (y también en el aula de Matemáticas) antes que los ejemplos y que los ejercicios y problemas, surgirá aquí como una consecuencia de la actividad matemática de los estudiantes con el acompañamiento (“andamiaje”) de su docente. Tal enfoque alternativo rescata la esencia de la metodología de resolución de problemas.

Hasta este punto se ha observado la complejidad que envuelve a la metodología de resolución de problemas en el aula de matemáticas, no solo desde su concepción (o la manera como se la entienda el Docente, el Autor de un libro de texto, el Rector de una Institución, el Supervisor, e incluso, la Familia), sino en el terreno de su implementación práctica. El enfoque que lo “traduce”, o mejor, lo “resume” en ejercicios, es, en efecto, mucho más sencillo de implementar en la práctica.

En cambio, el enfoque alternativo que se ha descrito, implica el uso de estrategias didácticas adecuadas, el aprovechamiento de los recursos e instrumentos disponibles, construir un “clima comunicativo” cónsono con las actividades a desarrollar, y promover la indagación, la investigación y la discusión.

Momento para Practicar y Momento para Comprender

Un aspecto presente en los libros utilizados es la identificación de dos momentos, denominados “para practicar” y “para comprender”.

Ambos ligados al proceso de resolución de problemas. De hecho, ambos libros dedican una sección especial a éstos.

En el primero se destacan algunos aspectos que, desde la óptica del autor (o autores), deben tener en cuenta los estudiantes; y ello contempla algunas definiciones, parte del procedimiento o algoritmo a aplicar, etc.

Y en el segundo se exponen situaciones (a través de, por ejemplo, una tabla de datos, un gráfico, etc.) y se expone una pregunta que demanda la interpretación de la información dada y, posiblemente, la aplicación de algún algoritmo estudiado en ese capítulo o sección.

Las figuras que siguen ilustran estas ideas (una de ellas en el caso de las tablas y los diagramas de barra, y la otra sobre el cálculo del perímetro).

El hecho de distinguir estos momentos tiene que ver con una manera de “visualizar” el proceso de resolución de problemas (o de un ejercicio) desde un “plano superior”, es decir, con tener consciencia de lo que se ha hecho (ello, desde una lente psicológica, se describe como un proceso meta-cognitivo).

Aspecto que, desde la posición que se sigue en esta investigación, es relevante. De hecho, el aprendizaje, en general, pasa por alcanzar ese nivel de visualización.

Aunque, se insiste acá en el hecho de que la esencia del método de resolución de problemas, tal como se le ha entendido acá, abarca los momentos de comprender y practicar.

Las imágenes que siguen ilustran estas ideas.

Tablas y diagramas de barras

Momento para comprender

- ❑ ¿Qué debes tener en cuenta cuando construyes un diagrama de barras?
 - ✓ La información que se quiere dar a conocer.
 - ✓ Los datos o variables; por ejemplo, la cantidad de medallas, los países, el color preferido, etc.
 - ✓ La frecuencia absoluta, es decir, el número de veces que se repite cada dato.

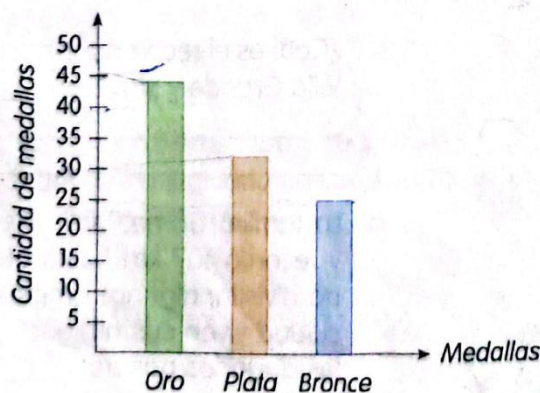
Momento para practicar

1. Observa el cuadro de medallería que obtuvieron tres países durante los Juegos Olímpicos de Atlanta en 1996.

País	Oro	Plata	Bronce
Estados Unidos	44	32	25
Rusia	26	21	16
Alemania	20	18	27

- ❑ ¿Es posible afirmar que los tres países recibieron más medallas de oro que de bronce? 
Explica tu respuesta.

- ❑ ¿A qué país corresponde el siguiente diagrama de barras?



Los diagramas facilitan la interpretación y el análisis de la información.



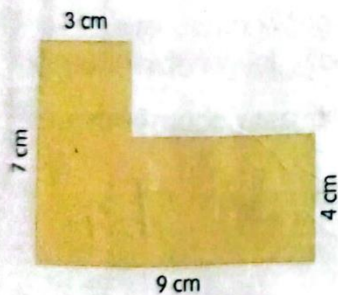
- ❑ ¿Qué dato tiene menor frecuencia en el diagrama anterior?

Figura 28. Momentos para comprender y para practicar. Centeno (2007, p. 70).

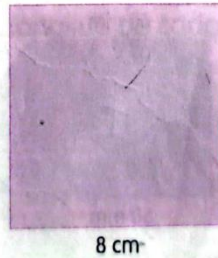
Momento para practicar



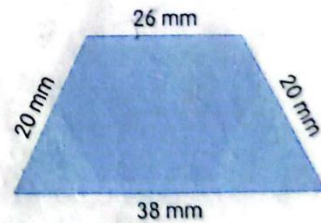
1. Calcula el perímetro de las siguientes figuras:



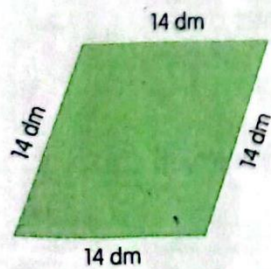
P = ____ cm



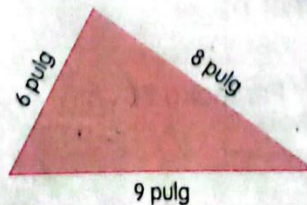
P = ____ cm



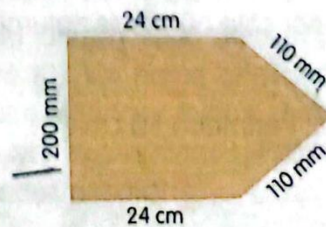
P = ____ mm



P = ____ dm



P = ____ pulg



P = ____ cm

Figura 29. El cálculo del perímetro de una figura geométrica plana y sus momentos. Jiménez, Díaz y otros (2003, p. 55).

Otro de los aspectos interesantes contenidos en los libros utilizados por los Docentes participantes es la caracterización de la “estrategia para resolver un problema matemático”. Las ideas que a continuación se presentan dan cuenta de ello.

La Estrategia de Solución de un Problema

Los libros referidos dedican una sección para presentar a los estudiantes algunas estrategias para resolver un problema: por ejemplo, en cuanto a lo que denominan “pregunta oculta” o a la “estructura de la solución”.

Solución de problemas

Aprende estrategias

La pregunta oculta ¿...?

Casi siempre los problemas que requieren de dos operaciones constan de:

1. Una **situación inicial**.
2. Una o más **acciones** que modifican la situación inicial.
3. Una **pregunta oculta** relacionada con las acciones o con la situación inicial.
4. Una **pregunta explícita** sobre la situación final o el resultado de las acciones.

Lee los siguientes ejemplos.

Problema 1		Solución
Un balde contiene 12 litros de agua.	Situación inicial	Inicialmente hay 12 litros en el balde. Para saber la cantidad de litros que quedan en el balde, hay que descifrar la pregunta oculta: <i>¿Cuántos litros se sacaron del balde?</i>
Se sacan 4 litros para preparar la comida y 2 litros para hacer un jugo.	Acción	La pregunta oculta se resuelve con la adición: $4 + 2 = 6$
¿Cuántos litros de agua quedan en el balde?	Pregunta explícita	La pregunta explícita se resuelve con una resta: $12 - 6 = 6$

Figura 30. Solución de un problema. Jiménez, Díaz y otros (2003, p. 67).

La “pregunta oculta” o las “preguntas ocultas”, o aquellas no formuladas explícitamente en la situación inicial, sino que surgen de su interpretación, son frecuentes al abordar problemas relacionados con el entorno. En el caso de Jiménez, Díaz y otros (2003, p. 67) se da un ejemplo de este tipo de preguntas al abordar un problema sobre el número de litros de agua que fueron sacados de un recipiente para preparar ciertos alimentos, y otro vinculado con calcular el número de pasajeros que transitan un puente durante una hora dadas ciertas condiciones.

Solución de problemas

Aprende estrategias

Por un puente vehicular de doble carril pasan 600 vehículos por hora en dirección norte - sur, y 600 vehículos en dirección sur - norte. Del total de vehículos que pasa por cada carril 400 son buses, cada uno de los cuales transporta 40 personas. El resto de vehículos son automóviles en los que se transportan 2 personas.

¿Cuántos pasajeros pasan por el puente durante 1 hora?



1. Comprende el problema

Leo con atención el problema e identifico:

a. ¿Qué información tengo?

Sé que por cada carril pasan 600 vehículos, es decir, que en total pasan 1200 vehículos en 1 hora. De esta cantidad, 800 son buses (400 por cada carril), y el resto son automóviles.

Cada bus transporta 40 personas y cada automóvil transporta 2 personas.

b. ¿Qué me preguntan?
¿Qué debo averiguar?

¿Cuántas personas en total pasan por el puente durante 1 hora viajando en buses y automóviles?

2. Planea qué hacer

Escojo las operaciones matemáticas que me ayudarán a resolver el problema.

Primero debo averiguar cuántas personas viajan en los 800 buses y en los automóviles.

Si en un bus viajan 40 personas y deseo averiguar cuántas viajan en 800, debo hacer una multiplicación.

$$40 \times 800$$

Luego, averiguo la cantidad de automóviles.

$$1200 - 800 \text{ buses} = 400 \text{ automóviles}$$

Figura 31. Estructura de la solución de un problema: comprender y planear. Jiménez, Díaz y otros (2003, p. 69).

Las dos etapas que comprende la estructura expuesta antes se corresponden con las dos

primeras del método de Polya (1989); aunque este autor incluye, además de éstas, la ejecución del plan y la visión retrospectiva. Las cuales aplican también a la Educación Primaria.

En estos libros no fue característico el que los problemas resueltos por el autor alcanzaran la visión retrospectiva (hecho que se correlaciona con el hallazgo anterior), a saber, la comprobación del o de los resultados, e incluso, pensar en otras aplicaciones de los resultados. Por ejemplo, serían relevantes preguntas como: ¿cómo puede interpretarse la o las soluciones?, ¿qué otros problemas pueden abordarse de forma similar?, ¿el método seguido puede aplicarse a problemas más complejos?, ¿podemos hallar otros métodos de solución? o ¿en qué puntos es posible cometer un error?

Todas éstas se orientan a desarrollar una visión del proceso de resolución en un nivel superior al que corresponde a la simple aplicación de uno o varios algoritmos para dar con la o las respuestas.

Es este sentido científico de la actividad llevada a cabo por los estudiantes el que se rescata de los planteamientos de Castro (2008), MEN (1998, 2006) y Mancera (2000), tal como se discutió en los capítulos previos.

En estos procesos es medular la función del Docente. De acuerdo con Polya (1989), éste debe “ayudar al estudiante” solo lo necesario y suficiente. Si bien estas ideas son algo subjetivas, se orientan a la esencia de la actividad de cada uno de los participantes del hecho educativo: un problema sumamente difícil en el que se abandone a los estudiantes posiblemente no implicará aprendizajes significativos, y lo mismo sucedería en el caso de que sea el docente quien lo resuelva totalmente.

Polya apuntó, además, que el docente debe, en todo momento, ponerse en los “zapatos” del estudiante, por ejemplo: (a) indagando sobre el proceso a seguir (o seguido) de varias maneras, y (b) planteando preguntas en los momentos indicados. Todo con la finalidad de motivar en los estudiantes el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos.

En las secciones observadas en los libros utilizados por los Docentes participantes (tal como se observó antes: en correspondencia con los temas que estaban abordando en el lapso que comprendieron las entrevistas) **los problemas resueltos por el o los autores siguen, parcialmente, las recomendaciones de Polya, con la diferencia de que la indagación sobre el proceso**

a seguir (o seguido) no se hizo de varias maneras.

Es decir, **solo se mostró una vía de solución de los problemas expuestos** (al respecto, ver las figuras mostradas a lo largo de ésta y las dos secciones anteriores).

Aunque parezca un leve detalle, en realidad no lo es.

En el fondo se podría afianzar la concepción de que es el docente, y solo él, quien tiene las habilidades para hallar el proceso de solución de un problema matemático.

La Resolución de Problemas en la Práctica

Otras de las fuentes de la que se recabaron datos, con la intención de caracterizar las concepciones de los docentes sobre el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos, fueron, precisamente, las libretas de los estudiantes.

Éstas se entendieron como un reflejo de la actividad de resolución de problemas llevada a cabo en el contexto del aula, así como la que se encomendó a los estudiantes para realizar en sus hogares.

Al mismo tiempo, constituyen una muestra de la manera en la que los Docentes participantes conciben esta actividad matemática.

La identificación del valor posicional de los dígitos que conforman un número natural y su descomposición son, de hecho, temas centrales de la Primaria Básica. Ello se dio también durante el período que abarcaron las entrevistas.

Las imágenes que siguen (ver las Figuras 32 y 33) ilustran estas actividades.

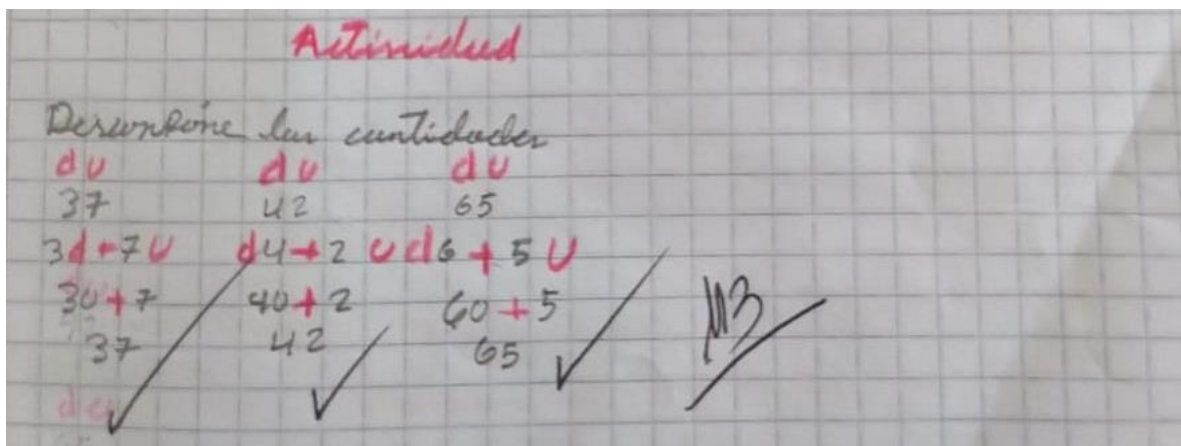


Figura 32. Apuntes de un estudiante sobre la descomposición de un número con base en su valor posicional.

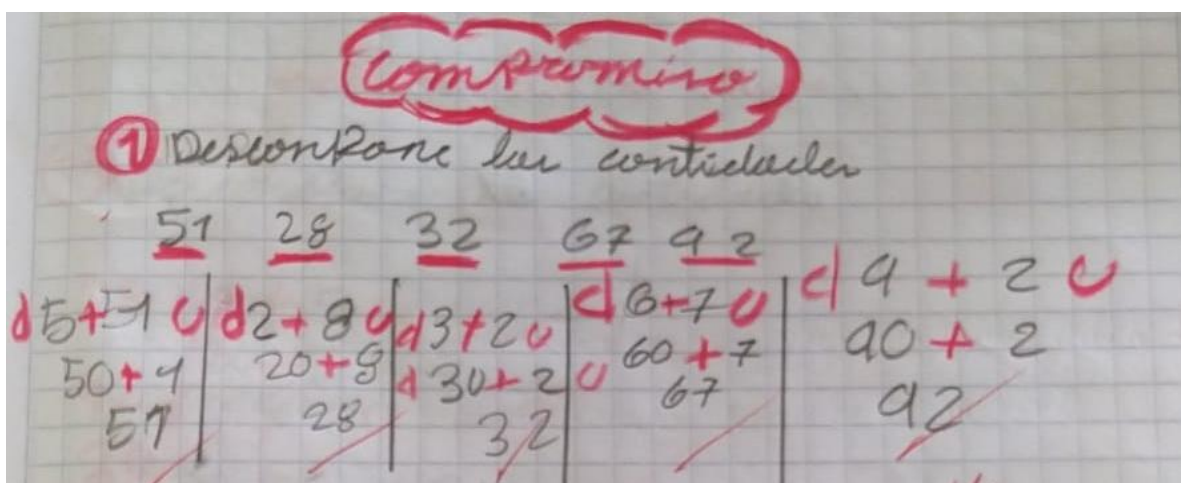


Figura 33. El reporte de uno de los compromisos (actividades asignadas).

En éstas, salvo algunas excepciones, no se evidenció dificultad alguna.

En algunos casos se notaron correcciones (ver la Figura 36), y el uso de un segundo color para escribir las siglas “um”, “c”, “d”, “u”, el símbolo “+”, para trazar las filas y columnas de las tablas, para trazar flechas, o bien, para destacar el resultado.

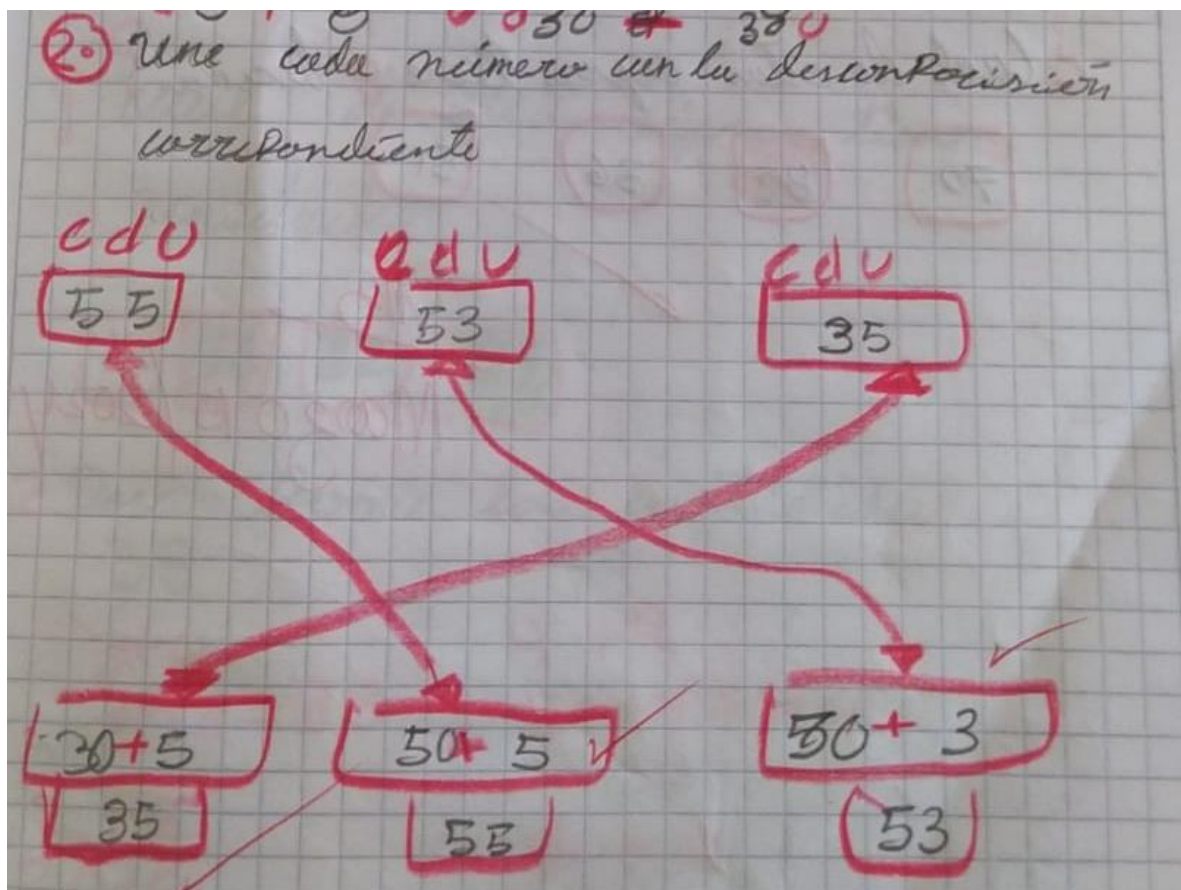


Figura 34. Actividad de relacionar en una de las libretas.

También fueron comunes actividades en las que se enunció cierta condición desde la cual debía identificarse el número que la verificara (ver la Figura 35).

Es decir, los Docentes participantes propusieron actividades que requerían partir desde el concepto (en este caso, desde el valor de posición de cada uno de los dígitos que compone un número natural), o bien, emplearlo en algún punto de la interpretación de la situación planteada.

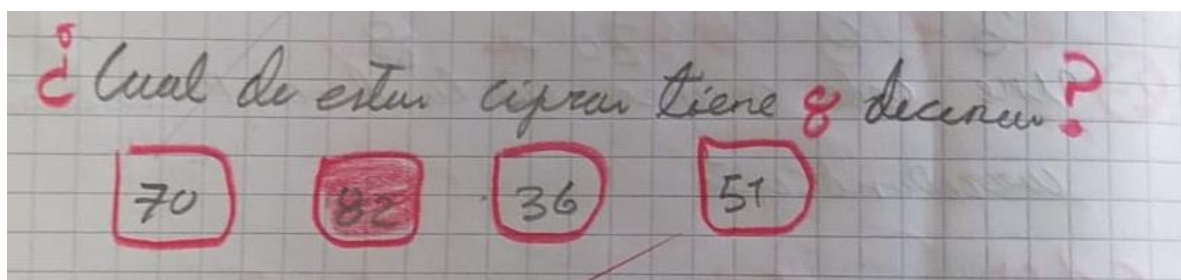


Figura 35. Actividad basada en una condición.

Utilizar adecuadamente un concepto matemático tiene que ver con su comprensión (e incluso, manejar distintas representaciones de ese concepto). Las actividades (problemas) propuestos por los Docentes participantes apuntaron en esa dirección.

En etapas más avanzadas de la “comprensión”, de acuerdo con Skemp (1978) (trabajo que, aun cuando se publicó hace ya alrededor de cincuenta años, constituye uno de los principales aportes en el seno de la Educación Matemática sobre esta noción), se conforman estructuras conceptuales más complejas que permiten idear planes para abordar cierta tarea (como por ejemplo: resolver un problema). En cambio, en las primeras etapas, suele prevalecer el conocimiento instrumental.

Desde esta lente, los problemas (o actividades) propuestas a los estudiantes se ubican en el plano instrumental.

Lo cual concuerda con los estándares contemplados en el currículo oficial.

Aunque, dado el caso del planteamiento de situaciones-problema tomadas del contexto, se esperaría trascender ese plano instrumental y propiciar así el desarrollo de otras competencias resolutoras en los estudiantes.

• 2 • 150
 $2um + 1d + 0u$
 $200 + 10 + 0$

• 324
 $3d + 2c + 4u$
 $30 + 20 + 4$

• 42
 $4d + 2u$
 $40 + 2$

um	c	d	u
2	1	5	0
um	c	d	u
3	2	4	
um	c	d	u
		4	2

✓ Escribe como se leen las cantidades

• 742
 ~~$7um + 4d + 2u$~~
 ~~$700 + 40 + 2$~~

• 54
 $5d + 4u$
 $50 + 4$

• 1 • 342
 $1um + 3d + 2u$
 ~~$1000 + 30 + 2$~~

• 6 • 300
 $60um + 3d + d$
 ~~$600 + 30 +$~~

um	c	d	u
7	4	2	
um	c	d	u
5	4		
um	c	d	u
1	3	4	2
um	c	d	u
6	3	0	0

Figura 36. Otra de las actividades propuestas.

Buena parte de la discusión que se derivó de las entrevistas aplicadas, giró en torno a la concepción algorítmica, basada en las operaciones básicas, vale decir, en el carácter instrumental señalado por Skemp (1978).

La educación matemática concretada en la práctica, en Colombia y en prácticamente todo el orbe, ha tenido como uno de sus “vectores” o “tendencias” el enfoque descrito antes.

Precisamente, una de las consecuencias de la forma en la que se implantaron las reformas curriculares asociadas al *Movimiento de la Matemática Moderna*. Y una herencia, como se comentó, que hoy en día se conserva en cierto grado.

En una de las respuestas (ver la Figura 36) un estudiante escribió:

$$7um+4d+2u=700+40+2$$

como la descomposición del número representado en la tabla (7420).

De hecho, el estudiante cometió errores en las demás actividades, salvo en el caso de la descomposición del número 42.

En la última actividad (en el caso del número 6300), el Docente hizo la corrección (sobreescribiendo “c” en lugar de la “d”. Ver la parte inferior izquierda de la imagen referida).

Pero en todas las demás actividades, aún tras los errores, el Docente dio el visto bueno, sin indicar el error.

Tal como se discutió en los capítulos precedentes, el error, cualquiera que sea, debe ser indicado, o bien, abrir los espacios necesarios para que sea observado por el estudiante, y, en lo posible, ser aprovechado didácticamente (lo que podría darse a través de la socialización y discusión en el seno del grupo).

① Ubica las siguientes cantidades en la tabla

um	c	d	u
2	3	4	2

2.342

$200 + 30 + 40 + 2$

$200 + 30 + 40 + 2$

um	c	d	u
1	5	4	2

1.542

$100 + 50 + 40 + 2$

$100 + 50 + 40 + 2$

um	c	d	u
3	2	2	4

3.224

$300 + 20 + 20 + 4$

② Escribe en letras las siguientes cantidades

324 trescientos veinticuatro ✓

2.432 dos mil cuatrocientos treinta y dos ✓

3.641 tres mil seiscientos noventa y uno ✓

25 veinticinco ✓

Figura 37. Ubicación de cantidades en la tabla.

Esto lleva nuevamente al punto o momento de la “visión retrospectiva” que describe Polya (1989) para la estrategia de resolución de problemas. Aquí no se dio la verificación de la o las

respuestas dadas por el estudiante. Tarea que envuelve, naturalmente al estudiante, pero que parte del modelo de resolución de problemas que se pone en práctica en el aula.

Tal como se observó en la sección anterior, la verificación de la o las soluciones no fue, tampoco, común en los libros de texto utilizados por los Docentes participantes en estos cursos.

En este caso, el modelo de resolución de problemas de este estudiante (ante esta actividad en particular) podría ser un reflejo del modelo puesto en práctica en el aula.

Amputándose así la “visión retrospectiva” quedan abiertas cuestiones en torno a la seguridad o confianza en la o las soluciones obtenidas, así como con respecto al proceso o plan puesto en práctica. “¿Es correcto lo que hice?” pasa a ser, entonces, una de las preguntas no respondida.

Se insiste acá en el hecho de que cada uno de los momentos de resolución de problemas (a saber: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del mismo y visión retrospectiva) son indispensables y complementarios, tanto como estrategia en sí, y como “fuente” para desarrollar tal competencia en los estudiantes.

Por tanto, se crean ciertas condiciones para los sentimientos de duda, desconfianza en sí mismo, intranquilidad, insatisfacción, etc., que, como se discutió, son escenarios posibles en el universo que abarca la dimensión emocional relacionada con las concepciones (y creencias) en educación matemática. Y fue, por cierto, un signo común manifestado por los Docentes participantes y en la Rectora.

En cambio, en actividades en las que dado un número debían copiarse sus dígitos en la tabla (en correspondencia con su valor de posición) los estudiantes, desde la lectura que aportaron sus libretas, no presentaron dificultades.

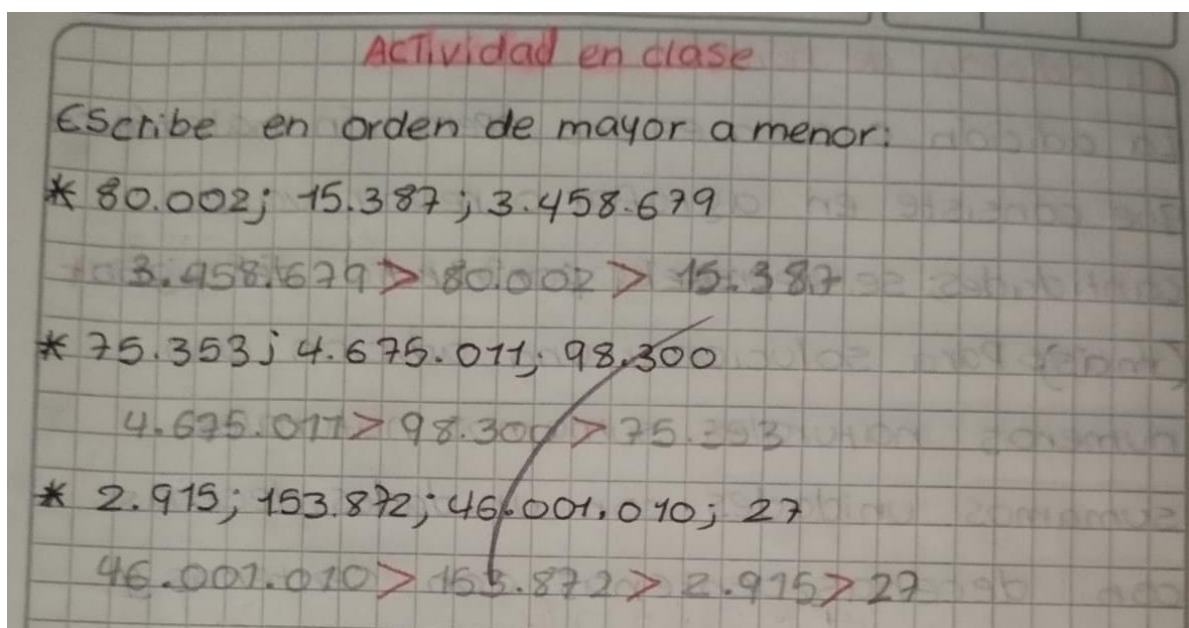


Figura 38. Una de las actividades propuestas en clase.

Lo mismo se dio en las actividades que tenían que ver con ordenar números de mayor a menor o de menor a mayor. Ejercicios (o problemas) que forman parte, también, de las que comúnmente se proponen a los estudiantes (ver la Figura 38).

Los problemas propuestos en clase

Uno de los tipos de problemas que suelen enmarcarse en contextos que aunque no son tomados de la realidad de los estudiantes son una especie de “idealizaciones” de ésta, son los vinculados con la adición y sustracción de números naturales, e incluso, con la multiplicación y división. Algunos de éstos resultaron interesantes en el sentido de que la situación planteada contenía datos sobre cantidades de objetos de distinta naturaleza, por ejemplo, de paletas y helados, lápices y regla, o bien, plátanos y auyamas (ver las Figuras 39 y 40).

Rosa tiene **(63)** paletas y **(42)** helados
 ¿Cuánto tiene en total?

(A) 205
(B) 206
(C) 105

$$\begin{array}{r} 63 \\ + 42 \\ \hline 105 \end{array}$$

A	B	C
☐	☐	☒

Pedro tiene **(48)** lápices y **(13)** reglas
 ¿Cuántos útiles escolares tiene ahora?

(A) 71
(B) 63
(C) 61

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 13 \\ \hline 61 \end{array}$$

A	B	C
☐	☐	☒

Figura 39. La adición y la resolución de problemas.

Y, la pregunta propuesta conllevaba a la necesidad de agrupar estos objetos en una nueva categoría, tal es el caso de “útiles” y “alimentos”.

Aunque en la primera de las situaciones planteadas no se indicó esta nueva categoría (sino que se dejó sobreentendida). Hecho, que, en la cotidianidad, es un proceso bastante común.

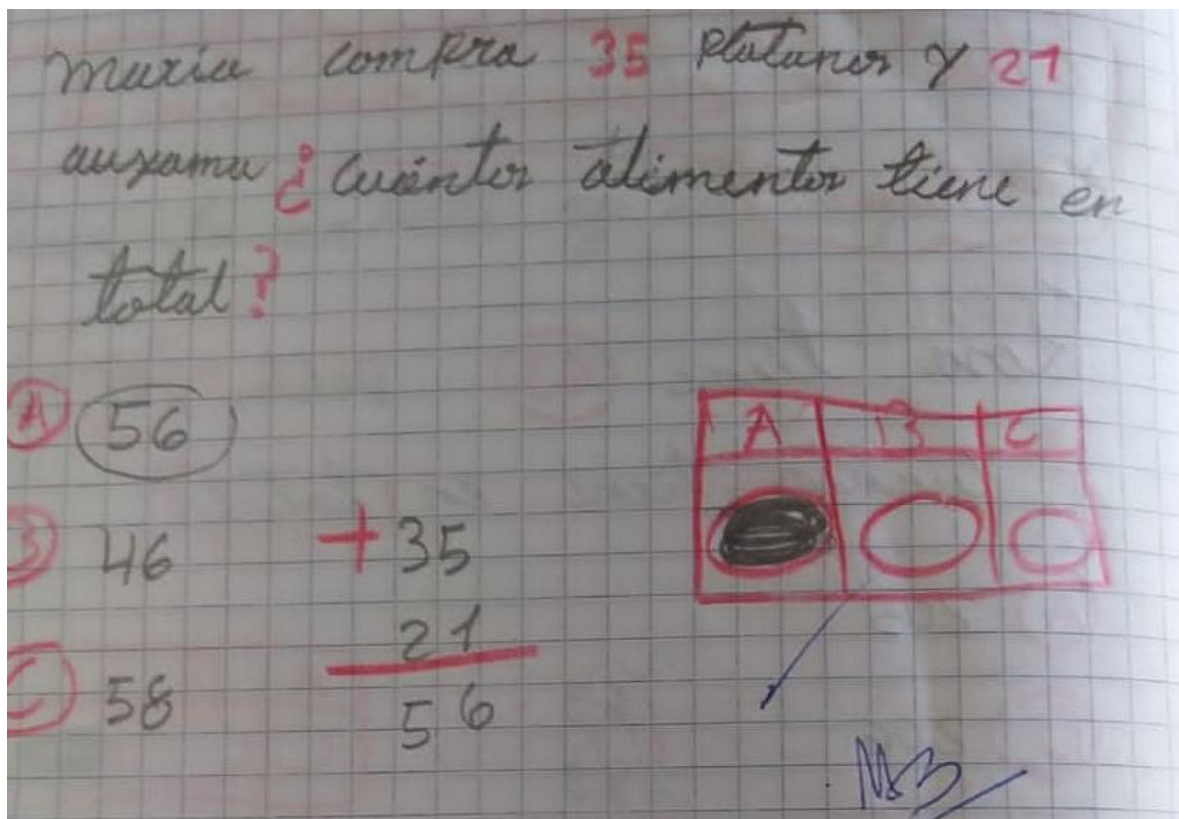


Figura 40. El contexto en los problemas matemáticos propuestos.

Pero también lo es al interior de la Matemática Escolar y de la Matemática en general. Por ejemplo, al operar con números naturales es obligante la reagrupación (precisamente atendiendo al valor de posición de cada dígito), al conformar clases de datos compilados en un estudio estadístico, e incluso, la descomposición y composición de figuras geométricas planas puede “entenderse” como un tipo de reagrupación.

En todas se añadió una lista con tres opciones de respuesta, y además, una tabla en la que se codificó cada opción con las letras A, B y C.

Los estudiantes debían reportar el proceso que le llevó a su respuesta y marcarla, tanto en la lista de opciones como en la tabla. Precisamente un esquema de preparación ante las pruebas que periódicamente se realizan en el país.

taller de multiplicaciones

multiplicación con la tabla del 2 y 3

$\begin{array}{r} \times 2 \\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 1 \\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 4 \\ 2 \\ \hline 8 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 6 \\ 2 \\ \hline 12 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 8 \\ 2 \\ \hline 16 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 4 \\ 3 \\ \hline 12 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 5 \\ 3 \\ \hline 15 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 6 \\ 3 \\ \hline 18 \end{array}$

— Resolución de Problemas

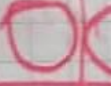
① un árbol tiene 5 mazorcas ¿cuántas mazorcas hay en 2 árboles?

A 10

B 15

C 20

$5 \times 2 = 10$

A	B	C
		

2. En un tarro hay 3 caramelos ¿cuántos caramelos hay en 3 tarros?

A 4

B 10

C 20

$3 \times 3 = 9$

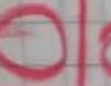
A	B	C
		

Figura 41. Dos problemas relacionados con la multiplicación. En este caso, propuestos en una evaluación (taller) y reportada en sus libretas.

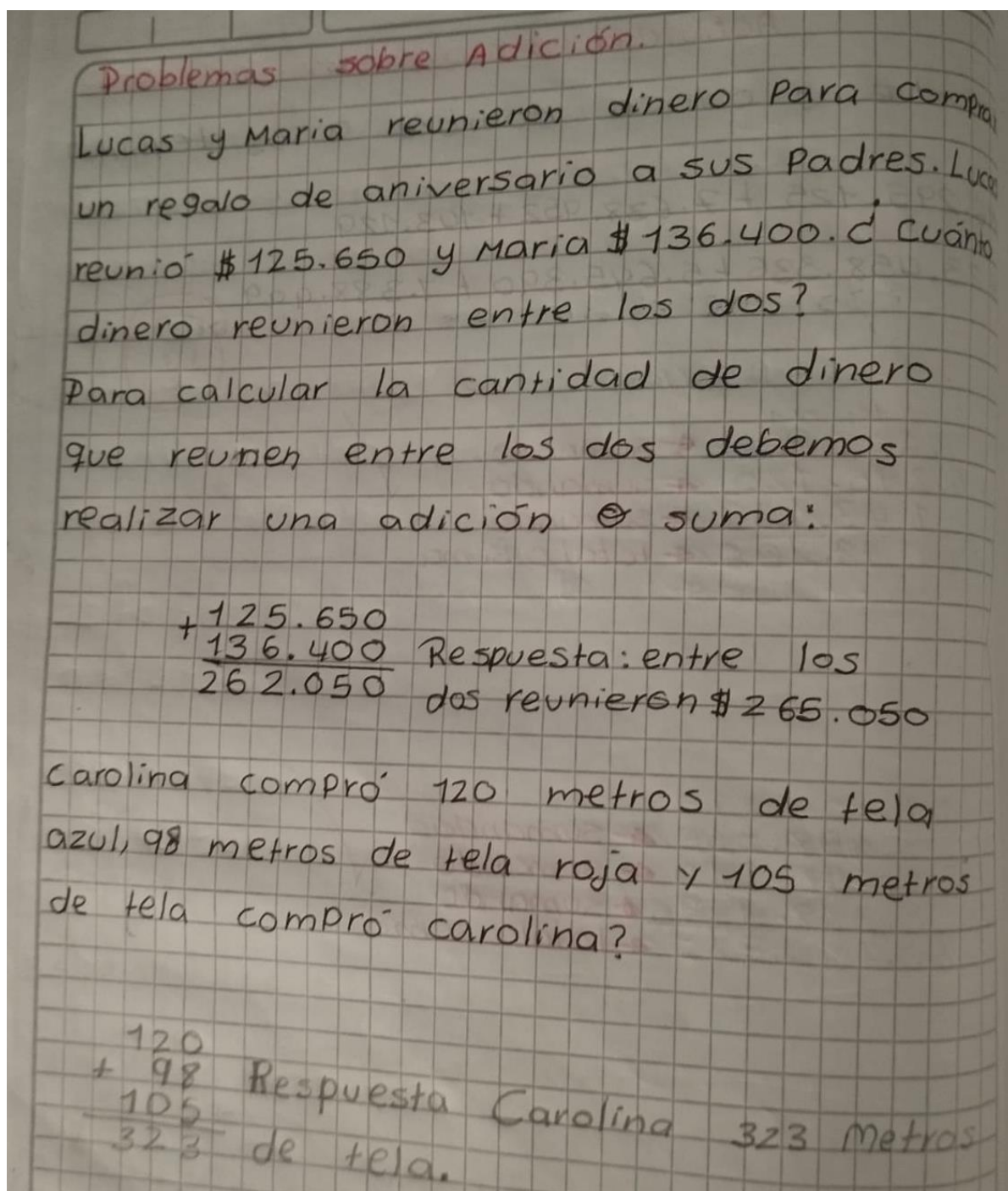


Figura 42. Uno de los problemas resueltos por el Docente.

Otro aspecto que destacó fue el título expuesto por los Docentes en su clase.

En las libretas se apreciaron los apuntes de los estudiantes de las sesiones en las que se abordó el tema de la resolución de problemas, en particular, el proceso seguido por el Docente

en el tablero.

El título empleado por varios de los Docentes fue “Problemas sobre Adición”, o bien, “Problemas sobre Suma”.

De esta forma, se anuncia de antemano a los estudiantes qué es lo que deben hacer en cada uno de los problemas asignados. Sobre este punto también hizo mención Polya (1989). El acompañamiento o andamiaje del docente en la resolución de un problema no debe alcanzar, en general, la declaración del plan a seguir. Se debe promover que éste surja de los estudiantes, a través de la interacción entre ellos y con el Docente.

De lo contrario, la situación propuesta se limitaría al plano instrumental o a un simple ejercicio -ver Skemp (1978), Míguez (2003) y Serrano (2009).

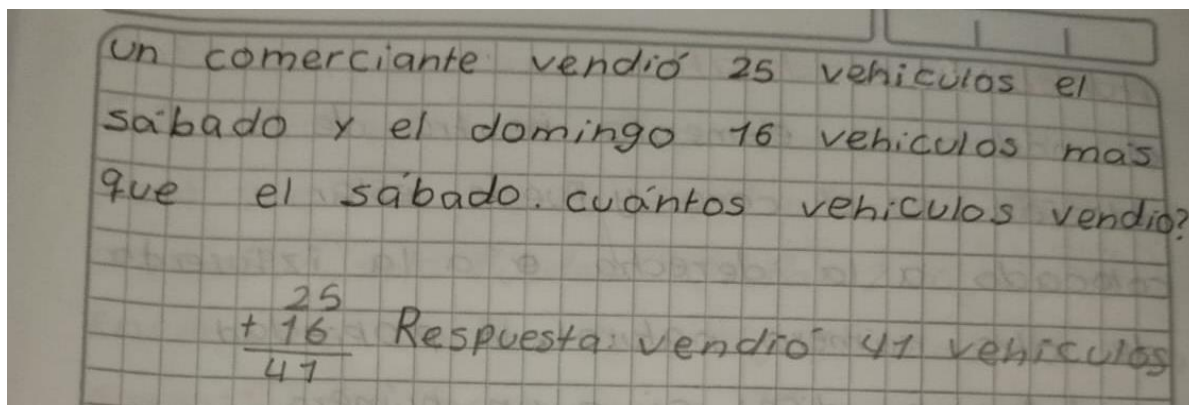


Figura 43. Un problemas sobre vehículos vendidos.

En el problema sobre las telas, se hizo mención a la compra, por parte de una persona (Carolina) de más de trescientos metros de tela.

En el de los vehículos se hizo referencia a la venta de más de veinte vehículos en un día, y más de cuarenta vehículos al día siguiente. En cambio, los dos problemas siguientes (ver las Figuras 44 y 45) se refieren a la capacidad de cajas que puede contener un estante, y a la cantidad de chocolates que puede contener cierto empaque.

Como se advierte, en cada caso hubo intentos de estrechar vínculos entre las Matemáticas Escolares y el Contexto, y, por supuesto, con la idea de multiplicación de números naturales; sin embargo, como antes, tal vínculo se hace con lo que puede denominarse “semi-realidad” (ver

Serrano, 2009).

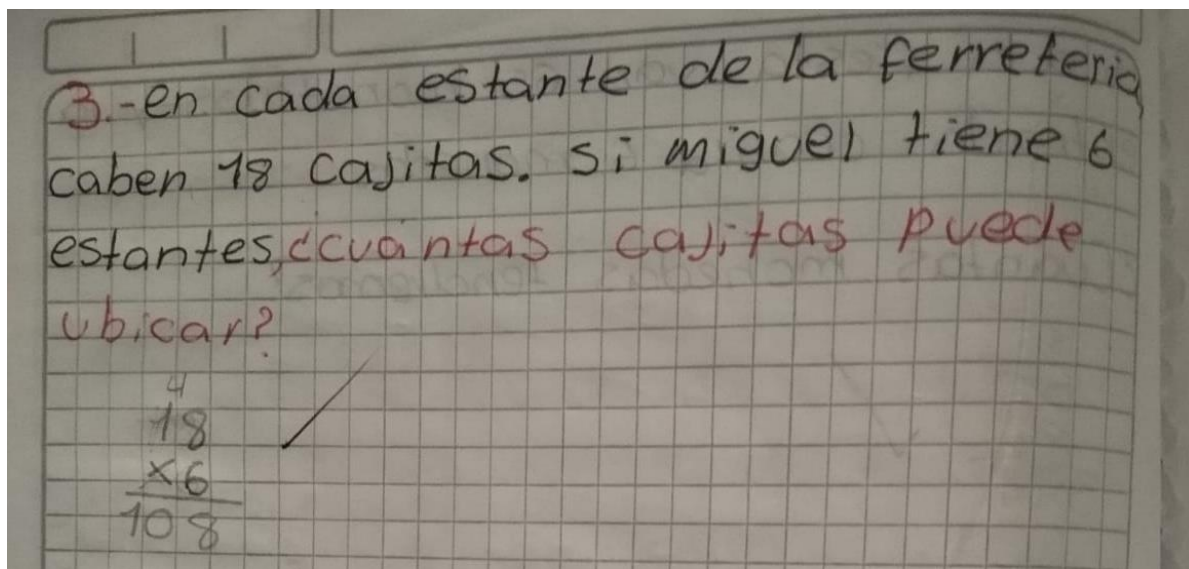


Figura 44. Sobre la capacidad de un estante.

En los problemas resueltos por el Docente (sobre las telas y los vehículos) se copió al final “Respuesta: Carolina [compró] 323 metros de tela” y “Respuesta: Vendió 41 vehículos”, como una manera de verbalizar (tanto de forma oral, durante la clase, como escrita, en el tablero y en las libretas) la solución.

Sin embargo, en los problemas asignados a los estudiantes fue poco común este hecho. Más bien se limitaban a exponer la operación correspondiente (bien sea la adición o la multiplicación), tal como se apreció en los problemas sobre el estante de la Ferretería o sobre las cajas de chocolates.

Lo cual se corresponde también con el “enfoque algorítmico” que se ha referido aquí, en tanto se focaliza la atención y el interés en la operación o las operaciones necesarias para dar con “la” solución.

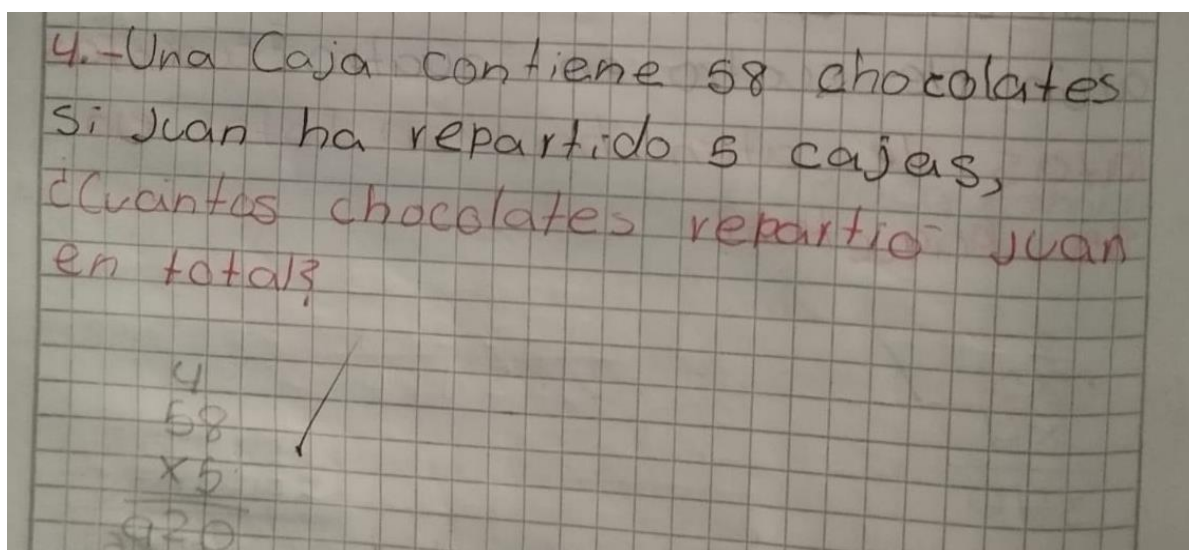


Figura 45. Un problema sobre cajas de chocolates.

Se observó, además, que los problemas asignados a los estudiantes (para abordar en sus hogares), eran de dos tipos: los que aludían a una “semi-realidad”, tal como se le describió antes, y los que aludían exclusivamente a conceptos, relaciones entre conceptos u operaciones básicas. No se observaron problemas tomados del contexto real de los niños y niñas, ni propios a los Municipios Momil y Purísima, ni a la cultura Zenú.

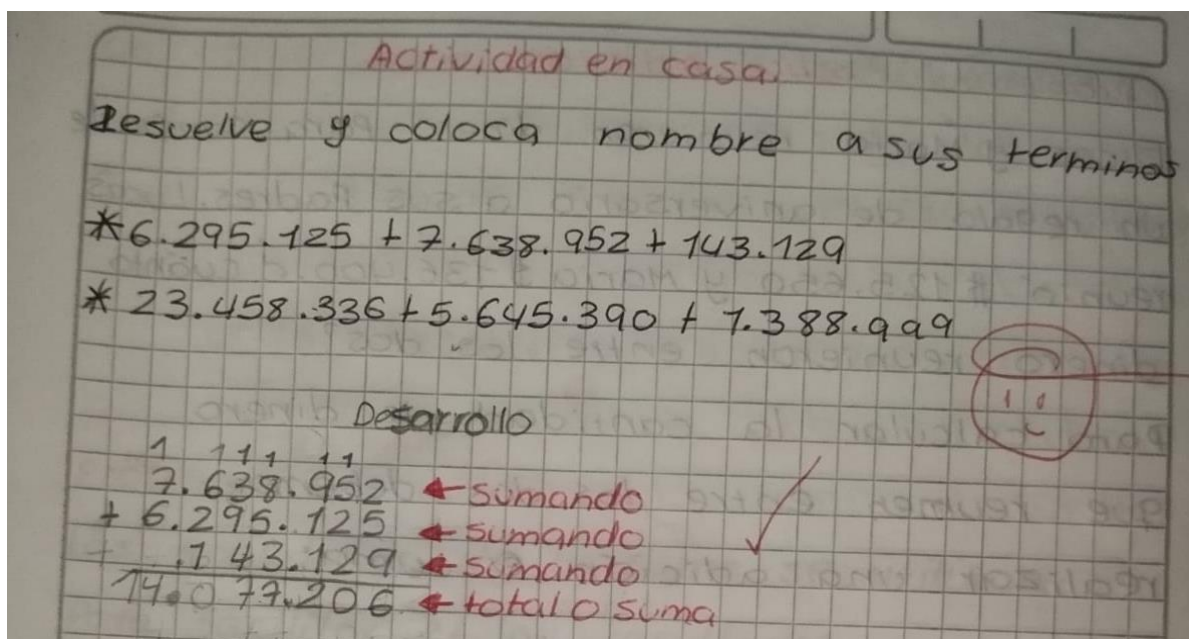


Figura 46. Un problema asignado y su solución.

Una estrategia alternativa podría ser: que el docente junto a sus estudiantes, siguiendo las etapas expuestas por Polya (1989) para la resolución de un problema, discutan y luego escriban en el tablero y en sus libretas algunos aspectos relacionados con la comprensión de la situación expuesta, con el plan a seguir, con detalles que sean interesantes o necesario destacar durante la aplicación del plan, y con la etapa de revisión de la o las soluciones halladas.

De hecho, verbalizar las ideas que se tienen sobre cierto término o proceso matemático es una vía indiscutible para tomar conciencia sobre el aprendizaje y la actividad propia, pero también sobre parte de la estructura que conforman las concepciones (y creencias).

En fondo se encuentra lo que podría denominarse *principio del registro del pensamiento a través de la palabra*, común en muchas ciencias, no solamente en la Pedagogía.

Esta estrategia alternativa consistiría en promover el relato individual de su pensamiento durante la resolución de un problema matemático.

El autor de esta investigación coincide con Ericsson y Simon (1984) en el hecho de que no es obligante que los estudiantes sean entrenados minuciosamente en la verbalización de estos relatos, cosa de no inducirlos a una forma específica de hacer esto.

Los relatos de los estudiantes servirán de insumo para la discusión colectiva que se genere en el aula.

En todo caso, no existe una posición única sobre este punto.

Un problema de monstruos

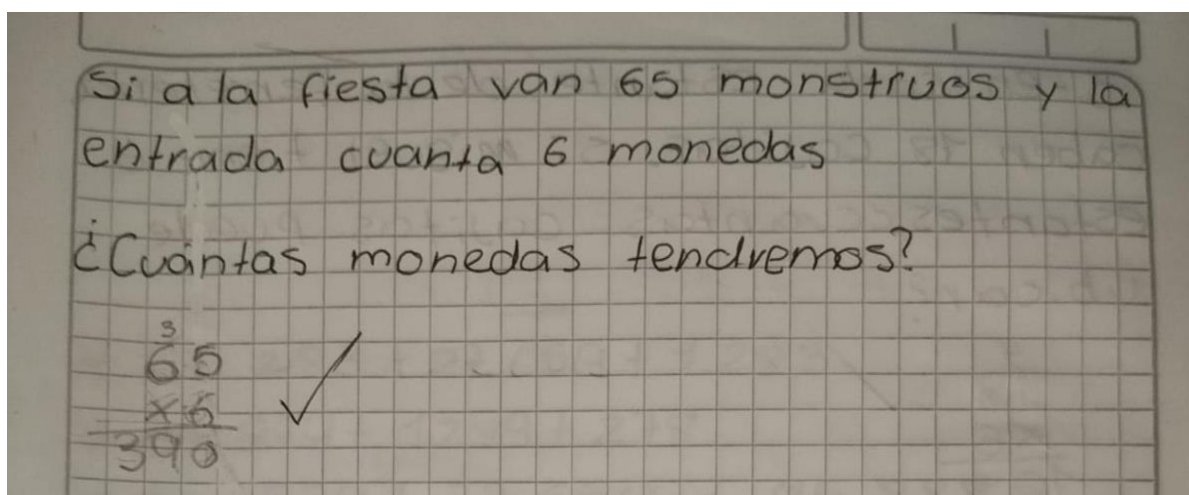


Figura 47. Un problema irreal.

Entre los problemas asignados a los estudiantes destacó uno, atendiendo al criterio de correspondencia o no con la realidad y el contexto. En éste se planteó una situación en la que cierto número de monstruos asistían a una fiesta, y cada uno de ellos debía cancelar un monto por concepto de la entrada a la misma. Se ha denominado a este tipo de problemas, en el marco del presente estudio, como “irreales”.

Ciertamente es un planteamiento llamativo para los estudiantes, que seguramente capte su atención; no obstante, se encuentran lejos de las recomendaciones que para esta competencia ha publicado el MEN. E incluso, si se le observa desde las perspectivas de la Educación Matemática que la acercan con la Realidad y la Cultura.

Los *Proyectos Educativos Comunitarios* que trazó cada una de las Instituciones (San Pedro Claver, Aserradero y Betulia), habida cuenta de su clasificación como Instituciones Indígenas, son lejanos también a este tipo de situaciones-problema.

Ello, aun cuando no fue un hecho general, marcó un contraste con respecto a las ideas que expresaron los Docentes y la Rectora sobre los vínculos de la Matemática Escolar con el contexto de los Municipios Momil y Purísima.

Problemas interesantes desde el punto de vista aritmético

Dentro del enfoque hacia las operaciones básicas observado se dieron problemas muy interesantes desde el punto de vista aritmético. En uno de ellos se propuso a los estudiantes escribir el mayor y el menor número natural que podía formarse con 7 cifras dadas (ver la Figura 48).

Ello implicó, naturalmente, el manejo profundo del valor posicional que caracteriza el *Sistema de Numeración Decimal*, además, de constituir una actividad en la que el plan para dar con la solución no se basa en una operación básica (tal como en los problemas anteriores).

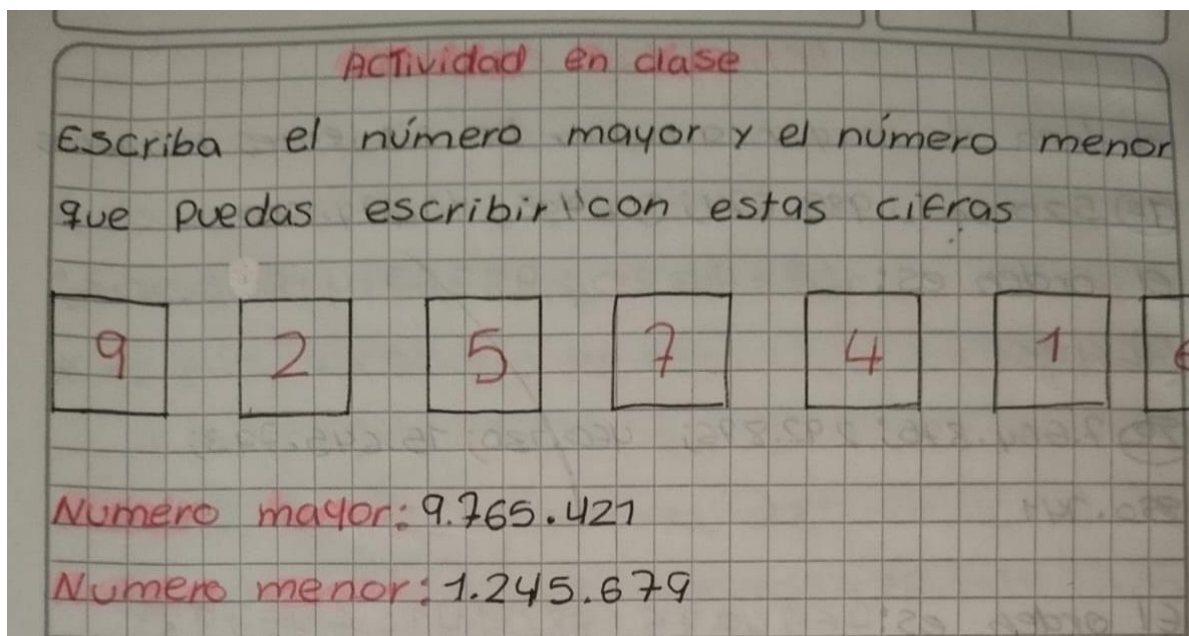


Figura 48. Un problema interesante desde el punto de vista aritmético.

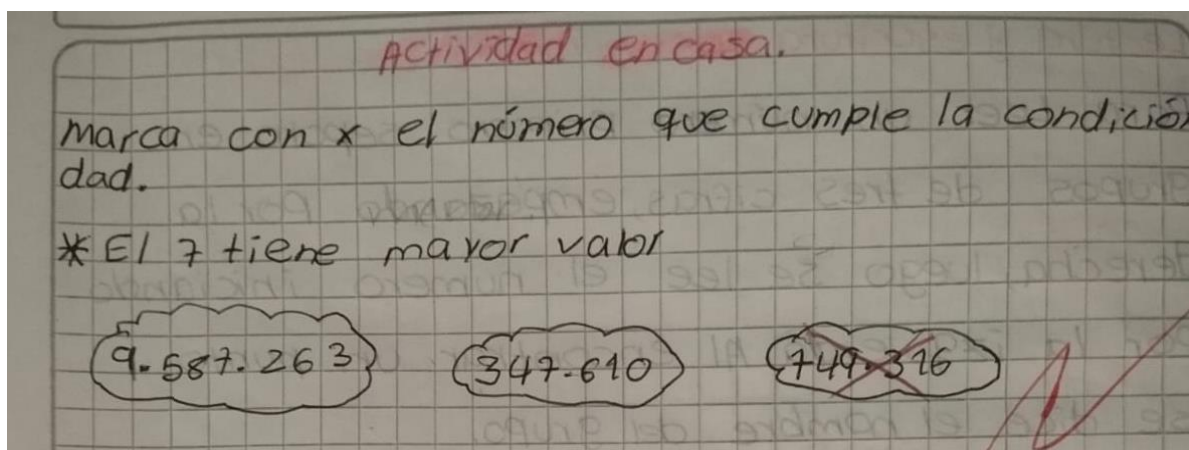


Figura 49. Deduciendo el número que cumple cierta condición.

Incluso, se plantearon problemas en los que debía deducirse el número natural que verifica

cierta condición (en este caso, relacionada con el mayor valor posicional del dígito 7. Ver la Figura 49). Éste y el problema citado antes, fueron excepciones a la tendencia a que los problemas propuestos fuesen resueltos a través de una operación básica.

Sobre decenas y docenas

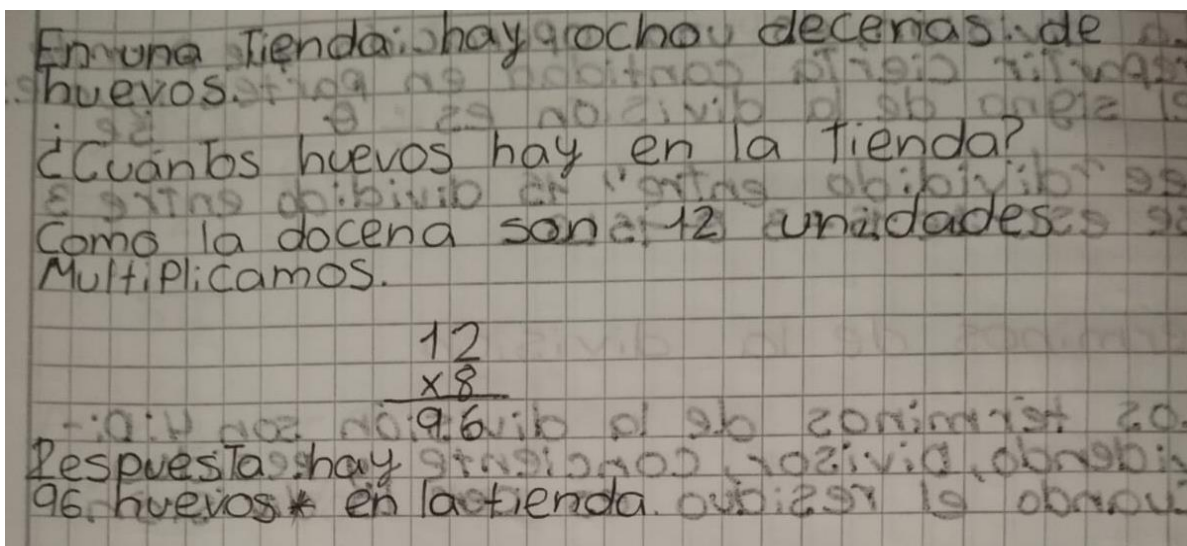


Figura 50. Una posible confusión.

En una de las libretas se escribió “En una tienda hay ocho **decenas** [negrillas añadidas] de huevos [...]” Seguidamente se argumenta que “como la docena son [sic] 12 unidades [...]”. Ello posiblemente se debió a un gazapo en el momento de la escritura; sin embargo, suele entre los estudiantes de la Escuela Primaria suele darse la confusión entre estos términos. Precisamente porque, aun cuando la Matemática Escolar hace peso en el *Sistema de Numeración Decimal*, la cotidianidad y el mundo de la tecnología, la ciencia, y la Sociedad en general, se apoyan también en otros Sistemas de Numeración.

Es común que en ciertos rubros las agrupaciones se hagan “cada doce unidades”. El caso de los huevos es uno de ellos. De hecho, los sistemas de enumeración, lejos de ser una abstracción matemática relegada a los libros de texto, son herramientas fundamentales que estructuran la vida cotidiana, moldeando la forma en que se interactúa con la sociedad, la tecnología y la ciencia. Si bien el Sistema de Numeración Decimal domina el mundo, la realidad es mucho más rica y compleja, mostrando una coexistencia fascinante de diferentes sistemas que empleamos

simultáneamente, a menudo sin siquiera ser notorio.

En la vida diaria, la familiaridad con el sistema decimal es innegable. Se cuenta, se miden distancias, se calcula el tiempo y se organizan las tareas utilizando este sistema. Su base diez, probablemente derivada del número de dedos en nuestras manos, ha permeado profundamente la cultura y las estructuras sociales. Sin embargo, la simpleza aparente del sistema decimal se desdibuja cuando consideramos la coexistencia de otros sistemas.

El sistema binario (base 2), por ejemplo, es el lenguaje fundamental de las computadoras y la tecnología digital. Cada 0 y 1 representa un bit de información, y la combinación de estos bits permite representar cualquier tipo de dato, desde imágenes hasta programas complejos. Aunque “invisible” a simple vista, el sistema binario subyace a casi toda la tecnología moderna que se utiliza día a día: teléfonos, Internet, videojuegos... Es un sistema esencial para la era digital, coexistiendo y soportando el sistema decimal que se utiliza para interactuar con esos dispositivos.

Además del decimal y el binario, otros sistemas de enumeración emergen en contextos específicos. El sistema sexagesimal, heredado de los antiguos babilonios, persiste en la medición del tiempo (60 segundos en un minuto, 60 minutos en una hora) y los ángulos (360 grados en un círculo). Su persistencia a lo largo de milenios refleja su practicidad para ciertas tareas, conviviendo pacíficamente con el sistema decimal que domina otras áreas de la medición.

En el ámbito científico, se encuentran otros ejemplos de coexistencia.

El sistema hexadecimal (base 16), por ejemplo, es ampliamente utilizado en programación para representar colores y direcciones de memoria. Su eficiencia en la representación de datos binarios lo convierte en una herramienta indispensable en la informática. Simultáneamente, la ciencia también utiliza el sistema decimal para la mayoría de sus cálculos y mediciones.

La coexistencia de estos sistemas no es un simple accidente; es un reflejo de la complejidad y diversidad de las necesidades humanas y científicas. Cada sistema de enumeración se adapta a un propósito específico, ofreciendo una eficiencia particular en un contexto dado. Es la adaptación, la flexibilidad y la capacidad de usar diferentes herramientas para diferentes problemas lo que demuestra la inteligencia y la inventiva humana.

Así, la coexistencia de varios sistemas de enumeración en nuestra vida diaria, en la sociedad y en la ciencia es un testimonio del ingenio humano.

Cada sistema tiene su lugar y su función, mostrando la riqueza y la sofisticación de las herramientas y conceptos matemáticos, tecnológicos y culturales.

Todo ello se encuentra en la raíz de la posible confusión conceptual-terminológica mostrada antes.

En las libretas de los niños y niñas no se observó una nota o comentario sobre la diferencia entre los términos “docena” y “decena”.

Actividades sobre los números romanos

También se abordaron problemas relacionados con los números Romanos.

Justo después de que se tomaran apuntes sobre las reglas que rigen la escritura de este tipo de números.

En la imagen mostrada, se observa que el estudiante utilizó un color distinto (el rojo) para destacar los símbolos propios al Sistema de Numeración Romano: I, V, X, L, C, D y M. Pero, al mismo tiempo, lo empleó para destacar signos de puntuación como “,” y “.”, que son parte del lenguaje natural (o materno) y no del sistema de numeración en estudio. Así, podrían darse malentendidos o confusiones.

La inclusión de los números Romanos en el currículo de la Escuela Primaria, a menudo cuestionada en la era moderna, merece (a juicio del autor de esta investigación) una revisión que trascienda la simple memorización de símbolos. Más allá de su aparente obsolescencia, estos números ofrecen valiosas oportunidades didácticas que enriquecen el aprendizaje matemático y amplían la comprensión de la historia y la cultura.

Una de las principales dificultades en el aprendizaje de los números romanos radica en la memorización arbitraria de los símbolos (I, V, X, L, C, D, M). En lugar de enfocarse en la memorización mecánica, la enseñanza debe partir de la comprensión del sistema aditivo y sustractivo que los rige. Utilizar material manipulativo, como fichas o bloques de colores que representen los valores de cada símbolo, facilitaría la visualización y comprensión de las operaciones.

Juegos como crear secuencias numéricas, resolver acertijos o construir relojes romanos ayudarían a afianzar los conocimientos de manera lúdica y significativa.

Es necesario contextualizar la enseñanza de los números Romanos en el marco de su historia y sus aplicaciones. Por ejemplo, mostrando ejemplos de su uso en relojes, capítulos de libros, nombres de reyes o fechas históricas (como en la época de los imperios Romano y Bizantino) permitiría que los niños y niñas vinculen el conocimiento abstracto con la realidad. La comparación con el sistema Decimal, mostrando sus similitudes y diferencias, reforzaría la comprensión de ambos sistemas y su evolución histórica.

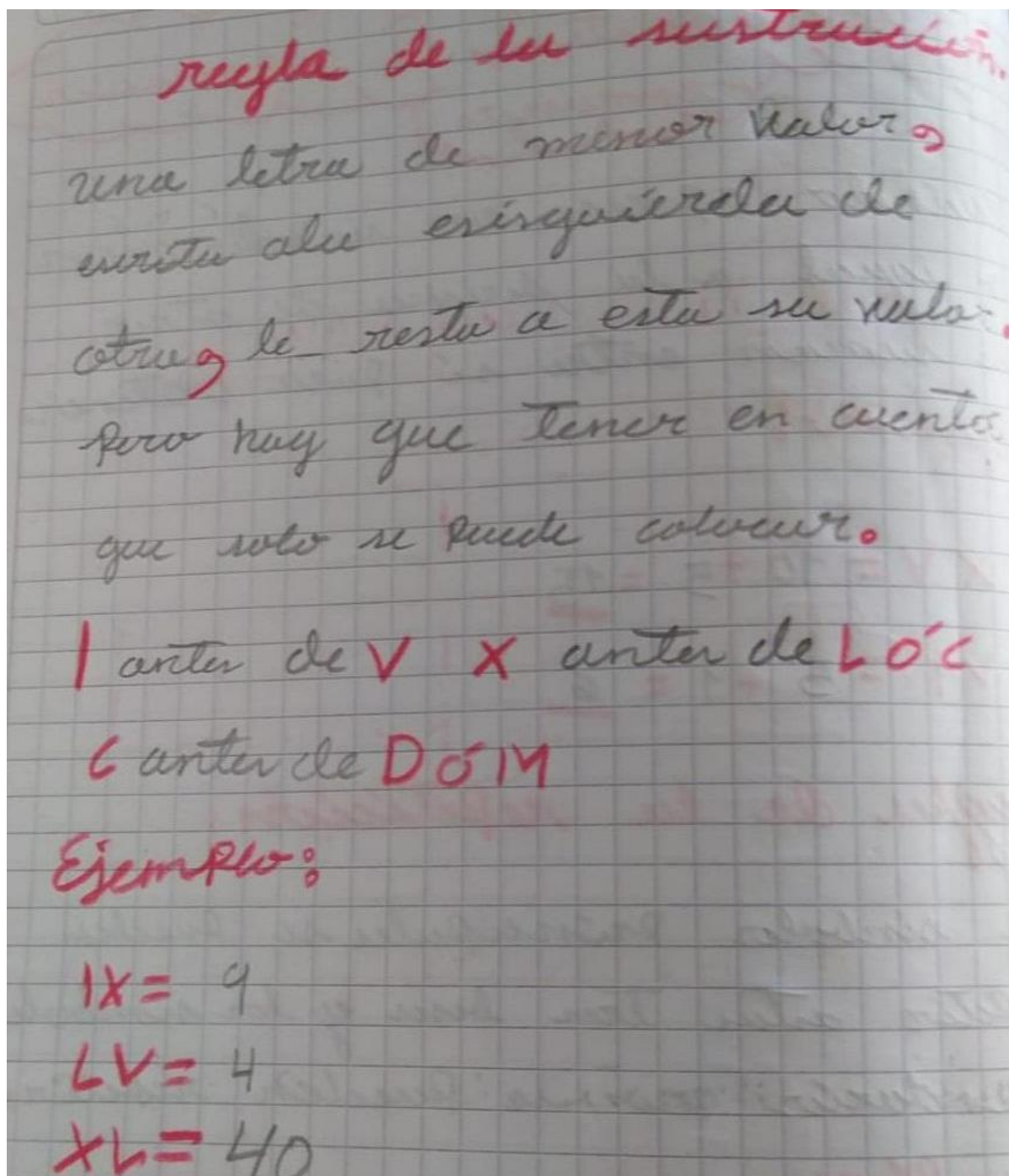


Figura 51. Apuntes sobre una de las reglas de escritura de los números Romanos.

Las aplicaciones actuales de los números Romanos, aunque limitadas, son importantes. Su uso en los relojes analógicos, capítulos de libros, en las designaciones de siglos, en la numeración de algunos eventos históricos, etc., ofrece un valor práctico que justifica su estudio.

Además, ello podría complementarse con actividades que involucren la lectura e interpretación de situaciones en estos contextos.

La presencia de los números Romanos en el currículo de la Escuela Primaria no se justifica solamente por su utilidad práctica, sino también por su valor cultural e histórico. Su estudio contribuye al desarrollo de habilidades de pensamiento crítico, razonamiento lógico y resolución de problemas. La comprensión del sistema de Numeración Romano promueve lo que podría denominarse “flexibilidad cognitiva”, al introducir a los alumnos a un sistema diferente del Decimal, fortaleciendo su capacidad para aprender y adaptarse a nuevos conceptos. Otras actividades que podrían desarrollarse son la elaboración de sus propios relojes romanos, la escritura de ensayos relacionados con los números romanos o con la construcción de líneas de tiempo históricas usando ambos sistemas.

Así, la enseñanza de los números romanos en la Escuela Primaria debe ir más allá de la simple memorización. Un enfoque que integraría la manipulación, la contextualización histórica, el análisis de sus aplicaciones y la comparación con el sistema decimal permitiría que los estudiantes comprendan este sistema numérico, aprecien su valor histórico y desarrollen sus competencias matemáticas.

Ahora bien, las actividades propuestas a los estudiantes en clase tuvieron como objetivo identificar sus símbolos, conocer y reproducir la secuencia de números romanos hasta cierto “punto”, y relacionar los números con los números naturales (ver las Figuras 52 y 53). **Sin embargo, no se trascendió el plano descrito antes.** Al menos en los apuntes que constan en las libretas de los niños y niñas no hubo referencias a otro tipo de actividades o problemas.

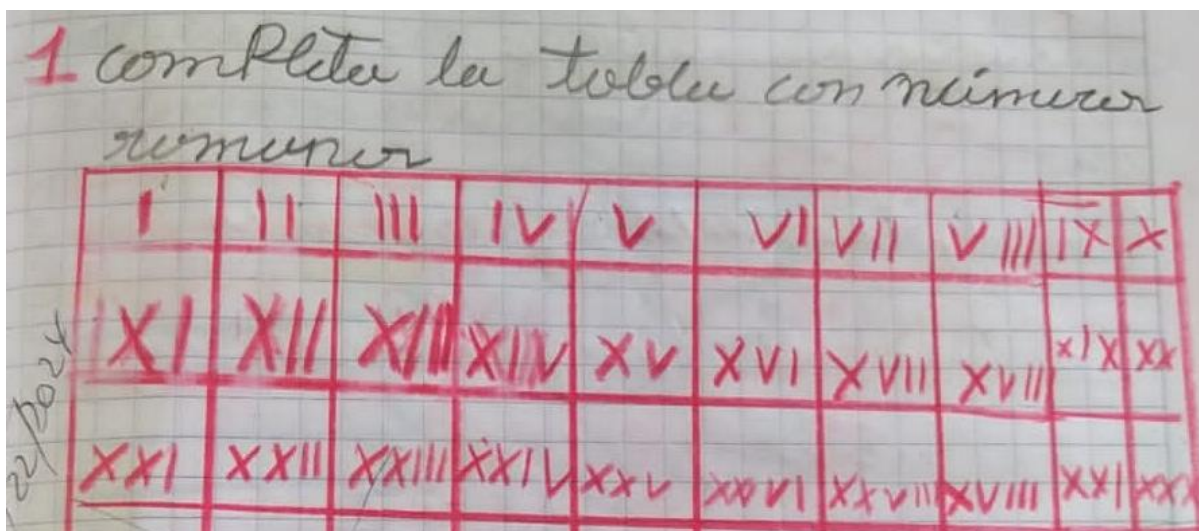


Figura 52. Una actividad sobre la secuencia de los números romanos.

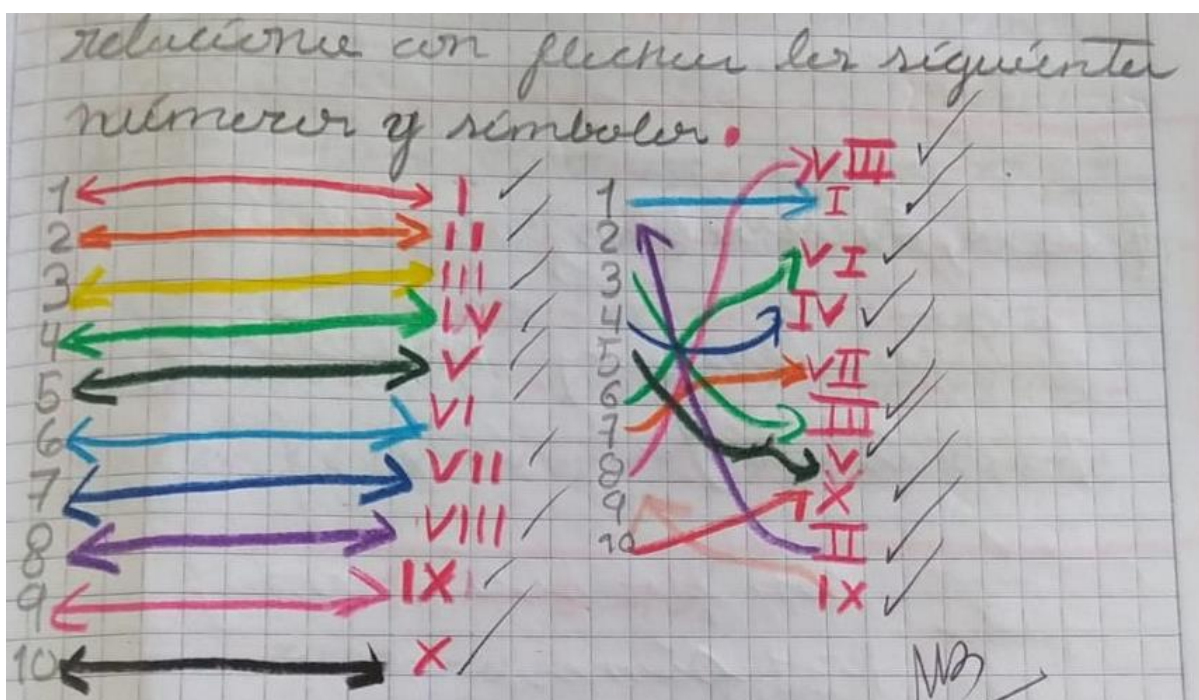


Figura 53. Una actividad sobre la relación entre los sistemas Decimal y Romano.

Sobre la escritura de números

“Tresmil docientos”, “Treinta cinco mil cuatrocientos ...” y “Trecientosve...” son algunas de las traducciones (desde el lenguaje matemático hacia el natural) que reportó este estudiante (ver la Figura 54). Ello, en realidad, no fue un hecho común en el resto de los estudiantes (ver, por

ejemplo, la Figura 55).

Pero llamó la atención el hecho de que las correcciones del Docente se dedicaran solo a algunos aspectos (por ejemplo, a indicar la c en vez de la s en “dose” y la s antes de la c, en “trecientos”). Las tildes faltantes, aunque no aplican en este caso, tampoco fueron señaladas en las correcciones de los Docentes, tal como se aprecia en las imágenes mostradas a lo largo de este capítulo.

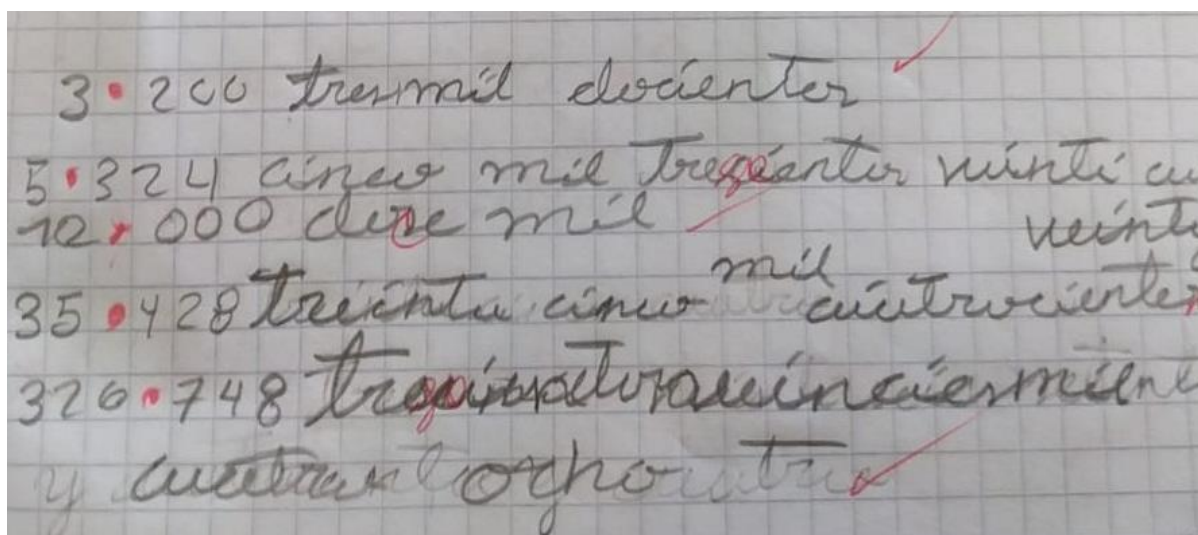


Figura 54. La escritura de números realizada por un estudiante.

La escritura de números en la escuela primaria es, de hecho, una interacción entre lenguajes.

Consiste en un proceso complejo que involucra la interacción entre el lenguaje matemático, aún en desarrollo para los niños y niñas, y el lenguaje natural, del cual también están en proceso de apropiación. Esta interacción, lejos de ser sencilla, presenta desafíos y dificultades específicas que requieren una comprensión profunda por parte de los educadores para apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

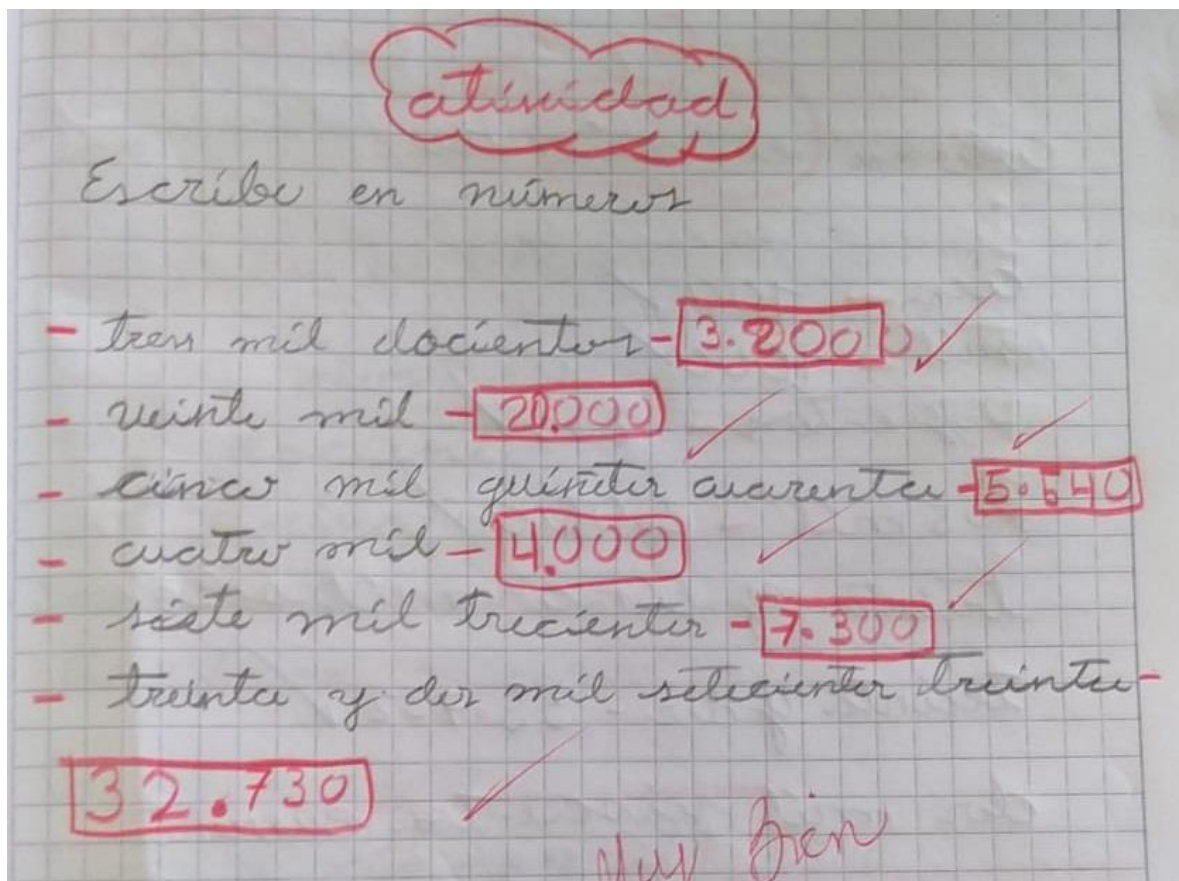


Figura 55. Un ejemplo de la traducción desde el lenguaje natural al matemático.

El lenguaje matemático se caracteriza por su precisión, simbolismo y reglas sintácticas específicas [ver Serrano (2005) y Beyer (1994)].

A diferencia del lenguaje natural, donde la ambigüedad es posible, en matemática la precisión es crucial. La escritura de números, por ejemplo, exige una correcta disposición de dígitos para representar un valor numérico específico. Un error en la posición de un dígito puede alterar completamente el significado del número escrito. Esta precisión requiere un alto nivel de control motor fino y una comprensión profunda del sistema de numeración (en este caso el Decimal), que se basa en el valor posicional de los dígitos.

En la Escuela Primaria, los niños y niñas se encuentran en un proceso de construcción de su comprensión del sistema de numeración. Muchos estudios muestran que las dificultades en la escritura de números no se limitan a la falta de destreza motriz, sino que también están relacionadas con una comprensión incompleta del valor posicional. Por ejemplo, un niño puede

escribir "15" como "51", indicando una falta de comprensión del significado del lugar que ocupa cada dígito en la representación del número.

Otra dificultad común se relaciona con la escritura de números de varias cifras. La comprensión del sistema de numeración Decimal, que se basa en agrupaciones de diez, requiere un nivel abstracto de pensamiento que no todos los niños alcanzan simultáneamente. Es frecuente observar que los niños, al escribir números grandes, omiten ceros, invierten el orden de los dígitos o cometen errores en la secuencia de escritura. Estos errores no siempre son producto de una falta de conocimiento, sino que reflejan la complejidad del proceso de transcribir la idea numérica a la escritura simbólica.

La coexistencia entre el lenguaje matemático y el lenguaje natural juega un papel importante en estas dificultades.

Los estudiantes suelen integrar su conocimiento lingüístico en su aproximación a la escritura numérica. Por ejemplo, pueden escribir “doscientos tres” como “2003”, fusionando la escritura numérica con la forma oral de expresar el número, lo que revela una dificultad en la comprensión de la correspondencia entre ambos sistemas de representación.

El uso de materiales manipulativos, como bloques multibase o regletas Cuisenaire, facilita la comprensión del valor posicional y permite a los niños experimentar de manera concreta la representación numérica. La integración de actividades lúdicas, como juegos de mesa, actividades de conteo o la construcción de secuencias numéricas, puede estimular la adquisición de la escritura de números de manera significativa y motivadora.

Todo ello en correspondencia con la idea de la construcción activa del conocimiento a través de la interacción con el entorno -ver, por ejemplo, Vigotsky (1979, 1981). La actividad, más precisamente, la actividad significativa constituye el núcleo para el aprendizaje.

Así, comprender las dificultades que experimentan los niños y niñas en esta etapa del desarrollo es fundamental para diseñar estrategias didácticas efectivas que promuevan su aprendizaje. Aquí, de nuevo, el uso de materiales manipulativos, la participación en actividades lúdicas, y la discusión en el seno de la clase, resultan esenciales para apoyar a los estudiantes en su construcción de su lenguaje matemático.

La Representación gráfica en la resolución de un problema

Dentro de las etapas que abarca la resolución de problemas (de acuerdo con Polya, 1989), la representación gráfica emerge como una herramienta fundamental que facilita la comprensión del problema, la exploración de posibles soluciones y la comunicación de los resultados.

Este autor enfatiza la necesidad de una profunda comprensión del problema antes de intentar resolverlo. La representación gráfica puede actuar como un puente entre el lenguaje abstracto de las matemáticas y la comprensión intuitiva. Al traducir la información verbal o numérica del enunciado a una representación visual, se facilita la identificación de las relaciones entre los datos, la visualización de patrones y la formulación de hipótesis.

Las representaciones gráficas toman, como se conoce, diversas formas, dependiendo de la naturaleza del problema. Por ejemplo: los diagramas son especialmente útiles para problemas que involucran relaciones entre conjuntos, como los diagramas de Venn; los croquis son útiles para problemas geométricos o que implican la ubicación espacial de objetos; las representaciones relacionales, como los grafos o las tablas, son eficaces para representar relaciones entre variables o para organizar datos.

Y también, las representaciones geométricas, incluyendo dibujos, figuras y esquemas, son herramientas esenciales para una diversidad de problemas.

Sin embargo, la importancia de la representación gráfica no se limita a estas categorías tradicionales.

Otras formas de representación, a menudo subestimadas, también pueden ser altamente beneficiosas. Por ejemplo, la representación mediante líneas de tiempo es útil para problemas que involucran secuencias de eventos o procesos. Las representaciones pictóricas, como dibujos sencillos o incluso caricaturas, pueden ser especialmente útiles para niños pequeños o para problemas que se prestan a una representación visual intuitiva. La simulación computacional, utilizando software o aplicaciones interactivas, permite la exploración de escenarios complejos y la visualización de resultados de manera dinámica.

Más allá de facilitar la comprensión, la representación gráfica ayuda en la planificación de la solución.

Al visualizar las relaciones entre los datos, se pueden identificar estrategias adecuadas para resolver el problema. La representación gráfica sirve como una herramienta de comunicación, tanto para el propio estudiante (para organizar sus pensamientos y monitorear su progreso) como para otros (para explicar el razonamiento y compartir ideas).

En la fase de ejecución, la representación gráfica actúa como un apoyo para el proceso de resolución. Permite realizar cálculos de forma más eficiente, verificar la validez de las soluciones y detectar errores.

Y, en la fase de revisión, la representación gráfica facilita la interpretación de los resultados y la comunicación de la solución de una manera clara y comprensible. Así, la representación gráfica es una herramienta esencial en la resolución de problemas matemáticos, en línea con las ideas de Polya (1989). Su importancia reside en su capacidad para facilitar la comprensión, la planificación, la ejecución y la revisión del proceso de resolución.

La diversidad de formas en que se puede representar la información gráfica permite adaptarse a diferentes tipos de problemas y a las diferentes necesidades de los estudiantes.

Además, en contextos educativos donde la cultura indígena está presente, es fundamental que las matemáticas se enseñen de una forma que respete y valore su cosmovisión y sus prácticas tradicionales. En este ámbito, la representación gráfica puede ser uno de los puentes para conectar el conocimiento matemático con la realidad de los estudiantes, utilizando ejemplos y problemas que sean relevantes y significativos para su cultura, los cuales podrían expresarse a través de:

- *Problemas de conteo y patrones*: Muchos juegos tradicionales indígenas involucran patrones y secuencias numéricas. La representación gráfica puede involucrar dibujos de objetos utilizados en estos juegos (por ejemplo, piedras, semillas, tejidos, etc.), creando así secuencias visuales que ayudan a comprender los patrones y a resolver problemas relacionados con el conteo.

- *Problemas de reparto y distribución equitativa*: En muchas comunidades indígenas, la distribución de recursos (comida, tierra, etc.) es un aspecto importante de la vida social. Los problemas que involucren la distribución equitativa pueden representarse mediante dibujos de objetos o personas, distribuidos en grupos iguales.

Esto no solo ayudaría a resolver el problema, sino que también permitiría explorar

conceptos de justicia y equidad, precisamente dos de los valores centrales en la cultura Zenú.

- *Problemas de medición y geometría*: La construcción de viviendas, la elaboración de artesanías o la delimitación de terrenos, implican la utilización de conceptos geométricos y de medición. La representación gráfica puede involucrar dibujos de viviendas tradicionales, patrones en textiles o diagramas que representan terrenos, conectando directamente con las habilidades prácticas y los conocimientos tradicionales de los estudiantes. Se podrían utilizar unidades de medida tradicionales de la comunidad, vinculando la matemática con la realidad cotidiana.

- *Problemas de navegación y orientación espacial*: Podrían plantearse situaciones que involucren la localización de lugares o la descripción de rutas mediante mapas sencillos, croquis o dibujos de la región, vinculando la matemática con la geografía y la comprensión del espacio.

- *Representaciones simbólicas*: Podrían plantearse situaciones en las que se incorporen elementos simbólicos de la cultura indígena.

Así, ello no solo fomentaría un aprendizaje más “profundo”, por llamarlo de alguna manera, sino que también fortalecería la identidad cultural de los estudiantes.

La representación gráfica, tal como se ha discutido, es parte de la estrategia de resolución de un problema matemático, pero, al mismo tiempo, es parte esencial del lenguaje matemático, tal como se describe en Beyer (1994) y Serrano (2005).

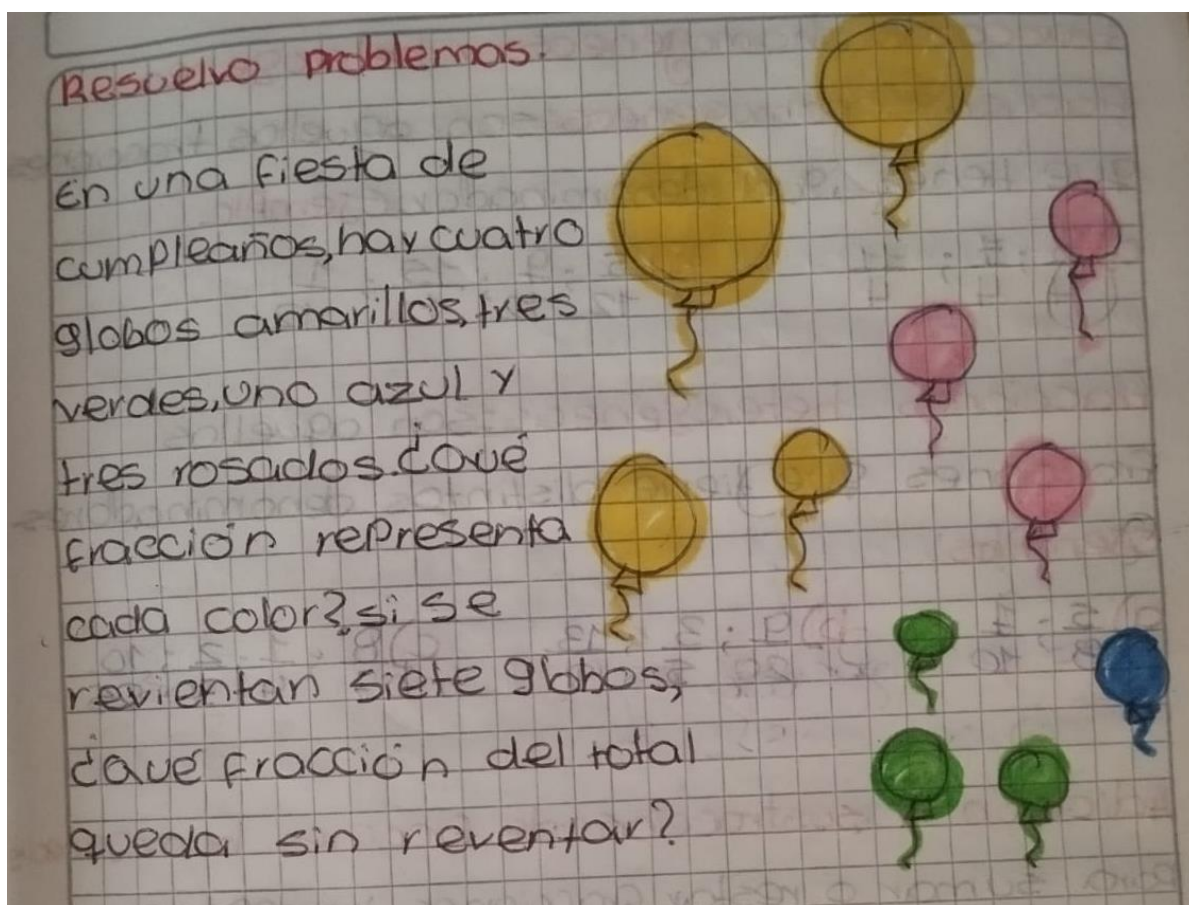


Figura 56. Un problema y su representación gráfica.

Sin embargo, en las libretas de los estudiantes se observó un muy limitado uso de la representación gráfica como herramienta del proceso de resolución de los problemas asignados o propuestos.

Un hallazgo que, desde el punto de vista del autor de esta investigación, tiene un “peso específico” en la enseñanza-aprendizaje que se concreta en el aula.

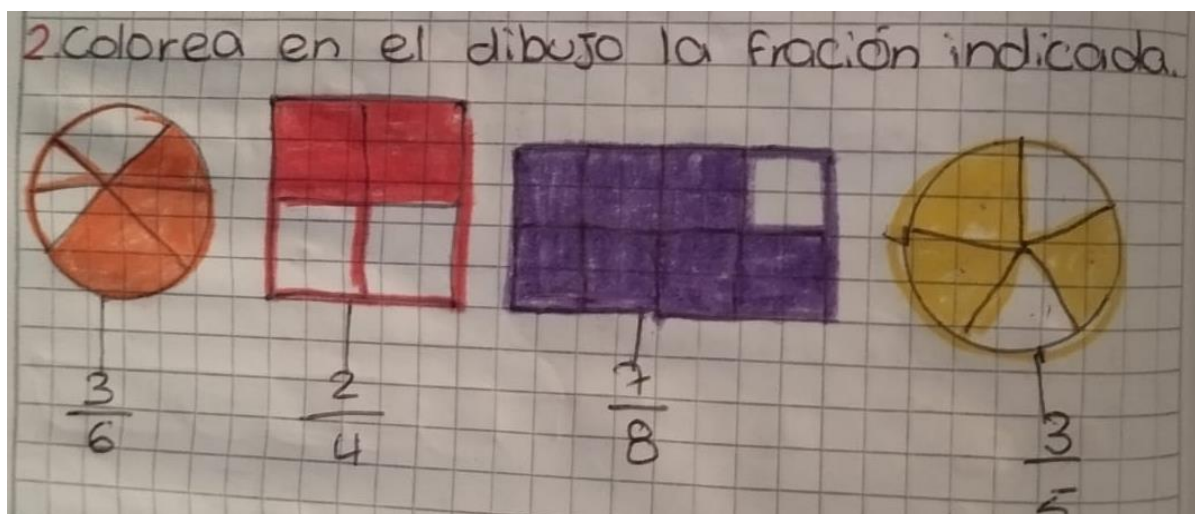


Figura 57. Un problemas sobre fracciones. En este caso, y en el anterior, el modelo seguido es el conocido como “partes-todo”.

Los problemas que se valieron de representaciones gráficas se enmarcaron en el estudio de las Fracciones, uno de los temas en los que obligadamente ello se da.

Éstas también se emplearon en problemas en los que se solicitó escribir un conjunto “por extensión” y “por comprensión” (apoyándose en diagramas de *Venn*) (ver la Figura 58).

En cambio, en el resto de los problemas trabajados por los Docentes en clase o los que asignaron como actividad no se utilizaron representaciones gráficas.

Por ejemplo, el problema sobre la *cantidad de chocolates* que contiene una caja en específico, aun cuando puede resolverse a través de una multiplicación, podría complementarse con una gráfica que apoye algunas de las etapas descritas por Polya (1989).

Lo mismo aplica en el caso de los demás problemas.

Siempre será posible apoyarse en una representación gráfica en alguna de las etapas de la resolución de un problema. Este es, precisamente, el punto que se quiere destacar aquí.

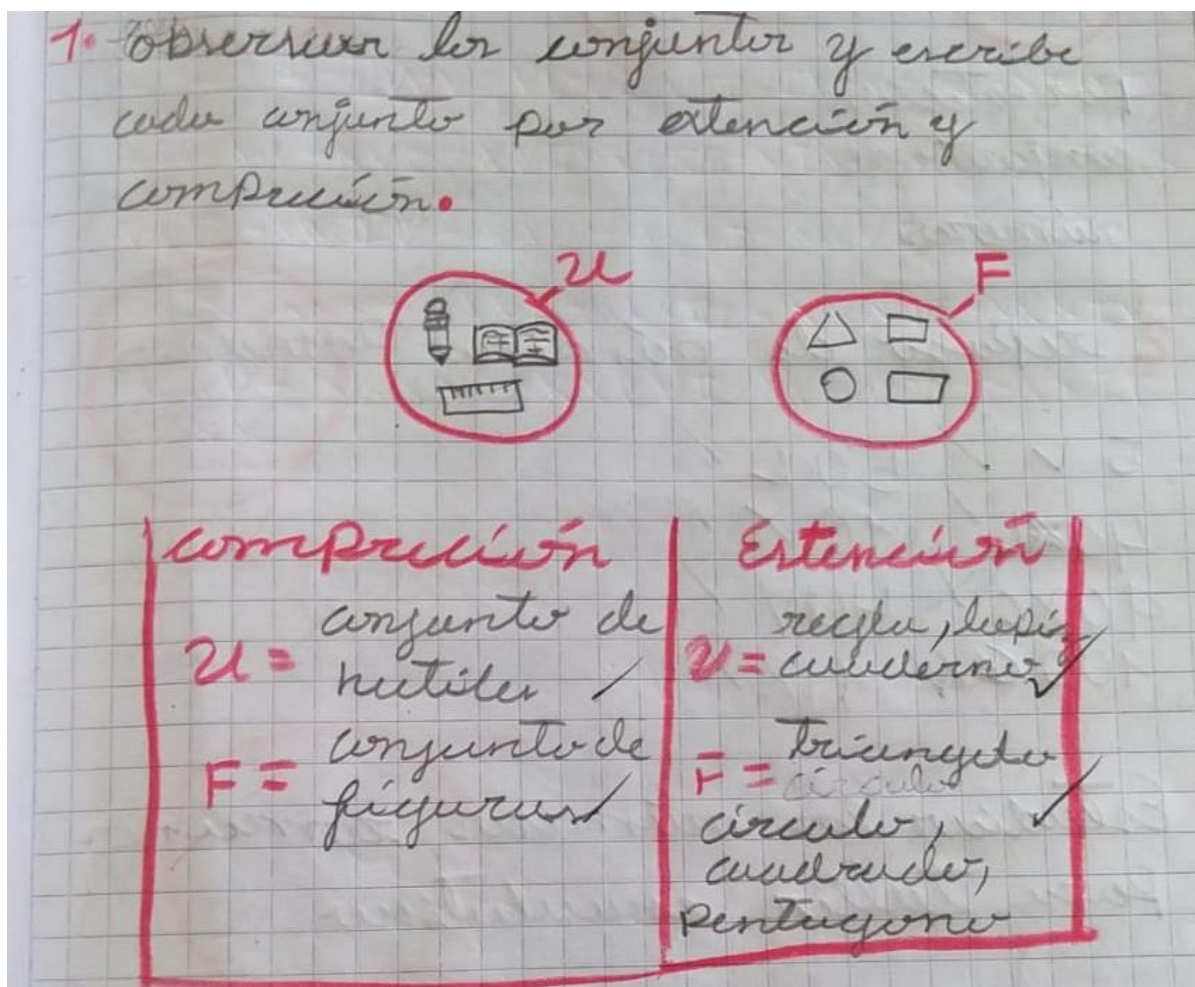


Figura 58. Los diagramas de Venn en uno de los problemas.

Por otra parte, conceptos más abstractos, que estudiarán en la *Educación Media* (y posiblemente en la *Educación Superior o Universitaria*), tal es el caso de las ecuaciones de primer y segundo grado, los sistemas de ecuaciones o de inecuaciones, los polinomios, los determinantes, el límite, la derivada y la integral, por solo mencionar algunos, están asociados estrechamente con la visualización y la interpretación gráfica.

Además, del amplísimo espectro que abacan las aplicaciones de las Matemáticas en la realidad y en otras disciplinas.

Los Problemas de refuerzo

Todos los Docentes participantes incluyeron entre sus actividades, asignar “problemas de

refuerzo" a sus estudiantes, justo luego del trabajo desarrollado en clase. Estos problemas fueron adicionales a los que regularmente se asignaron para resolver en sus hogares.

El término "problemas de refuerzo" requiere una cuidadosa "mirada", pues su significado puede variar dependiendo del contexto y la filosofía educativa subyacente. A diferencia de los ejercicios, los problemas de refuerzo, desde un enfoque basado en la actividad del estudiante como motor para su aprendizaje, deben apuntar a consolidar la comprensión de las habilidades para la resolución de problemas matemáticos (y en particular en el contexto de la educación rural e indígena en los Municipios Momil y Purísima).

Así, el sentido del término "refuerzo" puede adquirir varias direcciones.

No se debe confundir el refuerzo con la repetición monótona de ejercicios. Un problema de refuerzo implica una profundización y ampliación del conocimiento, más que un repaso repetitivo. El objetivo es asegurar que el estudiante pueda aplicar el concepto en diversas situaciones y conectar ese conocimiento con otros ya adquiridos.

Los problemas de refuerzo deben ser cuidadosamente diseñados para evitar la "monotonía".

En ese sentido, podrían considerarse varios tipos:

(a) Problemas con variaciones contextuales: Esto es, proponer problemas en el marco de distintos contextos y realidades que envuelven al grupo de estudiantes, a la comunidad local y regional, e incluso, mundial.

(b) Problemas con diferentes niveles de abstracción: Se puede presentar el mismo concepto en diferentes niveles de complejidad, desde la manipulación concreta hasta la representación abstracta. Por ejemplo, después de trabajar con fracciones mediante material concreto, se podrían proponer problemas que involucren distintas representaciones simbólicas y gráficas de éstas, traducciones entre las dimensiones simbólica, gráfica y verbal, uso de ciertas tecnologías (calculadora, aplicaciones libres, etc.) e instrumentos (compás, regla, transportador, etc.).

(c) Problemas que involucran la conexión con otros conceptos: Es decir, problemas en los que sea obligante integrar el concepto en estudio (tal es el caso de la adición, la multiplicación, las fracciones, los conjuntos descritos por extensión o por comprensión, etc.) con otros, promoviendo una comprensión orientada a la holística.

(d) Problemas que promuevan la resolución de problemas con diferentes estrategias: Las situaciones-problema tomadas del contexto real ofrecen, precisamente, estas posibilidades.

(e) Otros aspectos a considerar: La selección de los problemas de refuerzo debe basarse en un análisis de las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, por ejemplo, atendiendo al nivel de comprensión de los estudiantes, la diversidad de estilos de aprendizaje, y su correspondencia con los objetivos de aprendizaje.

Por otra parte, los problemas de refuerzo podrían no proponerse solo al final de una unidad, sino que pueden integrarse en diferentes momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje; es decir, podrían darse durante la introducción de un nuevo concepto (se pueden usar problemas sencillos para activar los conocimientos previos y conectarlos con el nuevo concepto), durante el desarrollo del concepto (por ejemplo, a través de problemas de dificultad intermedia), y al final de la unidad (expresados, por ejemplo, en problemas más complejos, con la intención de evaluar la comprensión del concepto o técnicas en su totalidad y para identificar otras posibles áreas que deban atenderse didáctica y pedagógicamente). Además, los problemas de refuerzo pueden integrarse en actividades de revisión para preparar a los estudiantes para evaluaciones globales (tal es el caso de las pruebas regionales y nacionales).

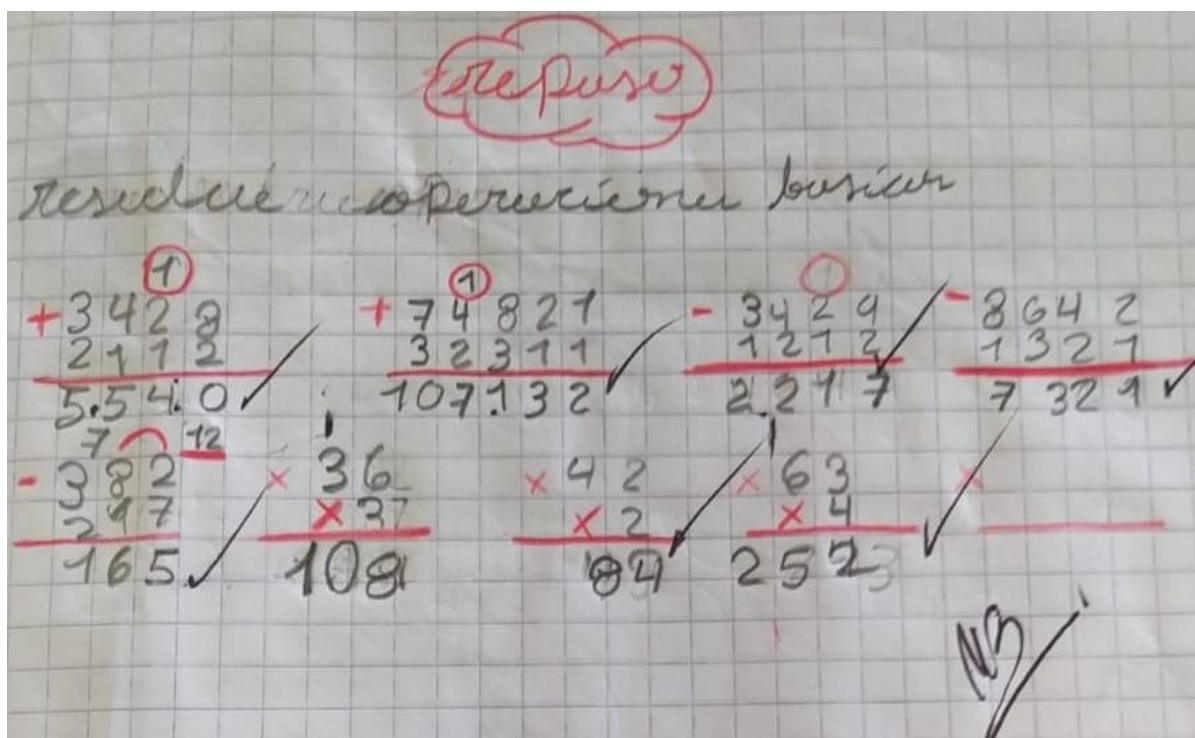


Figura 59. Algunos de los problemas de repaso o refuerzo propuestos a los estudiantes.

En todo este proceso, la colaboración entre docentes (entre pares) es fundamental para el diseño y la implementación efectiva de problemas de refuerzo. Compartir experiencias, recursos y evaluar conjuntamente la eficacia de diferentes estrategias puede enriquecer la práctica docente y asegurar una mayor consistencia en el proceso de aprendizaje. Los talleres de diseño de problemas, las observaciones de clase, el acompañamiento de la supervisión y la gestión educativa, y los grupos de trabajo interdisciplinarios pueden ser valiosos para fomentar esta colaboración.

En suma, los problemas de refuerzo, entendidos como oportunidades para consolidar y profundizar la comprensión de la Matemática Escolar, son una herramienta crucial en la enseñanza-aprendizaje. Su diseño y aplicación requiere un enfoque consciente y estratégico, considerando el sentido del término "refuerzo", la diversidad de problemas posibles, los momentos idóneos para su implementación y la importancia de la colaboración docente. En las Figuras 60 y 61 se muestran algunas de las actividades propuestas como repaso o refuerzo a los estudiantes.

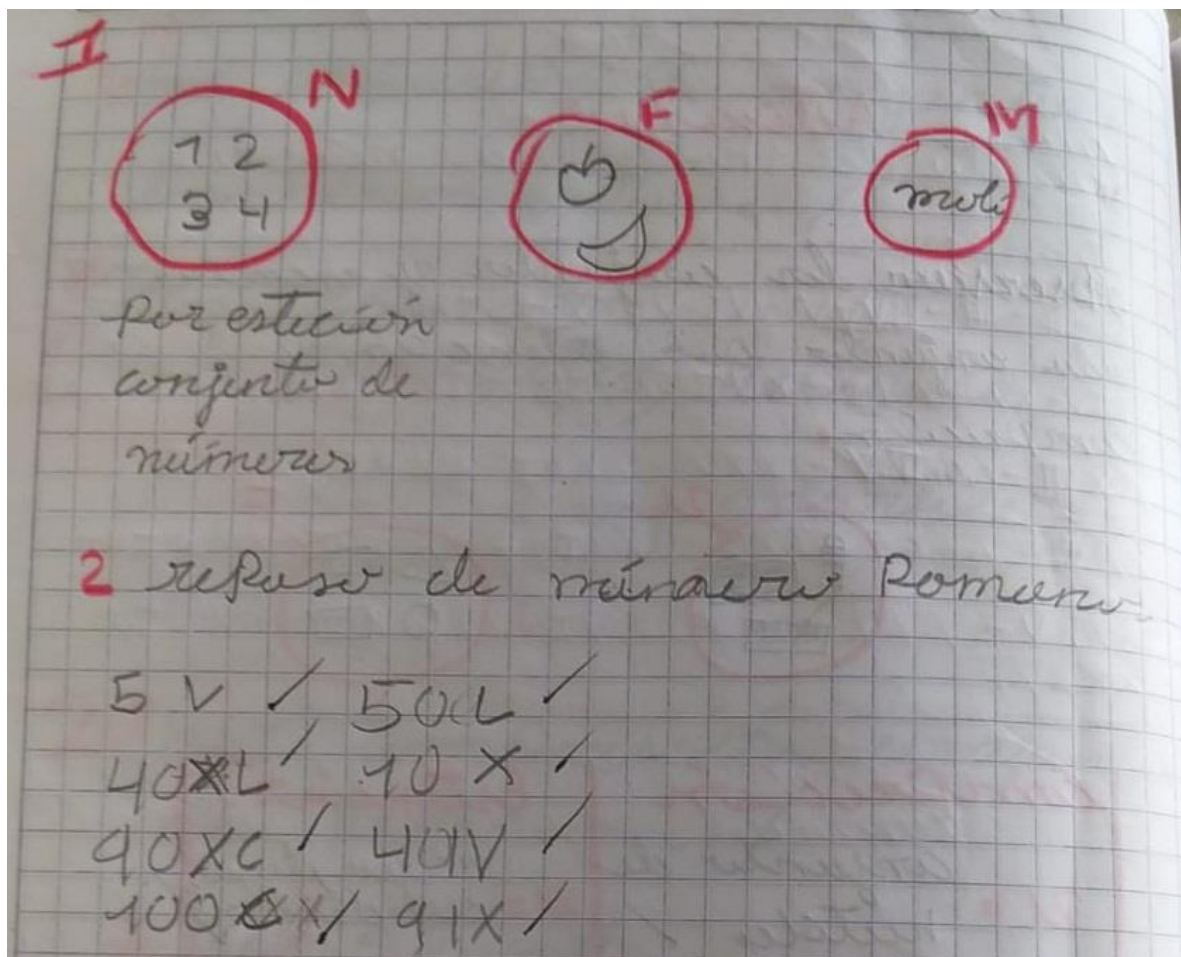


Figura 60. Otras de las actividades de refuerzo.

Ahora bien, la totalidad de las actividades de refuerzo (reportadas en las libretas de los estudiantes de cada uno de los Docentes participantes) no se correspondió con los puntos (a), (b), (c) y (d) descritos antes. Sobre el punto (e), es decir, sobre el hecho de que los problemas propuestos como refuerzo hayan sido producto del “análisis de las necesidades de aprendizaje”, no se compilaron datos.

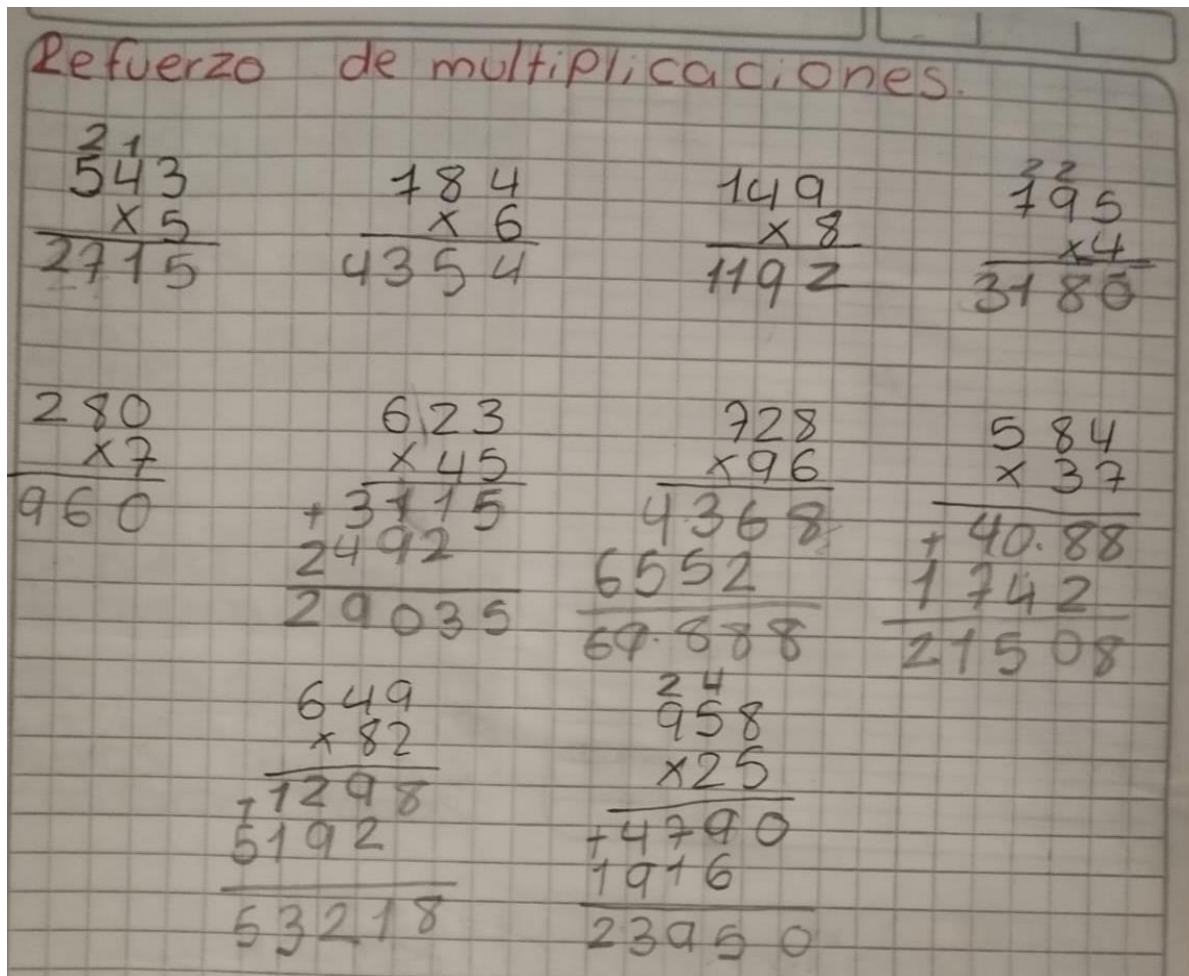


Figura 61. Refuerzo sobre multiplicación de números naturales.

Otros aspectos observados (relacionados con la resolución de problemas)

Durante la resolución de un problema es natural que surjan una diversidad de preguntas, tareas concretas, dudas, momentos de reflexión, etc. Uno de tales aspectos es precisamente el que concierne a las reglas que rigen el lenguaje matemático.

miles y millones

Para leer un número de seis
cifras • Primer lugar número
tres cifras que se encuentran
a la izquierda del punto se
agrega la palabra mil y
finalmente se lee el número
de tres cifras que se encuentra
a la derecha del punto •

Figura 62. Espacio para apuntar una de las reglas de lectura de números.

En algunas de las libretas se observó que uno de los Docentes participantes dedicó un espacio para apuntar una de las reglas de lectura de los números naturales (en el orden de los miles y los millones), tal como se aprecia en la Figura 62. Ello no se observó en las libretas de los niños y niñas de las demás Docentes.

En el resto de las libretas se siguió una estructura que podría sintetizarse como sigue:

1. Exposición (de la o las definiciones o de cómo realizar una operación)
2. Ejemplos
3. Problemas asignados (para el aula de clases y/o para sus hogares), y
4. Problemas de refuerzo

Las Matemáticas Escolares, a menudo percibidas como un lenguaje universal, presentan desafíos específicos para la comprensión en la Escuela Primaria.

El lenguaje matemático, con sus símbolos, términos técnicos y estructuras lógicas, exige un proceso de aprendizaje complejo que va más allá de la simple memorización de fórmulas y procedimientos.

Desde la posición que se sigue en esta investigación, se destaca la actividad (mediada por el Docente y por otros actores y factores) como fuente para la construcción del conocimiento.

El aprendizaje, en tanto construcción activa, ocurre a través de la participación en actividades significativas, mediadas por herramientas e instrumentos culturales, incluyendo el propio lenguaje. En este contexto, la comprensión del lenguaje matemático no se reduce a la decodificación de símbolos, sino a su apropiación y utilización en la resolución de problemas.

La resolución de un problema matemático en la Escuela Primaria implica diferentes niveles de comprensión del lenguaje matemático: Comprensión léxica (es imprescindible entender el significado de términos específicos como "suma", "resta", "multiplicación", "división", "área", "perímetro", etc. La falta de comprensión léxica puede llevar a interpretaciones incorrectas del problema y, consecuentemente, a soluciones erróneas), Comprensión sintáctica (se necesita entender la estructura del lenguaje matemático, como el orden de las operaciones, la utilización de paréntesis, la relación entre diferentes elementos en la ecuación o expresión), y Comprensión semántica (o la capacidad de entender el significado del problema como un todo, relacionando los datos presentados con la pregunta propuesta y utilizando el conocimiento matemático para encontrar una solución adecuada).

Así, la comprensión del lenguaje matemático en la Escuela Primaria es un proceso complejo que exige atención a estos niveles de comprensión y que se desarrolla a través de la participación en actividades significativas, mediadas por herramientas e instrumentos culturales, y en un contexto social de interacción y colaboración.

La información obtenida de las libretas y de las entrevistas aplicadas describen una parte de ese sistema complejo.

Ello podría, naturalmente, triangularse con otras fuentes de información.

Esta investigación trazó la posibilidad de llevar a cabo observaciones de las sesiones de cada Docente con sus estudiantes, sin embargo, ninguna de ellas dio su consentimiento para ello.

Apuntes sobre el aprendizaje de las Matemáticas

Un concepto medular en la educación y asociado estrechamente al sistema que conforman las concepciones de los docentes sobre el planteamiento y resolución de problemas matemáticos, es precisamente el *aprendizaje*. Sobre éste se obtuvo información de parte de los Docentes y de la Rectora.

Tal información se obtuvo a través de una entrevista. De hecho, fue la última entrevista aplicada a los docentes. Para ello, habida cuenta de los escasos o inexistentes momentos en el horario laboral de cada uno de los Docentes participantes y de la Rectora, el autor de esta investigación visitó en sus hogares de residencia, o bien, les contactó vía correo electrónico o telefónicamente. Todo ello con el consentimiento de éstos.

En la primera parte de esta entrevista se planteó la pregunta ¿En qué aspectos se basa (fundamentalmente) el aprendizaje de la Matemática en la escuela? Y se presentaron cinco opciones de respuesta (ver la tabla que sigue).

Tabla 11. El aprendizaje en el sistema de concepciones de los Docentes y de la Rectora.

El aprendizaje de la matemática en la escuela se basa fundamentalmente en:	La memoria (A)	En aumentar la cantidad de conocimientos (B)	En el uso de técnicas y algoritmos (C)	En construir significados cada vez más abstractos (D)	En interpretar la realidad (E)
Docente 1					x
Docente 2	x		x		x
Docente 3			x		
Docente 4	x		x		
Docente 5	x		x		x

Rectora			x		
---------	--	--	---	--	--

Aquí se compilaron las respuestas obtenidas independientemente (cada una de las seis entrevistas se llevó a cabo en un momento y espacio diferente).

Sobre este aspecto, el Docente 1 sostuvo que “El aprendizaje de las Matemáticas en la Escuela se fundamenta en interpretar la realidad, en el uso de las Matemáticas para resolver problemas de la vida cotidiana, de la vida diaria”. Desestimando el resto de las opciones.

Mientras que el Docente 2 destacó a la memoria, a las técnicas y algoritmos y al hecho de construir significados cada vez más abstractos, como las bases del aprendizaje en este nivel de estudios. Sus argumentos fueron los que siguen (se han transcrito desde el registro grabado de la entrevista):

- Docente 2: Con la memoria. Se trata de memorizar los símbolos numéricos de para poder interpretar las operaciones fundamentales de las matemáticas. La C porque el uso de técnicas y algoritmos son [sic] fundamentales. Perdón, son necesarios para poder realizar los problemas que se presentan en un contexto de las matemáticas. Y la E, interpretar la realidad. Porque si nosotros trabajamos con los materiales del medio, estamos interpretando la realidad de lo que se ve, de lo que se palpa, de lo que se toca. Y así pues, se nos hace fácil el aprendizaje de la Matemática.

El Docente 3 solo destacó el uso de técnicas y algoritmos. Aunque su argumentación estuvo llena de detalles, tal como se aprecia de seguidas (en ésta se han omitido los nombres con la intención de preservar su identidad. Los cuales se han sustituido por los símbolos: [...]).

- Docente 3: Bueno, después que usted me habló de ahí profesor, de esas alternativas [refiriéndose a las opciones de respuesta A, B, C, D y E], hubo una equivocación enorme, te lo digo porque yo también lo viví como estudiante, y algo que es frustrante, que definitivamente la memoria es muy buena para todo lo que tiene que ver la literatura... y yo era un bárbaro en eso... yo era un bárbaro en la literatura, en español, en inglés y en otras asignaturas así, sociales... pero traté de poner en práctica la memoria en la matemática y definitivamente todo era bien. Me aprendí a todo y cuando yo llegaba al tablero, que me decía

profesor: “desarrolle”, tenía miedo que se me fuera algo, porque lo tenía bien memorizado todo... el ejercicio. Pero si a mí se me olvidaba que ahí debía ir más y no menos, se dañaba todo el proceso y todo es definitivamente, la memoria fue una equivocación que tuvieron muchos maestros antiguos y creo que definitivamente la memoria es en la serie de tácticas y técnicas que debe tener el mismo profesor para enseñarla.

Yo me acuerdo de un profesor que decía: así sea que le tocó no ser payaso, pero si como payaso me entienden, como payaso yo soy bueno y es una técnica para que me entiendan la matemática.

En pocas palabras, te quiero decir, la matemática, definitivamente, es una asignatura de enseñanza, **no aplicada a la mente de la memorización, sino aplicada, prácticamente, a las destrezas que uno aprenda para resolver determinados problemas**, ya porque definitivamente... la memoria... eso está mandado a recoger.

Me quedo con la opción C, con el uso de técnicas, sí.

- Autor: Bueno, Usted dijo que se quedaba con la opción de que las matemáticas, el aprendizaje de las matemáticas en la escuela, se basaba fundamentalmente en el uso de técnicas, ¿puede ampliar su explicación?

- Docente 3: Porque es que... correcto... porque hay un problema, vamos con la memoria. La memoria, si te falla, se te olvida todo. Yo te lo digo porque cuando nos tocaba los viernes de la lectura, el profesor te decía “apréndanse de memoria tal historia”... Yo soy un monstruo para memorizar, pero cuando a mí se me olvidaba la palabra “con”, se me dañaba todo lo que yo hablaba en la lectura. Entonces, yo te estoy diciendo, peor con la matemática. Está claro, está definido claramente, que en las matemáticas no hay nada de memoria y eso está claro. Las matemáticas son una serie de aplicaciones, son una serie de habilidades y es más, te soy más concreto: a veces no sabemos resolver, te lo digo porque he visto a grandes matemáticos que estudiaron conmigo, amigos míos, y tomaban opciones diferentes pero que también tenían que ver con el proceso de la matemática y el desarrollo de los ejercicios y le daban, le daban, le daban. O sea, yo te puedo mencionar a [...], el matemático más templao que conocí yo. Estudió conmigo. Y él me decía, “[...] esto da tanto, gato, sin necesidad que desarrolles lo que dijo el profesor”, “te metes por acá y da lo mismo” [...]. Son habilidades. [...] El profesor [...] decía “son otras herramientas”, “pero me está dando”, “a mí no me interesa cómo llegaron [pero que les dé el resultado]”.

El Docente 4 fue más consisa en su argumentación. Simplemente expresó que:

-Docente 4: Las matemáticas están hechas para potenciar el conocimiento numérico y, así mismo, ese proceso se ayuda con la memoria. Aunque todo es importante, **ya que ahora todo debe ser aplicado en la vida real.**

Curiosamente, aun cuando destacó las aplicaciones de las Matemáticas Escolares en la vida real, en la tabla expuesta (ver la tabla 11) no marcó la opción E.

Ahora bien, el Docente 5 explicó que:

- Docente 5: Las matemáticas están hechas para hacer del estudiante, o del ser humano, un ser pensante, analítico, lógico, pero sobre todo **para facilitar las cosas en los procesos que tienen que ver con los cálculos numéricos**. La fundamentación de las matemáticas está dada bajo parámetros, de tal manera que sea aplicable a la cotidianidad.

Es un poco compleja la situación en los procesos de la enseñanza de la misma, puesto muchos docentes no aplicamos estos criterios a la hora de enseñar... criterios pensamientos matemáticos, los derechos básicos de aprendizaje, estándares curriculares... todo está dado para llevar a cabo un buen proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, todo conlleva a potencializar las competencias matemáticas. Dentro de... donde encontramos la resolución de problemas.

Es importante tener en cuenta todo lo anterior.

Pero, sin duda alguna, las matemáticas se deben basar en la interpretación de la realidad... la aplicabilidad en la cotidianidad.

Y la Rectora, luego de seleccionar la opción C, argumentó que:

- Rectora: **Al usar las técnicas y algoritmos se puede lograr interpretar la realidad**. Como no se basa en un aprendizaje memorístico, permite a su vez **aumentar los conocimientos**, de tal manera que el estudiante analice y logre, a largo plazo, retener el conocimiento y resolver problemas no solamente a nivel algorítmico, sino también de su contexto real. O sea, es aplicar las matemáticas de manera más práctica y de mucho más... con mucha mayor eficiencia.

Aquí, también, aunque se citó a la “interpretación de la realidad” y a los “contextos reales”, así como al hecho de “aumentar los conocimientos”, tales opciones (B y E) no fueron marcadas en la tabla por parte de la Rectora.

Así, se evidenciaron ideas muy distintas sobre el término aprendizaje de la Matemática.

La mitad del grupo (Docentes y Rectora) marcó las opciones “La memoria” y “En interpretar la realidad”.

Destacó también el hecho de que ningún miembro del grupo marcó las opciones: “En aumentar la cantidad de conocimientos (B)” y “En construir significados cada vez más abstractos (D)”. Opciones que, durante la tapa de elaboración y validación de los instrumentos, se supuso serían elegidas.

Además, se evidenció un peso importante en respuestas que incluyeron a: “En el uso de técnicas y algoritmos (C)”.

Esto último fue cónsono con las ideas que expresaron varios de los miembros del grupo en el resto de las entrevistas (sobre la Matemática Escolar, la actividad del estudiante, los problemas, y sobre la resolución de problemas). Y muestra cómo, también en este grupo y contexto, prevalece el enfoque algorítmico o instrumental de la Matemática Escolar que se discutió en los capítulos previos.

Por otra parte, desde la óptica del autor de esta investigación, el aprendizaje de la Matemática Escolar se basa, al menos, en los cinco (5) aspectos descritos en la tabla: en la memoria, en el aumento de la cantidad de conocimientos, en el uso de técnicas y algoritmos, en construir significados cada vez más abstractos, y en interpretar la realidad.

Es decir, el aprendizaje consistiría en una especie de estado cognitivo y actitudinal en el que intervienen estos aspectos.

Es cierto que sería un error (Pedagógico y Didáctico) asumir el aprendizaje solo basado en la memoria, tal como lo sostuvo uno de los Docentes (el Docente 3).

Pero también es cierto que la memoria es uno de los procesos cognitivos básicos, y se halla presente en procesos más complejos y en la actividad concreta de los estudiantes (y de una persona en general). El enfoque sociocultural de Vygotsky (1979, 1981) asume la memoria como una componente básica.

La conformación de estructuras de aprendizaje cada vez más complejas (como por ejemplo, el aprendizaje de la noción de número a lo largo de la Escuela Primaria y Educación Media, o bien, a lo largo de estudios especializados en Matemáticas) implica, necesariamente, los aspectos B, C y D (además del A); y posiblemente el E (por ejemplo, si se abordan problemas del contexto

relacionados con la noción de límite de una sucesión, etc.). Sin embargo, como se señaló antes, esta postura “sistémica” sobre el aprendizaje de la Matemática Escolar no fue verbalizada por ninguno de los miembros del grupo (visto como un caso colectivo).

La Educación Matemática en espacios Rurales

En su categoría de Instituciones Indígenas, Aserradero, San Pedro Claver y Betulia participan en la elaboración de un documento rector, denominado, en este caso, “Proyecto Educativo Comunitario. Sentir y pensar Zenú. Amasando nuestra educación” (ver Llorente, 2023). En el cual participaron, colectivamente, el Cacique Mayor del Resguardo, el Coordinador Indígena del Territorio, equipos de educación del Resguardo, cabildos, miembros de la comunidad Zenú, y otras instituciones (como el Museo Manos al Barro). Documento que inició su elaboración en el año 2022:

Con dos objetivos[:] uno propio de la dinámica comunitaria para desarrollar un proceso educativo pertinente culturalmente y otro como parte de los procesos de concertación establecidos con la Secretaría de Educación Departamental de Córdoba - SED- para otorgar el derecho al reconocimiento de 3 instituciones educativas como etnoeducativas ubicadas en los municipios de Momil y Purísima por atender en ellas a una población estudiantil mayoritariamente autoreconocida como perteneciente a la comunidad Zenú (ob. cit., p. 13).

Para ello se desarrollaron una diversidad de actividades.

Tal es el caso de reflexiones colectivas, trabajos al interior de las instituciones participantes, actividades en línea, jornadas de revisión de los borradores del documento, entre otras.

Una de las propuestas base para este documento rector fue la “metáfora desde el trabajo del barro” (ob. cit., p. 15), entendiendo al barro, al amasado del barro, como un referente identitario de la comunidad. Así como el objetivo de contextualizar el documento rector a los deseos y expectativas de las nuevas generaciones. En esto se alude a la interculturalidad como un escenario posible.

Este documento rector expone la misión y visión que se propone a las Instituciones Educativas del Resguardo (pp. 41-42):

- (a) Reconocer los saberes indígenas ancestrales como la cosmovisión, la cosmogonía, los elementos mitológicos, los saberes y la espiritualidad e implementarlos en los procesos escolares a través de la construcción de currículos transversales interculturales.
- (b) Incorporar elementos y aspectos político-organizativos de la estructura indígena.
- (c) Permitir y promover la expresión de varias prácticas culturales de la comunidad.
- (d) Contribuir al cuidado, respeto y administración del territorio.
- (e) Ser sensible y valorar los saberes indígenas ancestrales para implementarlos en los procesos escolares.
- (f) Promover la simbología desde lo visual y la iconografía presente en las sedes educativas. Y
- (g) Promover la gastronomía local y propia en la tienda escolar.

En cuanto al conocimiento, se plantea que el conocimiento al que deben orientarse las actividades en cada una de las Instituciones Educativas debe ser de tres tipos: (1) saberes sobre la cultura, (2) la naturaleza, y (3) los procesos de producción y los procesos de convivencia con los demás (ob. cit., p. 57). Entendiendo a la cosmovisión como una especie de eje integrador y central con los demás tipos de conocimiento.

Sobre la Escuela Primaria se propone desarrollar experiencias relacionadas con el arte, la exploración, la curiosidad, la indagación, el pensamiento propio de la ciencia, siempre atendiendo al contexto socio-cultural de la comunidad (pp. 61-62).

Las investigaciones en torno al pensamiento y actividad matemática del pueblo Zenú constituyen un área en desarrollo. Así, temas como el conocimiento de los períodos de “crecida” de los ríos y embalses, sus ocupaciones hacia el oro y otros metales, la cestería, alfarería y agricultura, todos propios de su cultura, son escenarios potenciales de indagación y abordaje en las Escuelas del Resguardo; sin dejar de lado, como enuncia también el documento rector, “los deseos y expectativas de las nuevas generaciones”.

Sin embargo, **el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos en los cursos correspondientes a los Docentes participantes, y en el lapso que comprendió la obtención de información trazada en esta investigación, tuvo otras direcciones. Los apuntes en las libretas de los estudiantes dan cuenta de la consideración de otros contextos (catalogados como de “semi-realidad”, o bien “internos a la Matemática, en esencia, “algorítmicos”).**

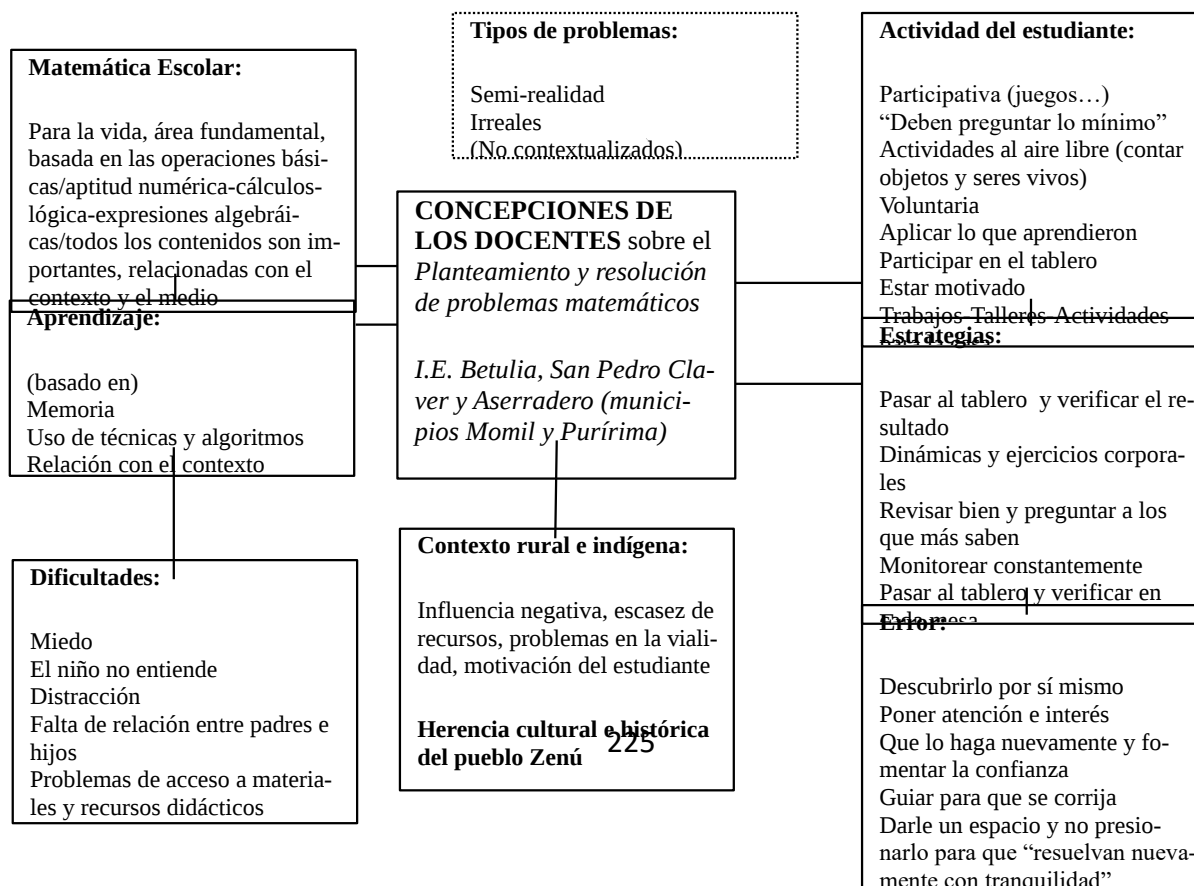
También, **los libros de texto utilizados por los Docentes participantes junto a sus**

estudiantes, y las ideas expresadas por éstos en las entrevistas refirieron esos otros contextos. Lo cual contrasta con las ideas expresadas (en las entrevistas) sobre la relación con la cultura y la realidad.

Sobre el modelo de las concepciones de los docentes sobre el planteamiento y resolución de problemas matemáticos

La narrativa que se ha desarrollado a lo largo de este capítulo representa el modelo de las *Concepciones de los Docentes y de la Rectora sobre el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos*, de las Instituciones Educativas San Pedro Claver, Betulia y Aserradero (en los municipios Momil y Purísima del Departamento de Córdoba en Colombia), en consonancia, precisamente, con el principio de estructuración que se ha seguido hasta aquí, así como del interés en la profundización, propio de los estudios de caso.

En el sistema que conforman las concepciones, como se ha mostrado, intervienen una diversidad de “vectores”, tanto como “incidentes”, tanto como “consecuencia” de éstas; con relaciones complejas entre ellas.



CAPÍTULO V

LAS CONCEPCIONES COMO UN NUEVO ESTADIO: HACIA UNAS CONCLUSIONES

Hacia unas Conclusiones

Los hallazgos vinculados al sistema de concepciones de los Docentes y Rectora sobre el Planteamiento y Resolución de Problemas Matemáticos, en particular en el espacio que conforman las Instituciones Educativas *Aserradero*, *San Pedro Claver* y *Betulia*, en los Municipios Momil y Purísima del Departamento de Córdoba, son densos, habida cuenta de que se contempló un acercamiento y caracterización atendiendo a dimensiones como el contexto, los sentimientos o afectos, sus valoraciones de la Matemática Escolar, la Actividad del Estudiante, los Problemas y la Resolución de Problemas Matemáticos, así como el contraste de tales valoraciones con su labor docente.

Los planteamientos que siguen son, entonces, consecuencia del estudio de caso llevado a cabo, pero al mismo tiempo, se entienden como un estadio en un proceso dinámico y cambiante que envuelve a la investigación y a la práctica concreta.

Si bien, tal como se señaló (con base en Stake, 1998), tales planteamientos no son generalizables a otros contextos y realidades (aun cuando se correspondan a Instituciones catalogadas como indígenas), permitieron una comprensión profunda del caso (individual y colectivo). Precisamente, el foco central de esta investigación.

Sobre el contexto que envolvió al estudio de casos:

1. En el contexto que envolvió y envuelve a las Instituciones Educativas *Aserradero*, *San*

Pedro Claver y Betulia, en los Municipios Momil y Purísima del Departamento de Córdoba se encuentra una profunda herencia cultural, espiritual e histórica relacionada con el pueblo indígena Zenú, representadas en el “amasado del barro” y en el “trenzado de fibras naturales” (en particular en la elaboración de piezas de barro, cerámicas y del sombrero “vueltaio”), así como una complejidad de vectores asociados con la modernidad, tal es el caso de los constantes cambios que le son característicos, la diversidad en su sentido más amplio, las asimetrías, las estructuras políticas que se han instituido, las tendencias hacia la globalización, las dinámicas de su economía, las problemáticas relacionadas con las inundaciones, entre otros. Es en este contexto que estas Instituciones Educativas iniciaron y culminaron y proceso de clasificación como Instituciones Indígenas (una de estas Instituciones fue declarada así, por parte del Ministerio de Educación Nacional, justo en el lapso que comprendió esta investigación; y las otras dos, recién se habían clasificado como tal); orientándose, al desarrollo de procesos educativos pertinentes culturalmente.

2. También se observaron, en el período que comprendió la obtención de datos, escasos recursos, herramientas y medios tecnológicos como soporte para las actividades académicas. No se dispone de una base de recursos didácticos (distintos a los libros, como por ejemplo: juegos didácticos, juegos de escuadra, compás, transportador, tangram, representaciones de cuerpos geométricos, revistas especializadas, geoplanos, ábacos, dados, mapas, transparencias, material de reúso, cuentos relacionados con la Matemática, hilo o cordel, etc.), de centros de Informática o computación y tampoco de laboratorios dedicados a las Ciencias Naturales. Ni con espacios físicos dedicados a las Matemáticas (es especial como estímulos al desarrollo de actividades vinculadas con la creatividad, con el arte, la naturaleza y a su conexión con otras disciplinas y con la realidad).
3. En los espacios dedicados a las Bibliotecas de cada Institución se cuenta, exclusivamente, con libros de consulta y guías (contentivas de preguntas relacionadas con las “pruebas ICFES”) que dotó el Ministerio de Educación Nacional a través de la Alcaldía del Municipio. Ciertamente, el Estado ha desarrollado una serie de recursos digitales para la ruralidad, a través de los denominados Centros de Recursos para el Aprendizaje (relacionados con la literatura infantil, la radio escolar, la promoción de la lectura y la escritura, los derechos

humanos, la paz, entre otros), sin embargo, la imposibilidad de acceso a Internet desde éstas ofrece una dificultad importante para aprovecharlos pedagógicamente. Es posible que algunas orientaciones que han tenido las políticas públicas en educación durante, al menos, la última década (y que han sido un signo común a todos los países de la región, precisamente por su correspondencia con acuerdos educativos globales), como por ejemplo hacia la calidad de la educación y hacia la formación del docente, han opacado un tema central como lo es el de la dotación de recursos concretos (físicos) para el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática Escolar.

Sobre el término concepción:

4. Con base en (a) la discusión teórica sobre este término en el seno de la Educación Matemática, así como con (b) el principio de estructuración de la realidad, de ciencia y en particular de las percepciones y prácticas de los Docentes sobre el hecho educativo (Monk, 1995), se entendió a las concepciones de los Docentes sobre el Planteamiento y la Resolución de Problemas Matemáticos como un sistema o estructura en la que confluyen “vectores” que las influyen, pero también otros que, partiendo de las concepciones, influyen en otros elementos y procesos relacionados (tal es el caso de la práctica concreta en el aula).

Sobre el acercamiento al sistema de concepciones de los Docentes y Rectora:

5. El acercamiento al sistema que conforman las concepciones del grupo de docentes participantes, incluida la Rectora, coincidió parcialmente con algunas de las dimensiones del modelo de Schommer-Aikins (1990), no obstante, no se concentró en éstas. Se hizo peso, más bien, en las auto-percepciones sobre la incidencia de los “afectos” (dimensión afectiva), así como en sus propias valoraciones y concepciones de la Matemática Escolar, la Actividad del Estudiante, los Problemas y la Resolución de Problemas Matemáticos; junto con el contraste de tales valoraciones con su labor docente. Vale decir, atendiendo

a dimensiones más allá de lo epistemológico. Aspecto que distingue a esta investigación de otras que se han desarrollado sobre este constructo.

6. La obtención de datos planeada contempló la aplicación de entrevistas semi-estructuradas, cuestionarios, la observación de las libretas, de los libros utilizados por los Docentes y la observación en el aula (basada en el modelo de colaboración de Gosling, 2005). Sin embargo, esta última no se llevó a cabo, precisamente por no contar con el consentimiento de los Docentes. Un hecho que ha sido frecuente en parte de los estudios sobre las concepciones.
7. El cuestionario diseñado *ah hoc* fue una adaptación del aplicado por van Vaerenbergh (2019), y permitió acceder a la dimensión afectiva de los Docentes participantes relacionadas con el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos.

Sobre las valoraciones de términos y procesos asociados al sistema que conforman las concepciones de los Docentes en cuanto al Planteamiento y Resolución de Problemas Matemáticos:

8. En cuanto al por qué, de acuerdo con la opinión de los Docentes, los estudiantes deben *aprender matemáticas en la escuela*, sus respuestas se asociaron con la visión de las matemáticas escolares como instrumento para la prosecución académica, es decir, como una de las partes centrales del currículo, o como la más importante de éste. Visión arraigada en Colombia, pero también en el ámbito internacional. También se asoció con área necesaria para la vida.
9. El desarrollo y manejo de habilidades en cuanto a las *operaciones básicas* (formalmente: adición y multiplicación; o bien, tal como se les denomina comúnmente: adición, sustracción, multiplicación y división), se destacó como el contenido al que deben orientarse las Matemáticas Escolares. Solo una de los Docentes planteó que “todos los contenidos son importantes”. Tal visión generalizada (en el grupo en estudio) persiste, aun tras los cambios y transformaciones curriculares llevadas a cabo durante las últimas décadas. Una de los Docentes, además de destacar las operaciones básicas, incluyó a la recolección de datos y a la estadística; precisamente una de las ventanas naturales, por llamarla de alguna

manera, hacia el contexto y realidad.

10. Todos los Docentes participantes y la Rectora sostuvieron que las Matemáticas Escolares *deben relacionarse con la realidad*, con el medio, o con el contexto.
11. En cuanto a las dificultades que identifican como asociadas a la enseñanza y al aprendizaje de la Matemática Escolar, en particular a la Resolución de Problemas, emergieron dos categorías importantes. Una fue el *“miedo”* hacia las Matemáticas y hacia la Resolución de Problemas. Éste es un tema que ha ocupado no solo a la Educación Matemática como disciplina científica sino también al común de las personas, a la prensa y hasta la gestión de lo público. Los medios de comunicación han desempeñado un papel medular en ello. Periódicos destacados en el plano internacional, y también en el nacional, han publicado notas sobre este tema, incluso postulando una especie de transmisión de la ansiedad del Docente hacia los estudiantes. La otra categoría destacada fue la *“dificultad de acceso o la poca o nula disponibilidad de recursos y materiales para la enseñanza-aprendizaje”*. Hecho se corroboró en las observaciones realizadas en las aulas y en las Bibliotecas de estas Instituciones. Además de éstas, se utilizaron expresiones como *“el niño no entiende”* para referir otra de las dificultades (por ejemplo, en: *“Bueno, yo pienso que las dificultades en la enseñanza es cuando de pronto (sic) el maestro lleva el tema a desarrollar en el área de clase y entonces el niño no entiende y por mucho de pronto que uno utilice estrategias didácticas y lúdicas, el niño se bloquea. Y entonces eso hace que de pronto uno se sienta como que frustrado porque ese aprendizaje no llegó como uno quería impartirlo en el niño”*); aspecto que, como se discutió, aboga todas las responsabilidades del hecho educativo al estudiante y se corresponde con un *modelo educativo centrado en el docente*. La memorización pasa a ser, entonces, un proceso relevante, es decir, la idea de reproducir lo que ha hecho el docente en clase.
12. Se aludió, como medios para abordar este tipo de sentimientos en los estudiantes: (1) Al diálogo, (2) La comunicación, y (3) Al empleo de ciertas *“dinámicas”* (como por ejemplo, algunos juegos).
13. Aun con las opiniones generalizadas en cuanto al peso en las operaciones básicas, resultó interesante la amplia lista de recursos que se verbalizó durante las entrevistas, además

de entenderlas como actividades o experiencias motivadoras para los estudiantes, habida cuenta de su naturaleza lúdica (se hizo mención a muchos juegos).

14. La actividad del estudiante en el aula (en especial su participación) fue catalogada como importante por todos los Docentes y la Rectora.
15. En cuanto al tipo de realidad de la que hace referencia: destacó el hecho de que todos los Docentes abordaron y propusieron problemas matemáticos en lo que puede denominarse “semi-realidad”, es decir, situaciones enmarcadas en una realidad simulada. Ninguno de los problemas se enmarcó en el contexto real, de aula, local, regional, nacional o mundial. Ello se evidenció en la observación de todas las libretas de los estudiantes, en particular, en los temas que se estudiaron en el lapso que comprendió la investigación. Este hecho contrastó con las opiniones generalizadas de estas Docentes sobre los vínculos de la Matemática Escolar con la realidad, el contexto y el medio. Y contrasta, además, con los principios que guían al Proyecto Educativo Comunitario, documento rector de estas Instituciones Indígenas.
16. Sobre ¿Qué visión tiene de la Matemática escolar?, destacaron las respuestas de los Docentes 1 y 4, en tanto que aluden a la búsqueda e implementación práctica de métodos de enseñanza (ya en su labor como profesionales de la docencia) en función de alcanzar los objetivos y metas que contempla el currículo oficial y los planes y proyectos curriculares que son propios a sus instituciones indígenas. Las estrategias, métodos, técnicas y modelos de enseñanza, propias de la Didáctica de la Matemática y de la Pedagogía en su totalidad, aun cuando constituyen uno de los centros de la práctica concreta, de la formación profesional y del campo de investigación teórica, y de conformar una especie de estructura conjunta en la que participan como hacedores los estudiantes y el docente, no obstante, no fueron mencionadas por las demás docentes participantes. Apuntaron más bien a temas como la tecnología, la importancia de las operaciones básicas y la de las matemáticas en su conjunto.
17. Con respecto a los espacios geográficos, sociales, históricos y culturales, en especial en torno a la pregunta: ¿Cómo influye el contexto rural (en particular, el contexto rural de los municipios Momil y Purísima) en la Matemática escolar? Se sostuvo, en todo el grupo en

estudio, la opinión de que este contexto ofrece importantes limitaciones al hecho educativo, tildándolo, incluso, de “influencia negativa”. Los resultados en las evaluaciones regionales y nacionales (tal es el caso de las pruebas IFCES) han servido como uno de los argumentos para este tipo de opiniones, junto con el grueso de las condiciones económicas de acceso a cierto tipo de servicios en el seno de las comunidades rurales en Colombia. Sin embargo, tal es la posición del autor, el amplio y profundo legado cultural e histórico que es propio de los Municipios Momil y Purísima, las herencias del pueblo Zenú, junto a las potenciales de toda la región en la actualidad, sin desestimar los intereses y direcciones de la sociedad actualmente, ofrecen un escenario pleno de influencias en el sentido “positivo”. Los enfoques socio-culturales de la Educación Matemática apuntan es esta dirección.

18. De acuerdo con la clasificación de Ernest (1989a, 1989b, 2005), las concepciones sobre las Matemáticas en los Docentes y Rectora participantes en el estudio se encuentran en las tres categorías siguientes: (a) el enfoque de la resolución de problemas (en tanto los problemas constituyen la guía principal de las actividades desarrolladas en el contexto del aula, pero sin llegar a concebir a esta disciplina como dinámica y en desarrollo, cuyos resultados son susceptibles de revisión), (b) la visión platónica (al entender las Matemáticas como un cuerpo de conocimientos más o menos estático), y (c) la visión instrumentalista (por cuanto se asume a las Matemáticas como un conjunto de reglas, algoritmos y conceptos utilitarios). Es decir, en el grupo de Docentes y Rectora participantes coexisten estas tres concepciones. Un hallazgo relevante, pues da cuenta de sistemas de concepciones que no necesariamente son consistentes (por ejemplo: epistemológicamente).
19. Los Docentes y la Rectora, en general, no refirieron la teoría o teorías que soportaban sus ideas en cuanto al Planteamiento y la Resolución de Problemas. Solo una de los Docentes mencionó a Jean Piaget como su base para ello. Ello ha sido una especie de constante en algunos estudios sobre los modelos docentes, conscientes o subyacentes, a la práctica concreta. Uno de éstos es el de Benoit y Vega (2022).
20. Los libros de texto utilizados por los Docentes tampoco referenciaron el enfoque teórico sobre la resolución de problemas en el que se basaron.

21. Ante la pregunta: ¿Cuáles de sus opiniones sobre la resolución de problemas matemáticos han cambiado desde su rol como estudiante de la escuela Primaria hasta su rol actual como docente? Se mencionó el compromiso propio hacia la resolución de problemas, el acompañamiento al estudiante (por ejemplo, entendido a través del concepto de “andamiaje”) y entender este proceso como parte importante de la formación general (todos estos señalados por los Docentes 1, 3, 4 y 5). Todas estas categorías están presentes en el modelo de Polya (1989).
22. Aun en un “universo pequeño”, tal es el caso del grupo de los Docentes y Rectora participantes, se encontraron evidencias de sistemas de concepciones (en torno al Planteamiento y Resolución de problemas) muy distintas entre sí. Precisamente uno de los aspectos que se discutió sobre este constructo.
23. Ninguno de los Docentes hizo explícito algún problema difícil que se haya asociado con el contexto rural e indígena que enmarca a las Instituciones, o bien, con la realidad que las envuelve. Se limitaron a afirmar que sus estudiantes sí han enfrentado ese tipo de problemas, y a mencionar el tema en el que se encontraba: (1) Medidas de capacidad, y (2) Regla de tres compuesta.
24. Solo la Rectora expuso un problema relacionado con las operaciones básicas, en el que cada niño debía comprar en una tienda (de manera simbólica), una larga lista de productos. En ese caso, observó muchas dificultades durante la resolución.

Sobre las opciones seleccionadas en el Cuestionario:

25. Una nota sobre la selección de opciones en el Cuestionario: se observó que los Docentes 1, 2, 3 y 5 no tuvieron, de acuerdo con el autor de esta investigación, tendencia a seleccionar las opciones que estaban de acuerdo con el objeto del ítem (por ejemplo, la elección de las alternativas que describían miedos, frustración, bloqueos, etc. da cuenta de ello), o las que se ubicaban en los extremos (totalmente en desacuerdo o totalmente de acuerdo) (de hecho, no fueron respuestas frecuentes). Ahora bien, la bibliografía especializada, ver, por ejemplo, He y Von de Vijver (2015), da cuenta de otra tendencia de respuesta: seleccionar las opciones socialmente deseables. Sobre este punto la información

que aporta el cuestionario, por sí solo, es insuficiente para acercarse a una conclusión. Ésta debe, necesariamente, complementarse (triangularse) con otras fuentes.

Las concepciones de los Docentes desde las libretas de los estudiantes:

26. Se abordaron problemas en los que no se hace referencia a ningún contexto real, tal es el caso de los problemas en los que debe calcularse el perímetro de las figuras planas dadas, o bien, ordenar ciertas figuras según su perímetro.
27. Los problemas resueltos y propuestos (tal como se observó en las libretas de los estudiantes) se inscribieron en un *enfoque algorítmico*, tal como lo describen Skemp (1978), Míguez (2003) y Serrano (2009).
28. Sobre los Momentos para comprender y para practicar: Aunque, se insistió acá en el hecho de que la esencia del método de resolución de problemas, tal como se le ha entendido, abarca los momentos de comprender y practicar, (1) en estos libros no fue característico el que los problemas resueltos por el autor alcanzaran la visión retrospectiva (hecho que se correlaciona con el hallazgo anterior), (2) los problemas resueltos por el o los autores siguen, parcialmente, las recomendaciones de Polya, con la diferencia de que la indagación sobre el proceso a seguir (o seguido) no se hizo de varias maneras. (3) Pero en todas las demás actividades, aún tras los errores, el Docente dio el visto bueno, sin indicar el error.
29. Otro aspecto que destacó fue el título expuesto por los Docentes en su clase. En las libretas se apreciaron los apuntes de los estudiantes de las sesiones en las que se abordó el tema de la resolución de problemas, en particular, el proceso seguido por el Docente en el tablero. El título empleado por varios de los Docentes fue “Problemas sobre Adición”, o bien, “Problemas sobre Suma”. De esta forma, se anuncia de antemano a los estudiantes qué es lo que deben hacer en cada uno de los problemas asignados. Sobre este punto también hizo mención Polya (1989). El acompañamiento o “andamiaje” del docente en la resolución de un problema no debe alcanzar, en general, la declaración del plan a seguir.
30. Se observó, además, que los problemas asignados a los estudiantes (para abordar en sus

hogares), eran de dos tipos: los que aludían a una “semi-realidad”, tal como se le describió antes, y los que aludían exclusivamente a conceptos, relaciones entre conceptos u operaciones básicas. Tampoco se observaron problemas tomados del contexto real de los niños y niñas, ni propios a los Municipios Momil y Purísima, ni a la cultura Zenú.

31. Se plantearon problemas en los que debía deducirse el número natural que verifica cierta condición (en este caso, relacionada con el mayor valor posicional del dígito 7. Ver la figura anterior). Éste y el problema citado antes, fueron excepciones a la tendencia a que los problemas propuestos fuesen resueltos a través de una operación básica.
32. Las actividades propuestas a los estudiantes en clase tuvieron como objetivo identificar sus símbolos, conocer y reproducir la secuencia de números romanos hasta cierto “punto”, y relacionar los números con los números naturales. Sin embargo, no se trascendió el plano descrito antes. Al menos en los apuntes que constan en las libretas de los niños y niñas no hubo referencias a otro tipo de actividades o problemas.
33. Llamó la atención el hecho de que las correcciones del Docente se dedicaran solo a algunos aspectos (por ejemplo, a indicar la c en vez de la s en “dose” y la s antes de la c, en “trecentos”). Las tildes faltantes, aunque no aplican en este caso, tampoco fueron señaladas en las correcciones de los Docentes, tal como se aprecia en las imágenes mostradas a lo largo de este capítulo.
34. En las libretas de los estudiantes se observó un muy limitado uso de la representación gráfica como herramienta del proceso de resolución de los problemas asignados o propuestos. En cambio, en el resto de los problemas trabajados por los Docentes en clase o los que asignaron como actividad no se utilizaron representaciones gráficas.
35. Todos los Docentes participantes incluyeron entre sus actividades, asignar “problemas de refuerzo” a sus estudiantes, justo luego del trabajo desarrollado en clase. Estos problemas fueron adicionales a los que regularmente se asignaron para resolver en sus hogares.
36. La totalidad de las actividades de refuerzo (reportadas en las libretas de los estudiantes de cada uno de los Docentes participantes) no se correspondió con los puntos (a), (b), (c) y (d) descritos antes.
37. En algunas de las libretas se observó que una de los Docentes participantes dedicó un

espacio para apuntar una de las reglas de lectura de los números naturales (en el orden de los miles y los millones). Ello no se observó en las libretas de los niños y niñas de las demás Docentes.

38. En el resto de las libretas se siguió una estructura que podría sintetizarse como sigue: (1) Exposición (de la o las definiciones o de cómo realizar una operación), (2) Ejemplos. (3) Problemas asignados (para el aula de clases y/o para sus hogares), y (4) Problemas de refuerzo.

En cuando a la idea de aprendizaje:

39. Se evidenciaron ideas muy distintas sobre el término aprendizaje de la Matemática. La mitad del grupo (Docentes y Rectora) marcó las opciones “La memoria” y “En interpretar la realidad”. Destacó también el hecho de que ningún miembro del grupo marcó las opciones: “En aumentar la cantidad de conocimientos (B)” y “En construir significados cada vez más abstractos (D)”. Opciones que, durante la tapa de elaboración y validación de los instrumentos, se supuso serían elegidas. Además, se evidenció un peso importante en respuestas que incluyeron a: “En el uso de técnicas y algoritmos (C)”. Esto último fue cónsono con las ideas que expresaron varios de los miembros del grupo en el resto de las entrevistas (sobre la Matemática Escolar, la actividad del estudiante, los problemas, y sobre la resolución de problemas). Y muestra cómo, también en este grupo y contexto, prevalece el enfoque algorítmico o instrumental de la Matemática Escolar que se discutió en los capítulos previos.

Sobre el modelo de las Concepciones de los Docentes y la Rectora:

40. A partir del enfoque de la Educación Matemática seguido en el marco de esta investigación, de su metódica, hallazgos y sentidos, se construyó un modelo de las Concepciones sobre el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos de los Docentes y Rectora participantes en el estudio, basado en las dimensiones Matemática Escolar,

Aprendizaje, Dificultades, Contexto, Teoría base/Formación Docente/Experiencia, Problemas considerados, Actividad del estudiante, Estrategias y Error.

A modo de síntesis parcial

En suma, el método de Polya (1989) ofrece un marco valioso para el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos en la Educación Primaria en Colombia. Sin embargo, su efectiva implementación en Latinoamérica requiere abordar varios desafíos, incluyendo el cambio de enfoque pedagógico hacia un aprendizaje más activo y menos centrado en la memorización, la formación adecuada de los docentes, y la creación de recursos didácticos que apoyen la aplicación del método. El “andamiaje”, basado en la teoría sociocultural de Vygotsky (1979, 1981), representa una herramienta pedagógica poderosa para acompañar los procesos que se concreten en el contexto del aula.

Naturalmente, ello debe, paralelamente, “unirse” a la investigación, con el propósito de evaluar sus procesos, extensión y efectividad.

Los sistemas que conformaron las concepciones de los Docentes y la Rectora participantes constituyeron la médula para la concreción práctica del Planteamiento y la Resolución de Problemas Matemáticos en el aula, aunque, al mismo tiempo, cobijaron ideas contradictorias.

Posibles escenarios de investigación

Con base en el estudio realizado y en el entendido del rol central que tiene la investigación, impulsada desde los grupos y centros de investigación, desde las Universidades, y en este caso, desde el *Programa Doctoral en Educación Matemática* de la **Universidad Pedagógica Experimental Libertador** (República Bolivariana de Venezuela) y de **Polinorte** (República de Colombia), se exponen en esta sección algunas recomendaciones que podrían motorizar otras investigaciones, asumidas como parte indivisible del desarrollo curricular en el contexto colombiano.

- a) Estructurar *grupos de discusión* en el seno de las Instituciones catalogadas como Indígenas

(en los Municipios Momil y Purísima, así como en otros Municipios y Departamentos) centrados en las concepciones de los Docentes sobre el Planteamiento y Resolución de Problemas Matemáticos, las dimensiones que abarca y en los enfoques socio-culturales de la Educación Matemática.

- b) Acercarse al estudio de la enseñanza-aprendizaje, en especial del Planteamiento y Resolución de Problemas Matemáticos en los espacios rurales e indígenas, desde enfoques como la *Etnomatemática*.
- c) Considerar otros *materiales y recursos* (más allá de los libros de texto) como objetos centrales de investigación del Planteamiento y la Resolución de Problemas Matemáticos.
- d) Ahondar en el estudio, desde distintas lentes teóricas y metodológicas, la Matemática propia del pueblo Zenú.

REFERENCIAS CONSULTADAS

- Abreu G. (2000). Relationships between Macro and Micro Socio-Cultural context: Implications for the Study of interactions in the Mathematics Classroom. *Educations Studies in Mathematics*, 41, p. 29.
- Acevedo M., Montañez J., Huertas C. y Pérez G. (2007). Fundamentación conceptual área de Matemáticas. Disponible en: http://www.icfes.gov.co/index.php?option=com_docman&task=doc_view&gid=1197
- Aguilar A. (2017). Crítica desde el pensamiento complejo a los métodos cuantitativos para el análisis educativo. El caso de los rendimientos educativos. *Educación y Humanismo*, 19(33), 357-368. Doi: <https://doi.org/10.17081/eduhum.19.33.2649>
- Alpizar M. (2014). Actitudes del docente de matemáticas de enseñanza secundaria (ESO y Bachillerato) en la relación docente-estudiante. Un estudio mediante el grupo de discusión, sobre metaconsciencia actitudinal de los docentes de matemática de ESO-Bachillerato en su práctica docente. Universitat Autònoma de Barcelona: Tesis Doctoral.
- Alzate R. (2023). Niveles de dominio de competencias matemáticas en estudiantes de 5to año y algunos factores explicativos. Un caso de estudio en una Unidad Educativa del Estado Miranda. Tesis de Maestría, Universidad Central de Venezuela. Disponible en: <http://saber.ucv.ve/handle/10872/23166>
- Andrews P., y Hatch G. (1999). A new look at secondary teachers' conceptions of mathematics and its teaching. *British Educational Research Journal*, 25(2), 203- 214.
- Annenburg Rural Challenge (1999). An invitation to discuss standards in public schools: A policy statement of the Rural Challenge. *Journal of Research in Rural Education*, 15(1), 59-63.
- Arias J. (2020). Técnicas e instrumentos de investigación científica (1ra ed.). Enfoques consulting: Perú.
- Arias S., Labrador N. y Gámez B. (2019). Modelos y épocas de la evaluación educativa. *Educere*, 23 (75), 307-322.
- Arrieta A., Banquet P., García A. y Vergara A. (2022). Fortalecimiento de la Competencia Resolución de Problemas Matemáticos, por medio de un Sitio Web como Recurso Educativo Digital con estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Mariscal Sucre sede Santa Marta, municipio de Sampedra. Universidad de Cartagena: Tesis de Maestría.
- Artigue M. (1990). Epistémologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23), 85-115.

- Ávila B. (2017). Aportes a la calidad de la educación rural en Colombia, Brasil y México: experiencias pedagógicas significativas. *Revista del Centro de Investigación de la Universidad La Salle*, 14 (48), 121-158. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.26457/recein.v14i48.1486>
- Bailey K. (2006). *Language Teacher Supervision*. New York: CUP.
- Baquero E., Barbosa V. y Fernández, N. (2023). Técnicas de enseñanza de las matemáticas en la zona rural de Colombia. *MEMORIAS SIFORED - ENCUENTROS EDUCACIÓN UAN*, (7). Disponible en: <https://revistas.uan.edu.co/index.php/sifored/article/view/1776>
- Barajas N. (2022). Incidencia del método de George Pólya en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos con estructuras multiplicativas. *Revista Investigación & Praxis en Ciencias Sociales*, 1(2), 48–76.
- Baroody A. (1994). *El Pensamiento Matemático de los Niños*. Madrid, Aprendizaje Visor.
- Bedoya M. y Ospina S. (2014). Concepciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo afectan los métodos de enseñanza y aprendizaje (Tesis de maestría). Universidad de Medellín, Medellín, Colombia.
- Beltrán Y. y Quijano M. (2008). Concepciones y prácticas pedagógicas de los profesores que enseñan ciencias naturales y ciencias humanas en programas de ingeniería de dos universidades colombianas. *Studiositas*, 3(1), 41-45. Disponible en: http://portalweb.ucatolica.edu.co/easyWeb2/files/21_986_v-3-n-1-i-beltran-y-otros.pdf
- Benoit C. y Vega H. (2022). Autopercepciones del profesor en formación sobre su rol docente y desempeño laboral. *Mendive. Revista de Educación*, 20(3), 790-808. Epub 02 de septiembre de 2022. Recuperado en 05 de noviembre de 2024, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1815-76962022000300790&lng=es&tlng=es.
- Bernal C. (2010). *Metodología de la investigación: Administración, economía, humanidades y ciencias sociales*. (O. Fernández Palma, Ed.) (3ra. ed.). Bogotá, Colombia: Pearson Educación de Colombia Ltda.
- Beyer W. (1994). El discurso y el lenguaje matemáticos en el contexto del aula. Trabajo de grado de maestría no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas.
- Beyer W. (2000). La resolución de problemas en la Primera Etapa de la Educación Básica y su implementación en el aula. *Enseñanza de la Matemática*, 9(1), 22-30.
- Bisquerra R. (2008). *Educación para la ciudadanía. El enfoque de la educación emocional*. Madrid: Wolters-Kluwer.
- Blanco B. y Blanco L. (2009). "Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria". Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/3513/1/Blanco2009ContextosNumeros71.pdf>
- Blanco L. (1997). Concepciones y creencias sobre la resolución de problemas de estudiantes para profesores y nuevas propuestas curriculares. En revista *Cuadrante*, Vol. 6, n. 2, pp. 45-65.

- Blanco L. y Cárdenas J. (2013). La resolución de problemas como contenido en el currículo de matemáticas de primaria y secundaria. *Campo Abierto*, vol. 32 nº 1, pp. 137-156.
- Briceño J. y Benarroch A. (2012). Concepciones y creencias sobre ciencia, aprendizaje y enseñanza de profesores universitarios de ciencias. *REIEC*, 8(1), 24-41.
- Brousseau G. (1989). La tour de Babel. *Etudes en Didactique des Mathématiques*. Article occasionnel n. 2. IREM de Bordeaux.
- Brown T., y Hirschfeld G. (2007). Students' Conceptions of Assessment and Mathematics: Self-Regulations Raises Achievement. *Australian Journal of Education & Development Psychology*, 7, 63-74.
- Buendía L. (1992b). Técnicas e instrumentos de recogida de datos. En M. P. Colás y L. Buendía (Eds.), *Investigación educativa*, 201-248. Sevilla: Alfar.
- Bush W. (2005). Improving research on mathematics learning and teaching in rural contexts. *Journal of Research in Rural Education*, 20(8).
- Bustamante E. (2015). El juego como estrategia didáctica en la enseñanza de los números enteros basado en aprendizajes significativos. Tesis de Maestría. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Caballero A., Blanco L. y Guerrero E. (2008). El dominio afectivo en futuros maestros de matemáticas en la universidad de extremadura. *Paradigma*, 29(2), 157-171. Recuperado en 03 de junio de 2024, de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512008000200009&lng=es&tlng=es.
- Callejo M. y Vila A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 225-247.
- Cárdenas A. (1996) Los Retos del Siglo XXI: Sociedad Conocimiento y Educación. Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (FEDEUPEL). Caracas, Venezuela.
- Carraher T., David Carraher D. y Schliemann A. (1999). En la vida diez, en la escuela cero. México: Siglo XXI.
- Carrero M. y González M. (2016). La educación rural en Colombia: experiencias y perspectivas. *Praxis Pedagógica*, No.19, julio-diciembre, 79-89.
- Carrillo J. (1998). Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Castellanos M., Vásquez L. y Vásquez J. (2021). Ansiedad matemática y perfil profesional. Estudio de caso de un municipio del Departamento de Santander (Colombia) en el año 2020. *Revista Boletín Redipe* 10 (13), 220-231. Disponible en: <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1740/1655>

- Castro E. (2008a). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En Luengo, Ricardo; Gómez, Bernardo; Camacho, Matías; Blanco, Lorenzo (Eds.), Investigación en educación matemática XII (p 114). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. [En línea] Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/1191>
- Castro P., Gómez P. y Mesa V. (2023). Prácticas del profesor de matemáticas en la ruralidad durante el confinamiento. Revista Colombiana de Educación, 87, pp. 416-437. Disponible en: <https://www.redalyc.org/journal/4136/413677447018/html/>
- Centeno R. (2007). Mi matemática. Desarrollo del pensamiento conceptual 5. Bogotá Libros y Libros S.A.
- Chamorro D. (2023). Análisis de las creencias docentes acerca de la formación gubernamental en el Departamento del Cauca-Colombia. Revista Educación, 47(2), 385-403. Disponible en: <https://dx.doi.org/10.15517/revedu.v47i2.53991>
- Ciénaga Grande se desbordó y mantiene con inundaciones a familias de Purísima. Fuente: <https://rionoticias.co/cienaga-grande-se-desbordo-y-mantiene-con-inundaciones-a-familias-de-purisima/> Rio Noticias | Jun 30, 2022
- Colbert V. (1999). Mejorando el acceso y la calidad de la educación para el sector rural pobre. El caso de la Escuela Nueva en Colombia. Revista Iberoamericana de Educación, 20, 107-135.
- Contreras L. (1998). Resolución de problemas: Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula. Tesis doctoral. Universidad de Huelva. Recuperado el 22 de febrero de 2017 de <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/2953>
- Contreras L. (2009). Concepciones, creencias y conocimiento: referentes de la práctica profesional. Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología, Volumen 1, Número 1, Diciembre 2009, 11-36. Disponible en: <https://exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%201%20NUM%201/Doc%20RIECyT%201-1.pdf>
- Contreras L. C. (1999). Concepciones de profesores sobre resolución de problemas. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Contreras S., y Ramírez M. (2009). La escuela rural desde la mirada de padres y madres. Paradigma, 30 (1), 87-102. Disponible: http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512009000100005
- Copes L. (1979). The Perry development scheme and the teaching of mathematics. Paper presented at the annual meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Warwick, England.
- Corcelles-Seuba M., Miquel E. y Durán D. (2023). Percepciones de los docentes sobre la Observación Recíproca Entre Iguales. Revista de Educación, 402, Octubre-diciembre 2023, 237-266.
- Cordero J. (2024). Experiencias vividas en la formación del autoconcepto y en la manifestación de la ansiedad en el área de la matemática en estudiantes de educación media. Tesis doctoral. UPEL-Polinorte.

- Correa I. (2018). Estrategia pedagógica para la enseñanza de las cuatro operaciones básicas matemáticas por medio de resolución de problemas en estudiantes del grado quinto [Tesis de Maestría], Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Universidad Nacional.
- Cortés R. y Lorente Á. (2011). La supervisión educativa en América Latina ante las Metas Educativas de 2021, propuestas por la OEI. Revista Iberoamericana de Educación, n.º 57/1. Disponible en: <https://pdfs.semanticscholar.org/f735/f79b8df8ae1a44a11b8db7262a8ca2140da3.pdf>
- D'Ambrosio U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- D'Ambrosio U. (1990). Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo, Brasil: Editorial Ática SA
- D'Ambrosio U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 100-107.
- Decreto 1075 (2015). Presidencia de la República, República de Colombia.
- Delors J. y otros. (1996). La educación encierra un tesoro. Madrid: Santillana. Ediciones UNESCO.
- Delors J., Amagi I., Carneiro R., Chung F., Geremek B., Gorham W. y Nanzhao Z. (1996). La educación encierra un tesoro: informe para la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo Veintiuno. Madrid: Santillana Ediciones-UNESCO.
- Díaz V., y Fernández J. (2017). ¿Qué sabemos de los jóvenes rurales? Síntesis de la situación los jóvenes rurales en Colombia, Ecuador, México y Perú. Serie documento de trabajo N° 228, Grupo de Trabajo Inclusión Social y Desarrollo. Programa Jóvenes Rurales, Territorios y Oportunidades: Una estrategia de diálogos de políticas. Rimisp-Centro Latinoamericano para el desarrollo Rural, Santiago, Chile.
- Dodera M., Burrón E., Lázaro M. y Piacentini B. (2009). Concepciones y creencias de los alumnos de primer año de la Universidad de Buenos Aires sobre el aprendizaje-enseñanza de la matemática. Puerto Montt, Chile: VI CIBEM.
- Donoso P. (2015). Estudio de las concepciones y creencias de los profesores de Educación Primaria Chilenos sobre la competencia matemática. Universidad de Granada: Tesis Doctoral.
- Donoso P., Rico N. y Castro E. (2016). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 20(2), 76-97. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56746946005>
- Duell O. y Schommer-Aikins M. (2001). Measures of People's Beliefs About Knowledge and Learning. *Educational Psychology Review*, 13 (4), 419-449.
- Ericsson K. y Simon H. (1984). Protocol analysis: verbal reports as data. Cambridge: MIT.
- Ernest P. (1989a). The Impact of Beliefs on the Teaching. En Ernest, P. (Ed.). *Mathematics Teaching: The State of the Art*, London, Falmer Press. Budapest.

- Ernest P. (1989b). The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*, 15(1), 13-33.
- Ernest P. (2005). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. Recuperado de <http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/>
- Escalante M. (2015). Método Polya en la resolución de problemas matemáticos. Recuperado agosto del 2015 en: <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf>
- Escobar J. y Cuervo A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en medición*, 6, 27-36. Disponible en: https://www.humanas.unal.edu.co/lab_psicometria/application/files/9416/0463/3548/Vol_6_Articulo3_Juicio_de_expertos_27-36.pdf
- Flores P. (1998). Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Granada: COMARES.
- Forte M. (2012). LAS COMPETENCIAS BÁSICAS EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS. Máster Universitario de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Recuperado 28 de noviembre de 2021, de <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/1977/Trabajo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Franco-Buriticá E., Maz-Machado A., León-Mantero C. y Casas-Rosal J.C. (2023). Ansiedad hacia las Matemáticas en el Alumnado de Educación Media en Colombia. *Multidisciplinary Journal of Educational Research*. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.17583/remie.8809>
- Freudenthal H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Freudenthal H. (1991). Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. *Educational Studies in Mathematics*, (s.d.).
- Fuentes C., Paéz P. y Prieto D. (2019). Dificultades de la resolución de problemas matemáticos de grado 501. Tesis de maestría, Universidad Cooperativa de Colombia.
- Fundación Santillana (1997). *Aprender para el Futuro. Desafíos y Oportunidades*. Madrid. Santillana.
- Fundamentación conceptual área de matemáticas. Bogotá: Grupo de evaluación de la educación superior. El instituto.
- Gallego A., Vargas E., Peláez O., Arroyave L., y Rodríguez L. (2020). El juego como estrategia pedagógica para la enseñanza de las matemáticas: retos maestros de primera infancia. *Infancias Imágenes*, 19(2).
- Galván L. (2020). Educación rural en América Latina: escenarios, tendencias y horizontes de investigación. *Márgenes, Revista de Educación de la Universidad de Málaga*, 1 (2), 48-69.
- García L., Azcárate C. y Moreno M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista*

latinoamericana de investigación en matemática educativa, 9(1), 85-116.

- Gerdes P. (1991a). Lusona: Geometrical recreations of Africa. Maputo: Eduardo Mondlane University Press.
- Goleman D. (1998). La práctica de la inteligencia emocional. Barcelona, España: Kairós S. A.
- Gómez L. (2015). Comprensión lectora como elemento primario para la resolución de desafíos matemáticos en educación primaria. *Revista Internacional de Investigación y formación educativa*, 40. Disponible en: <https://www.ensj.edu.mx/wp-content/uploads/2016/02/Comprelect-como-elem-prim-para...-RIIFEDUC-Vol-1-N%C3%BAm-1-sep-oct-2015-lsgg.pdf>
- Gómez M. (2002). Cuestiones afectivas en la enseñanza de las matemáticas: una perspectiva para el profesor. En L. C. Contreras y L. J. Blanco, *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: Una mirada a la práctica docente*, pp. 23-58. Cáceres: Universidad de Extremadura.
- González N., Riveros J. y Díaz A. (2022). Dificultades en la resolución de problemas aditivos simples en estudiantes de segundo grado. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 17(2), pp. 246-267 DOI: <https://doi.org/10.14483/23464712.16876>
- González U. (2011). Juegos tradicionales, mediadores en la enseñanza de conceptos matemáticos. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 1-11.
- Gosling D. (2005). Peer observation of teaching. London, UK: Staff and Educational Development Association.
- Gough M. (1954). Mathemaphobia: Causes and treatments. *Clearing House*, 28, 290-294.
- Gutiérrez G. (2023). Juegos de mesa como recursos didáctico para la enseñanza de la matemática en la educación básica primaria. *Dialéctica*, 597-619.
- Guzmán J. y Pérez C. (2019). Problemas de la educación rural colombiana generados a partir de la interpretación y uso de lo científico y tecnológico. *VARONA*, núm. 68. Disponible en: <https://www.redalyc.org/journal/3606/360671526023/html/>
- Halmos P. (1980). The Heart of Mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87(7), 519-524.
- Hawking S. (2011). Dios creó los números. España: Egedsa.
- He J. y Von De Vijver J. (2015). Effects of a general response style on cross-cultural comparisons. Evidence from the teaching and learning international survey. *Public Opinion Quarterly*, 79, 267-290. Disponible en: <https://academic.oup.com/poq/article/79/S1/267/2460929>
- Hendry G. y Oliver G. (2012). Seeing is believing: The benefits of peer observation. *Journal of University Teaching & Learning Practice*, 9(1), 7, 1-9.
- Hernández I. (2011). Educación Matemática en la escuela rural: currículo y PEI, algunas ideas. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.
- Hernández R. (2014). Metodología de la investigación. Sexta edición. Por McGraw-Hill / Interamericana Editores.

- Hofer B. y Pintrich P. (1997). The development of epistemological theories: Beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. *Review of Educational Research*, 67, 88-140.
- House P., Wallace M. y Johnson M. (1983). Problem Solving as a Focus: How? When? Whose Responsibility? The agenda in action", NCTM, Virginia, pp. 9-19.
- Howley C., Harmon H. y Leopold G. (1996). Rural scholars or bright rednecks? Aspirations for a sense of place among rural youth in Appalachia. *Journal of Research in Rural Education*, 12(3), 150-160.
- Iriarte A. y Sierra I. (2011). Estrategias Metacognitivas en la Resolución de Problemas Matemáticos. (Tesis inédita de Maestría). Universidad de Sucre, Montería, Colombia.
- Jehng J., Johnson S. y Anderson R. (1993). Schooling and students epistemological beliefs about learning. *Contemporary Educational Psychology*, 18, 23 – 35.
- Jiménez A. y Quessep D. (2017). Creencias y concepciones: una mirada a la evaluación matemática en la educación superior. *Boletín Virtual*, 6, 150-159.
- Jiménez N., Díaz G. y otros (2003). Pensamiento matemático 4. Bogotá Libros y Libros S.A.
- Jones D., Henderson E. y Cooney T. (1986): Mathematics teachers beliefs about mathematics and about teaching mathematics. En G. LAPPY y R. EVEN (Eds.), *Proceedings of the eighth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 274-279). Michigan State University, East Lansing, MI.
- Kannapel P. y DeYoung A. (1999). The rural school problem in 1999: A review and critique of the literature. *Journal of Research in Rural Education*, 15, 67-79.
- Kohut G., Burnap C., y Yon M. (2007). Peer observation of teaching: Perceptions of the observer and the observed. *College Teaching*, 55(1), 19-25.
- Laboratorio de Economía de la Educación (LEE) de la Pontificia Universidad Javeriana. (2024). Informe No. 98. Calidad Educativa en Zonas Rurales de Colombia: Un Camino por Recorrer. Disponible en <https://lee.javeriana.edu.co/publicaciones-y-documentos>.
- Lancy D. (1983). *Cross-cultural studies in cognition and mathematics*. New York: Academic Press.
- Las inundaciones golpean a Momil. 27 SEPT 2009. Fuente: <https://www.eluniversal.com.co/regional/2009/09/27/las-inundaciones-golpean-a-momil/> El Universal.
- Lerman S. (1983). Problem solving or knowledge centered: The influence of philosophy on mathematics teaching. *International journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(1), 59-66.
- Lester F. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. En E. Silver, *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives* (págs. págs. 99, 100). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Er.
- Liston D. y Zeichner K. (2006) Reflective teaching and action research in preservice teacher education. *Journal of Education for Teaching*, 16(3), pp. 235-254.

- Llinares S. (1991). La formación de profesores de matemáticas. Sevilla: GID- Universidad de Sevilla.
- Llinares S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. Ponte, & L. Serrazina (Edits.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia*. Actas da Escola de Verao 1999 (pp. 109-132). Sociedade de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa.
- Llinares S. y Sánchez M. (1987). Las creencias sobre las matemáticas y la enseñanza de las matemáticas en profesores de EGB en formación. En L. Villar (Ed.), *Conocimientos, creencias y teorías de los profesores. Implicaciones para el curriculum de formación de profesores*. Alcoy: Marfil.
- Llorente J. (2023). Proyecto Educativo Comunitario. Sentir y pensar Zenú. Amasando nuestra educación". Resguardo San Pedro Alcántara de la Sabaneta Córdoba – Sucre.
- Lomas L. y Nicholls G. (2005). Enhancing teaching quality through peer review of teaching. *Quality In higher education*, 11(2), 137-149.
- López L. (2006). Ruralidad y educación rural. Referentes para un Programa de Educación Rural en la Universidad Pedagógica Nacional. *Revista Colombiana de Educación*, núm. 51, pp. 138-159. Universidad Pedagógica Nacional Bogotá, Colombia.
- López W. (2013). El estudio de casos: una vertiente para la investigación educativa. *Educere*, 17(56), 139-144. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/356/35630150004.pdf>
- Lorenzo C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação*, 31(1), 11-22.
- Lozano D. (2012). Contribuciones de la educación rural en Colombia a la construcción social de pequeños municipios y al desarrollo rural. *Revista de la Universidad de La Salle*, 57, 117-136. Recuperado de <https://revistas.lasalle.edu.co/index.php/ls/article/view/761/677>.
- Lynn M. (1986). Determination and quantification of content validity. *Nursing Research*, 35, 382-385. Disponible en: https://journals.lww.com/nursingresearchonline/citation/1986/11000/determination_and_quantification_of_content.17.aspx
- Magaña A. y Flores E. (2015). La observación entre pares: aprendiendo de un reflejo. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 6(11), julio-diciembre.
- Malaguzzi L. (2005). *Zapato y metro: los niños y la medida*. Barcelona: Octaedro.
- Mancera E. (2000). *Saber Matemáticas es saber resolver problemas*. Grupo Editorial.
- Martín M., Socas R. y Camacho M. (2003). Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Algunas reflexiones. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2.
- Martínez D., Serna J. y Arrubia J. (2020). Educación rural y dispositivo evaluación en tiempos de 'COVID-19': voces de profesores de Matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 13(1), pp. 86-103. Disponible en: <https://www.redalyc.org/journal/2740/274065702006/html/>
- Martínez H. (2013). El enfoque por competencias desde la perspectiva del desarrollo humano.

- Aspectos básicos y diseño curricular. *Av. Psicol.* 21(1), 9-22.
- Matas A. (2018). Diseño del formato de escalas tipo Likert: un estado de la cuestión. *Revista electrónica de investigación educativa*, 20(1), 38-47. Recuperado en 15 de noviembre de 2024, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412018000100038&lng=es&tlng=es.
- Mateus E. y Rodríguez E. (2016). Incidencia de las prácticas pedagógicas docentes en la resolución de problemas matemáticos. *RECME*, 2. Disponible en: <http://www.ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/184>
- Meneses M. y Peñaloza D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Próxima*, núm. 31, pp. 8-25. Disponible en: <https://www.redalyc.org/journal/853/85362906002/html/>
- Mertens D. (2005). *Research and evaluation in education and psychology: integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods* (2ª ed.). Thousand Oaks, CA, EEUU: Sage.
- Míguez Á. (2003). Los ejemplos, ejercicios, problemas y preguntas en las actividades de aprendizaje de matemática. *Revista Educación y Pedagogía*, 15 (35), 141-149. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2559280>
- Ministerio de Educación Nacional (1994). Ley 115 del Congreso General de la República, por la cual se expide la Ley General de Educación. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (1998a). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional (1998b). Educación para la población rural: Balance prospectivo. Serie Documentos de trabajo. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional (2014). Proyecto de Educación Rural (PER). Disponible en: <http://www.mineduacion.gov.co/1621/w3-article-329722.html>.
- Ministerio de Educación Nacional (2018). Plan Especial de Educación Rural: hacia el desarrollo social y construcción de paz. Disponible en: https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-385568_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (2022). Más y mejor educación rural: avances hacia una política pública para la educación en las ruralidades en Colombia. Nota técnica. Bogotá: autor.
- Ministerio de Educación Nacional (2024). Más campo para la educación rural. Disponible en: <https://www.mineduacion.gov.co/1621/article-87159.html>
- Monk M. (1995). On the identification of principles in science that might inform research into students' beliefs about natural phenomena. *International Journal of Science Education*, 17(5), pp. 565-573.

- Montero L. y Mahecha J. (2020). Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto. *Praxis & Saber*, 11(26), 1-17. Disponible en: <https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9862>
- Moreano G., Asmad U., Cruz G. y Cuglievan G. (2008). Concepciones sobre la enseñanza de matemática en docentes de primaria de escuelas estatales. *Revista de Psicología (Lima)*, 26(2), 299-334. Disponible en: http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0254-92472008000200005&lng=pt&tlng=es.
- Moreno L. y Waldegg G. (1992). Constructivismo y Educación Matemática. *Educación Matemática*, 4 (2), 7-15.
- Morera L. (2021). ¿Eres capaz de resolver este juego?. *La Vanguardia*, 30/06/2021. Disponible en: <https://www.lavanguardia.com/vida/20241102/10072867/reyes-viajan-domingo-zona-valencia-afectada-dana.html>
- Muñoz J. y Mato M. (2007). Elaboración y estructura factorial de un cuestionario para medir la “ansiedad hacia las Matemáticas” en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria. *Revista galego-portuguesa de Psicoloxía e Educación: revista de estudos e investigación en psicología y educación*, 14, 221-231.
- Murillo J. (2003). El movimiento teórico-práctico de mejora de la escuela: algunas lecciones aprendidas para transformar los centros docentes. *REICE: Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 1(2), 1-23.
- Naranjo D. y Carrero A. (2017). Retos y desafíos de la Educación rural para niños y jóvenes en escenarios de Construcción de Paz: una mirada desde lo local para la transformación global. *Prospectiva*, 24, 95-120. Disponible en: <https://www.redalyc.org/journal/5742/574262162004/html/>
- Novelo S., Herrera S., Díaz J. y Salinas H. (2015). Temor a las matemáticas: causa y efecto. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, enero-junio, pp. 1-15.
- Novoa A. (2006). Desarrollo rural y educación: nociones introductorias. Bogotá: Ilica.
- OCDE (2006). Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura. Disponible en: <https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>
- OEI (2008). Metas educativas 2021. La educación que queremos para la generación de los bicentenarios (documento para el debate, 1ra versión, septiembre 2008).
- Oliva J. (1999). Structural patterns in students' conceptions in mechanics. *International Journal of Science Education*, 21(9), pp. 903-920.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2019). PISA 2018 Colombia Country Note. Disponible en: https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_COL_ESP.pdf
- Orozco W. (2022). El maestro rural en Colombia: desafíos ante la memoria y la reconstrucción del tejido social. *Praxis & Saber*, vol. 13, núm. 33, pp. 88-103. Disponible en: <https://www.redalyc.org/journal/4772/477275068006/html/>

- Padrón O. (2009). Sistemas de creencias hacia la matemática observados en docentes en servicio que se forman en educación integral. Puerto Montt, Chile: VI CIBEM.
- Pajares M. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research* 62(3), 307-332. doi: 10.3102/00346543062003307
- Pardo R. (2017). Diagnóstico de la juventud rural en Colombia. Grupos de Diálogo Rural, una estrategia de incidencia. Serie documento N°227. Rimisp-Centro Latinoamericano para el desarrollo Social, Santiago, Chile.
- Parra R. (1996). Escuela y modernidad en Colombia: La escuela rural. Colombia: Fundación FES; Fundación Restrepo Barco; Colciencias, IDEP; Tercer mundo Editores.
- Parra R. (1996). La escuela rural. Serie Escuela y modernidad en Colombia. Bogotá: Fundación FES - Fundación Antonio Restrepo Barco - Colciencias - IDEP - Tercer Mundo Editores.
- Paulsen M. y Wells C. (1998). Domain differences in the epistemological beliefs of college students. *Research Education*, 39, (4) 365-38.
- Perafán G., Salcedo L., y Herrera L. (1999). Acciones y creencias, tesoro oculto del educador. Tomo 1. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Perfetti del Corral M. (2004). La educación rural en Colombia. Estado del arte. Bogotá: Reduc-Crece-Universidad Pedagógica Nacional-FAO.
- Perfetti M. (2003). Estudio sobre la educación para la población rural en Colombia. Bogotá: FAO-UNESCO-DGCS ITALIA-CIDE-REDUC.
- Perfetti M. (2003). Estudio sobre la educación para la población rural en Colombia. Colombia: REDUC; Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de http://red-ler.org/estudio_educacion_poblacion_rural_colombia.pdf.
- Perry W. Jr. (1968). Patterns of Development in Thought and Values of Students in a Liberal Arts College: A Validation of a Scheme, Cambridge, MA: Bureau of Study Counsel, Harvard University.
- Polya G. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.
- Ponte J. (1994a). Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning. En L. Bazzini (ed.), *Theory and practice in mathematics education. Proceedings of the Fifth international conference on systematic cooperation between theory and practice in mathematics education*. Grado, Italia.
- Ponte J. (1994b). Mathematics teacher's professional knowledge. En J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.). *Proceedings of the XVIII International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, pp. 195-210. Lisboa, Portugal.
- Ponte J. (1994c). Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en la formación de maestros. Lisboa: Instituto de Innovación Educativa.
- Ponte J. y Chapman O. (2006). "Mathematics teachers' knowledge and practices", en A. Gutierrez

- y P. Boero (eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future, Rotterdam, Sense, pp. 461-494.
- Posner G. (1998). Análisis de currículo. Bogotá: McGraw-Hill.
- Programme for International Student Assessment [PISA] & Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE]. (2018). Colombia - PISA.
- Quintero M. y Molano M. (2009). Concepciones y creencias acerca de las competencias en Colombia: una investigación desde la teoría crítica de la educación. Revista del Centro de Investigación. Universidad La Salle, 8(32), 39-55. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/342/34213107003.pdf>
- Reichel-Dolmatoff G. y Reichel-Dolmatoff A. (1956). Momíl, excavaciones en el Sinú. Revista Colombiana de antropología, 5, 111-333. Disponible en: <https://doi.org/10.22380/2539472X.1800>
- Ricardo C., y Vieira C. (2023). Creencias y concepciones docentes de educación superior en enseñanza remota en el contexto de COVID-19. RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 26(1), 17-37. Disponible en: <https://doi.org/10.5944/ried.26.1.33966>
- Richards J. y Farrell T. (2005) Professional Development for Language Teachers. Cambridge. CUP.
- Rodríguez G., Gil J., y García E. (1999). Metodología de la investigación cualitativa. Málaga, España: Aljibe.
- Rosselló M. y De la Iglesia B. (2021). El feedback entre iguales y su incidencia en el desarrollo profesional docente. Revista complutense de educación, 32(3), 371-382.
- Royo J. (1953). Los problemas de matemáticas en la escuela. Bordón, 35(V), 247-255.
- Sáenz E., Patiño M. y Robles J. (2017). Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de Polya. Panorama, 11(21), pp. 52-67. Politécnico Grancolombiano, Bogotá, Colombia. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/3439/343976490006.pdf>
- Säljö R. (1979). Learning in the learners perspective I. Some common-sense conceptions. Disponible en: <http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/detail?accno=ED173369>
- Sánchez D. (2008). Las creencias en las matemáticas. En Memorias VI Coloquio de Experiencias Educativas en el contexto universitario (pp.1-12). La Habana: Editorial Universitaria. Disponible en: <http://revistas.mes.edu.cu/greenstone/collect/repo/import/repo/20090319-u/9789591610010028.pdf>
- Sánchez J., Segovia I. y Miñán A. (2011). Exploración de la ansiedad hacia las matemáticas en los futuros maestros de educación primaria. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 15(3), 97-312. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/567/56722230018.pdf>
- Santaló L. (1990). *Matemática para no matemáticos*. En García Mercedes (Ed.), I Congreso

Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 1-12). Sevilla, España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES.

Santamaría N. y Sampedro R. (2020). La escuela rural: una revisión de la literatura científica. *Revista de Estudios sobre Despoblación y Desarrollo Rural*, 30, 153-176. Disponible en: <https://www.redalyc.org/journal/296/29668176005/html/>

Santander P. (2011). Por qué y cómo hacer Análisis de Discurso. *Cinta de moebio*, (41), 207-224. <https://dx.doi.org/10.4067/S0717-554X2011000200006>

Schommer M. (1990). Effects of beliefs about the nature of knowledge on comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 82, 498-504.

Schommer M. (1992). Predictors of Epistemological Beliefs: Comparing Adults with Only a Secondary Education to Adults with Post-Secondary Education. Paper presented at the Midwestern Educational Research Association, Chicago.

Schommer-Aikins M. (2004). Explaining the Epistemological Belief System: Introducing the Embedded Systemic Model and Coordinated Research Approach. *Educational Psychologist*, 39 (1), 19-29.

Schommer-Aikins M., Beuchat-Reichardt M. y Hernández-Pina F. (2012). Creencias epistemológicas y de aprendizaje en la formación inicial de profesores. *Anales de Psicología*, 28(2), 465-474.

Schultz J. (2002). Mathematics education in rural communities in light of current trends in mathematics education (Working Paper No. 1). Athens, OH: ACCLAIM. Retrieved from http://www.acclaim-math.org/docs/working_papers/WP_01_Schultz.pdf

Serrano W. (2005). ¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático? *Sapiens*. Disponible: <https://www.redalyc.org/pdf/410/41060104.pdf>

Serrano W. (2009). La educación matemática crítica en el contexto de la sociedad venezolana: hacia su filosofía y praxis. Tesis doctoral. Caracas: Universidad Central de Venezuela. Disponible en: <http://saber.ucv.ve/handle/10872/5255>

Serres Y. (2007). El rol de las prácticas en la formación de docentes de matemática. Tesis Doctoral. México: Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación y Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada.

Simons H. (2009). El estudio de caso: Teoría y práctica.

Skemp R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*. Sociedad Geográfica de Colombia, IGAC (2002).

Stake R. (1998) Investigación con estudio de casos. Madrid, Morata.

Stoeker R. (1991). Evaluating and rethinking. The case study. *The Sociological Review*, 39 (1).

Suárez J., Duardo C. y Rodríguez R. (2020). El desarrollo de la competencia matemática mediante problemas con aplicaciones de las funciones. *Revista Chakiñan de Ciencias Sociales y Humanidades*, 12, pp. 118-134, Universidad Nacional de Chimborazo. Disponible en:

- Tapia A. (2001). Educación y Desarrollo Humano. Arequipa.
- Tarabin A. (2008). Invirtiendo la agenda: un análisis de los efectos de la pobreza sobre la educación. *Revista Colombiana de Sociología*, núm. 30, enero-junio, 2008, pp. 69-88. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Tatto M. (2020). Teacher Education Development Study-Mathematics (TEDS-M). In: Lerman, S. (Eds.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham.
- Thompson A. (1984) "The Relationship of Teacher's Conceptions of Mathematics Teaching to Instructional Practice" en *Educational Studies in Mathematics*. 15 (2) pp. 105-127.
- Thompson A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 127–146. MacMillan: New York.
- Tobón S. (2008). Formación basada en competencias. Colombia: ECOE. 2da. Ed.
- Tobón S. (2013). Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación. Colombia: ECOE Ediciones.
- Torres C. (2010). La trigonometría de los techos de cartón. Caracas: GIDEM – Fondo Editorial del Ipasme.
- Torres L. (2017). Los juegos de mesa para mejorar el aprendizaje de los números del 0 al 999 en los niños de grado 1° de la Institución Educativa Agrológica Amazónica Camilo Torres, sede Atanasio Girardot, y el Centro Educativo Teusaquillo, sede El Vergel, del municipio de Cartagena del Chairá Caquetá.
- Turner J., Úorpe P., y Meyer D. (1998). Students' reports of motivation and negative affect: A theoretical and empirical analysis. *Journal of Educational Psychology*, 90(4), 758-771.
- Tzohar-Rozen M. y Kramarski B. (2014). Metacognition, motivation and emotions: Contribution of self-regulated learning to solving mathematical problems. *Global Education Review*, 1(4).
- UNESCO (1998). Conferencia Mundial sobre la Educación Superior. Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el Siglo XXI: visión y acción. Marco de acción prioritaria para el cambio y el desarrollo de la educación superior:, París. http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm.
- UNESCO (2001) Primer Estudio Internacional Comparativo sobre Lenguaje, Matemática y factores asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica, Bogotá: MEN.
- UNESCO (2016a). Declaración de Incheon y Marco de Acción para la realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4. Incheon: UNESCO.
- UNESCO (2016b). Global Education Monitoring. Disponible en: <https://es.unesco.org/gem-report/node/1346>

- Van Vaerenbergh S. (2019). Problemas matemáticos, su resolución y dominio afectivo. diferencias entre alumnos y alumnas del grado de maestro. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1(1), 58-69.
- Vila A. y Callejo M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.
- Villamizar G., Araujo T. y Trujillo W. (2020). Relación entre ansiedad matemática y rendimiento académico en matemáticas en estudiantes de secundaria. *Ciencias Psicológicas*, 14(1), e-2174. Disponible en: <https://www.redalyc.org/journal/4595/459564063009/html/>
- Vygotsky L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Buenos Aires: Grijalbo.
- Vygotsky L. (1981). *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires: La Pléyade.
- Yin R. (1984). *Case study research: design and methods*, applied social research methods series. Newbury Park - Sage.
- Zapata M., Blanco L. y Contreras L. (2008). Los estudiantes para profesores y sus concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 12(4).

ANEXO I. Guión de entrevista / Parte 1 (Matemática escolar)

Para: docente (seudónimo):

1. ¿Por qué, de acuerdo con su opinión, los estudiantes deben aprender Matemática en la escuela?
2. ¿Cuáles contenidos son los más importantes en la Matemática escolar?
3. ¿Cuáles dificultades tiene el aprendizaje de la Matemática?
4. ¿Y cuáles dificultades tiene la enseñanza de la Matemática?
5. ¿Cuáles recursos o materiales ha utilizado en la clase Matemática?
6. ¿Cuáles ha utilizado con más frecuencia?
7. ¿Considera que las Matemáticas escolares deben relacionarse con la realidad?
8. ¿Podría describir su experiencia como estudiante de Matemática en la Escuela? ¿Qué aspectos puede comentar al respecto?
9. ¿Y qué visión tiene ahora, como docente, de la Matemática escolar?
10. ¿Cómo influye el contexto rural (en particular, el contexto rural de los municipios Momil y Purísima) en la Matemática escolar?

ANEXO II. Guión de entrevista / Parte 2 (Actividad del estudiante)

Para: docente (seudónimo):

1. ¿Cómo considera que debe ser la participación del estudiante durante la clase de Matemática?
2. ¿Qué papel, de acuerdo a su opinión, tiene el trabajo en grupo (durante la clase de Matemática)?
3. ¿Y el trabajo individual?
4. ¿Puede darnos ejemplos de cómo motiva a sus estudiantes?
5. ¿Cuáles actividades encomienda a sus estudiantes durante la clase? ¿Y cuáles encomienda para realizar luego de ésta?
6. ¿Cuáles actividades, de acuerdo a su opinión, favorecen el aprendizaje de la Matemática?
7. De acuerdo a su experiencia docente, ¿cómo influye el contexto rural (en particular el de los Municipios Momil y Purísima) en las actividades matemáticas de los estudiantes?
8. ¿Se basa en alguna teoría, modelo o idea sobre el aprendizaje y la enseñanza? ¿Puede comentarnos sobre este punto?

ANEXO III. Guión de entrevista / Parte 3 (los problemas)

Para: docente (seudónimo):

1. ¿Puede compartir su definición de problema matemático?
2. Los problemas matemáticos que propone a sus estudiantes, ¿los toma de los libros escolares, de fuentes disponibles en internet, son de su propia elaboración...?
3. ¿Los relaciona con la realidad y el contexto, con los algoritmos, con otras disciplinas?

4. De acuerdo con su opinión, ¿en qué aspectos favorecen los problemas matemáticos a la formación de los estudiantes?

ANEXO IV. Cuestionario (Resolución de problemas)

Para: docente (seudónimo):

Indicaciones: Colocarse en el papel de estudiantes, es decir, responder cada uno de los ítems ubicándose a sí mismo como estudiante de la escuela primaria, tratando de evocar recuerdos de aquellos momentos y experiencias.

	Aspecto	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
1	Casi todos los problemas matemáticos se resolvían en pocos minutos, si se conocía la fórmula, regla o procedimiento que había explicado el profesor o que se exponía en el libro de texto.				
2	Al intentar resolver un problema era más importante el resultado que el procedimiento.				

3	Sabiendo resolver los problemas que proponía el profesor en clase, era posible solucionar otros del mismo tipo si sólo les han cambiado los datos.				
4	Las destrezas o habilidades utilizadas en las clases de matemáticas para resolver problemas no tenían nada que ver con las utilizadas para resolver problemas en la vida cotidiana.				
5	Busqué distintas maneras y métodos para resolver un problema.				
6	Cuando resuelvo un problema suelo dudar de si el resultado es correcto.				
7	Cuando resolvía un problema era frecuente que dudara si el resultado era correcto.				
8	Tenía confianza en mí mismo cuando resolvía problemas matemáticos.				
9	Estaba calmado y tranquilo cuando resolvía problemas matemáticos.				
10	Cuando me esforzaba en la resolución de un problema podía dar con el resultado correcto.				
11	La suerte era un factor importante en la resolución de los problemas matemáticos.				
12	Ante un problema complicado solía darme por vencido fácilmente.				
13	Cuando me enfrentaba a un problema experimentaba mucha curiosidad por conocer la solución.				
14	Me angustiaba y sentía miedo cuando el profesor me proponía "por sorpresa" que resolviera un problema.				
15	Cuando resolvía problemas en grupo tenía más seguridad en mí mismo.				
16	Cuando me atascaba o bloqueaba en la resolución de un problema empezaba a sentirme inseguro, desesperado, nervioso...				
17	Si no encontraba la solución de un problema tenía la sensación de haber fracasado y de haber perdido				

	el tiempo.				
18	Me provocaba gran satisfacción llegar a resolver con éxito un problema matemático.				
19	Cuando fracasaba en mis intentos por resolver un problema lo intentaba de nuevo.				
20	La resolución de un problema exigía esfuerzo, perseverancia y paciencia.				
21	Me parecían interesantes los problemas matemáticos vinculados con la realidad.				
22	Los problemas matemáticos vinculados con la realidad eran más difíciles de resolver.				

ANEXO V. Entrevista (Resolución de problemas)

Para: docente (seudónimo):

1. ¿Cuáles de sus opiniones sobre la resolución de problemas matemáticos han cambiado desde su rol como estudiante de la escuela Primaria hasta su rol actual como docente?
2. ¿Puede compartir algún problema que haya sido difícil de resolver por parte de sus estudiantes?
3. ¿Y alguno vinculado con el contexto rural o la realidad?
4. ¿Cómo aborda en el aula la confianza, la calma, la inseguridad o la angustia de sus estudiantes durante la resolución de problemas matemáticos?
5. ¿Cuáles estrategias utiliza en sus clases para verificar si la solución de un problema matemático (por parte de sus estudiantes) es correcta o no?
6. ¿Qué recomienda ante un error cometido por un estudiante durante el proceso de resolución un problema?

ANEXO VI. Hoja de observación (Resolución de problemas)

Para: autor / Ambiente: aula de clase

Docente del grado (seudónimo):	
Institución (seudónimo):	
Fecha:	
Tiempo de observación:	
Número de niños asistentes:	
Descripción del proceso de solución de problemas:	
Aspectos a destacar:	

ANEXO VII. Entrevista (Aprendizaje de la Matemática)

Para: docente (seudónimo)

Las siguientes preguntas se basan en el estudio de Säljö (1979), y tiene como propósito caracterizar su posición sobre su forma de entender el aprendizaje de la matemática escolar.

PARTE I

Marque con una equis (X) la o las casillas que se correspondan con su posición y criterio (puede marcar una o mas opciones):

	La memoria	En aumentar la cantidad de conocimientos	En el uso de técnicas y algoritmos	En construir significados cada vez más abstractos	En interpretar la realidad
El aprendizaje de la matemática en la escuela se basa fundamentalmente en:					

PARTE II

Explique su posición y criterio expuesto antes:

ANEXO VIII. Entrevista (La Educación Matemática en espacios Rurales)

Para: docente (seudónimo):

Las siguientes preguntas tienen como propósito caracterizar su posición y apreciaciones sobre la forma de entender la Educación Matemática en espacios Rurales.

1. Describa su experiencia y formación en el ámbito de la Educación Rural.
2. De acuerdo con su experiencia y formación docente, ¿cuáles potencialidades tiene la

educación matemática en espacios rurales? Y, además, ¿cuáles debilidades tiene?

3. ¿Consideras que la matemática escolar expresada en el currículo oficial debe ser la misma en los contextos urbano y rural?

4. ¿Ha utilizado libros de matemática especialmente escritos para el contexto rural? Mucho agradeceríamos cualquier comentario en este sentido.

5. ¿Cuáles recomendaciones haría con respecto al planteamiento y solución de problemas matemáticos en el contexto rural, en especial en las instituciones en las que labora?

Agradeciendo sus ideas, espacio y tiempo, de Usted
Profesor Urango J. C.

ANEXO IX / Planilla / Juicio de Expertos

Doctor(a) _____, con base en su consentimiento para validar los Instrumentos que hacen parte de la Investigación titulada “CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES SOBRE EL PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL CONTEXTO RURAL DEL DEPARTAMENTO DE CÓRDOBA”, le enviamos junto con la presente (a) los guiones de entrevista, (b) el cuestionario y (c) la hoja de observación, así como una descripción de su contexto y propósitos.

La valoración que haga de éstos será de suma importancia para el desarrollo del estudio referido.

Agradeciendo su juicio, Quedamos de Usted,

Parte 1.

Nombres y Apellidos:

Formación académica:

Áreas de experiencia profesional:

Cargo actual:

Parte 2.

Valore cada uno de los ítems de cada uno de los Instrumentos con base en los indicadores descritos en la tabla que sigue.

Aspecto	Valoración	Indicador
Complementaridad Los ítem aportan información necesaria y complementaria para la caracterización de las concepciones de los docentes (sobre el planteamiento y la resolución de problemas)	1. No cumplen con el criterio indicado 2. Bajo nivel 3. Moderado nivel 4. Alto nivel	Los ítemn no aporta nla información necesaria. Los ítem se corresponden con algún o algunos aspectos, pero no con toda la dimensión. Se deben incorporar otros ítems para abarcar la dimensión descrita.
Claridad El ítem se comprende. Su sintáctica y semántica son correctas.	1. No cumplen con el criterio indicado 2. Bajo nivel 3. Moderado nivel 4. Alto nivel	El ítem no es claro. El ítem amerita modificaciones importantes. El ítem necesita cambios específicos y puntuales. El ítem es claro.
Coherencia El ítem guarda relación con la dimensión expuesta.	1. No cumplen con el criterio indicado 2. Bajo nivel 3. Moderado nivel 4. Alto nivel	El ítem no tiene relación con la dimensión expuesta. El item tiene pocas relación con la dimensión. El ítem tiene una relación moderada con la dimensión El ítem está estrechamente relacionado con la dimensión.
Relevancia El ítem es importante a los efectos de caracterizar las concepciones de los docentes.	1. No verifica este criterio 2. Bajo nivel 3. Moderado nivel 4. Alto nivel	El ítem puede omitirse sin que afecte la caracterización de la dimensión descrita. El ítem tiene algo de relevancia, pero otro ítem podría sustituirlo. El ítem es, en parte, importante. El ítem es muy relevante.

Parte 3.

¿Existe algún otro aspecto que pueda ser incorporado en los Instrumentos? En ese caso, descríbalolo por favor:

Síntesis curricular del autor

Julio César Urango Feria (caleburango.10@gmail.com) es Técnico Laboral por competencias en Música Instrumental de la Escuela de Bellas Artes (Sincelejo, Departamento Sucre), Tecnólogo en Logística (SENA), Licenciado en Ciencias Naturales y Educación Ambiental (Universidad de Córdoba), Ingeniero Industrial (San José) y Magíster en Didáctica de las Matemáticas (Universidad del Atlántico, Barranquilla).

Laboró en la Institución Educativa San Juan de la Cruz (Tuchín), en la Escuela Normal Superior Santa Teresita (Lorica) como docente del área de matemáticas en la Básica Secundaria y Media Académica, en el Colegio “El Encanto”, y en la Institución Educativa Los Corrales (Purísima). Actualmente labora como docente del área de las Matemáticas en la Institución Educativa Aseradero en la Básica Secundaria y Media Académica (Purísima).

Ha publicado “Un caso de aplicación del Aprendizaje Basado en Problemas para el aprendizaje de las matemáticas”, entre otros.

Es intérprete, compositor y arreglista. Es el autor del himno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas (Momil).

Wladimir Serrano Gómez (wserranog@gmail.com) es Profesor de Matemática (UPEL, Magna Cum Laude), Magíster en Educación, mención Enseñanza de la Matemática (UPEL, Recomendación de publicación), y Doctor en Educación (UCV, Mención honorífica y publicación). Ha realizado cursos de Post-doctorado en la UBV.

Está adscrito al Departamento de Ciencias Naturales y Matemática de la UPEL. Fue editor del Boletín EM, de la Revista Sapiens y Presidente de la ASOVEMAT en su Región Capital. Fue parte del Programa de Estímulo a la Investigación e Innovación (PEII), acreditado como *Investigador C*. Ha publicado los libros: *Elementos de álgebra* (2004), *El lenguaje matemático* (2010), *Las actividades matemáticas, el saber y los libros de texto* (2010), *La educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana* (2015), *Libros de texto, matemática escolares y neocolonialismo* (2017), *Álgebra I* (2017), en coautoría con el Prof. Gascón), entre otros. Ha participado en proyectos colectivos de investigación, formación y divulgación (en el Estado Plurinacional de Bolivia, en la República de Colombia, en la República Dominicana y en la República Bolivariana de Venezuela), y ha sido tutor y jurado de tesis en distintas Universidades. Obtuvo mención en los Premios Nacionales de Ciencia, Tecnología e Innovación (2016).

Participó en las Becas de Estímulo a la Creación Literaria (2018) con la obra *La Odalisca*. Fue ganador del 1er Premio Nacional de Literatura Aquiles Nazoa (2020, mención poesía). Ha publicado: *Flores para mi psiquiatra* (2008), *31 poemas desde las 6:00 a.m.* (2007), y *Las arañas de mi casa y otros poemas* (2020).