

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR  
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL “GERVASIO RUBIO”

**CONSTRUCTOS TEÓRICOS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA DESDE LA  
LÚDICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL  
EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

Rubio, noviembre de 2021

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR  
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL “GERVASIO RUBIO”

**CONSTRUCTOS TEÓRICOS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA DESDE LA  
LÚDICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL  
EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

**Tesis Presentada como Requisito Parcial para Optar al Grado de Doctor  
en Educación**

**Autor:** Wilber Lobo  
**Tutor:** Dr. Rafael Pérez

Rubio, noviembre de 2021



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR  
 INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL "GERVASIO RUBIO"  
 SECRETARÍA

**A C T A**

Reunidos el día viernes, veintidós del mes de noviembre de dosmil veintuno, en la sede de la Subdirección de Investigación y Postgrado, del Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio," los Doctores: RAFAEL PÉREZ (VOTOR), OSCAR QUINTERO, LETIMAR DEBAILLOS, MARCO TULLIO MONCADA Y PASCUAL MORENO, Cédulas de Identidad Números V.-9.148.229, V.-11.114.865, V.- 16.420.722, V.-9.128.709 y V.-12.228.872, respectivamente, jurados designados en el Consejo Directivo N° 527, con fecha del 22 de septiembre de 2020, de conformidad con el Artículo 164 del Reglamento de Estudios de Postgrado Conduciente a Títulos Académicos, para evaluar la Tesis Doctoral Titulada: "CONSTRUCTOS TEÓRICOS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA DESDE LA LÚMICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA", presentado por el participante LOBO RINCÓN, WILBER GUSTAVO, cédula de ciudadanía N° CC-88.253.493 / pasaporte N° P- AT454004, como requisito parcial para optar al título de Doctor en Educación, acordados, de conformidad con lo estipulado en los Artículos 177 y 178 del Reglamento de Estudios de Postgrado de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador el siguiente veredicto: APROBADO, en fe, de lo cual firmamos.

DR. RAFAEL PÉREZ  
 C.I.N° V.- 9.148.229

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR  
 INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO  
 VOTOR

DR. LETIMAR DEBAILLOS  
 C.I.N° V.- 16.420.722

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR  
 INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO

DR. OSCAR QUINTERO  
 C.I.N° V.- 11.114.865

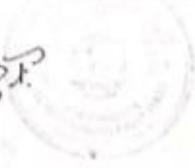
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR  
 INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO

DR. MARCO TULLIO MONCADA  
 C.I.N° V.- 9.128.709

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR  
 INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL GERVASIO RUBIO

DR. PASCUAL MORENO  
 C.I.N° V.- 12.228.872

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
 NÚCLEO TACHIRA



UE-00136-A-2021

## INDICE GENERAL

	PP.
LISTA DE CUADROS.....	vi
LISTA DE FIGURAS.....	vii
RESUMEN.....	ix
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULOS	
I. EL PROBLEMA.....	5
Planteamiento del Problema.....	5
Objetivos del Estudio.....	17
Justificación e Importancia de la Investigación.....	19
II. MARCO TEÓRICO REFERENCIAL.....	21
Antecedentes del Estudio.....	21
Fundamentación Teórica.....	31
Fundamentación Epistemológica.....	44
Fundamentación Filosófica.....	49
Fundamentación Legal.....	52
III. MARCO METODOLÓGICO.....	56
Naturaleza del Estudio.....	56
Descripción del Escenario.....	61
Actores de la Investigación.....	62
Procedimiento para la Recolección de la Información.....	63
Credibilidad y Validez de la Investigación.....	64
Procesamiento de la Información.....	65
IV. LOS RESULTADOS.....	68
Análisis y Presentación de Resultados.....	68
Presentación de las Categorías.....	69
Contrastación de los Hallazgos.....	147

V. CONSTRUCTOS TEÓRICOS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA DESDE LA LÚDICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA.....	154
Preámbulo.....	154
Sistematización de los Constructos.....	157
VI. CONSIDERACIONES FINALES.....	169
REFERENCIAS.....	173
ANEXOS.....	181
A. Transcripción de Entrevistas	182

## LISTA DE CUADROS

<b>CUADRO</b>	<b>pp.</b>
1. Actores de la investigación .....	63
2. Categoría Central Prácticas Pedagógicas.....	71
3. Categoría Central Pensamiento Variacional.....	106
4. Categoría Central Importancia de la Lúdica.....	135
5. Matriz triangular de la Categoría Central Prácticas Pedagógicas.....	148
6. Matriz triangular de la Categoría Central Pensamiento Variacional.....	151
7. Matriz Triangular de la Categoría Central Importancia de la Lúdica.....	153

## LISTA DE FIGURAS

<b>FIGURA</b>	<b>Pp</b>
1. Pensamiento Variacional.....	75
2. Dinámica del estudiante.....	77
3. Presaberes.....	79
4. Diagnóstico.....	80
5. Planeación.....	83
6. Ciencias de la matemática.....	85
7. Formas de ver la matemática.....	88
8. Enseñanza de la matemática.....	89
9. Interés del estudiante.....	91
10. Relación de variables.....	93
11. Tipos de prácticas pedagógicas.....	95
12. Fortalecimiento del aprendizaje.....	97
13. Software matemáticos.....	100
14. Pensamiento matemático.....	102
15. Concepto Matemático.....	104
16. Actuación del estudiante.....	109
17. Interacción de variables.....	111
18. Capacidades del estudiante.....	113
19. Apropriación del estudiante.....	116
20. Fuente de error.....	118
21. Variables.....	120
22. La Matemática en el mundo real.....	123
23. Método científico.....	125
24. Conocimiento del estudiante.....	126
25. Matemática.....	129
26. Unidades de medición.....	131

27. El concepto matemático.....	133
28. Clases lúdicas.....	137
29. Tecnologías de la Información y Comunicación.....	139
30. Cambios.....	140
31. Motivación.....	142
32. Lúdica en la clase.....	144
33. Juego en el pensamiento variacional.....	146
34. Integración de los Constructos Teóricos.....	156
35. Prácticas Pedagógicas.....	159

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR  
INSTITUTO PEDAGÓGICO RURAL “GERVASIO RUBIO”  
Doctorado en Educación

**CONSTRUCTOS TEÓRICOS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA  
DESDE LA LÚDICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO  
VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

**Autor:** Wilber Lobo  
**Tutor:** Dr. Rafael Pérez  
**Fecha:** noviembre de 2021

**RESUMEN**

El pensamiento humano, parte del razonamiento en relación con los diferentes estímulos que recibe del contexto, por ello, es necesario considerar la importancia del pensamiento variacional como parte de la matemática; al respecto, la presente investigación tuvo como objetivo general: Generar constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, por lo que se desarrolló un estudio amparado en el paradigma interpretativo, mediante el enfoque cualitativo, con el método fenomenológico, para ello, el escenario fue: la Institución Educativa Colegio Municipal María Concepción Loperena, ubicada en la ciudad de Cúcuta, Norte de Santander, la selección de los informantes se llevó a cabo de manera intencional, quedando conformados por cinco docentes de educación secundaria del área de matemática, de la referida institución, a quienes se les aplicó entrevistas y observaciones, la información que de allí emergió se disgregó mediante la inducción, donde se logró establecer que dentro de las estrategias pedagógicas, prevalece la demostración y modelación matemática por medio de la resolución de problemas. Además de ello, es importante referir que el pensamiento variacional busca el desarrollo de la identificación y la interpretación de las variables, por lo que los docentes consideran que es la lúdica uno de los aspectos favorables en el abordaje didáctica de este pensamiento, por esta razón se generaron un conjunto de constructos retóricos desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en la educación secundaria.

**Descriptores:** Práctica pedagógica, lúdica, pensamiento variacional, estudiantes educación secundaria.

## INTRODUCCIÓN

El desarrollo de los seres humanos, se enfoca hacia una de las manifestaciones de la constitución propia del pensamiento, por ello, es que esta función es de suma relevancia en las personas, puesto que todas las acciones tienen su razón de ser en la misma mente del sujeto donde mediante el proceso de pensar se alcanzan evidencias que son fundamentales para la concreción de actividades en la vida diaria. En este sentido, el pensamiento asume diversas formas dentro de las cuales, se toma en cuenta el pensamiento matemático.

En relación con lo anterior, Navarro (2017) considera que: “la presencia del pensamiento matemático ha de convertirse en una necesidad para el desarrollo integral de cada estudiante, en atención al compromiso y la responsabilidad social que cada estudiante tiene” (p. 2). De manera que, el pensamiento matemático más que una función del ser humano es una de las necesidades ineludibles, porque a partir del mismo se logra la comprensión de todo el contexto que rodea al sujeto, es así, como existen personas que razonan en términos matemáticos, al apreciar por ejemplo; el tiempo, la distancia, las cantidades, entre otros elementos que son esenciales para la interpretación de los hechos cotidianos.

Sin embargo, el abordaje epistemológico del pensamiento matemático, es muy complejo puesto que en el mismo se agrupan diversos tipos de pensamiento como es: El numérico, el lógico, el geométrico, el variacional, entre otros, por ello, en el presente escrito se asume como fundamento el pensamiento variacional el cual, es definido por Posada (2014) de la siguiente manera:

El Pensamiento Variacional, como su nombre lo indica, pone su acento en el estudio sistemático de la noción de variación y cambio en diferentes contextos: en las ciencias naturales y experimentales, en la vida cotidiana y en las matemáticas mismas. Desde lo matemático hay una relación directa con los otros pensamientos, muy especialmente con el métrico, pues el pensamiento variacional

se encarga, fundamentalmente, de la modelación matemática y esto requiere de la activación constante de procesos de medición, elaboración de registros y establecimiento de relaciones entre cantidades de magnitud (p. 16).

De acuerdo con lo anterior, el pensamiento variacional, consiste en comprender desde la matemática las diversas variaciones que se asumen en el sistema métrico, además de ello, se integra la modelación matemática que tiene que ver directamente con situaciones de medición, la concreción de algunos registros y el manejo de cantidades, dicho pensamiento es común en la vida diaria, porque desde que el individuo inicia sus acciones en el diario vivir está en contacto con la medición, sin embargo, a la hora de manejar los saberes en el contexto escolar como tal, puede representar complejidad para los estudiantes por esta razón, es pertinente dinamizar su enseñanza puesto que su desarrollo constituye una competencia ineludible en la formación integral de los alumnos de educación secundaria.

Por tanto, la enseñanza del pensamiento variacional, debe verse orientada hacia proveer de aprendizajes significativos a los educandos, es así como en las prácticas pedagógicas, los docentes, deben incorporar aspectos que dinamicen el desarrollo de este tipo de pensamiento, uno de los elementos de mayor rigor es la lúdica, puesto que la misma se presenta como un aspecto que atrae la atención del estudiante y por medio de ella se logra una interacción entre la enseñanza y el aprendizaje, con una perspectiva agradable, haciendo énfasis en la valoración de las capacidades del estudiante, al respecto, Domínguez (2015) refiere que “incluir de manera intencionada actividades lúdicas como parte del quehacer pedagógico especializado es una responsabilidad latente para cada maestro” (p. 10).

La inclusión de la lúdica implica un compromiso de los maestros en el desarrollo de sus prácticas pedagógicas, porque es una de las formas como se le da otro sentido a la actividad de la enseñanza y se pueden lograr aprendizajes significativos, es por esta razón que la lúdica se orienta en razón

de una dinamización de los procesos pedagógicos, en el caso de la matemática, muchas veces parece inconcebible que se manejen ambos elementos, no obstante es la lúdica uno de los complementos que a nivel epistemológico requiere la didáctica de la matemática para el desarrollo por ejemplo en este caso del pensamiento variacional.

Además de ello, la lúdica en la educación secundaria es fundamental, puesto que la misma se manifiesta como uno de los procesos que incentivan a los niños, las niñas y los jóvenes hacia el logro de aprendizajes significativos, en este nivel educativo, los estudiantes son adolescentes por lo general, quienes además buscan explorar nuevas situaciones y la lúdica contribuye con ello, en la adopción del pensamiento variacional, lo cual, es favorable porque a partir del mismo se logra la concreción de competencias que inciden en la formación integral del alumno.

Por lo cual se requiere de la participación de todo el personal docente de la institución, así como de la incorporación de los padres y/o acudientes en el desarrollo de las planificaciones ejecutadas por los profesores en el área de matemáticas, con la finalidad de que garanticen la prosecución de las enseñanzas que se llevan a cabo dentro de los ambientes de clase por parte de los maestros, y así poder generar soluciones a las diferentes problemáticas presentadas en cada una de las temáticas por parte de los estudiantes. Por tal motivo, se quiere producir un avance en el entorno escolar, donde se tienen que tomar una serie de previsiones debido a que no es sencillo ejecutar nuevas acciones y lograr el éxito en el área, sabiendo que en las planificaciones que se ejecuten están inmersos un grupo de niños, niñas y adolescentes distintas experiencias y formas de pensar.

Por las razones previamente expuestas, la presente investigación se plantea: Generar constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, por ello, se presenta una investigación sistematizada en capítulos, el capítulo uno se denomina el problema, donde se desarrolla el

planteamiento del problema, los objetivos del estudio y la justificación e importancia de la investigación, en el caso del capítulo dos, se presenta el marco teórico, en este se atienden los antecedentes del estudio, así como el fundamento teórico del objeto de estudio y el capítulo tres, denominado el método en el cual, se considera todos los eventos necesarios a nivel metodológico para el desarrollo de la investigación. Asimismo en el capítulo cuatro, se presentan los resultados, en el cual se enuncian los hallazgos de la investigación, además de la contrastación, en el caso del capítulo cinco, se presentan los constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria y el capítulo seis, contemplan las consideraciones finales de la investigación.

## **CAPÍTULO I**

### **EL PROBLEMA**

#### **Planteamiento del Problema**

La formación de los seres humanos se manifiesta como uno de los procesos complejos a los cuales se enfrentan las personas constantemente, por ello, el principal elemento en dicha formación es la educación; definida por Sarramona (2009) de la siguiente manera: “la educación, se imparte en establecimientos educativos aprobados, en una secuencia regular de ciclos lectivos, con sujeción a pautas curriculares progresivas, y conducente a grados y títulos...” (p. 72). Es así como la educación, es uno de los procesos ineludibles en el desarrollo humano dado que en esta se logra la concreción de acciones inherentes a la constitución de la personalidad desde la formalidad que posee la misma mediante pautas curriculares que definen la evolución del ser.

Desde la perspectiva anterior, es preciso reconocer que la educación en Colombia, de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006): “con el pleno convencimiento de que la educación es el camino para garantizar la paz, asegurar la igualdad de oportunidades y contribuir al desarrollo del país” (p. 5). Por tanto, en el país se manifiesta como uno de los procesos que promueve el desarrollo humano, pero además de eso, se lleva a cabo en función de mecanismos inherentes a la consecución de la paz y de la igualdad que se debe generar a nivel social en la nación.

Por ello, la educación desde los primeros años de vida es esencial en razón de las demandas mismas de la sociedad, puesto que se requiere de la formación adecuada de la población para que se enfrenten al mundo cambiante en la actualidad. Referir la educación de manera general, implica

adentrarse en un camino intrincado por lo que es necesario referir aspectos específicos de la misma, esta posee una sistematización por áreas de conocimiento las cuales responden a los estándares básicos de formación por competencias, una de estas es la matemática, concebida por el MEN (2006):

Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas. En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas surgen progresivamente técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente decantadas y compartidas (p. 49).

Como se logra apreciar, es la matemática una de las áreas esenciales para el desarrollo humano, puesto que incluso históricamente y culturalmente se manifiesta en función de las demandas propias de la realidad con énfasis en la solución de problemas lo que ha generado acciones que desde el punto de vista progresivo incide de manera favorable en el logro de la calidad de la educación, todo ello, hace que la matemática desde la educación formal se convierta en una aliada para que los estudiantes de todos los niveles comprendan la importancia de su formación como un sujeto matemáticamente competente.

Dentro de la matemática como área en Colombia, se busca el desarrollo del pensamiento desde diferentes dimensiones como es el caso del pensamiento lógico, el pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, estos se dinamizan en los distintos saberes que se atienden en la realidad educativa de las aulas de clase en el país, sobre todo en la educación secundaria el estudio de estos a nivel general puede resultar complejo porque cada uno de estos pensamientos es diferente entre sí, por ello, es pertinente adentrarse en el pensamiento variacional como objeto de estudio en esta indagación.

El pensamiento variacional, permite asumir una correlación de variables para establecer patrones de similitud y divergencias entre las mismas, por su

parte Vasco (2006) sostiene que es “una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud” (p. 139). De acuerdo con lo anterior, promueve un dinamismo en la mente puesto que el individuo debe estar al corriente de cómo elaborar las interrelaciones presentes desde la variable que se manifiesta en este caso, se asume como proceso fundamental de producción mental, dada la incidencia de la misma en los sistemas de interrelación que expliquen la variación de cantidades en un determinado elemento, es así como cobra importancia en el desarrollo tanto del niño como del adolescente y hace parte de las capacidades numéricas del sujeto.

Tomando como referencia el auge que ha tenido el desarrollo del pensamiento en la historia, es importante reconocer que el pensamiento variacional ha sido fundamental a lo largo de la misma, así lo considera Díez (2010):

Hace muchísimo tiempo, cuando éramos nómadas y no teníamos posesiones, íbamos de un lado a otro tomando lo que necesitábamos para vivir y resguardándonos en donde podíamos. Sin embargo, esto no iba ser siempre así porque hubo un suceso que lo cambió todo: descubrimos el fuego y vimos que era útil. Cuando empezamos a desarrollar estos ejes de pensamiento, también empezamos a crear objetos abstractos (objetos matemáticos) sobre los cuales pensar; los números, en el caso del pensamiento numérico, y las nociones de posición, en el caso del pensamiento geométrico (p. 19).

Como se logra apreciar, el origen del pensamiento variacional surge desde la prehistoria misma con el razonamiento de los seres humanos, es decir, se manifiestan intereses que son fundamentales en el pensamiento en función de las nociones de posición que tienen incidencia directa con las situaciones de medición. Por ello, en el caso de Colombia a partir de 1998 se formalizan los contenidos en la educación matemática relacionados con este particular.

Aunado a lo anterior, el MEN (2006), señala que se refiere al “reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraico” (p. 66). De acuerdo con lo anterior, es preciso referir que se adhieren elementos más específicos en la definición del pensamiento variacional como es el caso del reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización, cada uno de estos procesos se desarrollan de manera sistemática y conducen a una representación mental de las variables.

El alumno asume la variación como uno de los procesos que subyacen desde la modelación y representación de diferentes registros simbólicos, puesto que los mismos se refieren a situaciones que pueden variar cuando son trasladadas de un sector a otro de esta manera, es necesario reconocer la importancia del pensamiento variacional en el área de matemática puesto que las mismas se encaminan hacia el desarrollo de competencias algebraicas, y como tal se manifiesta en el interés hacia la concreción de aprendizajes significativos. Por su parte Caicedo (2013) sostiene:

El Pensamiento Variacional es un tipo de pensamiento matemático que está dirigido al análisis de las relaciones de covariación de un sistema, de una situación o de un fenómeno, orientado a reconocer qué, cómo y cuánto cambia, con el fin de lograr su comprensión, descripción, representación y/o modelación en distintos sistemas o registros simbólicos (p. 86).

Tal como se logra evidenciar, el pensamiento variacional se encuentra ubicado específicamente en el pensamiento lógico matemático puesto que el mismo corresponde con actividades específicas, como es el caso del análisis de las relaciones de covariación de un sistema o de una situación en específico, por lo que se asume la orientación y el reconocimiento de acciones que permitan posteriormente generar una sistematización de la situación de manera que es muy complejo porque requiere del pleno dominio de procesos

tales como la comprensión y la representación, de acuerdo con la cita expresada previamente.

En este sentido, la enseñanza del pensamiento variacional implica asumir una serie de estrategias que permitan la concreción del mismo de manera óptima es de esta forma, como las manifestaciones que se demuestran para promover el pensamiento variacional en el aula, se enfocan según el MEN (2006) desde lo siguiente:

- ✓ Que el adolescente logre traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico y viceversa.
- ✓ Que descubra en el lenguaje simbólico una potente herramienta que le permite encontrar no sólo respuestas numéricas particulares, como solía hacer en aritmética, sino deducir procedimientos, relaciones y patrones.
- ✓ Que logre “expresar” o comunicar a través del lenguaje simbólico relaciones y procesos en forma general.
- ✓ Que el adolescente alcance la destreza suficiente de manipular expresiones simbólicas, para obtener otras equivalentes, útiles para lograr generalizar y modelar matemáticamente situaciones de la vida cotidiana (p. 34).

Tal como se logra apreciar, en las aulas de clase es fundamental el desarrollo del pensamiento variacional para que el estudiante logre apropiarse de un lenguaje simbólico que pueda ser aplicado, bien sea al contenido matemático que se esté manejando o a cualquier situación que se refleje en la realidad de la misma manera, es imprescindible que en la enseñanza se consideren aspectos relacionados con la capacidad de descubrimiento del estudiante. Además, es necesario reconocer que el docente debe valerse de múltiples estrategias dentro de las cuales destaca la expresión o comunicación la misma se debe realizar mediante el lenguaje figurado, con la finalidad de establecer relaciones generales y así demostrar la necesidad del emblema en el proceso matemático esto se logra ver reflejado en el adolescente, cuando el mismo demuestra la destreza de manipular las expresiones tomando en cuenta los símbolos y logrando así generar equivalentes en cuanto a las expresiones que se han asumido, es decir, se modelan muchos de los

aspectos matemáticos en la vida diaria como tal, con referencia en lo anterior Vasco (2006) refiere:

Además el lenguaje algebraico busca no sólo el manejo de los símbolos de tipo operacional y de algunas relaciones como se hace en aritmética, sino también ampliarse con sentido ya que son de distinta naturaleza, en elementos abstractos que se están representando a través de letras, esto no quiere decir que dar significado a estos consista en limitarse a sustituir números por letras, sino números por variables; de esta forma lograr plantear y resolver problemas de distintos ámbitos: aritméticos, geométricos, combinatorios (p. 86).

De acuerdo con lo precedido, es imperioso que se manifieste desde el pensamiento variacional se presenta el aspecto algebraico, que promueva la representación, es así, como los símbolos son esenciales para la aplicación de este tipo de pensamiento, debido a que se contribuye con el desarrollo del mismo para lograr por ejemplo un equilibrio y una combinación entre los ámbitos aritméticos y algebraicos, lo cual destaca la necesidad de su desarrollo para tal fin, es necesario que se manifiesten estrategias que despierten el interés y la motivación de los educandos para lograr aprendizajes significativos sobre este particular.

De manera que, la presencia de aspectos relacionados con el desarrollo del pensamiento variacional es fundamental porque a partir de allí, se demuestran aspectos que son la base de desarrollo del lenguaje simbólico que es propio de la etapa de las operaciones concretas, donde se definen elementos que son las consideraciones de dinamización de las prácticas pedagógicas en la realidad lo que conduce al desarrollo del conocimiento de manera óptima y precisa.

Sin embargo, en la realidad educativa la situación es muy compleja, porque los niños, las niñas y adolescentes presumiblemente, rechazan las actividades didácticas que tienen que ver con el desarrollo del pensamiento variacional en donde las habilidades de los estudiantes se encuentran apenas consolidadas, además presentan poca disposición para trabajar en grupos o

equipos de estudiantes, puesto que los mismos demuestran debilidad en los conocimientos en razón de la ejecución de ejercicios de factorización, así como también de productos notables, se evidencia la dificultad del alumno para demostrar la resolución de estos ejercicios; a ello, se le suma lo expresado por Obregón (2017) “los estudiantes tienen muchos problemas en el área de matemática, no logran la realización efectiva de los ejercicios matemáticos, menos aun si los mismos son de naturaleza algebraica” (p. 72).

En este escenario, las realidades educativas pareciera que demuestran poco dominio en los estudiantes en cuanto al manejo de las ecuaciones lineales, así como también la representación de las dificultades para generar planteamientos de ecuaciones por parte de los docentes, lo que evidencia el exiguu dominio de problemas algebraicos verbales, esto se convierte en un aspecto crítico puesto que no se logra en los ambientes escolares poner de manifiesto la traducción algebraica en el planteamiento de ecuaciones de manera que, las competencias comunicativas en matemática se denotan poco desarrolladas debido al escaso dominio de estos aspectos en la realidad, así lo establece Obregón (ob. cit):

Uno de los contenidos que les cuesta más trabajo a los alumnos comprender en la educación secundaria, es el manejo de las ecuaciones lineales, sobre todo cuando tienen que representarlas por lo que los problemas algebraicos presentes en el contexto escolar puede ser frustrantes no solo para el alumno, sino también para el docente quien no logra incentivar a su aprendizaje adecuado (p. 74).

Otra de las situaciones que llaman la atención, es que el bajo rendimiento de los alumnos en matemática, es muy común dado que los mismos no logran asumir consideraciones adecuadas al área lo que puede representarse como preocupante, puesto que en el caso de las pruebas saber los mismos no rinden de manera adecuada, debido también a la escasa disposición de trabajo por parte de los directivos y docentes, repercutiendo tanto en los estudiantes, como en los mismos núcleos familiares, puesto que se manifiesta un

desinterés por tales situaciones; por tanto, se infiere que los docentes no asumen los elementos tanto pedagógicos como didácticos para promover el desarrollo del pensamiento variacional en la escuela, al respecto, Sosa (2018) refiere:

La enseñanza de las matemáticas, siempre ha presentado polémica tanto en el estudiantado como en los mismos profesores ya que ha sido una costumbre que las matemáticas sean para el estudiante el obstáculo principal que debe vencer para culminar con su educación media y de bachillerato (s.p).

Con atención en lo anterior, es evidente que la enseñanza de la matemática ha generado una polémica constante, lo cual, pone en entredicho el uso de recursos y estrategias adecuadas en el proceso educativo de dicha área; en tal sentido, además de la falta de planificación o la deficiencia de la misma por parte de los docentes pertenecientes al departamento de matemáticas, que se suma a la toma de decisiones sobre la marcha, también no existe una reflexión o estudio previo de todos los elementos que influyen en la planificación, entonces todos estos aspectos conllevan a la realidad que desde tiempos inmemorables permiten el bajo rendimiento en el área, es común, en donde se ha venido manifestando un escaso dominio por parte de los estudiantes en los diversos contenidos, conllevando a generar acciones problemáticas afectando sin duda alguna al pensamiento variacional.

Por consiguiente, es oportuno virar la mirada hacia los docentes de matemática, quienes siendo especialistas en dicha área, presumiblemente no colocan en prácticas estrategias de enseñanza y aprendizaje innovadoras que logren captar el interés y motivación de los alumnos, aunado a la deficiencia en la infraestructura de los ambientes de trabajo, aumentando el rechazo a dicha asignatura, infiriendo que a medida que la misma sube de nivel de complejidad este rechazo es mayor; de acuerdo con lo anterior, Obregón (2017) refiere:

El primer problema que enfrenta un maestro de matemáticas al ingresar al aula es un marcado rechazo del estudiantado a esa su

materia, ya que el estudiante está convencido que no existe nada más difícil en su estudio que aprobar la asignatura de matemáticas y aún más la palabra algebra, lo cual hace que este maestro sea el más temido (p. 18).

Con relación a lo citado, es necesario considerar que los maestros de matemática, son quienes llevan sobre sus hombros la responsabilidad de una formación adecuada de los alumnos, lidiando en cierto modo con el rechazo y predisposición de algunos de los estudiantes hacia el área y específicamente a contenidos que tienen que ver con el dominio simbólico; al respecto, la dificultad que representan los educandos en la realidad es tal, que antes de iniciar un año escolar demuestran rechazo y en algunos casos se encuentran convencidos de que la aprobación de esta área será compleja y difícil de aprobar.

En tal sentido, el panorama se muestra poco favorable, puesto que el álgebra como parte del área de matemáticas, pareciera que no motiva a los estudiantes es decir, los mismos se muestran apáticos frente al manejo de los contenidos; esto trae consigo un inadecuado clima en el proceso educativo agravando la situación al no observarse cambios significativos en la actitud de los estudiantes hacia el área de matemática, provocando un escaso desarrollo de competencias matemáticas en los educandos, envolviendo en cierto modo al docente quien se ve limitado ante las situaciones de desmotivación y apatía, cayendo en el empirismo y tradicionalismo de la enseñanza; a tal efecto, se aborda a Sosa (2018), quien señala lo siguiente:

El escenario educativo, para la enseñanza de la matemática, es muy poco motivante, están los alumnos por una parte quienes demuestran un constante rechazo y apatía frente a la enseñanza de contenidos matemáticos, también están los docentes quienes no innovan en las estrategias, sino que continúan usando el tablero como principal recurso y la demostración como principal estrategia (s.p).

Lo anterior conlleva a inferir que, tanto los alumnos como los docentes en el área de matemática poseen responsabilidad en el proceso de enseñanza

y aprendizaje, puesto que de parte y parte se demuestran falencias que ponen de manifiesto el poco dominio conceptual de los maestros hacia la didáctica; esto ha hecho que se manifiesten escasos intereses con relación a acciones pedagógicas que se deben asumir en la institución educativa para tal fin, es decir, no se dinamizan situaciones que logren superar las problemáticas.

A lo precedido, no escapa la institución educativa Colegio Municipal María Concepción Loperena ubicada en la ciudad de Cúcuta, Norte de Santander Colombia, donde se logra evidenciar que los alumnos poseen un escaso dominio de la matemática, específicamente en lo que tiene que ver con el pensamiento variacional de los contenidos algebraicos, donde los educandos se caracterizan por rechazar el área, asimismo, en las aulas de clase se evidencia un constante rechazo, donde se manifiesta un claro desinterés hacia la misma y el bajo rendimiento así lo determina lo que ocasiona escasas expectativas de desarrollo para el pensamiento variacional.

De igual manera, en conversaciones informales previas que se han realizado con algunos docentes, se denota que a pesar de estar convencidos de que el área representa un marcado rechazo frente a sus estudiantes, continúan desarrollando clases monótonas, poco motivantes, no emplean estrategias creativas, por el contrario, se sigue llenando el tablero con la explicación de un ejercicio; en muchas ocasiones no se le da oportunidad al alumno de que disipe sus dudas sino que, se le obliga a resolver ejercicios de mayor complejidad al que el profesor explicó, lo que ocasiona molestia en los estudiantes puesto que no se logra una congruencia entre lo que se desarrolla en el aula y lo que se solicita como actividad de aprendizaje.

Otra de las situaciones, que se ha venido observando por el investigador, es que en la institución educativa no se demuestra el adecuado uso de recursos que promuevan el aprendizaje significativo del área, sino que por el contrario se deja de lado es decir, a los docentes no se les exige que incorporen recursos que sean los adecuados para el desarrollo de contenidos siendo el tablero y los problemarios los recursos más utilizados; en donde al

parecer, dichos recursos no son motivantes para los estudiantes por tanto se evidencia un proceso de naturaleza plana e inadecuada, acrecentando la apatía y poco interés de los alumnos en la resolución de los problemas.

Por lo expresado previamente, se requiere desarrollar una investigación amparada en la generación de constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, de esta manera, se considera que la lúdica fungirá en el presente estudio como un elemento epistemológico, para que así se logren contar con fundamentos tanto conceptuales como teóricos, para asumir la misma en el desarrollo del pensamiento variacional; en este sentido, la lúdica ha sido considerada de fundamental importancia desde tiempos históricos tanto en las jornadas laborales, como académicas, donde se promueve el intercambio de ideas y así se logra un acercamiento con la realidad, al respecto, el Diccionario Vox (2005) define lo lúdico como lo: “relativo al juego, o relacionado con ésta actividad: centro lúdico. Derivado del latín *ludus* “juego” de la familia etimológica de aludir” (p.1153).

Entonces, la lúdica es toda manifestación que el ser humano realiza con la intención de jugar o recrearse, cuyo propósito es lograr hacer catarsis y disfrutar de manera amena y creativa de un sano momento de esparcimiento, puestas así las cosas, autores como Huizinga y Brown, exponen que “aprender jugando potencia la creatividad y ayuda a los estudiantes a abrirse a otros mundos” (p. 3). Por tanto, es necesario referir que la lúdica es un elemento de orden ontológico debido a la relación que se manifiesta entre el ser (hombre) y el ente (juego sin embargo, la riqueza de la misma se enmarca en la concreción de esta como un constructo de naturaleza epistemológica, al respecto Jiménez (2016):

La lúdica como experiencia cultural, es una dimensión transversal que atraviesa toda la vida, no son prácticas, no son actividades, no es una ciencia, ni una disciplina, ni mucho menos una nueva moda, sino que es un proceso complejo inherente al desarrollo humano en toda su dimensionalidad psíquica, cognitiva, social, cultural y biológica. Desde esta perspectiva, la lúdica está ligada a la

cotidianeidad, en especial a la búsqueda del sentido de la vida y a la creatividad humana (p. 95).

Tal como se logra asumir, es preciso referir que el desarrollo de la lúdica conlleva desde la experiencia cultural, es desde allí, donde se debe considerar la adopción de la misma para el desarrollo del pensamiento variacional, es decir, valorar el devenir histórico que inicia en la prehistoria de la enseñanza de la matemática y dinamizarlo desde la concreción de una experiencia lúdica donde se promueva la adopción del mismo como un proceso complejo que permita el desarrollo de los alumnos de educación secundaria donde se ponga de manifiesto además la creatividad del sujeto, es así como la lúdica ofrece un sustento al desarrollo del pensamiento variacional, al respecto Huizinga (1972) señala que “el acto de jugar beneficia la formación y el fortalecimiento del espíritu de las personas, permitiendo crear nuevos mundos potenciando su creatividad” (p. 4).

De esta manera, la concreción de la lúdica como un constructo teórico que promueva el desarrollo del pensamiento variacional conduce hacia las determinaciones relacionadas con aspectos específicos del fomento de aprendizajes significativos, todo ello, promueve un interés en relación con asumir la lúdica e imprimir un equilibrio en función de la enseñanza del álgebra lo que redundará en la dinamización del pensamiento y genera un impacto positivo en la realidad, es decir, la lúdica permite motivar a los estudiantes y así logra cambiar de perspectiva con relación a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, Brown (s/f) manifiesta que “somos criaturas flexibles, joviales, plásticas y por lo tanto las más lúdicas y esto nos da ventaja en cualquier situación” (p. 5).

Por las razones previamente expresadas, se hace necesario plantear las siguientes interrogantes:

¿Cómo son las prácticas pedagógicas empleadas en el área de matemática para el desarrollo del pensamiento variacional?, ¿Cómo es la presencia de pensamiento variacional en estudiantes de educación

secundaria? ¿Cuál es la importancia de la lúdica en el desarrollo del pensamiento variacional en educación secundaria?, ¿Cómo concebir constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria?

Cada una de estas interrogantes ofrece un sustento al desarrollo de la presente investigación, donde se manifiesta el interés sistemático para lograr la producción de conocimientos científicos.

## **Objetivos del Estudio**

### **Objetivo General**

Generar constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria.

### **Objetivos Específicos**

1. Caracterizar las prácticas pedagógicas empleadas en el área de matemática para el desarrollo del pensamiento variacional.
2. Interpretar la presencia de pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria.
3. Develar la importancia de la lúdica en el desarrollo del pensamiento variacional en educación secundaria.
4. Concebir constructos teóricos de las prácticas pedagógicas desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria.

## **Justificación e Importancia de la Investigación**

Si bien asumir la enseñanza y el aprendizaje de la matemática o de cualquiera de sus componentes, es complejo, desarrollar una investigación en el área también lo representa, puesto que las manifestaciones que se representan en la realidad son diversas y poseen diferentes puntos de vista por ello, la presente tesis doctoral parte del hecho de generar constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, puesto que se encuentra definido como un aspecto que se concreta en función de la representación de relaciones simbólicas no sólo en la disciplinariedad, sino en la dinámica social como tal.

De esta manera, Vasco (2006) señala “el objeto del pensamiento variacional es el análisis de la covariación entre cantidades de magnitudes, principalmente las variaciones en el tiempo” (p. 138). De esta manera, es preciso considerar que promueve el desarrollo de la covariación como una de las habilidades necesarias, de allí que el mismo requiere de elementos de orden conceptual para su adecuado desarrollo y para lograr que los estudiantes se demuestren como sujetos valiosos para la dinamización del área, por ello, se considera la lúdica como uno de los principales aspectos en el desarrollo del pensamiento variacional.

Por tanto, el significado que la lúdica ha adquirido a lo largo de la historia de la humanidad es tan amplio como complejo, pues se refiere de manera polisémica a un sin fin de estados que manifiestan la necesidad del ser humano de comunicarse, de sentir, de expresarse y de producir con sus semejantes una serie de intereses y emociones generalmente orientadas hacia el entretenimiento, la diversión, el esparcimiento, que le permiten desinhibidamente gozar, reír, gritar, socializar, aprender e inclusive llorar en una verdadera fuente generadora de emociones. Sobre el valor educativo de la lúdica.

En el mismo orden de ideas, es imprescindible reconocer que la humanidad ha estado signada por su ingeniosa capacidad para evolucionar, transformarse y mantenerse en constante cambio, la sociedad ha experimentado innumerables innovaciones que la han situado frente a nuevas formas de asumir el mundo y la vida, así la era digital en la que todo el mundo mediante conexiones de fibra óptica puede conectarse e interactuar vía red con cualquier persona en otro lugar, jugar y divertirse mediante la web de muchas maneras, que exige un nuevo tipo de ser humano, capaz de interactuar y comunicarse con el resto del mundo. Es decir, que ni las fronteras ni las distancias ya no son impedimento para la interacción, la recreación y la comunicación humana.

En este plano, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática requiere un redimensionamiento donde se logre una transformación de la manera como se administra su enseñanza y que además los alumnos cuenten con elementos que sirvan de base en la dinamización y desarrollo del pensamiento en el caso concreto, situaciones relacionadas con aspectos inherentes al desarrollo humano, es decir, considerar la científicidad del área y generar una concreción de la misma para promover acciones y decisiones que impacten en la manera como aprende matemáticas el estudiante.

Por lo expresado, es necesario manifestar que la presente investigación posee una relevancia **teórica**, por cuanto empleó postulados de orden bibliográfico para sustentar el estudio bajo las siguientes teorías: Teoría del aprendizaje significativo, teoría de las operaciones formales de Jean Piaget, teoría de la complejidad y la teoría del aprendizaje situado, comunidades de aprendizaje o aprendizaje sociocultural. De la misma manera, es ineludible que se generen aspectos relacionados con el empleo de fuentes documentales primarias para darle valor epistemológico al estudio, el estudio se asumirá como un antecedente valioso a otras investigaciones que se desarrollen en cuanto al desarrollo del pensamiento variacional y a la lúdica, asimismo se

convertirá en un material de consulta valioso para las comunidades académicas interesadas en este tema.

Con relación a la **social**, el estudio se justifica puesto que se define en función de apreciar el desarrollo del pensamiento variacional, desde la lúdica, es decir, su impacto se generará tanto en los docentes como en los estudiantes, lo cual es favorable porque a partir de allí se manifiestan acciones que son inherentes incluso a la mejora de la calidad de vida de los sujetos, porque cuando se razona en términos de medición la optimización de los procesos es mayormente aprovechable.

En cuanto a la justificación **metodológica**, el estudio se muestra relevante puesto que asumió la construcción de instrumentos de recolección de la información que permitió un acercamiento a la realidad donde se encuentra implícito el objeto de estudio. Desde la perspectiva **práctica**, se demuestra la concreción de constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, por lo que se requiere de aspectos que sirvan de base en la dinamización del conocimiento. Es importante referir que el presente estudio, se inscribe en la línea de investigación educación matemática perteneciente al núcleo de investigación didáctica y tecnología educativa del Instituto Pedagógico Rural “Gervasio Rubio”.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO-REFERENCIAL**

#### **Antecedentes del Estudio**

Cuando se procede a realizar los antecedentes del estudio, es necesario saber que los mismos consisten en desarrollar la mención de una serie de evidencias que han sido llevadas a cabo por otros autores en diferentes contextos (regional o local, nacional e internacional), es decir, se trata de hacer una revisión de trabajos doctorales de una forma exhaustiva, los cuales deben guardar una estrecha relación con los objetivos que plantea el investigador en su indagación, al respecto, es imprescindible tomar en cuenta la responsabilidad del autor, además de comprometerse en generar aportes que permitan comprender lo presentado en el estudio consultado.

En el ámbito internacional, en el marco de la Universidad Complutense de Madrid en el Departamento de Didáctica y Organización Escolar, Romero (2016), elaboró un trabajo doctoral titulado “Pensamiento y Lenguaje Matemático en el Contexto de Educación Infantil: Un Acercamiento Interpretativo”. El presente estudio, de carácter etnográfico, tiene lugar en el contexto de un aula de Educación Infantil con el objeto de registrar en detalle y analizar reflexivamente las características de las prácticas de enseñanza que propician el desarrollo del pensamiento matemático de los niños y las niñas, y su consecuente expresión en situaciones cotidianas. En este sentido, interesa interpretar y comprender la diversidad infantil, tanto a nivel de pensamiento como de formas para expresarlo en relación con las argumentaciones que eligen para justificar sus decisiones; la formulación de sus descubrimientos o resoluciones originales; la confrontación de ideas con adultos y entre iguales.

Ante las situaciones que les plantean problemas u obstáculos a resolver que, por el “significado pragmático” en que se encuadran, invitan a los niños y niñas a aceptar el desafío de interpretar lo que está sucediendo y buscar soluciones. El trabajo de campo se asienta en la convicción de que la población infantil reelabora, en interacción cooperativa con otros, conocimientos matemáticos relacionados con los obstáculos cognitivos que están inmersos en las distintas situaciones a la que se enfrenta (reales, realistas y/o imaginarias). Al tiempo, se retroalimenta en la incertidumbre respecto a cómo, cuándo y en qué circunstancias se afianzan estos procesos. Por tanto, con una mirada etnográfica, el estudio busca respuestas recogiendo, analizando e interpretando información a lo largo de los 3 años de escolaridad que atraviesa un grupo de Educación Infantil escolarizado en el Centro de Educación Infantil y Primaria Las Cigüeñas, en la localidad madrileña de Rivas Vaciamadrid.

La investigadora asume, a su vez, el papel docente de este grupo infantil, situación que aporta condiciones óptimas para mantener una estancia prolongada e intensiva en el campo de estudio con el objeto de registrar los sucesos matemáticos, planificados ad hoc o surgidos de forma espontánea, que acontecen durante el proceso de observación participante. La interpretación de los datos registrados permitió concluir que, la localidad de los mismos no permite extrapolarlos a toda la población infantil la potencialidad de las prácticas de enseñanza para fomentar, o no, el interés de los alumnos por utilizar, en situaciones contextualizadas, sus respectivos conocimientos matemáticos (propios del campo aritmético, geométrico y/o algebraico) marcados, obviamente, por la diversidad (en los estilos cognitivos, las formas de expresión, los intereses y motivaciones, etc.). Entre las palabras claves se utilizaron: Conocimiento matemático, situaciones-problema, diversidad, prácticas de enseñanza.

En el mismo plano, Cabezas y Mendoza (2017), en la Universidad Católica de Maule en Chile, realizaron un trabajo que lleva por título “Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de

Cálculo Inicial”. En esta tesis se presentan los resultados obtenidos mediante el análisis didáctico de producciones estudiantiles, relativas al pensamiento variacional, usando el enfoque onto-semiótico del conocimiento y la instrucción matemática. La investigación persiguió como objetivos la categorización de las producciones identificando particularidades de las mismas, y que dieran cuenta de las diversas formas de manifestación del pensamiento variacional. La investigación se realizó en un curso regular de cálculo inicial de ingeniería de la Universidad. Entre las palabras claves empleadas durante el estudio se encuentran: Pensamiento variacional; análisis didáctico; enfoque onto-semiótico y producciones estudiantiles.

El presente trabajo se enmarca en un enfoque cualitativo de corte interpretativo - hermenéutico pues busca conocer el núcleo de las significaciones que grupos de estudiantes manifiestan en las respectivas sesiones de estudio y actividades de taller propias del curso en el cual se realiza la investigación. Es cualitativo por la naturaleza de sus datos. Esta investigación se desarrolló con un grupo de 40 estudiantes de un curso de cálculo de primer año de ingeniería civil informática de la Universidad Católica del Maule, durante el primer semestre de 2013. La edad de los estudiantes oscilaba entre 18 y 20 años, siendo algunos de ellos, alumnos repitentes.

El método utilizado en la investigación consiste en la aplicación del Enfoque Onto-Semiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, al análisis de las configuraciones cognitivas que sintetizan las producciones de los estudiantes, en las diversas actividades e instrumentos de control aplicados por el profesor en el desarrollo del curso. Estas actividades e instrumentos de control analizados en la investigación fueron los siguientes: a) Prueba de diagnóstico, b) Talleres y c) Sesiones de Estudio. Se analizaron las producciones escritas de los estudiantes en una prueba inicial. Esto se hizo generando categorías de manifestaciones de pensamiento variacional, de acuerdo a un primer nivel de análisis provisto por el enfoque onto-semiótico.

Entre los resultados de esta investigación se evidenciaron, que los estudiantes usan un lenguaje que involucra conceptos tales como: Variable, función, crecimiento, decrecimiento y otros términos que indican la emergencia de un pensamiento pre variacional, toda vez que las definiciones que manejan, son correctas. Las formas de argumentación de sus afirmaciones son más bien visuales y están en un nivel básico y contienen ciertos elementos dinámicos, sin embargo entrando en una etapa de argumentación formal, se ve disminuida la concepción dinámica mostrada en la etapa de visualización.

Seguidamente, después en sus cálculos, no logran plasmar la concepción dinámica mostrada en la etapa anterior y sólo logran representar mediante fórmulas algebraicas las funciones que determinan. En particular, los estudiantes no destacan en sus producciones la existencia de covariaciones, más bien los procesos, como los describen, son una secuencia discreta de estados que no se relacionan entre sí, significativamente. Sin embargo el uso del lenguaje y las correctas concepciones de los elementos previos que demuestran tener, sería una base importante para estimular el desarrollo del pensamiento variacional de manera formal.

Las investigaciones presentadas pertenecientes al contexto internacional, corresponden a una revisión bibliográfica de dos estudios elaborados sobre la tónica del lenguaje matemático y el pensamiento variacional en estudiantes de diferentes niveles educativos, de manera que la relación existente entre estos planteamientos y el presente proyecto radica en que en todas las situaciones se trabaja en función de mejorar el abordaje pedagógico en el ámbito escolar y como éste repercute dentro de la formación de los estudiantes en el sistema educativo, es decir, desde la puesta en marcha de una serie de prácticas pedagógicas encaminadas a mejorar y fortalecer el abordaje didáctico en la asignatura de matemáticas.

A su vez, en el plano nacional Sáenz (2017), elaboró un trabajo doctoral que lleva por nombre “Desarrollo de las Competencias Matemáticas en el Pensamiento Geométrico, a Través del Método Heurístico de Polya”. Este

trabajo presenta los resultados de la investigación cuyo propósito fue evaluar la eficacia del método heurístico de Polya (1981), en el desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento espacial. Esta indagación se desarrolló desde el enfoque cuantitativo con diseño cuasi-experimental; se utilizó un test para identificar los desempeños en las competencias de razonamiento, resolución de problemas y comunicación en el pensamiento geométrico en dos grupos de quinto grado de la institución educativa Villa Cielo, del municipio de Montería (Córdoba Colombia), antes y después de la intervención.

Se aplicó una estrategia didáctica en el tema de los sólidos geométricos, teniendo en cuenta los pasos de la resolución de problemas desde el modelo de Polya y la estrategia de trabajo cooperativo. Los resultados que arrojó la investigación se analizaron mediante una prueba estadística T-student. Como conclusiones el estudio evidenció que los estudiantes, después de la intervención, mejoraron significativamente en los desempeños de las competencias, corroborando así la eficacia de la estrategia o de la inclusión del modelo Polya para la resolución de problemas en la asignatura matemáticas. Entre las palabras claves empleadas durante el estudio, se utilizaron: Pensamiento geométrico, resolución de problemas, método heurístico de Polya y competencias.

En el mismo contexto, Rueda, Parada y Fiallo (2017), elaboraron un artículo para la revista de la Universidad Industrial de Santander Colombia (UIS), titulado, “Habilidades Inherentes al Pensamiento Variacional de Estudiantes de Nuevo Ingreso a la Universidad”. El presente documento habla de los principios y metodología de una investigación que pretende caracterizar habilidades inherentes al pensamiento variacional, de estudiantes participantes de un curso de pre cálculo en el que se problematizan y se exploran fenómenos variacionales por medio de tecnologías digitales. Debido a que el curso de cálculo diferencial en gran cantidad de establecimientos de educación superior se ha caracterizado por ser uno de los que mayores

problemáticas presentan al estudiante, siendo este un fenómeno mundial tal y como lo expresan Dávila, Flores, García y Valencia (2008); esto debido, entre otras múltiples causas, a la falta de presaberes lo suficientemente sólidos que les permita comprender los conceptos fundamentales.

La investigación se desarrolla en seis fases, dentro del marco de un curso de pre cálculo dirigido a estudiantes de primer ingreso a la universidad. Para efectos de los elementos teóricos de la investigación, hallaron la necesidad de definir habilidades, habilidades cognitivas y habilidades cognitivas en matemáticas. Para el momento en que se presenta este escrito, se han puesto en marcha tres versiones de un curso de pre cálculo en la UIS, el cual ha estado dirigido a 300 estudiantes de nuevo ingreso de las carreras de Ingeniería y Ciencias los cuales fueron seleccionados para realizar el curso por su bajo puntaje en el área de Matemáticas de las Pruebas Saber 11.

A la fecha de escritura de este documento se ha realizado un análisis descriptivo del desempeño en la asignatura Cálculo Diferencial de los estudiantes que han tomado el curso de pre cálculo, encontrando que este puede ser un factor determinante para mejorar el desempeño académico del estudiante así como puede llegar a potenciar habilidades inherentes al pensamiento variacional. Entre las palabras claves utilizadas por los investigadores en el estudio, se encuentran: Cálculo diferencial, habilidades, fenómenos de variación, pensamiento variacional, enseñanza mediada por tecnología.

Los dos antecedentes anteriormente presentados, sirven como referentes teóricos que apoyan la investigación que desea desarrollar el autor, es decir, se evidencia el hecho de la importancia que tiene en todos los niveles educativos el desarrollo de habilidades matemáticas para el perfeccionamiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los educandos, además de ello, generar competencias que capaciten a los alumnos para utilización del pensamiento geométrico y variacional, otorgándole importancia al hecho de

emplear estrategias y acciones que se demuestran en función de la motivación de los estudiantes.

De acuerdo a lo plasmado en las investigaciones presentadas con anterioridad, se logra apreciar la importancia que tienen al emplear prácticas pedagógicas durante la enseñanza para fortalecer el aprendizaje de los educandos en el área de matemáticas, mejorando de esta manera la didáctica utilizada en el ambiente de clase por los docentes especialistas como fundamento del proceso de educativo, al respecto, es necesario manifestar que ambos estudios centran su atención en los estudiantes de educación secundaria en el Ministerio de Educación Nacional Colombiano, incluyendo entre las estrategias que pueden ser colocadas en práctica por los maestros ofrecidas por la lúdica, se propone desde las perspectivas documentales acciones que sirvan de referencia para definir concepciones que dinamicen el trabajo docente.

### **Análisis diacrónico del objeto de estudio.**

En cada uno de los objetos de estudio, es interesante conocer cuáles fueron sus inicios, que impacto ha tenido durante su trayectoria y que representa en la actualidad, es por ello que a continuación se presenta un recorrido por la historia de la lúdica de esta manera se conoce como se apoderó de las aulas de clase y que ha representado en cada una de las épocas existentes, para iniciar el investigador se apoya en el origen de la palabra lúdica, la cual es definida por Motta (2004) como: “El término lúdica se origina del latín *ludus* que significa “juego”. Algunos sinónimos que se pueden emplear para la palabra lúdica son juguetero, divertido, placentero, recreativo, entretenido, entre otros” (p. 45) de aquí proviene la palabra lúdica, la cual es mejor conocida por Juego, ahora bien es necesario dar un recorrido más profundo y así poder aclarar más el tema. De esta manera, Torres (2004) expone:

Los Romanos definieron lúdica como la plástica animada y creativa, como alegría y jolgorio. Para Hebreos era conceptualizado como broma y risa, los Alemanes como placer. En el siglo XVI la pedagogía toma la lúdica como su medio de enseñanza y principio fundamental (p. 23).

Con referencia a lo anterior, es preciso resaltar que la lúdica, es tomada por la pedagogía como estrategia para lograr de esta manera promover el proceso de enseñanza y aprendizaje, por ello que en el siglo XVI es tomada y hasta el presente ha tenido muy buenos resultados, por lo que cada vez más la lúdica es utilizada en las aulas de clase, espacios libres, siempre y cuando cumplan con una función formadora para los estudiantes, es así que se asume la lúdica como un factor importante en las planeaciones de los docentes y la estrategia más utilizada en cualquiera de las áreas. En este orden de ideas Diem (1966), expresa:

En el paleolítico, la presencia del juego se da por descontada por los antropólogos, ya que su naturaleza es inherente a los primates. El hombre del paleolítico empieza a crear, a través del juego, una serie de manifestaciones culturales cada vez más complejas, como el derecho, la moral, etc. De este modo, el juego se convierte en una faceta muy importante no sólo por lo que conlleva de beneficio psíquico y físico para el ser humano sino también por los cambios que, poco a poco y casi de una forma inconsciente, va generando en la sociedad (p. 45).

Partiendo de esto, el juego es tomado desde época del os paleolíticos, siendo esta importante para la misma, ya que se realizaron grandes aportes que con el pasar del tiempo han ido evolucionando, pero dejando sus raíces en esa época y por medio de la lúdica, hecho importante y considerable en la presente investigación, puesto que se busca es poder conocer a fondo la realidad desde los inicios de la lúdica, y desde una perspectiva propia, la lúdica ha tenido grandes resultados desde sus inicios, ya que el autor antes mencionado se lograron manifestaciones culturales como el derecho y la moral, la cual ha ido evolucionando a lo largo de la historia. Por otra parte, Moroy (2007) expone:

De las épocas prehistóricas se puede extraer la conclusión de que el juego está muy relacionado con la esfera de lo mágico y lo divino. Casi todas las manifestaciones lúdicas de esta etapa de la humanidad eran parte integrante de algún ritual religioso. Por su lado, la actividad física se relacionaba más con cuestiones de supervivencia, dada la necesidad de mantenerse en forma para cazar, huir de las fieras o de los enemigos o atacarles. Se podría decir que el hombre primitivo jugaba por placer y por un sentimiento mágico-religioso, pero que realizaba actividad física por necesidad (p. 31).

Con referencia a lo anterior, el autor deja claro que la lúdica se hace presente para alimentar lo mágico y divino, pero también es asombroso como el hombre primitivo logro mezclar la parte lúdica, con las creencias, con cada cosa que realizaba, aunque no fuera opcional la lúdica y era hecha por necesidad, cuando se refiere a esto es que utilizaban la agilidad y rapidez para poder buscar sus propios alimentos y de esta manera lograron capacidad física, puesto que al tener una vida de muchas actividad física, permitía que ellos lograran obtener sus alimentos pero también se conservaran físicamente. En este sentido, Blanchard y Cheska (1986) expresa:

Aproximadamente 4.000 años a. C., surgen los primeros juegos de estrategia con tableros, juegos de pelota más evolucionados, la jabalina, la equitación y un juego similar al badminton. En Babilonia aparece un juego parecido al actual boxeo cuyo nacimiento en época contemporánea se encuentra, sin embargo, en la Inglaterra de los siglos XVII-XVIII, y se establecen diversos juegos en fiestas populares. El juego es en esta época un indicador de poder económico y disuasorio para los enemigos. Poco después, en Egipto, se practican juegos de nueve bolos y, de nuevo, juegos de pelota. Esto ocurre hacia el año 3.000 a. C. Una novedad importante en esta etapa (p. 147).

Con relación, a lo antes expuesto, es preciso resaltar como los juegos se han ido apoderando en todas las épocas y han ido evolucionando poco a poco y han transformado muchas generaciones, es por ello que hoy en día la educación se ha apoderado de esta estrategia para desarrollarla en cualquier de las áreas de la educación, los juegos de tablero, los juegos de pelotas, realmente la historia de estos juegos, es importante conocer cuando iniciaron,

y cuales ha sido el impacto que han tenido en cada época, de la misma manera Mandell (2000) expone:

En Roma, por el contrario, la visión griega del ocio no tuvo continuidad, pues se entiende el trabajo como parte importante de la vida del ciudadano. A pesar de ello, el juego sigue teniendo un papel importante en la sociedad como liberador de la mente, pues es precisamente una recompensa o medio de descanso psicológico tras el cansancio generado por ese trabajo. Es por ello que el propio Estado comienza a impulsar una serie de juegos no es necesario citar el impresionante desarrollo de los circos, no igualado por ninguna otra cultura a lo largo de la Historia como medio de dominación social (p. 78).

En esta época, aun el juego es muy importante, aunque se haya dejado a un lado el ocio, los descansos, y se le dio más importancia al trabajo, pero aun así los juegos se practicaban en el poco tiempo libre, todo ha ido evolucionando poco a poco, y es el gobierno el que se encarga de permitir que los trabajadores logran tener un tiempo de ocio que pueda ser invertido en los juegos, de esta manera se va conociendo la historia de la lúdica, es preciso reconocer el enriquecimiento que ha tenido la lúdica y el impacto que han tenido, y como luego es tomado por la educación para que la misma tuviera grandes avances como estrategia en las aulas de clase específicamente en las practicas pedagógica. Por otra parte; Monroy (2007) manifiesta:

De este modo, y quizá de una forma casi involuntaria en una cultura que en principio estaba más orientada al trabajo que al ocio, el elemento lúdico adquiere aquí su máximo esplendor, tanto en el simple juego como en el deporte más profesionalizado, que también en cierto modo se entiende como juego. Los juegos caracterizan la vida cotidiana de los ciudadanos, llegándose a desarrollar durante la mitad de los días del año en ciertas épocas del Imperio. El elemento religioso y el político siguen también muy presentes en la evolución del juego. De hecho, el centro de la actividad política se desplaza del foro al circo, al teatro o al anfiteatro, lo que da idea de su importancia (p. 45).

La lúdica, ha tomado cada vez más importante, pero hasta hora todo enfocado al juego y al desarrollo de actividades físicas, para el entretenimiento

de todas las personas, los juegos siempre enfocados a formar a las personas de la mejor manera, la lúdica se ha encargado de guiar muchas generaciones, la historia y la evolución es interesante como hasta la actualidad se ha logrado que la lúdica se haga presente en la sociedad, con un enfoque educativo, pues los docentes, a través de estrategias la ha ido incorporando, permitiendo de esta manera que los estudiantes logren entender la importancia de cualquier tema, tomando como referencia la lúdica, y tener en cuenta que la lúdica no solo son los juegos que se dan dentro de la planeación escolar, sino que está presente en todos los juegos que se realizan a diario en la sociedad.

### **Fundamentación Teórica**

En cuanto a la elaboración de la fundamentación teórica, ésta constituye una serie de cimientos, concepciones o propuestas que servirán de referentes para que los lectores puedan comprender el enfoque que el autor le ha otorgado al estudio, encargados de dar explicación a las premisas plasmadas en los objetivos que integran las prácticas pedagógicas para la enseñanza y aprendizaje del pensamiento variacional, también el pensamiento variacional y el uso de la lúdica para poderlo explicarlo y entenderlo. En tal sentido, los referentes o postulados teóricos son definidos por Hernández, Fernández y Baptista (2010) como: “un conjunto de conceptos, definiciones y proposiciones vinculadas entre sí, que representan un punto de vista sistemático de fenómenos especificando relaciones entre variables, con el objeto de explicar y predecir estos fenómenos” (p. 156).

### **Prácticas Pedagógicas para la Enseñanza y el Aprendizaje del Pensamiento Variacional**

Desde el punto de vista del autor, las prácticas pedagógicas son entendidas como un grupo de acciones previamente planeadas organizadamente en un tiempo determinado para alcanzar un fin o una misión,

en esta oportunidad el objetivo de la planificación consisten en conseguir en aprendizaje de los estudiantes en un contexto determinado. Morín (1990) plantea que: “Partiendo de una decisión inicial, imagina un cierto número de escenarios para la acción, que podrán ser modificados según las informaciones y según los elementos aleatorios que sobrevendrán y perturbarán la acción (p. 113).

En este orden de ideas, las prácticas presentan un rol imprescindible en la vida cotidiana de los seres humanos, las mismas nacen de una idea, constituye un procedimiento, que permite poder lograr una meta, las estrategias juegan un papel fundamental en el abordaje pedagógico en todas las instituciones educativas del mundo, por eso los docentes deben prepararse para mejorar la aplicación de las distintas metodologías que perfeccionarán la didáctica, para Bixio (2000) se refiere a las prácticas desde el campo de la didáctica y la define como “el conjunto de las acciones que realiza el docente con clara y explícita intencionalidad pedagógica” (p. 1).

En correspondencia con lo anterior, una de las características más sobresalientes que presentan las prácticas es que las mismas están enfocadas en perseguir un objetivo específico, y a su vez se pueden modificar durante el empleo de las mismas, para retomar un camino que no está funcionando dentro de lo pautado o simplemente para perfeccionar los aspectos que se plantearon con antelación. De acuerdo a lo expuesto, expresa Morín (1990) "están destinadas a modificarse en función de las informaciones provistas durante el proceso" (p. 127). En el caso de la implementación de prácticas pedagógicas para la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento variacional, uno de los elementos adversos que se presentan está relacionados con el limitado aprovechamiento de las distintas estrategias que inciden en el proceso pedagógico.

De este modo, otros investigadores como Gispert y Vidal (2000) señalan que las prácticas pedagógicas por parte de los docentes en los ambientes de clase, “deben llevar al estudiante hasta un nivel de rendimiento especificado,

a partir de conductas de entradas inicial, permitiendo la realización de operaciones que llevan a un rendimiento elevado y así conseguir un aprendizaje específico (p. 112). Por lo tanto, los profesores tienen la responsabilidad de planificar cuidadosamente los aspectos que van a formar parte de la enseñanza de la asignatura de matemáticas, para que como exponen los autores, puedan los educandos alcanzar un rendimiento óptimo, logrado con la adquisición del aprendizaje significativo en el área.

Por ende, todas las actividades que ejecuten los docentes dentro y fuera del aula tiene que ser planificada con anterioridad, conociendo el maestro las debilidades y fortalezas que presentan sus alumnos, teniendo en cuenta que los estudiantes deben formar parte activa de su propio aprendizaje, permitiendo la interrelación de todos los compañeros de clase, para que así puedan intercambiar sus puntos de vista, sus formas de pensar y llegar a la resolución de los problemas planteados, de tal manera que cada una de las actividades y técnicas empleadas permitan a la construcción del aprendizaje, como lo exigen las tendencias actuales.

En concordancia, cuando se desea aplicar prácticas pedagógicas en el desarrollo de una clase, el compromiso recae primordialmente en el profesor y en los directivos que trabajan en el colegio, debido a que éstos últimos deben realizar un seguimiento del trabajo que ejecuta el docente, y asesorar y enseñar nuevas técnicas que permitan mejorar y fortalecer el ejercicio del acto pedagógico. Para Guyot (2000), el acto pedagógico es concebido como “el lugar de encuentro con la palabra del otro, con el pensamiento, en el acto mismo de una mutación multiplicadora de prácticas educativas” (p. 18).

A partir de este concepto, en el ambiente educativo existe una relación continua entre el docente y el estudiante, una interrelación de la que depende el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y por ende del pensamiento variacional, donde es imprescindible la reciprocidad de formas de pensar existente en el profesor y los discentes, y también entre los propios compañeros de salón, hechos que pueden generar cambios positivos en el

abordaje pedagógico en el aprendizaje de los educandos, donde de la misma práctica y de los imaginarios del maestro, se busca construir un discurso pedagógico que permita fundamentar epistemológicamente la práctica que desarrolla los participantes en el aula.

Por eso, según Martínez (2007), “es necesario que el docente considere tanto aspectos cognitivos como afectivos en el estudiante, así como el contexto social donde se produce el proceso formativo” (p. 13). Entonces, los profesores deben realizar un diagnóstico que les permita conocer la forma de ser de sus alumnos, para saber así, cuales son las prácticas pedagógicas que debe aplicar para llegar a promover en los estudiantes nuevas maneras de concebir y resolver las problemáticas que se le presentan en la institución educativa, en la sociedad y en el hogar.

De esta manera, los docentes tienen la tarea de hacer un ejercicio de reflexión o autoexamen cotidianamente, sobre las bases de su propia práctica, como lo indica Vasco (1999), que expone “en una praxis pedagógica que involucra procesos de reflexión sobre las relaciones maestro-alumno, maestro-microentorno, alumno-microentorno y todas estas relaciones con el macroentorno” (p. 32). Es así como, la responsabilidad que exige la labor de los maestros es primordial para alcanzar los aprendizajes en los educandos, pero sobretodo formar un ser humano integral, que está en constante comunicación con los demás individuos, y que puede aportar según los conocimientos que posea al aprendizaje de sus compañeros.

En este sentido, es necesario en realizar una aproximación a la definición de las prácticas de enseñanza empleadas por los docentes para promover la enseñanza en sus ambientes de clase, las mismas son definidas por el investigador como una serie de procedimientos que colocan en práctica los profesores para alcanzar el aprendizaje en sus estudiantes, para Díaz (2002), “El empleo de habilidades de enseñanza lleva a considerar al profesor como un ente reflexivo, estratégico...” (p.139). Según lo señalado, los maestros

tienen la obligación de utilizar nuevas metodologías de enseñanza para optimizar y corregir los aspectos que comprenden el abordaje pedagógico.

Con referencia a los procesos de aprendizaje empleados por los educandos para poder lograr adquisición de los conocimientos en las distintas asignaturas en el contexto escolar, así como en la sociedad y en el hogar, Monereo (2004), plantea que “Son procesos de toma de decisiones (conscientes o inconscientes) en los cuales los estudiantes eligen y recuperan, de manera coordinada los conocimientos que necesita para un determinada acción u objetivo” (p. 27). En este caso, como lo refrenda el autor, el aprendizaje se produce en la mayoría de los casos de manera ordenada y consciente, aunque puedo opinar que no en todas las oportunidades el aprendizaje se construye de forma ordenada, controlada y consciente, porque muchos de los más grandes investigadores han formulado teorías a partir de experimentos fallidos o por medio del ensayo y el error.

Entonces según lo expuesto, la implementación de nuevas prácticas durante la enseñanza y el aprendizaje en las instituciones educativas en todos los niveles por parte de los docentes, permitirán que los estudiantes logren el objetivo de la educación, que consiste en apropiarse de los conocimientos y saberes para poder colocarlos en práctica al momento de resolver los ejercicios pautados en clase y en las diferentes situaciones presentadas en la vida cotidiana. Para lo cual, se hace necesario utilizar una serie de procedimientos flexibles que dependerán de las características de las personas que lo requieran y de los contextos a los que se enfrenten.

Desde este punto de vista, la implementación de nuevas prácticas pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas, entendiendo ésta última por el autor como, una ciencia que tiene relación con la mayoría de las disciplinas en la actualidad, porque permite contar, calcular, medir o describir las formas de las cosas, por eso son útiles para todos y esenciales en todas las demás ciencias, para Freudenthal (1978), quien hace referencia a la

enseñanza de la Matemática, tomando en consideración el aspecto sociocultural que posee:

La enseñanza de la matemática tiene su justificación si ella es útil y divertida, porque ella debería ser de utilidad y ella debería ser tratada mediante aplicaciones, de lo contrario no se debería a una multitud de niños y jóvenes en contacto con ella, ya que de muy poco serviría para su desarrollo, incorporación y desenvolvimiento en la sociedad. (p. 102).

Tal como lo refleja el autor en la cita, el proceso de enseñanza de la matemática debe constituirse en un medio para que los estudiantes adquieran sus conocimientos de una manera entretenida, garantizando que lo que está aprendiendo le va a servir no sólo para aprobar una prueba o una asignatura, sino para poder aplicarlo en el quehacer diario, valorando a los educandos como seres activos, que por medio de la interrelación con el docente y sus compañeros podrá realizar un grupo de tareas y actividades para que individualmente y el colectivo, puedan desarrollar su intelecto.

Por lo tanto, en el marco de la enseñanza de las matemáticas los educandos tienen la necesidad de comprender todos los aspectos que les conlleve a apropiarse de los conocimientos, valiéndose de los recursos empleados por el docente y de lo que se encuentre en su entorno, donde la capacitación por parte de los maestros debe facultar a los estudiantes a hacerse responsables de su propio aprendizaje, empleando todos los medios necesarios para que en compañía de los demás alumnos puedan instrumentar una comprensión de las matemáticas, adquiriendo estrategias y métodos de trabajo que pueda colocar en práctica en el aula y en su diario convivir.

De esta manera, para hacer alusión a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el contexto educativo colombiano se tiene que hacer mención a lo pautado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), que en los Estándares Curriculares en el año (2006), expone lo referente al pensamiento variacional y para ello menciona lo siguiente:

... este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas (p. 66).

Con base en lo anterior, la importancia que posee el desarrollo del pensamiento variacional en los educandos en el nivel de básica primaria y educación media, está representado entre otras características por la necesidad de que los niños, niñas y adolescentes puedan comprender aspectos relacionados con la variación y la transformación en los distintos contextos, por medio de la representación, percepción, identificación y la caracterización de los sistemas o registros matemáticos, que les facilite la resolución de los ejercicios propuestos por los docentes en las disciplinas como la física, química, las ciencias biológicas, las ciencias sociales y en el diario vivir.

En este orden de ideas, el Ministerio de Educación Nacional (2006) en cuanto a los estándares básicos para que los estudiantes se apropien de las competencias matemáticas, hacen referencia al pensamiento variacional señala que:

El pensamiento variacional, desde lo matemático hay una relación directa con los otros pensamientos, muy especialmente con el métrico, pues el pensamiento variacional se encarga, fundamentalmente, de la modelación matemática y esto requiere de la activación constante de procesos de medición, elaboración de registros y establecimiento de relaciones entre cantidades de magnitud (p. 66).

En concordancia con lo que estipula el MEN, es importante la aplicación del pensamiento variacional en los contenidos matemáticos, porque éste se relaciona directa o indirectamente con otros modelos de pensamiento, y a su vez que se basa en el razonamiento algebraico. El aprendizaje del pensamiento variacional en los estudiantes los faculta para que entiendan como reconocer y describir un modelo matemático, a través de diferentes mecanismos como la simbolización, la generalización y la formalización para lograr encontrar patrones y después poder explicarlos.

### **Pensamiento Variacional y la Lúdica**

Los procesos de enseñanza y aprendizaje se presentan según los intereses, cuando se trata de la enseñanza el docente busca, selecciona, organiza y planifica sus prácticas pedagógicas con el fin de que los estudiantes comprendan y entiendan la importancia del contenido, el docente se siente satisfecho cuando ha cumplido su interés principal el cual es educar y formar de manera integral a cada uno de los estudiantes, y por otra parte el estudiante debe tener sus propias motivaciones para que el proceso de aprendizaje fluya y logre obtenerlo de manera adecuada, en esta oportunidad para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje como se ha presentado en la premisa anterior es importante conocer el pensamiento variacional desde una estrategia utilizada con gran frecuencia en la actualidad como es la lúdica, inicialmente se traerá a colación a Carlson (2015) quien expresa:

El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. La organización de la variación en tablas, puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas (p. 45).

El pensamiento variacional se va desarrollando partiendo desde las primeras edades y es necesario que los docentes contribuyan a este desarrollo

de habilidades y destrezas para poder resolver problemáticas que se presenten en la vida diaria y tengan diferentes soluciones desde el pensamiento variacional, el mismo se inicia con el desarrollo del pensamiento matemático, pero es esencial para colocarlo en práctica desde diferentes ámbitos ya que después de que el niño obtenga esta habilidad podrá disponer de ella cada vez que sea necesario, por lo que en la actualidad se propone el desarrollo del pensamiento variacional a temprana edad, con la resolución de problemas y el análisis de los mismos, para desarrollar este pensamiento es muy importante la comprensión de problemas en los cuales se vea involucrada la adición, sustracción, multiplicación y división, pero primero que todo es necesario la comprensión de un enunciado como problema para poder traducir y conocer cuál es el procedimiento a seguir.

En la actualidad en docente debe estar en una constante búsqueda de estrategias, métodos, técnicas, recursos que puedan facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje, es por ello que la lúdica se ha apoderado de las practicas pedagógicas con muy buenos resultados, para ambos procedimientos, la lúdica es definida por Orozco (2016) como; “Lúdica proviene del latín ludus, Lúdica/co dicese de lo perteneciente o relativo al juego. El juego es lúdico, pero no todo lo lúdico es juego” (p.18). En ocasiones se habla netamente del juego como lúdico, pero esto es un concepto errado puesto que la misma se encuentra la distracción, la recreación, la diversión, lo cual permite que el ser humano se sienta feliz y realice sus actividades de una manera más activa, por lo tanto la lúdica permite en las aulas de clase que los estudiantes aprendan y se diviertan, viendo el proceso de aprendizaje de una manera más tranquila. Asimismo según Vera (2012) expresa:

La Lúdica fomenta el desarrollo psico-social, la conformación de la personalidad, evidencia valores, puede orientarse a la adquisición de saberes, en caminarsse a los haceres, encerrando una amplia gama de actividades donde interactúan el placer, el gozo, la creatividad y el conocimiento (p. 23).

Como lo menciona el autor antes citado, la lúdica permite que el ser humano se desarrolle psico-socialmente, pues al entretenerse y disfrutar cada actividad que realiza le ayuda a poder ser más sociable a conocer e interactuar con otras personas y así poder controlar sus emociones y de la misma manera poner en práctica los valores como la honestidad, la sinceridad, el compañerismo entre otros principios que son aprendidos en los hogares y en la sociedad y reforzados en las instituciones educativas, pero de esta manera se puede comprobar el gran efecto que tienen la lúdica en las prácticas pedagógicas, ya que le permiten al estudiantes comprender diferentes contenidos a través del placer fomentando la creatividad y el aprendizaje. Por otro lado Kag (2017) asevera que:

El juego nos permite recompensas; el juego libre activa la parte frontal de nuestro cerebro una parte muy humana, estimula diferentes caminos para el pensamiento abstracto, regulación emocional, resolución de problemas, estrategias, nos permite sentirnos cómodos con la incertidumbre, nos permite tomar riesgos y aprender lecciones desde ensayo y error, el juego es como nos adaptamos (p. 41).

Con respecto a lo anterior el juego está ligado netamente con la lúdica, permite científicamente que el cerebro trabaje su parte frontal pero lo más importante es que el ser humano aprenda y logre desarrollar capacidades como la resolución de problemas de una manera acorde, y pueda analizar, tomar riesgos y adaptarse a diferentes circunstancias que se le presenten, la lúdica es una herramienta que desde el pensamiento matemático se debe incluir, ya que se puede ver la fobia que los estudiantes le tienen a esta asignatura y es necesario que el docente se esfuerce por presentarla de una manera más flexible pero sin dejar a un lado la exigencia, y así el estudiante logre comprender de una manera fácil cada uno de los procedimientos que se presentan en cualquier problema matemático. Es por ello, que el pensamiento variacional busca a través de la lúdica desarrollar el pensamiento de matemática. Asimismo Carlson (ob.cit) afirma:

El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, involucra conceptos y procedimientos ínter estructurados y vinculados que permiten analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas (p. 57).

En esta oportunidad se puede ver como el pensamiento variacional está ligado a el pensamiento matemático, ya que permite que el estudiante comprenda la importancia de las propiedades matemáticas para la vida diaria así como lograr analizar e interpretar los problemas que se le presenten y los resuelvan de manera indicada, por medio de la lúdica estos procesos se realizaran, rápida y acertadamente por lo es recomendable que el niño desarrolle estas capacidades de forma divertida y sienta placer en el momento en que se tenga que dar el proceso de aprendizaje, primero que todo facilitando la enseñanza y logrando formar al niño o joven desde cualquier ciencia ya que ayuda a la variación de situaciones que se presentan en la vida diaria y en el ambiente donde se desarrolla. Asimismo el juego es definido por Vera (ob.cit) como:

Los juegos son considerados como parte de una experiencia humana y están presentes en todas las culturas. Probablemente, las cosquillas, combinadas con la risa, sean una de las primeras actividades lúdicas del ser humano, al tiempo que una de las primeras actividades comunicativas previas a la aparición del lenguaje (p. 78).

Ahora bien, el juego como anteriormente se expresa está ligado a la lúdica, pues al iniciar la vida es un medio de comunicación entre padres e hijos, pues al hacer cualquier gesto, movimiento o ruido ocasionan risas en los bebés y están ejerciendo sus primeras actividades lúdicas, el juego se presenta en cualquier momento y todo ser humano lo realiza, más a temprana edad, cual el niño tiene una visión amplia de divertirse es por ello que en las aulas de

clase específicamente en las practicas pedagógicas se ha propuesto durante la enseñanza recursos, y de la misma manera en el proceso de aprendizaje para facilitarle al estudiante el obtener conocimientos de una manera más cómoda y divertida dejando así conocimientos significativos bajo el interés del estudiante y no dándoles información y haciendo que el joven pierda el interés por contenidos necesarios para su formación académica. Por otra parte, Jiménez (2017) expresa:

El juego tiene carácter universal, es decir, que las personas de todas las culturas han jugado siempre. Muchos juegos se repiten en la mayoría de las sociedades. Está presente en la historia de la humanidad a pesar de las dificultades en algunas épocas para jugar, como en las primeras sociedades industriales. Evoluciona según la edad de los jugadores y posee unas características diferentes en función de la cultura en que se estudie (p. 49).

El juego varía dependiendo de la cultura en la que se encuentra, específicamente en Colombia el juego es muy usado por los habitantes, puesto seguido las personas salen a visitar los parques y a realizar juegos recreativos con el fin de tener contacto social con otras personas, así como últimamente se ha visto en las instituciones educativas quienes a diario se encargan de realizar recreos dirigidos, actividades recreativas con el fin de brindarle a los estudiantes y docentes tiempo de esparcimiento y así lograr que todos las personas que hacen vida en un colegio cumplan con actividades que sean de provecho en su rendimiento laboral y estudiantil, pues estos espacios hacen que los estudiantes y los docentes realicen sus actividades académicas con motivación e interés. Según la declaración de los derechos del niño, adoptada en la asamblea general de la ONU,

El niño debe disfrutar plenamente de juegos y recreaciones los cuales deberán estar orientados hacia los fines perseguidos por la educación; la sociedad y las autoridades públicas se esforzaran por promover el goce de este derecho. El juego no solo es una forma de diversión sino también la mejor manera de aprendizaje, a través de él, los niños aprenden a afrontar situaciones diversas que deberán enfrentar a lo largo de su vida. (S/N).

Con referencia a la cita antes mencionada se deja claro el gran aporte que tienen el juego no solo para saber enfrentar lo que suceda en el sino que rinda beneficios educativos y allí los niños comprenden y refuerzan una serie de valores como el trabajo en equipo, la competitividad sana que deben tener, el respeto por los demás, entre otros que sirven en el futuro para lograr ser personas integrales, académicamente y socialmente, pues en el momento de desempeñar cualquier trabajo podrán hacerlo sin conflictos ni problemas, sino que lo enfrentarán de manera tranquila, es por ello que el investigador quiere enfocar la lúdica en el pensamiento variacional, ya que nace de la matemática y se persigue que el adulto comprenda la importancia de la comunicación y las relación interpersonales, asimismo el desarrollo y capacidad matemática. Según Orozco (ob.cit) expresa:

El juego es sinónimo de recreo, diversión, alborozo, esparcimiento, pero el niño también juega para descubrir, conocerse, conocer a los demás y a su entorno. Los juegos preparan al hombre y a algunas especies animales para la vida adulta. Algunos son importantes para la supervivencia de la especie, por lo que se pueden considerar como juegos de tipo educativo (p. 71).

En las aulas de clases específicamente en las practicas pedagógicas no se puede programar para mantener al niño haciendo planas, copiando o tomando dictado es preciso que se presenten otras actividades que permitan que él estudiante comprenda y tome interés por cada uno de los contenidos que se están dando, es por ello que surge la didáctica una rama de la pedagogía que se encarga netamente del proceso de enseñanza, lo cual conlleva a que la práctica pedagógica se haga más dinámica, desde hace muchos años los docentes han querido innovar llevando diferentes estrategias a las aulas de clase y más cuando se tratan de asignaturas como la matemática, ya que siempre la han presentado de una manera muy teórica y solo con el uso del tablero como recurso de enseñanza.

Es por ello que, al conocer la importancia del juego en los niños se comienza a investigar y a tratar de que el estudiante tome interés y le guste

esta área, y se comienza incursionar en la lúdica como ese enlace entre lo teórico y lo práctico que viene proporcionando la didáctica, pues al tener tan buenos resultados como lo han demostrado diferentes investigaciones, es preciso comenzar a trabajar el desarrollo del pensamiento matemático desde esta perspectiva y dejar a un lado ese pensamiento lineal que para desarrollar capacidades numéricas solo se utiliza un tablero, que no le permite al estudiante tener ningún interés por querer aprender algún contenido en el cual se pueda formar un pensamiento variacional.

### **Fundamentación Epistemológica**

A lo largo de la historia son numerosos los estudios y las teorías que se han realizado con la finalidad de proporcionar respuestas a las distintas problemáticas que se le presentan a los docentes en todos los niveles de la educación, al momento de enseñar la asignatura de matemáticas a sus estudiantes, debido a la dificultad que constituye para los educandos conocer, comprender y apropiarse de los saberes que sobre la materia le desean impartir sus profesores, todo esto ha conllevado a los investigadores a plantear una serie de postulados y teorías que facilitan el camino hacia la consecución del aprendizaje significativo en las matemáticas, de esta manera se presenta la:

#### **Teoría del Aprendizaje Situado, Comunidades de Aprendizaje o Aprendizaje Sociocultural:**

Es una teoría propuesta en el año de 1991 por los investigadores Lave y Wenger en la cual exponen que los educandos no pueden aprender en un ambiente convencional llamado por ellos aprendizaje in situ o activo, sino que los docentes deben proporcionarle a los estudiantes todos los medios para que éstos aprendan en un medio que promulgue la interrelación con sus compañeros, donde por medio de la enseñanza y el aprendizaje se generen

cambios en los diferentes contextos, cultural, social y de las relaciones, obteniendo de ellos los conocimientos imprescindibles para alcanzar el cambio de la personalidad que posteriormente permita transformar los parámetros que rigen una sociedad, una familia o la escuela.

De esta manera, los estudiosos plantean unos nuevos postulados que van más allá de las corrientes teorías de enseñanzas individualistas o aisladas, promoviendo la participación y la colaboración de todos los miembros del acto educativo en la consecución del aprendizaje significativo, convirtiéndose en una nueva forma relevante que trasciende de la perspectiva clásica del aprendizaje. Constituyéndose no en una simple teoría de la didáctica, sino en una teoría social del aprendizaje, llamada también socio – cognitiva, que si es bien empleada por los docentes de la asignatura de matemáticas permitirá a los educandos conseguir soluciones a las dificultades presentadas durante la resolución de los problemas o ejercicios propuestos, con la ayuda de sus compañeros y de los mismos profesores.

En correspondencia con lo anterior, se desprende de los pensamientos de Lave y Wenger (1991), en cuanto al aprendizaje situado que éste “se basa en el valor principal que se atribuye a la experiencia laboral y la práctica activa en el impulso del aprendizaje y la comprensión privilegiando la dimensión social del aprendizaje sobre la individual”. En relación a lo citado, el aprendizaje situado busca incorporar en los ambientes de clase estrategias que tomen en cuenta a la totalidad de los alumnos y alumnas, que se forme un ambiente social de enseñanza y aprendizaje donde los participantes se sientan incluidos y responsables del acto educativo, los autores además exponen que, la teoría se fundamenta en tres elementos que son propios de una comunidad la pertenencia, la participación y la práctica.

### **Teoría de las Operaciones Formales de Jean Piaget.**

La teoría de las operaciones formales de Jean Piaget, comprende la última etapa de su teoría del desarrollo cognitivo, donde expone que los niños

y las niñas a partir de los doce años y hasta la adultez, tienen la facultad de comenzar a desarrollar una visión más abstracta y un pensamiento más lógico, en esta etapa los estudiantes tienen la capacidad de apoderarse de los conceptos teóricos, empleando la lógica para lograr darle solución a los ejercicios propuestos por los docentes en clase. En este punto, Inhelder & Piaget, (1958), destacan que “a medida que los adolescentes entran en este periodo, adquieren la capacidad de pensar de manera abstracta manipulando ideas en su mente, sin depender de la manipulación concreta del objeto” (p. 23).

Es así como, las personas a partir de esta edad pueden según Piaget ejecutar cálculos matemáticos, idearse nuevas formas de resolver los ejercicios en su mente, usar el pensamiento abstracto y sólo o en compañía imaginar el resultado de acciones particulares. De esta manera, los educandos adquieren la madurez para lograr desglosar y comprender en su mente las inferencias que se le presenten en el colegio o en la vida real, para ello señala el estudioso que utiliza el pensamiento operacional formal.

Según Piaget, en su teoría del pensamiento operacional formal destacan dos tipos de pensamiento en los seres humanos, el primero, el razonamiento hipotético deductivo, que consiste en la capacidad de que las personas piensen científicamente por medio de la puesta en práctica de las predicciones o las hipótesis, sobre una realidad circundante para poder darle solución. Donde expone, que las personas abordarán las situaciones de una forma sistemática y organizada, priorizando sobre el ensayo y el error. La segunda, es el pensamiento abstracto, donde las operaciones concretas se llevan a cabo en objetos, mientras que las formales se realizan a partir de ideas. Siendo el éste tipo de pensamiento imprescindible para planificar el futuro.

### **Teoría de la Complejidad**

Mediante la presente teoría de Morin, ésta se encarga de construir y promover el desarrollo del conocimiento científico con base en las ciencias

exactas, en este caso en el abordaje pedagógico de la matemática, dada la comprensión entrelazada que se genera de diversos elementos que subyacen en ella. En este sentido, la labor del docente ha ido adoptando diversos modelos didácticos que permiten el empleo de nuevos elementos para la comprensión de los sistemas inherentes al desarrollo de las labores intrínsecas a nuevos estándares de eventos propuestos para la mejora de los elementos esenciales a tal fin.

Al respecto Morín (2004) señala: “cuando se trata de construir un método nuevo sobre la base de las ideas complejas que emanan de las ciencias y su conjugación con el pensamiento humanista, político, social y filosófico, como es el caso del pensador universalista” (p. 32), en concordancia con lo expuesto en la cita, es imprescindible acotar que la puesta en práctica de formas diferentes y actuales durante la enseñanza, conllevan a denotar complejidad en la forma de trabajo de los profesores, es así como, intervienen el pensamiento humano, político, social y filosófico.

Con referencia al pensamiento político, se relaciona con la manera en que los maestros enseñan a sus educandos las características de los gobiernos estudiantiles y a su vez de promover la participación de los niños, las niñas y los adolescentes, desde el pensamiento humano, debido a que todas las acciones que se llevan a cabo en los centros escolares buscan generar conocimientos en los alumnos, con el objetivo de formar seres humanos con valores y principios, en cuanto al pensamiento social, se trata de la interrelación de todos los participantes en el medio educativo: Docentes, estudiantes, personal administrativo y de servicio, padres y representantes, en el caso, del pensamiento filosófico, se concreta en función de evidencias científicas del pensamiento humano.

Con atención a lo anterior, la teoría del pensamiento complejo se orienta desde los postulados de Morín (2004) quien señala: “Se trata de enfrentar la dificultad de pensar y de vivir” (p. 224), en este sentido, el pensamiento complejo es inherente al hecho de enfrentar la dificultad de manera precisa y

certera con la finalidad de promover un pensamiento crítico y reflexivo característico, referente a la diversidad de acciones que se formulan en la corriente educativa.

### **Teoría del Aprendizaje Significativo**

En el mundo actual, son múltiples las transformaciones que los seres humanos han conseguido con la puesta en práctica de una gran cantidad de estudios que han aportado de manera positiva a la adquisición de nuevas ideas y saberes que permiten perfeccionar y promover cambios en la sociedad, desde este punto Ausubel, Novak y Hanesian, (1968):

Durante mucho tiempo se consideró que el aprendizaje era sinónimo de cambio de conducta, esto, porque dominó una perspectiva conductista de la labor educativa; sin embargo, se puede afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, conduce a un cambio en el significado de la experiencia (p. 1).

De acuerdo con lo expuesto en la cita anterior, destacan los autores que el proceso de enseñanza aplicado en las instituciones educativas en la actualidad, no sólo debe buscar generar conocimientos en los educandos, sino hacer que el aprendizaje permita formar seres humanos que se destaquen en el quehacer cotidiano en la sociedad, y más cuando se trata del abordaje pedagógico de las matemáticas, debido a que este se relaciona con casi todas las disciplinas y actividades que realizan las personas diariamente, en los hogares, los sitios de trabajo, en las comunidades y por supuesto en los planteles escolares en todos los niveles. Según, Ausubel (1963) señala “Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe” (p. 2).

Según lo que señala la cita, se tiene que hacer una relación entre lo que expone Ausubel y la enseñanza de las matemáticas, debido a que para alcanzar el aprendizaje significativo se debe tomar en cuenta los

conocimientos que poseen los estudiantes sobre la asignatura, los adquiridos diariamente en los hogares y en la comunidad, junto con lo relativo al desarrollo del pensamiento variacional, haciendo énfasis en la necesidad de conjugar el aporte de todos los participantes en ambiente de clase, por medio del trabajo colaborativo o sociocultural. Más adelante continua la idea diciendo, “Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (p. 5).

### **Fundamentación Filosófica**

Desde la filosofía la matemática se ha presentado siempre desde un punto de vista lineal y estático, permitiendo al estudiante un régimen de estudio intenso provocando en ellos el desapego de la misma, pero esto es solo una noción desde hace muchas décadas los filósofos que se han encargado de investigar y escribir sobre la matemática las han presentado como la matemática pura que emerge de las derivadas y las integrales según Vasco (2015) cuando afirma:

Podríamos decir que en la disputa filosófica entre Heráclito y Parménides, el segundo ganó la batalla de las ideas ya en el siglo VI antes de Cristo. Podríamos decir también que Platón, la Escuela de Atenas y la Escuela de Alejandría, especialmente Euclides, adoptaron la idea platónico-parmenidea de que las matemáticas versaban sobre lo ideal, y de que lo ideal era eterno e inmutable. Ese supuesto implícito siguió predominando en el clima filosófico y matemático de Europa y luego de toda América (p. 45).

Desde el punto de vista filosófico, las matemáticas son exactas y puras, pues permiten a través de números, signos, representaciones simbólicas mostrar el mundo desde otra perspectiva, la matemática desde cualquier ámbito que se observe es netamente influyente en el ser humano, pues desde el sitio donde vive hasta las actividades que realiza están ligadas con las

matemáticas, lo que permite que muchos autores hayan escrito e investigado para perfeccionar las teorías que se encuentran presente en la matemática, tal es el caso de la filosofía y las diferentes teorías, como la de Pitágoras la cual demuestra desde un punto de vista muy científico la realidad del procedimiento que allí se presenta.

Asimismo un de las teorías filosóficas que tiene mayor posición en la matemática es el realismo para Fernández (2014) expresa:

El realismo, por tanto, es el punto de vista que sostiene que la matemática es la ciencia de los números, conjuntos, funciones, etc., tal y como la física es el estudio de los objetos físicos ordinarios, cuerpos astronómicos y partículas subatómicas entre otros. Esto es, la matemática trata acerca de esos objetos, y es el modo en que tales objetos son lo que hace a los enunciados de la matemática verdaderos o falsos. En otras palabras, tanto los "objetos matemáticos" (números, figuras geométricas, etc.) como las leyes matemáticas no se inventan, sino que se descubren. Con esto se explica al carácter objetivo, interpersonal, de las matemáticas. Este realismo ontológico es incompatible con todas las variedades de la filosofía materialista (p. 73).

De este punto de vista el realismo es quien sostiene la definición de las matemáticas, pues se concentra en cada uno de los aspectos que pertenecen al concepto, asimismo como la filosofía se concentra en otras corrientes, la matemática no escapa de ello y la fundamenta desde el realismo desde la teoría platoniana, muchos de los filósofos se han enfocado en buscar respuesta a diferentes interrogantes descubriendo cada vez más contenido con respecto a la matemática siempre enfocado desde el conocimiento filosófico y las corrientes que se relacionan con el descubrimiento. En este sentido, Fernández (ob.cit) expresa:

Propone considerar las matemáticas como el estudio de las consecuencias de los axiomas, usando teoría de modelos. En consecuencia, Putnam interpreta las proposiciones matemáticas como refiriéndose a un posible modelo para esas proposiciones. A diferencia del logicismo estricto, el deductivismo basa y transforma la matemática en una lógica en un sentido mucho más amplio que el sentido logicista (p. 84).

La filosofía se ha encargado de generar diferentes teorías que se enfocan cada una de ellas en temas específicas, como los axiomas, modelos y proposiciones, teoremas, problemas matemáticos con el fin de fomentar el conocimiento enfocado desde el punto de vista científica basado en el estudio del todo como es el que se desarrolla la filosofía que estudia todo lo abstracto y lo relaciona desde un enfoque verdadero, a través del descubrimiento, la matemática es exacta y pura en la cual se han centrado grandes filósofos descubriendo y promocionando nuevos estudios comprobables por ellos para dar explicación a nuevas teorías. Por otra parte Contreras (2007) expone:

Generalmente se piensa que las matemáticas guardan una relación estrecha únicamente con las ciencias, y que se identifican casi necesariamente con ellas, en especial con la física. A la filosofía se le considera como reflexión abstracta pura, alejada de lo concreto, mientras que las matemáticas, se dice, versa sobre lo real, lo tangible, en la medida en que cuantifican los hechos. La filosofía, se concluye, consiste en una reflexión abstracta, universal; no así las matemáticas. Nada más alejado de la realidad que lo anterior, porque las matemáticas, como las ciencias y la filosofía, son esencialmente abstractas, y desde luego cada una de las tres, aunque de diferente manera, versa sobre la realidad que es eminentemente concreta (p. 220).

De esta manera la matemática guarda especial relación con la filosofía, pues lo abstracto y lo concreto, deja claro la estrecha relación que hay entre ambas, es preciso resaltar que la matemática, se inició desde hace siglos y grandes filósofos matemáticos fueron quienes le dieron vida a tan importante área, pues es fundamental en la vida del ser humano, para el desarrollo de capacidades y destrezas para el desarrollo ante cualquier situación bien sea profesional, o personal, es por ello que el área de matemáticas ha tenido gran importancia en la educación por el alcance en el desarrollo de habilidades, que permiten que el niño tenga una formación integral. De la misma manera, Contreras (2007) expresa:

Siendo las matemáticas un factor esencial en la explicación del mundo, permiten construir conceptos acerca de la realidad, los cuales se comportan como modelos. A través de estos modelos que

son abstracción de la naturaleza, y a la vez explicación de la misma, el hombre ha sido capaz de guiar su acción en el mundo de manera útil. Esto es lo que hicieron las civilizaciones asentadas en Mesopotamia, China y Egipto, entre otras, como ya mencionamos. Más allá de lo anterior, pensamos que la abstracción, como actividad propia del ser humano, es también un terreno común en donde se desempeñan tanto las matemáticas como la filosofía (p. 223).

En esta oportunidad la relación de la filosofía se da desde los inicios, pero es bastante significativo conocer como a lo largo del tiempo, se sigue encontrando dicha relación, es importante mencionar que la matemática, ha sido esencial, hasta para explicar el inicio del mundo, es de esta manera, que se puede ver con gran relevancia el hecho de que el ser humano se forme, aprendiendo cada vez más sobre esta área, en muchos casos los estudiantes justifican con el hecho de que no comprenden la importancia de la matemáticas en las visa, y la misma permite que a diario se resuelvan problemáticas que se presentan en la sociedad.

### **Fundamentación Legal**

La fundamentación legal, dentro del marco referencial de una investigación científica, se enfoca en ubicar y señalar el conjunto de instrumentos de carácter jurídico y legal que sustentan dicha investigación, en tal sentido, Veliz (2012), manifiesta que en la fundamentación legal se debe: “citar artículos y comentarlos o vincularlos con el tema objeto de estudio” (p.20); en tal sentido, el soporte legal de la presente investigación está sustentado en la carta magna del país aprobada en la constituyente de 1991, es decir, la Constitución política de Colombia. En tal eventualidad se tiene en cuenta los artículos que a continuación se detallan:

En el título II Capítulo 1 de los derechos fundamentales en el artículo 27 el cual reza: “El Estado garantiza las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra”.

El Artículo 67 capítulo II de dicha Constitución, referido a los derechos sociales, económicos y culturales, trata lo siguiente:

La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente.

Además de la Constitución Política de Colombia de 1991, existen otro conjunto de soportes legales que sirven de sustento a la investigación, y entre los cuales es de resaltar las siguientes: La Ley general de la educación o ley 115 de febrero 8 de 1994, en la sección tercera, artículo 20, la cual plantea los objetivos de la educación básica y específicamente en los incisos a, b y c; los cuales rezan:

a) Propiciar una formación general mediante el acceso, de manera crítica y creativa, al conocimiento científico, tecnológico, artístico y humanístico y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza, de manera tal que prepare al educando para los niveles superiores del proceso educativo y para su vinculación con la sociedad y el trabajo; b) Desarrollar las habilidades comunicativas para leer, comprender, escribir, escuchar, hablar y expresarse correctamente; c) Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana.

Asimismo, Ley General de Educación 115 de 1994. En su artículo 5 y de conformidad con la Constitución Política de Colombia, en su artículo 67, la educación debe darse bajo los siguientes fines:

- La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

- El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.

- El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.

Por otra parte, la Resolución número 2343 (junio de 1.996). Mediante la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal, teniendo en cuenta los indicadores de logros curriculares para el grado noveno de educación básica en el área de matemáticas.

Se agrega además, los Estándares y Actividad Matemática en el Aula. En donde se ubica los estándares de pensamiento variacional de los grados sexto y séptimo, como referente de este trabajo y se estableció la relación de este con otros estándares del mismo pensamiento y con estándares de otros pensamientos del mismo nivel. El propósito de hacer esto, es identificar las relaciones, entre estándares y tenerlas de referencia a la hora de los diseños, es decir, en una misma propuesta de aula se pueden conjugar y movilizar desempeños y competencias que tienen que ver con varios estándares. Sin embargo, es importante resaltar, que se tendrán en cuenta los estándares para el grado octavo a noveno ya que por los fines de la investigación son acordes.

De igual manera se encuentran los lineamientos de matemáticas (2006) emanados por el Ministerio de Educación Nacional, donde se plasman las orientaciones didácticas a tener en cuenta en el área de matemáticas; dentro de este se aprecian la comprensión del concepto de las operaciones básicas; consideras como la base fundamental para avanzar en otros espacios matemáticos. Así mismo se hace referencia a los estándares básicos de

calidad, los cuales determinan las competencias; los conocimientos que los niños y las niñas deben saber y ser capaces de hacer en los diferentes niveles de la educación.

## **CAPÍTULO III**

### **MARCO METODOLÓGICO**

#### **Naturaleza del Estudio**

La educación como proceso inherente al desarrollo de las habilidades del ser humano, permite la concreción de desarrollo de los sujetos, por esta razón, es necesario considerar su constante dinamización, donde se representan los procesos de investigación, puesto que desde allí, se logran generar conocimientos científicos que son la base para lograr la calidad de la educación, a los efectos, la presente indagación persiguió generar constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, para tal fin, se llevó a cabo una investigación, tal como lo afirma Paz (2012):

La palabra investigar (vocablo que tiene su origen en el latín *investigare*), este verbo se refiere al acto de llevar a cabo estrategias paradescubrir algo. También permite hacer mención al conjunto de actividades de índole intelectual y experimental de carácter sistemático, con la intención de incrementar los conocimientos sobre un determinado asunto (p. 32).

Con respecto a lo anterior, se manifiesta el hecho de que es la investigación una de las vías para lograr el conocimiento; de esta manera, la misma permitió el acercamiento al objeto de estudio, en el caso concreto al desarrollo del pensamiento variacional y como el mismo genera un impacto en el desarrollo educativo; por ello, se asumió la sistematización de la indagación, para lograr evidencias que sirvan de base en la realización de actividades intelectuales, es decir, el carácter científico, subyace de los procesos que se

desarrollan para lograr incrementar el conocimiento acerca del pensamiento variacional.

Para tal fin, es necesario reconocer que para la realización de la investigación con relación al desarrollo del pensamiento variacional, por tal motivo, un paradigma es un modelo a seguir, en este sentido, Wolf (2003) sostiene: “El paradigma interpretativo está relacionado con Investigación Cualitativa, por lo que ambas tienen una característica similar él ser holística, es decir ven al fenómeno como un todo en su contexto, es naturalista, aceptan la verdad del otro” (p. 43). De acuerdo con Wolf, el paradigma interpretativo fue uno de los sustentos de la investigación cualitativa y permitió comprender el fenómeno a estudiar, en este caso, se asumieron aspectos específicos del pensamiento variacional y su aplicación en las aulas de clase.

En correspondencia con el paradigma interpretativo, de acuerdo con los objetivos del estudio, es pertinente asumir la investigación cualitativa, al respecto, Martínez (2002) refiere que la misma:

Implica una posición que coloca el interés directo en el contexto, la función y el significado de los actos humanos, buscando hacer una descripción detallada y específica de los modos de comportamiento de los fenómenos estudiados dentro de un contexto particular (p. 123).

En atención con esta visión paradigmática, la investigación asumió el enfoque de investigación cualitativo con la finalidad de explorar la naturaleza del fenómeno social educativo con la firme intención de comprender dicha realidad en pos de su orientación. Al respecto, Rodríguez, Gil y García (1999), postulan que en el enfoque de investigación cualitativa “los investigadores estudian la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando obtener sentido o de interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas” (p.32). Desde esta visión, se justificó el enfoque cualitativo en la presente investigación, pues permitió al investigador centrar su interés en el entorno natural donde ocurrieron los hechos con la finalidad de encontrar una descripción relevante y propia de las

situaciones que acontecen en torno de concebir constructos teóricos de las prácticas pedagógicas desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria.

En virtud de lo anterior, fue necesario referir que la investigación cualitativa en este caso, se manifestó en función de los significados que se establecieron en razón de las estrategias que se emplearon para el desarrollo del pensamiento variacional, este tipo de indagación se caracterizó por analizar el objeto de estudio, con la finalidad de trascender en la definición del mismo, al respecto, fue imprescindible referir que los fenómenos a estudiar fueron considerados desde el pensamiento variacional.

Dada la naturaleza interpretativa de la investigación, se considera como método el fenomenológico, que según Heidegger (2006) refiere que:

La fenomenología quiere decir pues, (...) permitir ver lo que se muestra por sí mismo, efectivamente por sí mismo. La máxima fenomenológica dice <<a las cosas mismas>>, y se lanza contra la construcción y el cuestionar siempre etéreo de los conceptos, esto es carente ya de fundamento (...) la cuestión sin embargo, es precisamente cuáles son las cosas a las que la filosofía debe volverse si se quiere hacer investigación científica ¿a qué cosas mismas? Por un lado con los pies puestos en el suelo y por el otro recuperar y asegurar ese suelo (p. 104).

Por lo tanto, este método permitió realizar un estudio exhaustivo de los elementos propios de las personas que hicieron vida en el medio educativo, en este caso, los docentes y los estudiantes participantes en las clases de matemáticas en el nivel de secundaria en el contexto escolar colombiano.

En este orden de ideas, fue necesario hacer mención al método fenomenológico a los aportes expuestos por Padrón (2008), que manifiesta que la buena práctica de dicho método en la realidad, se produce cuando el investigadora está en la capacidad de:

...colocar entre paréntesis, todos los factores pre-teóricos e instrumentales que influyan la relación sujeto-objeto, de tal manera que este logre consolidar una verdadera captación de la esencia del objeto, más allá y por encima de sus apariencias de fenómeno (de

ahí el calificativo de Fenomenológico y la expresión reducción fenomenológica) (p. 5).

En correspondencia con lo presentado por el autor en la cita, el investigador por medio del desarrollo de la indagación, tuvo como finalidad hacer un estudio de los elementos desde la óptica de las personas que son tomados en cuenta en la investigación, de esta manera, el objetivo consiste en entender el contexto, las metodologías, las estrategias, las experiencias, entre otros, que llevaron a cabo los participantes del acto educativo, donde la importancia radicó en interpretar lo que estaba sucediendo y por ende comprender el significado que tiene para los docentes y los educandos.

En este sentido, para llevar a cabo el método fenomenológico de manera eficaz, fue preciso que se tomaran en cuenta ciertos pasos que fueron aplicados de acuerdo a la realidad del contexto donde se escenificó la investigación; en esta oportunidad se presentó una temática basada en el establecimiento de las estrategias que se emplearon para el desarrollo del pensamiento variacional. Por lo que se requirió cumplir los siguientes pasos: Hacer todos los preparativos pertinentes previos a la recolección de la información que necesitan de realizar una revisión bibliográfica tomando en cuenta diversas posturas teóricas para definir los criterios pertinentes orientados a la selección de los informantes, donde se necesitó preparar el guion de entrevista ajustado a las ventajas que ofreció el método fenomenológico conjuntamente con el paradigma interpretativo.

Por su parte, en cuanto a la orientación de su finalidad y atendiendo al proceso de recolección de la información, se asume una investigación de campo, permitiendo recabar información en el lugar de los hechos, en este caso, en la institución educativa Colegio Municipal María Concepción Loperena, ubicada en la ciudad de Cúcuta, Norte de Santander, al respecto, la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (2016) señala que la investigación de campo constituye:

El análisis sistemático de problemas de la realidad, con el propósito bien sea de describirlos, interpretarlos, entender su naturaleza y factores constituyentes, explicar sus causas y efectos, o predecir su ocurrencia, haciendo uso de métodos característicos de cualquiera de los paradigmas o enfoques de investigación conocidos (p.16).

En efecto, el investigador debió tener acceso al contexto objeto de estudio y a los sujetos que sirvieron como actores o informantes, los cuales esgrimieron sus testimonios a través de técnicas diseñadas para tal fin; esto permitió una interacción dinámica, basada en un clima de confianza y apertura que coadyuvó a generar información de valía, la cual fue respaldada por la fundamentación teórica. Aunado a lo anterior es preciso abordar a Bavaresco (2013), quien señala que la investigación de campo:

Se realiza en el propio sitio donde se encuentra el objeto de estudio. Ello permite el conocimiento más a fondo del problema por parte del investigador y puede manejar los datos con más seguridad. Así podrá soportarse en estudios exploratorios, descriptivos, experimentales y predictivos (p. 28).

Por tanto, el trabajo de campo permitió al investigador la proximidad al contexto establecido como escenario donde se llevó a cabo el estudio y en donde se pudo interactuar con los informantes a través de las técnicas e instrumentos para recabar la información que conllevó a la conformación de las conclusiones en relación a los objetivos establecidos en el estudio investigativo.

### **Fases de la Investigación**

Con relación a la ejecución de las fases como está estructurada la investigación, se llevaron a cabo un camino metodológico propuesto por Rodríguez, Gil y García (2003), quienes manifiestan para el cumplimiento de la indagación las siguientes etapas:

1. **Fase I:** En dicha etapa se procedió a la planificación y el desarrollo de los objetivos, además de la concepción de los basamentos teóricos y en la selección del enfoque cualitativo
2. **Fase II:** En ella se definieron las técnicas empleadas para la recolección de la información (entrevista semi-estructurada).
3. **Fase III:** Se plasmó la forma cómo el investigador desarrolló los procedimientos para la recolección de la información,
4. **Fase IV:** En esta oportunidad para el devenir de la indagación se procedió a delimitar las categorías generales. Seguidamente, se estableció la codificación.
5. **Fase V:** En la cual se desarrolló en el capítulo cuatro, donde se llevaron a cabo los resultados, contenidos en la contrastación, donde se evidenció el imperioso requerimiento de generar constructos teóricos.

### **Descripción del Escenario**

Para llevar a cabo la investigación, fue necesario tomar como referencia el contexto geográfico, por ello, se seleccionó a la Institución Educativa Colegio Municipal María Concepción Loperena, ubicada en la ciudad de Cúcuta, Norte de Santander; dicha institución, ofrece una educación integral para la paz y la sana convivencia con una propuesta pedagógica y técnica atractiva para el desarrollo de competencias que favorezcan el proyecto de vida de los estudiantes, teniendo como ruta de calidad la excelencia.

Desde su iniciación el Colegio tiene en cuenta la ubicación de sus docentes por especialidad, aspecto que hasta el momento impera y estimula al maestro en su desempeño y mejoramiento. Cuenta con una sede principal ubicada en el barrio Guaimaral de la ciudad de Cúcuta; asimismo, la institución está distribuida en tres sedes que son: Colegio Básico Guaimaral N°25 ubicada en el Barrio Ciudad Jardín, Escuela Domingo Savio ubicada en el Barrio Brisas

del Aeropuerto y Escuela María Ofelia Villamizar Buitrago ubicada en el Barrio Esperanza Martínez.

### **Actores de la investigación**

En relación con los sujetos participantes en la investigación, estos son vinculantes con el contexto con base en el objeto e intención del estudio, cuyos datos dieron un aporte fundamental para la comprensión del hecho educativo que se investigó; es de aclarar que, en el marco del desarrollo de una investigación bajo un enfoque cualitativo, surgió la necesidad de interactuar con los actores o sujetos participantes de la realidad a conocer, relacionados con el escenario o contexto, en pro de obtener información provechosa que permita alcanzar los objetivos del estudio. Sustentando lo anterior, Rodríguez, Gil y García (1999) plantean lo siguiente:

Los informantes, participantes o sujetos de investigación resultan elementos imprescindibles. Ellos aportan la mayor parte de información primaria sobre el problema de investigación. Son las personas a quienes con más frecuencia se observa, pregunta, explícita información por escrito o se le pide documentos. Con ellas se obtiene el grueso de la información que permite al investigador comprender el problema y realizar oportunas interpretaciones (p. 17).

En función de lo expuesto, se infirió que dicha escogencia debió darse de manera cuidadosa lo cual indica que debían ser personas colaboradoras y críticas cuyos hallazgos, evidencias o aportes constituyeron elementos sustanciales para el investigador, logrando así dejar al descubierto hasta lo más mínimo de los elementos, por tal motivo, se seleccionarán cinco (05) docentes que laboran en la institución educativa Colegio Municipal María Concepción Loperena, en el área de matemática, en educación secundaria.

En tal sentido, los informantes clave, fueron seleccionados por el investigador, atendiendo a los siguientes criterios: Pertenecer como docentes activos a la institución mencionada, tener experiencia comprobada como

docentes en el área de matemática, en educación secundaria, disposición de cada uno de los docentes para otorgar la información requerida cuando sea necesario. De acuerdo con los criterios previamente establecidos los docentes quedaron seleccionados de la siguiente manera:

**Cuadro 1.**

Actores de la Investigación

<b>Informante</b>	<b>Sede</b>	<b>Experiencia</b>	<b>Genero</b>	<b>Título académico</b>	<b>Código</b>
01 docente	Principal	20 años	F	Lic. Matemática	DOC1
01 docente	Principal	2 años	M	Lic. Matemática	DOC2
01 docente	Principal	4 años	M	Ing. Mecánico	DOC3
01 docente	Principal	13 años	M	Ing. Químico	DOC4
01 docente	Guaimaral	4 años	F	Lic. Matemática	DOC5

**Procedimiento para la Recolección de la Información**

Un estudio investigativo amerita nutrirse de información que le permita fundamentar su objeto de estudio, cumpliendo con cada proceso del método científico que conllevó a generar conocimientos; para ello, existen técnicas e instrumentos precisos y adaptados a cada realidad, dándole al investigador las herramientas necesarias para acceder a la información requerida de una manera confiable. Para Rodríguez, Gil y García (1999) recoger información es “reducir de modo intencionado y sistemático, mediante el empleo de nuestros sentidos o de un instrumento mediador, la realidad natural y compleja que pretendemos estudiar a una representación o modelo que nos resulte más comprensible y fácil de tratar” (p. 142). En tal sentido, se infiere que los procedimientos para recoger la información son muy variados, sin embargo, para este estudio investigativo se utilizó la entrevista en profundidad.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, entre las técnicas de recolección de la información se encuentra la entrevista semi-estructurada

ya que a través de ella se permitió conocer a fondo el comportamiento del objeto de estudio, dentro de la realidad y de esta forma poderla interpretar y comprender de una manera adecuada; al respecto, Hurtado (2010) señala: “en ella el investigador señala los temas o aspectos en torno a los cuales va a preguntar. Según el grado de estructuración puede tener preguntas ya formuladas, o sólo enunciados temáticos” (p. 155).

Por consiguiente, la investigación condujo a la generación de entrevistas semi-estructuradas, donde se le ofreció a cada uno de los docentes entrevistados, una serie de preguntas iniciales, las cuales solo sirvieron como guías por si en algún momento el entrevistado perdiera de vista las respuestas, éstas permitieron reconducir el testimonio y de esta forma se logró un impacto significativo dentro de la realidad, por medio de la entrevista se pudo reconocer en esencia la forma de pensar y de actuar de los sujetos actores de la investigación, que conllevó a concebir constructos teóricos de las prácticas pedagógicas desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria.

### **Credibilidad y Validez de la Investigación**

Para llevar a cabo estos procedimientos, fue necesario reconocer que el valor de las investigaciones cualitativas es subjetivo, dado el trabajo que se desarrolló con los informantes clave, en la recolección de la información, al respecto, es necesario manifestar el interés por el establecimiento de la validez, al respecto, Kerlinger (1981) de la siguiente manera:

La validez externa trata de verificar si los resultados de un determinado estudio son generalizables más allá de los linderos del mismo. Esto requiere que se dé una homología o, al menos, una analogía entre la muestra (caso estudiado) y el universo al cual se quiere aplicar. Algunos autores se refieren a este tipo de validez con el nombre de validez de contenido, pues la definen como la representatividad o adecuación muestral del contenido que se mide con el contenido del universo del cual es extraída (p. 322).

En virtud de lo anterior, fue necesario que la validez en la presente investigación, se refirió a la concreción del estudio, dada la naturaleza cualitativa, fue imprescindible reconocer que dicha validez se asumió desde la validez de contenido, relacionada con la calidad de los testimonios recolectados, todo ello, permitió asumir que los informantes clave manejaron la información adecuada para lograr los conocimientos científicos necesarios en la generación de constructos teóricos de la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional.

En cuanto a la credibilidad, Guba y Lincoln (1985) expresa que, la misma consiste en:

La credibilidad o valor de verdad, se logra cuando el investigador, a través de observaciones y conversaciones prolongadas con los participantes del estudio, recolecta información que producen hallazgos y luego éstos son reconocidos por los informantes como una verdadera aproximación sobre lo que ellos piensan y sienten. Es el grado o nivel en el cual los resultados de la investigación reflejen una imagen clara y representativa de una realidad o situación dada (p. 12).

En correspondencia con lo citado, la credibilidad permite otorgarle a los resultados que se obtuvieron en la investigación la mayor veracidad posible a partir de las entrevistas emanadas de los informantes clave, debido al conocimiento y a la experiencia que los mismos tienen sobre el objeto de estudio de acuerdo con las vivencias experimentadas en el contexto seleccionado por el investigador.

### **Procesamiento de la Información**

En esta etapa se detalló la búsqueda sistemática y reflexiva de la información obtenida a través de las entrevistas en profundidad y la observación detallada que se aplicará. Para Rodríguez, Gil y García (2003) definen el análisis de la información como "...un conjunto de manipulaciones,

transformaciones, operaciones, reflexiones, comprobaciones que se realizan sobre los datos con el fin de extraer significado relevante en relación a un problema de investigación” (p. 200). Ello implicó, recopilar la información y organizarla en unidades interpretativas manejables, sintetizarla, buscar regularidades entre ellos, descubrir qué fue importante y qué aportaron a la investigación. De allí que, se disgregó la información en esta investigación consistió en reducir, categorizar, clarificar, sintetizar y comparar la respectiva información con el fin de obtener una visión bien completa de la realidad objeto de estudio.

Para la interpretación de la información, se abordó en parte, a las técnicas de categorización recomendadas porque se realizó el proceso de contrastación, en esta fase se relacionaron los resultados del análisis descriptivo de cada unidad de análisis con las demás, así como con los resultados de los autores consultados en el marco teórico referencial, ello permitió una visión real del problema y la derivación de constructos que permitieron en prospectiva generar un orden cognitivo en los sujetos vinculantes para una orientación del fenómeno evidenciado, relacionado con la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria. Para ello, Entre los procedimientos metodológicos disponibles en la metodología cualitativa se destaca la triangulación. La misma, consistió en cruzar la información obtenida a través de los sujetos participantes como informantes claves. Denis y Gutiérrez (2002) expresan:

La triangulación constituye una técnica de validación que consiste en cruzar cualitativamente la información recabada. Su propósito está dirigido a ofrecer la credibilidad de los hallazgos. Puede adoptar varias formas, pero su esencia fundamental es la combinación de dos o más estrategias de investigaciones diferentes en el estudio de las mismas unidades empíricas (p. 21).

De este modo, la triangulación persiguió fundamentalmente contrastar la información para determinar si ésta es auténtica o no, a partir de las similitudes de los análisis de una situación. Su adecuado uso minimizó la

inconsistencia de la información, sin embargo, requirió de habilidad por parte del investigador para garantizar que la comparación de los diferentes puntos de vista conduzca a interpretaciones válidas, por medio de la técnica de la matriz triangular.

## **CAPÍTULO IV**

### **LOS RESULTADOS**

#### **Análisis y Presentación de los Resultados**

La presente indagación está estructurada por distintas etapas que el autor debe ir construyendo y ejecutando de acuerdo a cada una de las exigencias que las constituyen, todo ello con la finalidad de dar respuesta al objetivo general de la investigación que se trata de: Generar constructos teóricos de la práctica pedagógica desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, por lo cual el investigador se encargó de seguir un modelo metodológico minucioso donde realizó la entrevista a cada uno de los informantes clave para luego analizar y poder establecer los resultados.

En este orden de ideas, el investigador se encargó de elegir el siguiente procedimiento de organizar toda la información recabada en las entrevistas, para luego sistematizarlas y seguidamente ejecutar la codificación por medio del software *Atlas.ti*, de las cuales se derivaron las redes semánticas basadas en cada una de las categorías descriptivas y emergentes para continuar con el análisis respectivo de las mismas, con el fin de otorgar respuesta a los siguientes objetivos específicos: Caracterizar las prácticas pedagógicas empleadas en el área de matemática para el desarrollo del pensamiento variacional; Interpretar la presencia de pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria y Develar la importancia de la lúdica en el desarrollo del pensamiento variacional en educación secundaria; y concebir constructos teóricos de las prácticas pedagógicas desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria.

Ahora bien, la ejecución de los resultados es definido por Spradley (2000) “un análisis de datos cualitativos se entiende el proceso mediante el cual se organiza y manipula la información recogida por los investigadores para establecer relaciones, interpretar, extraer significados y conclusiones”(p.70), de allí emergen categorías y subcategorías junto con los principales hallazgos que son analizados e interpretados con el fin de llegar a una conclusión satisfactoria, en el caso de los resultados presentes en esta investigación, se aplicaron entrevistas a los docentes y a los rectores con el fin lograr relacionar los hallazgos y lograr así que emerjan los fundamentos curriculares para la integración de las áreas curriculares desde la perspectiva contextual, es por ello que siguiendo la naturaleza del estudio se procedió a realizar la interpretación de los resultados.

En este sentido, en virtud de establecer un procedimiento metodológico sistematizado es imprescindible confeccionar el diseño de las diferentes categorías resultantes, por lo tanto Rodríguez, Gil y García (2003), manifiestan que: “Es fundamental el análisis de los testimonios, donde se consideran las transformaciones, reflexiones y sistematizaciones, para así darle coherencia a los mismos, es de esta manera como se logra el conocimiento de conceptos y su debida interrelación” (p. 34). Por ende, se requiere que el estudioso pueda desplegar un proceso adaptado a los parámetros exigidos en el paradigma interpretativo, mediante el enfoque cualitativo, con el método fenomenológico, para ello, el escenario lo constituyó la Institución Educativa Colegio Municipal María Concepción Loperena, ubicada en la ciudad de Cúcuta, Norte de Santander.

### **Presentación de las Categorías**

En lo que concierne a la conformación de un proceso metodológico enfocado en lo cualitativo, que se propuso el autor a través de un procedimiento riguroso y detallado durante el desarrollo de la investigación, de

esta manera se procedió al establecimiento de las categorías centrales, descriptivas y emergentes que se desprendieron de la indagación con la finalidad de realizar el análisis de cada una de ellas, que sobrellevará la descripción de las categorías que presentan seguidamente:

- ✓ Prácticas pedagógicas.
- ✓ Pensamiento variacional.
- ✓ Importancia de la lúdica.

En concordancia con las categorías centrales, descriptivas y emergentes instauradas, las cuales poseen gran significancia porque por medio de ellas el investigador logró recoger información relevante para el progreso de la indagación por lo que se aglomeraron e interrelacionaron las categorías anteriormente enunciadas con las unidades hermenéuticas, lo que se desencadenó partiendo de los resultados o de la información hallada de lo proporcionado por los entrevistados, de dicho proceso se desglosan las categorías descriptivas para luego se pueda ejecutar la contrastación final.

### **Categoría Central Prácticas Pedagógicas**

En cuanto a la categoría central denominada prácticas pedagógicas, es importante considerar que en todos los niveles educativos y en cada una de las instituciones del país los docentes tienen el compromiso de optimizar las prácticas pedagógicas durante el desarrollo de las temáticas que enseñan en clase, con el objetivo de que los estudiantes puedan entender los contenidos abordados, al respecto Mantilla (2021) señala que:

Las prácticas pedagógicas enfocadas en la enseñanza de la matemática, siempre deben tener cierta rigurosidad, al aplicar los procesos de la educación, pero es necesario se convierta en una manera más dinámica de poder enseñar y aprender las matemáticas, para ello se requiere de innovar en las aulas de clase y más en la actualidad, es por ello, que la enseñanza de la matemática está enfocada en la búsqueda de nuevas estrategias

con el fin de llegarle al estudiante en una manera más práctica y poder así que comprenda la importancia de la misma (p. 12).

En correspondencia con lo expresado en la cita, los directivos y los docentes en los colegios públicos y privados en el territorio colombiano deben emplear en las planificaciones del área de matemáticas recursos que faciliten a los niños, las niñas y los adolescentes el poder comprender los aprendizajes con la finalidad de que puedan obtener mejores resultados en las pruebas internas y externas que se llevan a cabo en las instituciones educativas. Por ello, se presenta seguidamente el cuadro perteneciente a la categoría central prácticas pedagógicas:

## Cuadro 2.

### Categoría Central Prácticas Pedagógicas.

N°	Código	Categoría Emergente	Categoría Descriptiva	Categoría Central
1	Explicaciones orientaciones	Pensamiento Variacional	Decisión Inicial	Prácticas pedagógicas
2	Abstractas y estáticas			
3	Formula			
4	Indagar			
5	Matemática estática			
6	Matemática dinámica			
7	Necesidades	Dinámica del estudiante		
8	Intereses			
9	Motivaciones			
10	Resultados			
11	Aprendizaje			
12	Contexto de dependencia	Presaberes		
13	Situaciones de la vida real			
14	Conocimientos y habilidades			
15	Diagnosticar el grupo			
16	Información			
17	Fortalezas			
18	Debilidades			
19	Hábitos de pensamiento matemático			
20	Pensamiento variacional	Diagnóstico		
21	Eje Transversal			
22	Entender			
23	Pensamiento variacional			
24	Relaciones entre variables			

25	Una variable depende de la otra		
26	Relaciones lineales		
27	Dependencia lineal		
28	Clase exitosa	Planeación	Acciones docentes
29	Cómo analizan		
30	Qué concluyen		
31	Entendimiento		
32	Plan de área		
33	Secuencias didácticas		
34	Organizar material		
35	Evaluar y retroalimentar		
36	Observación de situaciones reales		
37	Conclusiones		
38	Predicciones		
39	Lectura de algunos textos de investigación	Ciencias de la matemática	
40	Quitar el temor		
41	Reforzando algunos temas		
42	Conceptos matemáticos		
43	Pensamiento variacional		
44	Conocimientos previos		
45	Dificultades de aprendizaje		
46	Programa trabajo		
47	Relaciones existentes entre las variables		
48	Trabajo grupal		
49	Trabajo individual		
50	No verla estática	Formas de ver la matemática	Intencionalidad
51	Matemática dinámica		
52	Enamorarse de la matemática		
53	Datos e información		
54	Propios pensamientos		
55	Pensamiento variacional		
56	Desarrollo del pensamiento variacional	Enseñanza de la matemática	
57	Acercamientos significativos		
58	Comprensión y uso de los conceptos		
59	Procedimiento de las funciones		
60	Sistemas analíticos		
61	Modelación de procesos		
62	Ambiente		
63	Comunique		
64	Explore		
65	Encuentre regularidades		
66	Aprendizaje de las matemáticas	Interés del estudiante	

67	Grandes pedagogos en Colombia		
68	Sensibilidad		
69	Interés por las matemáticas		
70	Puedo aprender		
71	Mediación de las TICs		
72	Estudiante enfocado		
73	Docente mediador		
74	Comprenda la realidad	Relación de	
75	Unas variables inciden en las otras	variables	
76	Valores de una variable		
77	Relaciones entre variables		
78	Tipo de dependencia		
79	Lineal		
80	Cuadrática		
81	Inversa		
82	Directa		
83	Hacer una pregunta	Tipos de	Rendimiento
84	Ejercicios que involucren tablas	estrategias	estudiantil
85	Problemas de secuencia		
86	Valor de una incógnita		
87	Bosquejo gráfico		
88	Lluvia de ideas		
89	Trabajo colaborativo		
90	Estudio de fenómenos de cambio		
91	Variación de la vida cotidiana		
92	Análisis de situaciones		
93	Solución de retos		
94	Bases de las matemáticas	Fortalecimiento	
95	Conceptos	del aprendizaje	
96	Diagnóstico		
97	Ejemplos		
98	Situaciones problema		
99	Tratar de guiarles		
100	Nuevos modelos		
101	Función lineal		
102	Geogebra	Software	Desarrollo del
103	Función Lineal	matemáticos	pensamiento
104	Visualizaciones		
105	Pensamiento variacional		
106	Modelación de situaciones		
107	Planteamiento de situaciones		
108	Implementación de juegos		
109	Polypro		
110	Makecode		

111	Microbit	
112	Fases del pensamiento	Pensamiento matemático
113	Entender	
114	Asimilar	
115	Argumentar	
116	Comprender	
117	Proponer	
118	Competencias básicas	
119	Procesos mentales	
120	Entienda	
121	Solución de problemas	
122	Pensamiento variacional	
123	Entienda a profundidad	
124	Complejo	
125	Contexto	

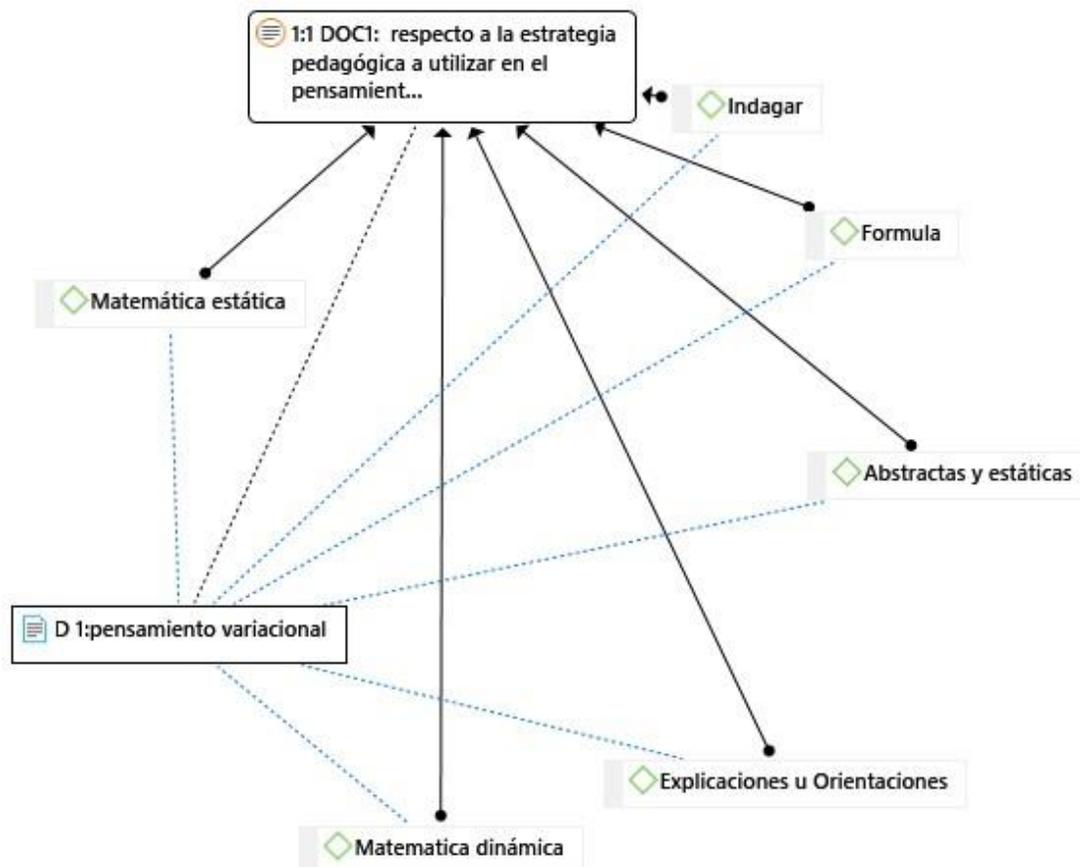
**Fuente:** Lobo (2022).

En referencia al cuadro mostrado con anterioridad, en el mismo se observan las categorías centrales, categorías descriptivas y categorías emergentes que fueron obtenidas de los hallazgos encontrados por el investigador, todo ello con el fin de otorgarle un proceso apropiado debido a que tiene la preponderancia para la correspondiente indagación, por lo tanto consecutivamente se analizarán las categorías descriptivas correspondientes, para ejecutar la respectiva interpretación.

### **Categoría Descriptiva Decisión Inicial**

En lo concerniente a la categoría descriptiva decisión inicial, es imperioso decir que las decisiones iniciales que toman los directivos y los docentes deben estar cimentadas en las conclusiones obtenidas del proyecto educativo y además del diagnóstico ejecutado por cada uno de los profesores en los distintos niveles y aulas de clase de una institución educativa, lo que les permitirá a éstos emplear las mejores prácticas y recursos durante el desarrollo de los contenidos, según Diccionario de la Real Academia Española (DRAE, 2010) la decisión inicial comprende una “Medida, resolución, determinación adoptada en un asunto o también (s/p). Entonces, se requiere que en los colegios los docentes sean responsables de adoptar excelentes decisiones en el marco del beneficio del proceso de enseñanza y aprendizaje.

En este caso, con referencia a la primera categoría emergente denominada pensamiento variacional perteneciente a la categoría descriptiva decisión inicial, se desprende el siguiente gráfico:



**Figura 1. Pensamiento variacional.**

**Fuente:** Lobo (2022).

En tal sentido, en la categoría emergente pensamiento variacional se pueden observar una serie de aspectos propios de un contexto donde se conllevan enseñanzas plasmadas en la asignatura de matemáticas, donde los entrevistados exponen lo siguiente:

***DOC1:**Respecto a la estrategia pedagógica a utilizar en el pensamiento variacional se decide cuando uno se da cuenta que las explicaciones u orientaciones se vuelven muy abstractas y estáticas, si yo propongo por*

*ejemplo una formula y reemplace una variable que resultado le dio, se da uno cuenta que es algo estático, entonces, toca buscar estrategias donde el estudiante pueda indagar acerca de que pasa si la variable aumenta si la variable disminuye, se puede modelar, es muy importante reconocer que esta pasando por la mente de los estudiantes, y tratar de convertir esa matemática estática que estamos acostumbrados en una matemática más dinámica.*

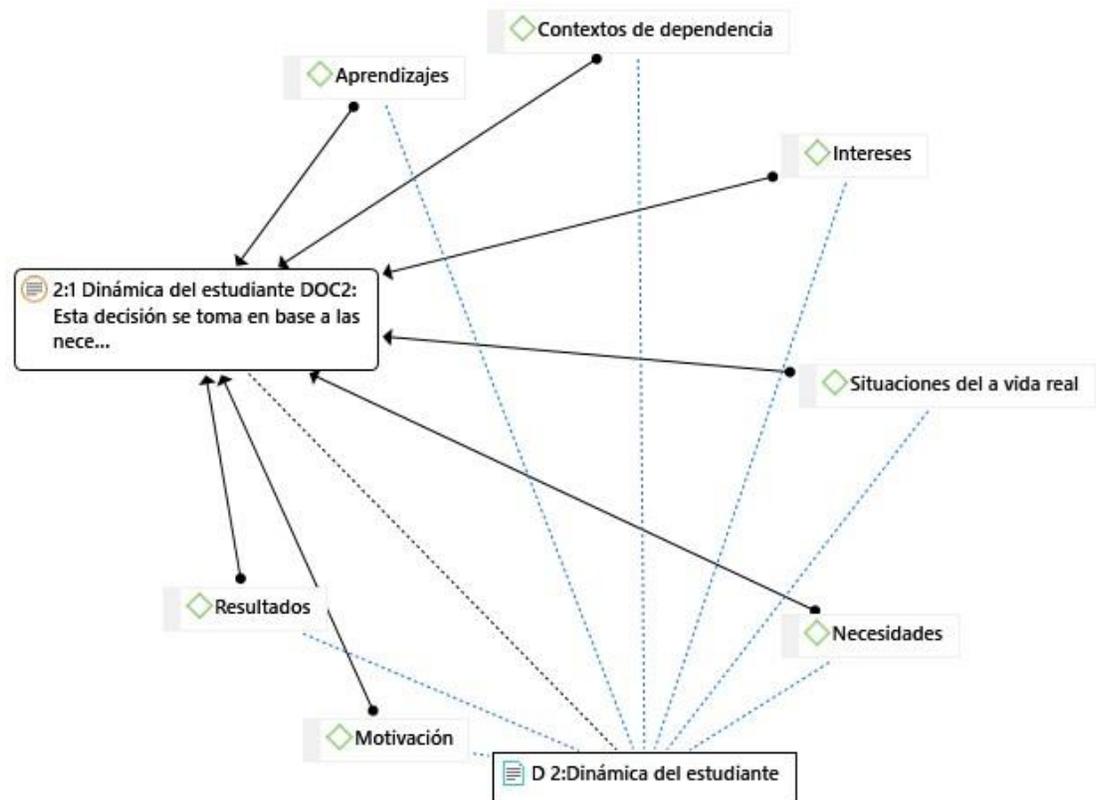
En correspondencia con lo referente al pensamiento variacional en el marco del contexto educativo colombiano, en el documento de los Estándares Básicos de Competencias en Colombia (2006) que fue emanado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Se describe de la siguiente manera:

...este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas (p. 66).

De lo que se puede deducir que, la importancia de lograr que los estudiantes alcancen el entendimiento del concepto de pensamiento variacional por medio de un aprendizaje significativo, logrará que los niños, las niñas y los adolescentes puedan resolver cada uno de los ejercicios y situaciones tanto dentro de los ambientes de clase, así como en los espacios donde se desenvuelven en la cotidianidad, por lo tanto, los docentes deben aplicar las metodologías necesarias para poder conseguirlo.

En razón de lo expuesto, se propone en la misma categoría descriptiva, donde se establece la segunda categoría emergente llamada dinámica del

estudiante, a continuación se presenta la imagen proveniente de los testimonios proporcionados por los informantes:



**Figura 2. Dinámica del estudiante.**

**Fuente:** Lobo (2022).

De esta manera en relación a lo presentado en la imagen anterior, en la categoría emergente dinámica del estudiante se establecen una serie de aspectos en los que se vinculan la motivación, intereses, necesidades, resultados, aprendizaje, contexto de dependencia, conocimientos y habilidades, entre otros, los informantes expresan:

**DOC2:** *Esta decisión se toma en base a las necesidades, intereses y motivación de los estudiantes y también en función de los resultados arrojados en la manera como se están dando los aprendizajes en los educandos.*

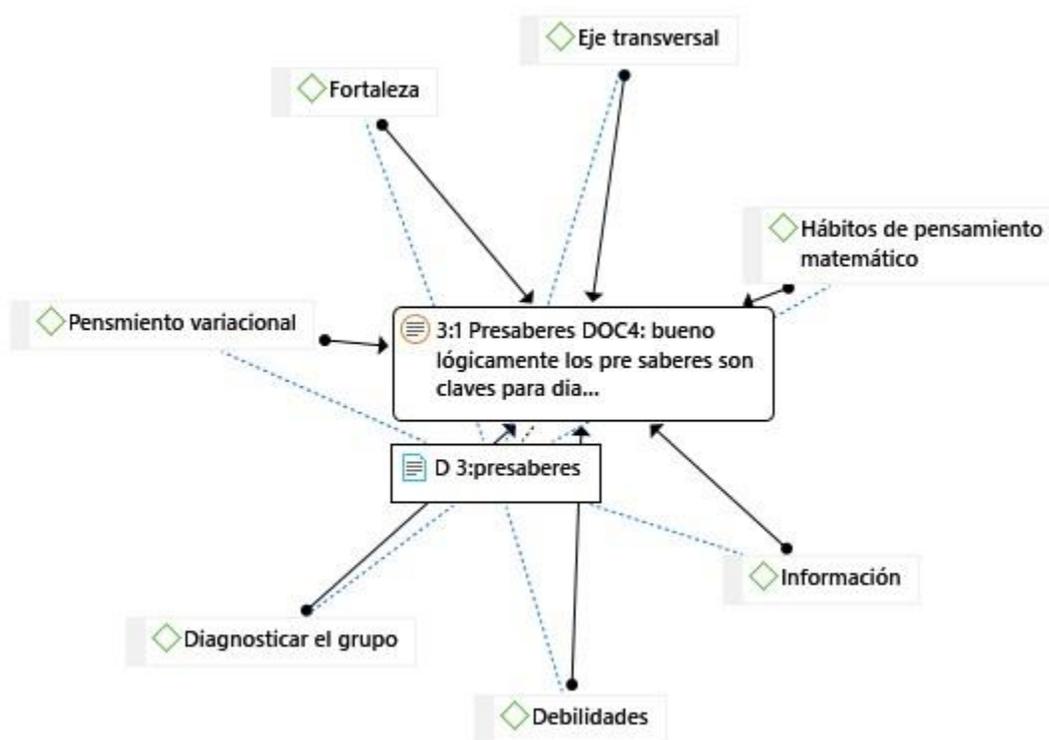
**DOC3:** *Mediante el uso de contextos de dependencia en situaciones de la vida real que conlleven al estudiante a utilizar el conocimiento y las habilidades para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas.*

En lo que respecta a que se pueda plasmar una correspondencia de dinamismo entre los participantes del hecho escolar tanto en el aula de clase como en los diferentes espacios donde los educandos se relacionen con sus compañeros, Contreras (2010) expone:

Los alumnos pueden interactuar, jugar y aprender de diversas formas, lo que fomenta el clima de participación durante las clases. También pueden aprender a distancia y en horarios flexibles, y personalizar sus lecciones según sus necesidades. En cuanto a los docentes, pueden mejorar las herramientas de planificación y enseñanza (p. 61).

En tal sentido, hacer de los contextos escolares sitios donde los docentes puedan alcanzar de forma dinámica que los estudiantes puedan entender las diferentes temáticas que son expuestas en los ambientes de clase, donde los alumnos ejerzan actividades a través del trabajo colaborativo y participativo desarrollando acciones que mantengan la motivación de los educandos.

En este orden de ideas, también en la categoría descriptiva decisión inicial se establece en la tercera categoría emergente denominada presaberes, para lo cual se presenta la gráfica a continuación:



**Figura 3. Presaberes.**  
**Fuente:** Lobo (2022).

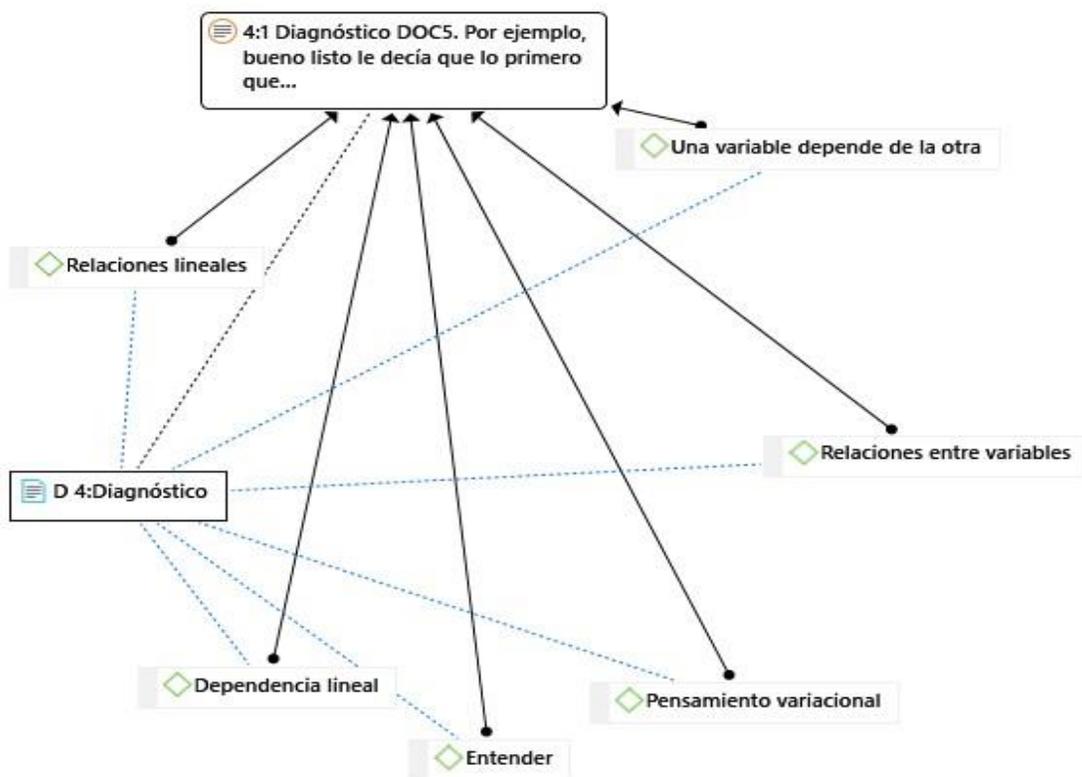
Con respecto a lo observado en la figura precedida, se puede apreciar que desde los puntos de vista de los entrevistados que para una buena ejecución de la enseñanza los profesores necesitan conocer cuáles son los presaberes de los estudiantes, al respecto los informantes señala que:

**DOC4:** *Bueno lógicamente los pre saberes son claves para diagnosticar el grupo, mirar qué información hay en el grupo, qué fortaleza tiene el grupo, que debilidades hay y qué se puede mejorar, se hace básicamente una retroalimentación de las habilidades que hay alrededor del pensamiento matemático. En mi caso particular hacer un diagnóstico de los grados, de la situación, pues empezamos a crear hábitos de pensamiento matemático; sí, porque estamos hablando de pensamiento variacional, para mi concepto muy*

personal es que el pensamiento variacional es el eje transversal de los pensamientos matemáticos.

Para, Miras (1999) la importancia de conocer los presaberes que tienen los educandos, lo demuestra de la siguiente forma: “El alumno construye personalmente un significado (o lo reconstruye desde el punto de vista social) sobre la base de los significados que ha podido construir previamente. Justamente, gracias a esta base, es posible continuar aprendiendo, continuar construyendo nuevos significados” (p. 13). Por ende, es imprescindible que se establezcan prácticas antes, durante y después del desarrollo de las temáticas que permitan establecer cuáles son las ideas y los aprendizajes obtenidos por los alumnos.

De esta manera, en la categoría descriptiva decisión inicial se hace mención a la cuarta categoría emergente llamada diagnóstico, en la que se muestra la siguiente gráfica:



**Figura 4. Diagnóstico.**

**Fuente:** Lobo (2022).

En tal sentido, en la categoría emergente diagnóstico se pueden observar una serie de aspectos propios de un contexto donde los docentes desean conocer los conocimientos previos que poseen los estudiantes, uno de los entrevistados expone lo siguiente:

**DOC5.** *Por ejemplo, bueno listo le decía que lo primero que yo hago es hacer un pequeño diagnóstico con el objetivo de entender cómo están los chicos en pensamiento variacional, ya que les cuesta mucho establecer relaciones entre variables, para ellos es bastante complejo entender cómo una variable depende de la otra; teniendo ese diagnóstico pues yo decido de qué manera voy a abordarlo. Normalmente comienzo trabajando con relaciones lineales de dependencia lineal que son las más simples y que son las que se fortalecen mucho más en el grado octavo que es donde yo estoy trabajando particularmente este año.*

En lo que concierne a la aplicación del diagnóstico por parte del personal que labora en las instituciones educativas en el país, radica en la importancia de tener una concepción clara de la realidad de cada uno de los niños, las niñas y los adolescentes, al respecto Sobrado (2005) muestra que:

El diagnóstico en ambientes educativos y profesionales es un ámbito pedagógico que se caracteriza por realizar un proceso sistemático de recogida constante de información, de valoración y toma de decisiones respecto a una persona o grupo de ellas. Se debe integrar en situaciones de formación en función de factores personales, sociales, curriculares y profesionales en recíproca interacción y su finalidad es la inserción social y ocupacional del sujeto mediante una acción orientadora (p. 1).

La implementación de un diagnóstico de manera responsable por parte de los directivos y de los docentes de los colegios públicos y privados que se encuentran en el territorio colombiano desde los primeros niveles escolares, conllevará a que los profesores no sólo conozcan las fortalezas y debilidades de sus estudiantes en lo educativo, sino también en lo que se refiere a su desempeño en el contexto familiar, en el social y sobre todo en lo personal,

solo así podrá ejercer estrategias para poder formar a los educandos en lo académico y en lo integral.

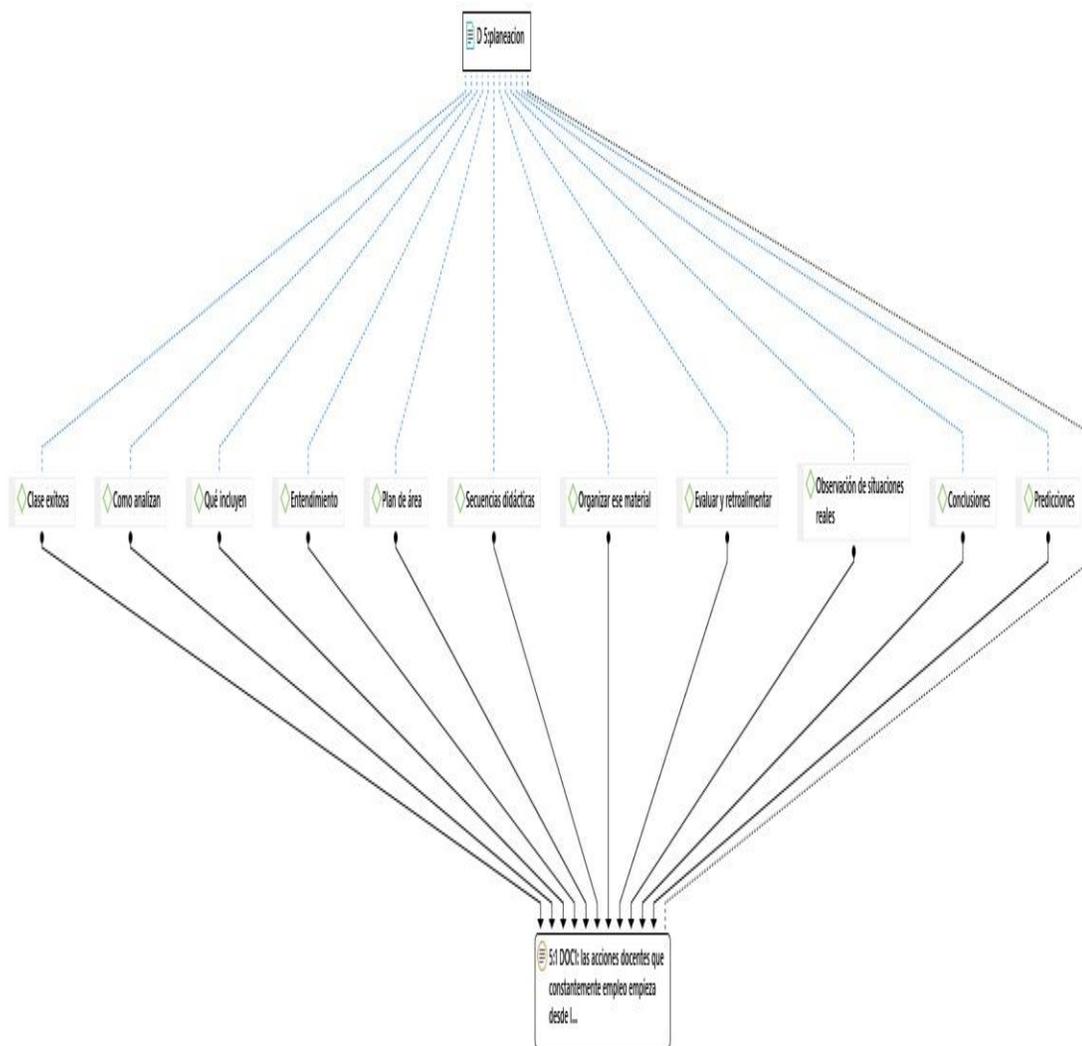
### **Categoría Descriptiva Acciones Docentes**

En la categoría descriptiva acciones docentes, es preciso mencionar que el medio educativo o las actividades que se llevan a cabo en los ambientes escolares, están regidas por las decisiones y posteriores acciones que colocan en práctica cada uno de los docentes en las distintas asignaturas y contenidos que enseñan a los alumnos, por lo tanto éstas se caracterizan por ser uno de los pilares en la formación académica de los educandos, para Vergara (2011) las acciones docentes son dadas por:

Viene motivada por el profesorado por medio de la orientación y de la inducción, tiene como objetivo dar al estudiante herramientas y pistas que le ayuden a desarrollar su propio proceso de aprendizaje, a la vez que atiende sus dudas y necesidades. Ha de procurar el desarrollo de las capacidades: a) Trabajo autónomo del estudiante; b) Planificación del aprendizaje; c) Relación conceptual / redes conceptuales (p. 2).

En razón de lo señalado en la cita por el autor, las acciones docentes deben estar plasmadas en un proceso de planificación preconcebida por el maestro con base en los recursos, los conocimientos y las experiencias que poseen ellos mismos, pero además en la búsqueda de nuevas perspectivas que les permitan mejorar el acto pedagógico, donde a través de estos los estudiantes puedan emprender los valores, los saberes, las habilidades y las destrezas que estos van a emplear en cada una de las clases y a lo largo de toda su existencia.

En la categoría descriptiva acciones docentes se establece la primera categoría emergente denominada planeación, en la que se manifiesta a continuación la imagen correspondiente:



**Figura 5. Planeación.**  
**Fuente:**Lobo (2022).

En correspondencia a lo mostrado en la imagen, la situación generada por la pandemia que se vive en la actualidad, ha incidido de manera directa sobre la educación en todo el territorio nacional, además la forma como los docentes ejecutan en este momento histórico la planeación de las actividades, como lo expresan los informantes al respecto el:

**DOC1:** *Las acciones docentes que constantemente empleo empieza desde la planeación si usted no planea no se puede dar una clase exitosa,*

*esto del pensamiento variacional no es de llegar y vamos a ver que hacemos, lo que se da sobre la marcha es acerca de que piensan los estudiantes, como analizan que concluyen, pero siempre llevándolos al entendimiento.*

**DOC2:** *Revisar el plan de área; planear secuencias didácticas referidas al desarrollo del pensamiento variacional; organizar ese material de acuerdo al orden de las temáticas que se abordan en cada periodo en relación con el desarrollo del pensamiento variacional; Aplicar las secuencias didácticas; Evaluar y retroalimentar el desarrollo de estas secuencias.*

**DOC3:** *Los estudiantes mediante la observación de situaciones reales, registran en tabla sus datos y observaciones para sacar sus conclusiones y poder hacer predicciones.*

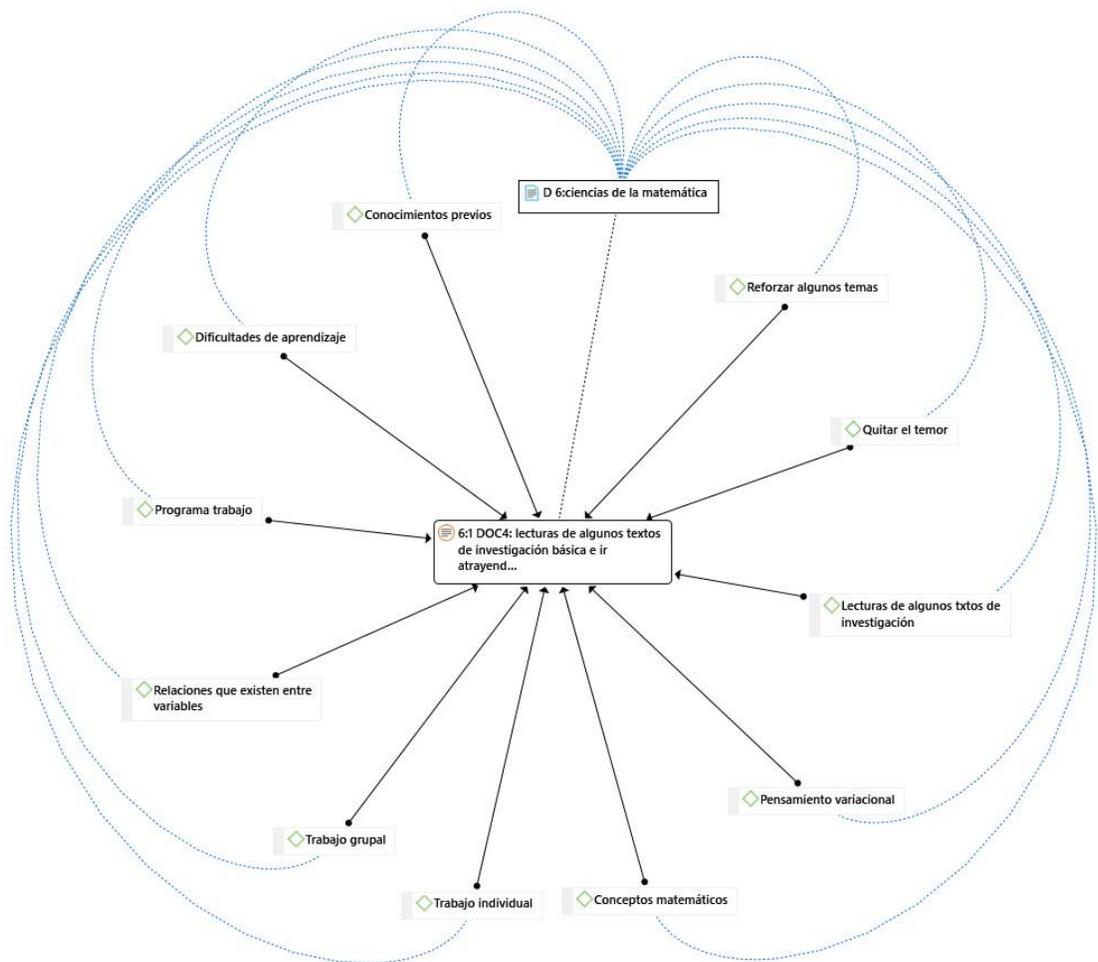
Todas estas consideraciones, ofrecidas por los entrevistados en cada una de las preguntas que fueron realizadas por el investigador, con relación a la planeación del abordaje del proceso de enseñanza y aprendizaje, Azcárate (1998) expresa:

Es pertinente que los docentes conozcan el qué y cómo enseñar atendiendo los componentes conceptual, actitudinal, y procedimental que permitan definir los objetivos de aprendizaje que se desean alcanzar ya que la mayoría trabaja sin preocuparse en crear situaciones formativas que favorezcan la experiencia reflexiva y la participación del colectivo. En función a ello es posible destacar la importancia que genera llevar a cabo con éxito las fases de instrucción como desarrollo de una clase, atendiendo cada momento que lo conforma porque permite estructurar la adecuación de la práctica de la enseñanza, con todo esto es preciso señalar que los docentes de matemática desconocen o no aplican el procedimiento correcto, claramente se evidencia las deficiencias que estos presentan, principalmente en la fase perteneciente al desarrollo de la clase (p.34).

Por tal motivo, entre el personal directivo, coordinadores y docentes de cada institución se deben ejecutar de manera constante reuniones entre todos los profesores con el objetivo de intercambiar experiencias y conocimientos que conlleven a realizar una mejor planeación de las acciones a desarrollar tanto dentro como fuera de los ambientes de clase, por ello cada maestro debe

tener claro cómo va a aplicar cada práctica pedagógica, la cual debe ser preparada tomando en cuenta los tres momentos primero inicio, desarrollo y cierre.

En razón de lo expuesto, se propone en la misma categoría descriptiva, se establece la segunda categoría emergente denominada ciencias de la matemática, a continuación se presenta la imagen proveniente de los testimonios proporcionados por los informantes:



**Figura 6. Ciencias de la Matemática.**  
**Fuente:** Lobo (2022).

De acuerdo a lo precedido, en la categoría emergente ciencias de la matemática se puede observar que se destacan: La lectura de algunos textos de investigación, pensamiento variacional, conceptos matemáticos, conocimientos previos, programa de trabajo, trabajo grupal, trabajo individual, entre otros, lo que se corrobora por los informantes a continuación:

**DOC4:** *Lecturas de algunos textos de investigación básica e ir atrayendo al estudiante, sobre todo a quitar el temor de las ciencias de las matemáticas, reforzando algunos temas de matemáticas, sí algunos conceptos matemáticos reforzarlos en la repetición, pero sobre todo sobre todo a los conceptos matemáticos, mostrar que hay una utilidad de que sirven para algo de que no son conocimientos archivos, es decir lo aprendí, lo memorice, porque uno de los errores que se cometen y que no permiten desarrollar bien o llegar a esa fase de pensamiento variacional expandido es precisamente eso.*

**DOC5:** *He tenido chicos con problemas pero de conocimientos previos y eso realmente no es una discapacidad sino que son dificultades de aprendizaje que se han ido acumulando a través del tiempo y normalmente lo que hago es cuando planeo la clase, programo 10 a 15 minutos de trabajo en el tablero, cómo tratar de explicar las relaciones que existen entre las variables del tema que voy a tratar y a partir de ahí lo que hago es que los chicos ejerciten, hagan un trabajo grupal o trabajo individual, buscando la forma de desarrollar problemas que tengan que ver con pensamiento variacional.*

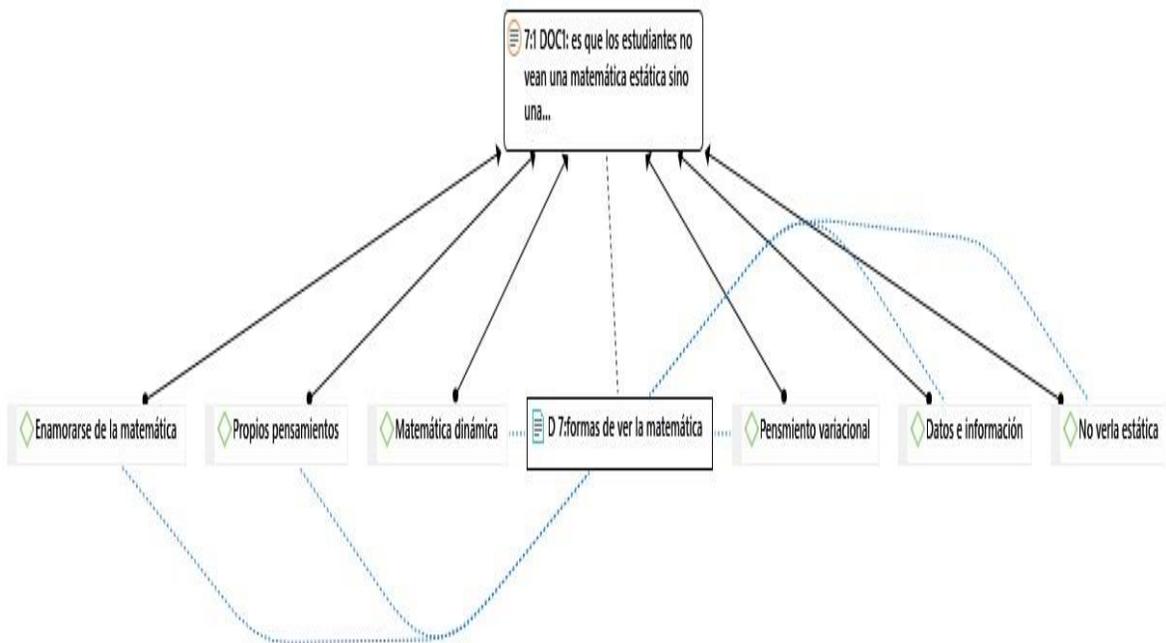
En virtud de lo señalado en la categoría emergente ciencias de la matemática, para Mora, Cedillo, Bravo y Saltos (2018) la matemática como ciencia formal “se encarga del estudio, análisis, relaciones y propiedades de entidades abstractas como son los números, símbolos y figuras geométricas, haciendo uso del razonamiento lógico; en fin, es una ciencia como disciplina y a su vez se divide en dos ramas, como lo son las matemáticas puras y las matemáticas aplicadas” (p. 23). Desde este punto de vista, la matemática desde la perspectiva de la ciencia, tiene como fundamento en el espacio

escolar de lograr que los estudiantes puedan analizar y comprender las temáticas que se abordan en cada una de las clases.

### **Categoría Descriptiva Intencionalidad**

En lo concerniente a la categoría descriptiva intencionalidad, es preciso que en el proceso educativo el personal encargado de impartir los conocimientos a los estudiantes deben tener claro cuál es la intención del proceso de enseñanza, así como cuáles son los recursos y la metodología a seguir para alcanzar el aprendizaje en los alumnos, para ello, tienen que tomar en cuenta los docentes la asignatura que están ofreciendo y la temática a ilustrar, para Pinto (2000) “el buen funcionamiento de toda organización depende, no solo de la claridad de las normas que la rigen y los recursos con que cuenta para desarrollar su labor, sino especialmente de la preparación y el compromiso de las personas vinculadas a ella” (p. 1). Por tanto, los directivos y los docentes tienen la responsabilidad de enfocar el acto educativo con una intención clara.

En este sentido, se manifiesta en dicha categoría descriptiva intencionalidad la primera categoría emergente denominada formas de ver la matemática, en la cual de los testimonios emanados por los informantes se presentan la siguiente imagen:



**Figura 7. Formas de ver la Matemática.**

**Autor:** Lobo (2022).

En cuanto a lo expuesto en la imagen anterior, en la categoría emergente formas de ver la matemática escolar se establecieron una serie de aspectos que se interrelacionan en el trabajo de aula, entre ellos el pensamiento variacional, no verla estática, enamorarse de la matemática, la matemática estática, entre otros, el informante expresa:

**DOC1:** *Es que los estudiantes no vean una matemática estática sino una matemática dinámica y que los estudiantes se enamoren de la matemática que piensen que sucede no solo con los datos e información que uno les da sino que concluyan por sus propios pensamientos que miren mas allá de lo que se pueda observar aplicando ese pensamiento variacional.*

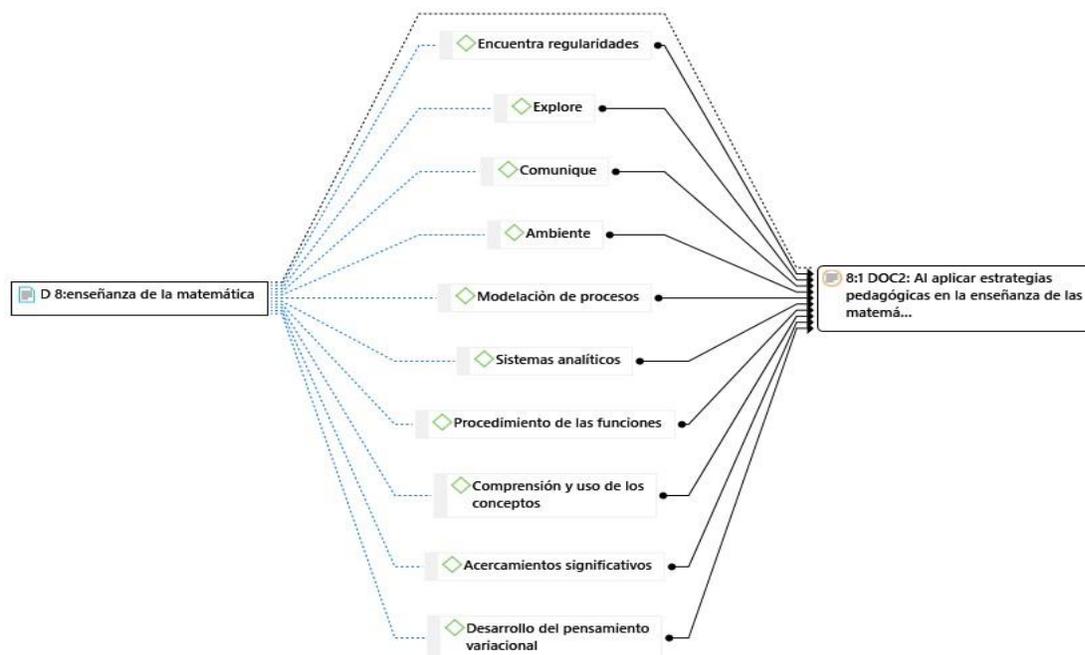
Con respecto a lo señalado por el entrevistado, Coll (2017) manifiesta que:

En la vida diaria, usamos el razonamiento matemático sin darnos cuenta. Probablemente, los primeros matemáticos fueron carpinteros, constructores y agricultores buscando la forma de mejorar su trabajo. Las matemáticas son como una caja de

herramientas: Antes de estudiar las herramientas en detalle, un buen obrero debe saber el propósito de cada una, cuando usarlas, como usarlas y para qué se usan (p.76).

De esta manera, en el desarrollo de la clase de matemática es preponderante conocer la forma como cada uno de los estudiantes ven o perciben la asignatura y los objetivos que son explicados por el docente, además los profesores tiene que plasmar en sus planificaciones la finalidad de sus enseñanzas, las estrategias que empleará para que los estudiantes comprendan los contenidos, y que los niños y las niñas puedan adquirir las habilidades, saberes y destrezas para que luego puedan colocarlas en práctica.

En esta categoría descriptiva intencionalidad se presenta la segunda categoría emergente denominada enseñanza de la matemática, donde se pueden observar en la gráfica las diferentes características originadas por las entrevistas realizadas por los informantes, que están plasmadas en la imagen respectiva:



**Figura 8. Enseñanza de la Matemática.**

**Autor:** Lobo (2022).

Con respecto a lo observado en la imagen precedida, se puede apreciar que desde la óptica de los informantes para una buena ejecución de la enseñanza de la matemática, se requiere de la asistencia y posterior motivación de los educandos en el colegio y en el ambiente de clase, al respecto el entrevistado señala que:

**DOC2:** *Al aplicar estrategias pedagógicas en la enseñanza de las matemáticas, específicamente en relación al desarrollo del pensamiento variacional, el interés es construir distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, como también en la modelación de procesos de la vida cotidiana referidos a la matemáticas y otras disciplinas.*

**DOC3:** *Desarrollar un ambiente donde el estudiante se comunique, explore, comprueba y encuentre regularidades y relaciones entre variables.*

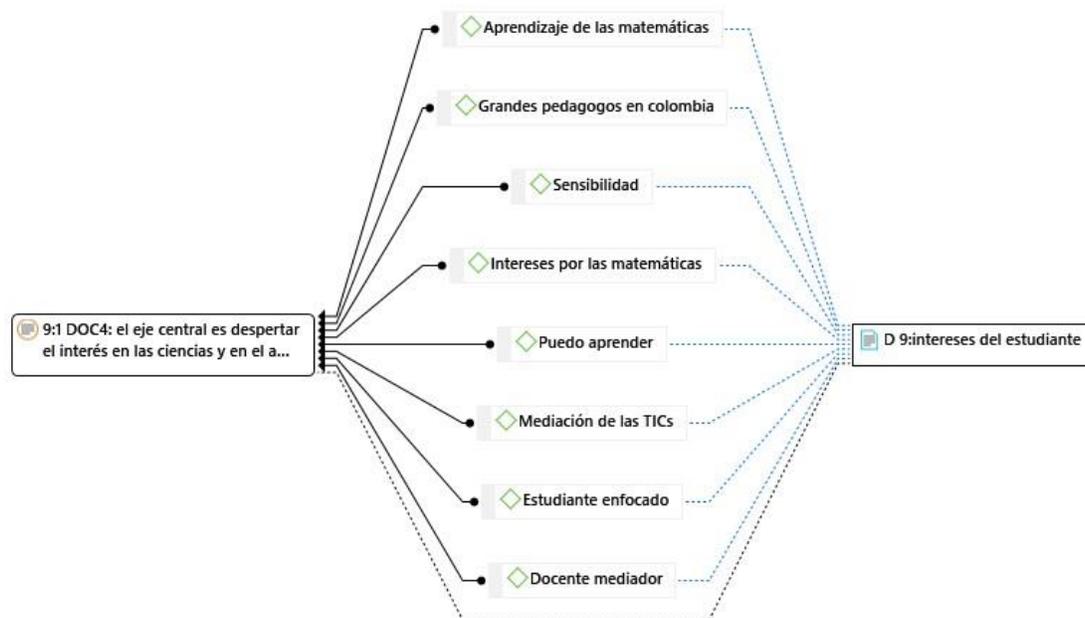
Basándose en la perspectiva de los entrevistados, en el plano escolar es fundamental que se lleven a cabo aspectos que permitan el desarrollo del pensamiento variacional, de manera que los estudiantes puedan hacer uso de los conceptos aprendidos, según Godino (2003) señal que:

Cuando tenemos en cuenta el tipo de matemáticas que queremos enseñar y la forma de llevar a cabo esta enseñanza debemos reflexionar sobre dos fines importantes de esta enseñanza: Que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de las matemáticas en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que las matemáticas han contribuido a su desarrollo. Que los alumnos lleguen a comprender y a valorar el método matemático, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de las matemáticas permite responder, las formas básicas de razonamiento y del trabajo matemático, así como su potencia y limitaciones (p.21).

De modo que, el proceso de enseñanza siempre debe estar enfocado en que los niños, las niñas y los adolescentes puedan entender y aprender sobre la asignatura facilitada, por lo cual partiendo de las experiencias, los conocimientos, y cimentados en las estrategias y los recursos existentes en la

institución los docentes deben velar porque se generen espacios para la reflexión en el aula que sirvan para hacer el medio más dinámico.

En este caso, en la categoría descriptiva intencionalidad, se muestra la categoría emergente llamada interés del estudiante, a continuación se presenta la imagen de la misma:



**Figura 9. Interés del Estudiante.**

**Fuente:** Lobo (2022).

En correspondencia, en lo que respecta a la planeación curricular para la consecución de la optimización de la enseñanza y el aprendizaje, el informante expresa:

**DOC4:** *El eje central es despertar el interés en las ciencias y en el aprendizaje de las matemáticas, muchas teorías de grandes pedagogos en Colombia, no solo en Colombia sino en otros países hablan de que lo primero es la sensibilidad, el interés por la asignatura por las matemáticas, cuando hay ese interés, cuando el estudiante dice yo puedo aprender, no es difícil, no es un mito, no es complicado, yo tengo acceso, yo puedo, cuando el interés se despierta sobre todo en jóvenes de grados menores y cuando hay ese contacto ya hoy en día con la mediación de las tics, en un programa, en*

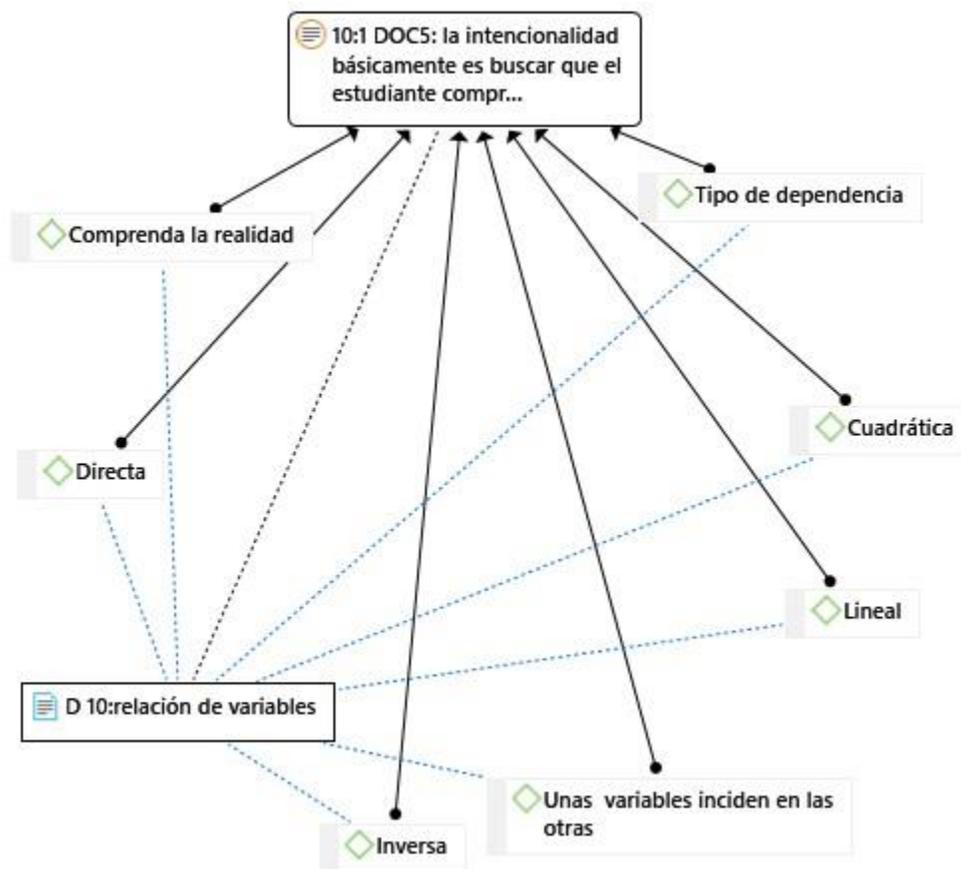
*un fenómeno, en un software, una simulación, cuando despertamos el interés, vamos ganando los docentes porque el estudiante entonces se va enfocando y uno lo va orientando. A la final uno se convierte en un mediador.*

Desde este punto de vista, en el contexto educativo como lo expresa el informante los maestros deben guiarse por los ejemplos y las experiencias de los grandes pedagogos del mundo y de Colombia, donde los docentes se constituyan en seres mediadores del interés y de los aprendizajes que puedan mostrar los alumnos, al respecto el MEN (2012) señala:

Los jóvenes latinoamericanos y por supuesto los colombianos, no muestran capacidades para resolver problemas con algún grado de complejidad y solamente pueden responder problemas simples y utilizando en muchas ocasiones el ensayo y el error para elegir la respuesta, y tampoco demuestran habilidades para resolver problemas de la vida real que involucren el uso de TIC. Estos resultados, disminuyen el interés de los estudiantes y son motivo de preocupación tanto de la sociedad como del Ministerio de Educación y las comunidades educativas, toda vez que invitan a dar una mirada crítica y constructiva a lo que realmente se está enseñando y aprendiendo en las aulas (p.13).

Por consiguiente, las pautas emanadas por el Ministerio de Educación Nacional deben propender a mantener el interés asistir a clases y después por aprender por parte de los estudiantes, pero además es preciso que se planeen situaciones didácticas y pedagógicas que les invite a los educandos a reflexionar de manera continua y que en compañía de sus compañeros y los representantes puedan alcanzar el éxito en el colegio y en la sociedad.

En este sentido, en la categoría descriptiva intencionalidad se manifiesta la categoría emergente relación de variables, para la cual según los testimonios de los informantes se denota el gráfico adjunto:



**Figura 10. Relación de Variables.**

**Fuente:** Lobo (2022).

En atención a lo destacado en la imagen, es imprescindible que para que los estudiantes puedan ejercer una abstracción positiva sobre lo establecido en una variable los mismos tienen que comprender la realidad y saber que una variable depende o incide sobre otra, ante lo cual el informante expresa:

**DOC5:** *La intencionalidad básicamente es buscar que el estudiante comprenda como en la realidad unas variables inciden en otras, básicamente lo que se busca es que el estudiante comprenda como una variable o unos valores de una variable llevan a otros. para poner un ejemplo, si estudiamos*

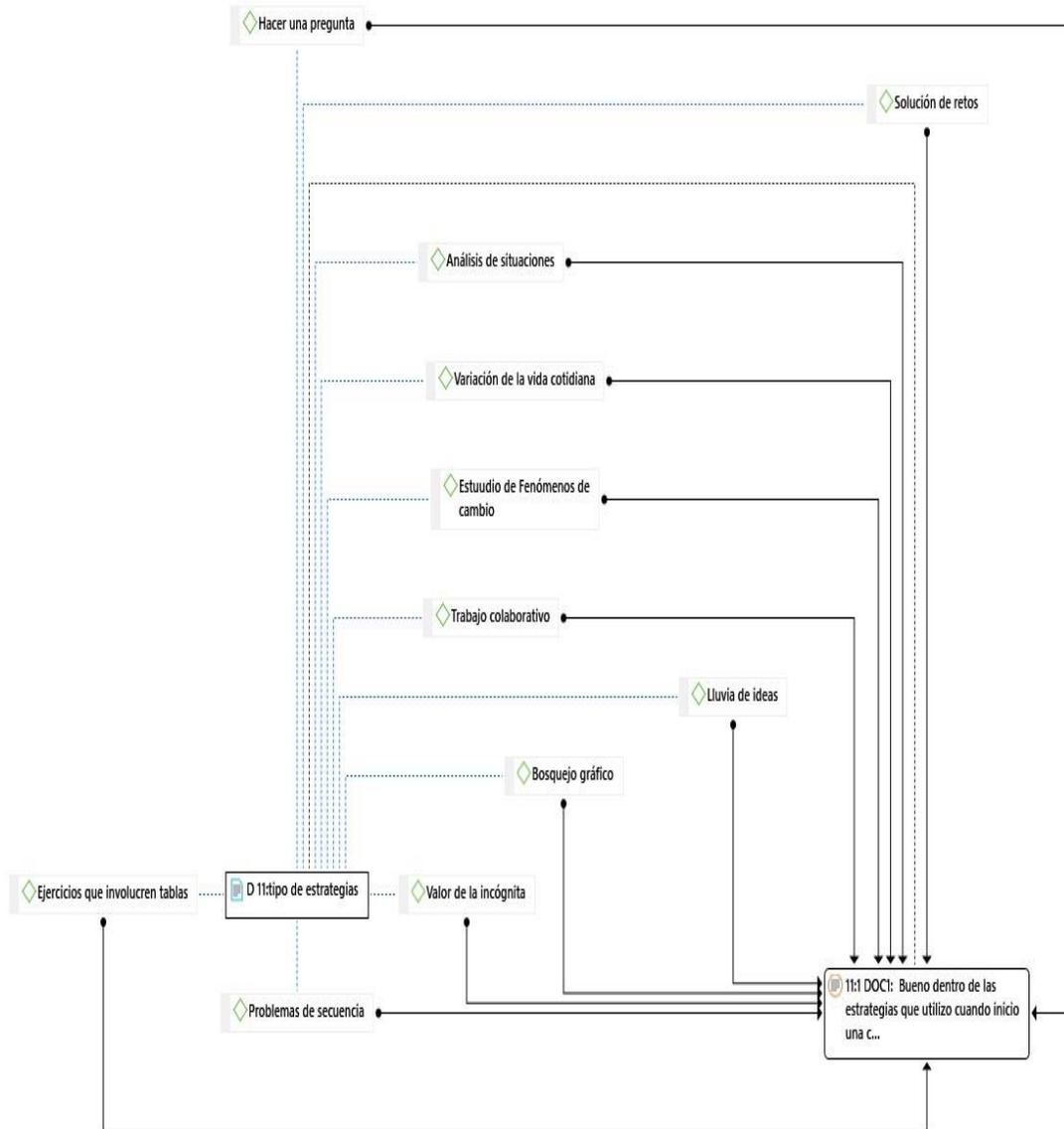
*un problema de velocidad, mirar como la distancia y el tiempo van transformando esa velocidad, entonces la idea es que el estudiante establezca relaciones entre variables, esa dependencia que ellas tienen y el tipo de dependencia que tienen; porque nosotros sabemos que esta dependencia puede ser lineal, puede ser cuadrática, en la lineal, puede ser inversa, puede ser directa entonces básicamente que el chico entienda, como las variables se relacionan y cómo a partir de esa relación una variable transforma a la otra.*

En tal sentido, establecer relaciones entre variables y poder observar como una variable incide en otra de forma positiva o negativa sirve para que los educandos conozcan la significancia que tiene cada uno de estos aspectos para el desarrollo de las matemáticas y de las ciencias exactas, Vintro (2007) “La existencia de una relación entre dos variables conlleva que si la primera cambia, la segunda lo hará también, sea en sentido positivo o negativo. La importancia de este efecto es muy grande”(p. 3) Por ende, el autor señala que cuando se producen relaciones de variables siempre se afectan entre ellas.

### **Categoría Descriptiva Rendimiento Estudiantil**

Con base en la categoría descriptiva rendimiento estudiantil, la misma depende de las actuaciones que lleven a cabo los docentes durante el desarrollo de la enseñanza y de la instrucción dentro y fuera de los ambientes de clase, lo que conllevará a que los niños y las niñas puedan entender las temáticas y posteriormente realizar las pruebas internas y externas con conocimientos que les conduzca a obtener mejores resultados y por ende un sobresaliente rendimiento estudiantil, para García, Fonseca y Concha (2015) las capacidades de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas, trabajo en equipo, emprendimiento, aprendizaje autónomo, formación ciudadana, etc. interpelan los propios procesos intelectuales que asume dicha población (p. 2). Por tal motivo estos aspecto van incidir de forma positiva en el rendimiento de los educandos.

En este sentido, se presenta en la categoría rendimiento estudiantil la primera categoría emergente denominada tipos de estrategias, siendo necesario mostrar la imagen a continuación:



**Figura 11. Tipos de Estrategias.**

**Fuente:** Lobo (2022).

En lo correspondiente a la categoría emergente tipos de estrategias, la misma se presenta como una forma en que primero los docentes y los demás

integrantes del acto pedagógico colocan en práctica las distintas metodologías y estrategias de enseñanza y aprendizaje, al respecto el informante:

**DOC1:** *Bueno dentro de las estrategias que utilizo cuando inicio una clase es hacer una pregunta acerca de que puede pasar si tenemos esto ahora y que pasaría después, les doy ejercicios que involucren tablas, situaciones problemas de secuencias, determinar el valor de una incógnita en problemas de aplicación, en las funciones sin hacer ningún procedimiento que hagan el bosquejo gráfico, que se imaginan, hacia donde se dirige, por donde pasa, como son, todo esto lo ponemos en panel de discusión, aplico lluvia de ideas, trabajo colaborativo, entre otros.*

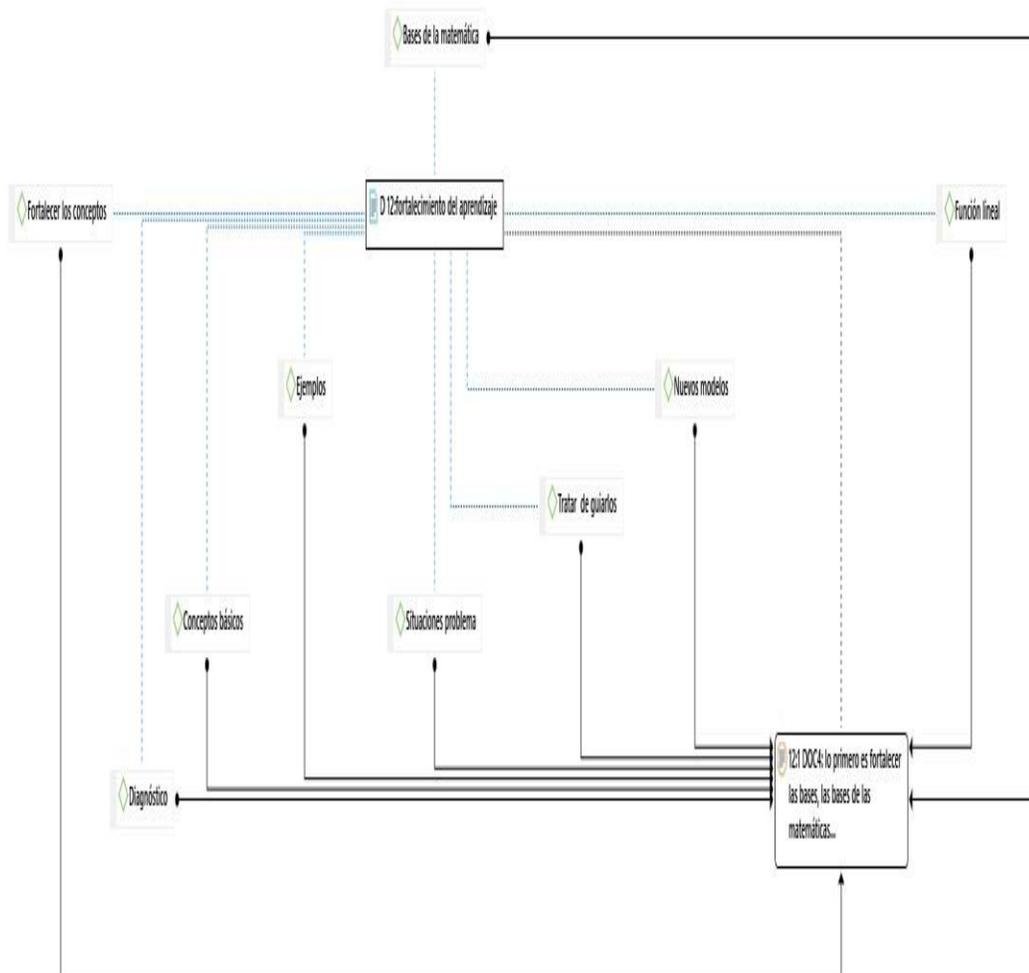
**DOC2:** *Para mejorar el desempeño de los educandos, previamente hay que detectar los aspectos en los cuales presentan falencia y ahondar en estos, enfocando las secuencias o actividades a fortalecer estas dificultades.*

**DOC3:** *Estudio de fenómenos de cambio y variación de la vida diaria; Análisis de situaciones de variación presentadas en diversos formatos; Solución de retos.*

Cabe considerar, que según García, Fonseca y Concha (2015) exponen que “se hace necesario indagar si efectivamente un proceso formativo desarrolla o potencia en sus estudiantes nuevas formas de aprender, o simplemente mantienen similar repertorio de estrategias a lo largo del proceso de formación” (p. 4). Por lo que, se deben hacer evaluaciones continuas en todas las asignaturas de las enseñanzas emitidas por los docentes y de las estrategias que emplean para lograr los saberes en los alumnos. También García, Fonseca y Concha (2015) manifiestan que “Al parecer el tema de indagar la existencia o manejo de un determinado repertorio de estrategias de aprendizaje queda circunscrito a su existencia o inexistencia y en menor medida a determinar si un proceso formativo logra incrementarlas a lo largo de este” (p. 4).

A continuación, en la categoría descriptiva rendimiento estudiantil se establece la segundacategoría emergente denominada fortalecimiento del

aprendizaje, que proviene de las diferentes respuestas realizadas por los informantes, que se observan en la imagen respectiva:



**Figura 12. Fortalecimiento del Aprendizaje.**

**Fuente:** Lobo (2022).

Con base en lo señalado en la figura, en cuanto a la información en ella ejercen influencia una serie de elementos, entre los que destacan lo siguiente: Conceptos, diagnóstico, situación problema, bases de las matemáticas, nuevos modelos, función lineal, entre otros, como lo expresa el informante:

**DOC4:** *Lo primero es fortalecer las bases, las bases de las matemáticas y fortalecer los conceptos, yo primero hago el diagnóstico, del sondeo de qué*

*información hay, hacemos una discusión, presentamos los conceptos básicos. A esos conceptos básicos asociamos unos ejemplos resueltos que explican los conceptos y ya después que miramos algunas actividades que el estudiante pueda resolver sobre todo actividades de calidad no tanto cantidad sino calidad.*

**DOC5:** *Pues yo básicamente lo que hago con los chicos es establecer situaciones problema y tratar de guiarles la forma como deben modelarlas para empezar y a partir de esa guía tratar de que ellos puedan hacerse nuevos modelos a partir de problemas diferentes. Tratar entonces de hacerles entender por ejemplo que una función lineal por ejemplo puede resolver distintas situaciones problemas y como un modelo no es algo particular, sino que es algo más general.*

Desde la perspectiva de los informantes, es esencial mencionar que la enseñanza de las matemáticas consiste en un medio que presenta una gran complejidad, donde para conseguir el fortalecimiento de los aprendizajes los docentes deben plasmar estrategias basadas en los requerimientos los estudiantes, Vasco (2016) expone:

La aplicación de las matemáticas sería como la lluvia bienhechora que cae sobre la tierra. La pedagogía que le corresponde a estediagrama es la de introducir al estudiante en los sistemas conceptuales de las matemáticas más puras y refinadas de la cultura actual, y la de enseñarle luego, a través de problemas y ejercicios, a aplicarla a fenómenos y procesos de la realidad (p. 77).

En concordancia con lo expuesto por el autor, la implementación de buenas metodologías y recursos durante la aplicación de las clases de matemáticas los profesores tienen que buscar sincronizar con las herramientas de enseñanza que va a utilizar para obtener como resultado en sus estudiantes un aprendizaje significativo.

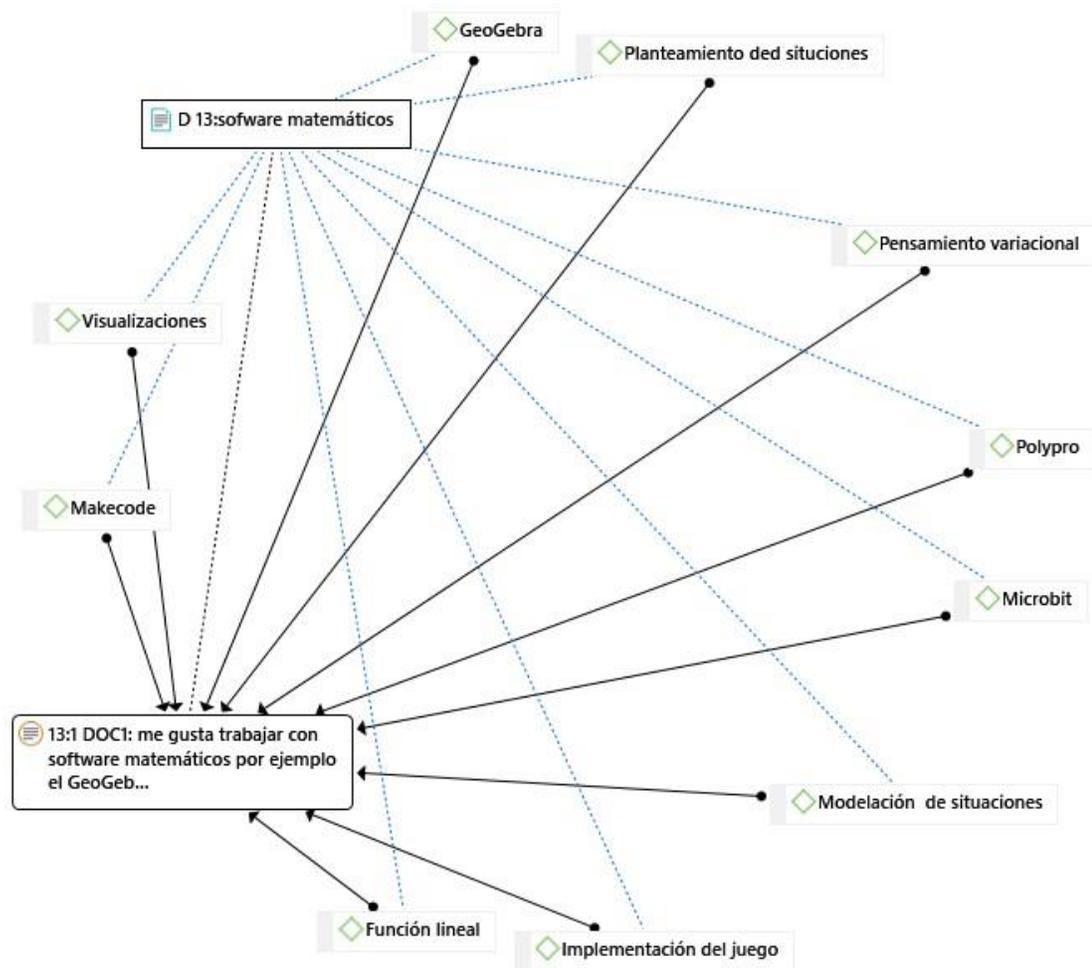
### **Categoría Descriptiva Desarrollo del Pensamiento.**

Para los seres humanos es imprescindible que desde temprana edad los y las niñas puedan ir adquiriendo los conocimientos para que logren desarrollar sus pensamientos, para ello, es esencial que los padres y/o acudientes en compañía de todo el núcleo familiar le faciliten todos los medios requeridos para que los infantes consigan crear ideas y pensamientos de manera constante ante cada una de las realidades o contextos a los que se enfrentan en su cotidianidad, al respecto Jara (2012) manifiesta que:

No podemos dudar que este se desarrolla a través de la lectura y el conocimiento previo, dependiendo del grado de reflexión que una persona tenga. El pensamiento en sí es el resultado de la acción del pensar en base a lo que se ve, se conoce y se siente. Es imposible conocer el pensamiento mientras este no se produzca a través del lenguaje, que es su medio de expresión (p. 1).

Por lo que, se deben promover en los niños y las niñas en el hogar y en los colegios espacios y momentos de lectura, donde se comience por incentivarlos con textos infantiles que a través de la recreación y de las imágenes ellos se vayan identificando y enamorando del acto de leer, lo que les permitirá concebir nuevos pensamientos producto de las ideas plasmadas por los autores en los libros, situación que los docentes tienen que aprovechar para que entre compañeros de clase se puedan intercambiar sus formas de ver el mundo.

A tal efecto, en la misma categoría descriptiva desarrollo del pensamiento se destaca la primera categoría emergente llamada software matemático, de la que se deriva la siguiente imagen:



**Figura 13. Software Matemático.**

**Fuente:** Lobo (2022).

En razón de lo señalado, es preciso crear situaciones que permitan dentro de las familias, en los colegios y en las comunidades las personas puedan conocer y aplicar las tecnologías de la información y la comunicación que le conducirá a hacer uso de los software educativos, en los hogares y en las escuelas, el entrevistado expone que:

**DOC1:** *me gusta trabajar con software matemáticos por ejemplo el GeoGebra es excelente para desarrollar este pensamiento, si estamos viendo funciones se puede revisar que sucede si se amplia por ejemplo en una función lineal  $y=mx+b$ , que sucede si aumenta  $b$ , que sucede si disminuimos  $b$ , que*

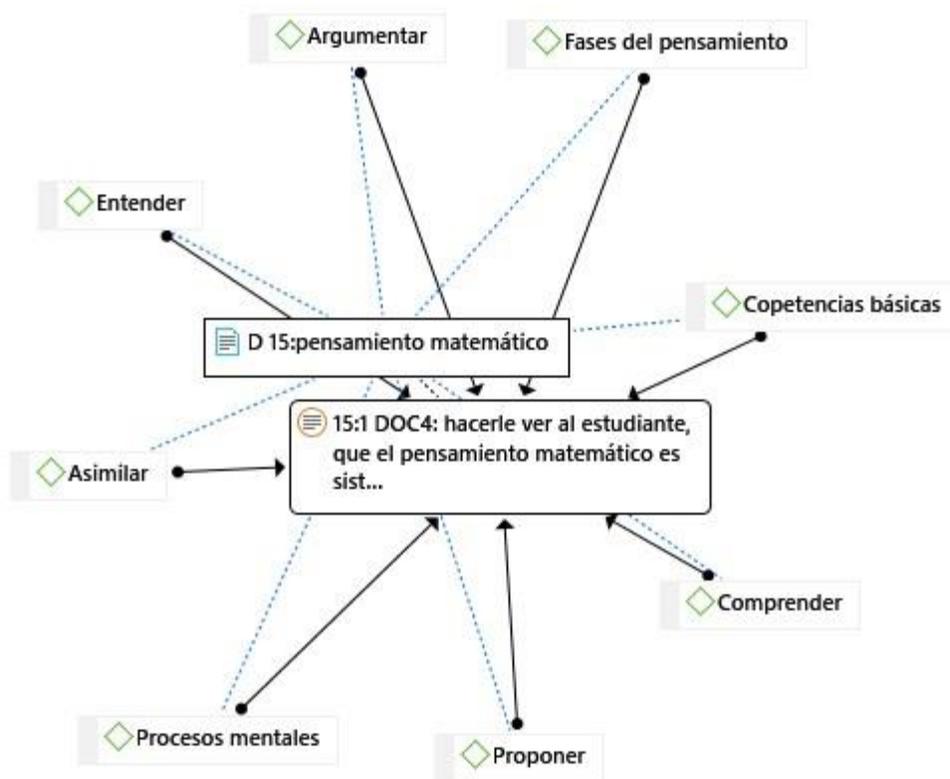
*representa, y al mover la pendiente que esta sucediendo. Con estas visualizaciones con software especializados para matemáticas dinámicas de desarrolla el pensamiento variacional.*

**DOC2:**-*Modelación de situaciones reales que involucren funciones: Planteamiento de situaciones problemas asociadas al cambio y la variación; Implementación de juegos donde implique el desarrollo de este pensamiento;*

**DOC3:***Estudio de patrones y manejo de programas (Geogebra, polypro, etc) y lenguajes de programación Makecode para uso de la Microbit.*

Todas estas consideraciones emanadas por los entrevistados, se conjugan en el empleo de los software en la enseñanza de las matemáticas desde los primeros niveles de estudio, donde se presentan una serie de software como lo son: Geogebra, polypro, microbit y makecode, según Farci y Ruíz (2007), este tipo de recursos tecnológicos son definidos como “Un sistema que combina medios de texto, gráficos, animación, música, voz y video; que mejora la comunicación y que usa más de un medio para presentar información” (p. 3). De este modo, éstos se convierten en una alternativa para mejorar los entornos de enseñanza y aprendizaje tanto en las aulas de clase como en el seguimiento que pueden ejercer los docentes desde sus hogares en tiempos de pandemia.

De modo que, en la categoría descriptiva desarrollo del pensamiento se destaca la segunda categoría emergente llamada pensamiento matemático, en la que se presenta la correspondiente figura:



**Figura 14. Pensamiento Matemático.**

**Fuente:** Lobo (2022).

En razón de lo señalado en la gráfica expuesta, conseguir que en los espacios escolares se pueda enseñar cómo generar y mantener el entendimiento a través del desarrollo del pensamiento matemático constituye un compromiso para los docentes y los rectores, por tanto el informante:

**DOC4:** *Hacerle ver al estudiante, que el pensamiento matemático es sistémico, existen fases de ese pensamiento y no hacer mucho énfasis que si tenemos muy buena memoria podemos ser exitosos, NO, muchas veces hay que ir allá, tratar de que el estudiante logre entender, asimilar y logre argumentar, logre comprender y logre proponer también, entonces si yo en esas competencias básicas las puedo llevar a que sean propositivas en matemáticas yo creo que hemos logrado avanzar en los procesos mentales del área y no solamente utilizar la ecuación resolvió y ya pero ningún análisis, ninguna interpretación, ninguna proyección de los resultados, ni una*

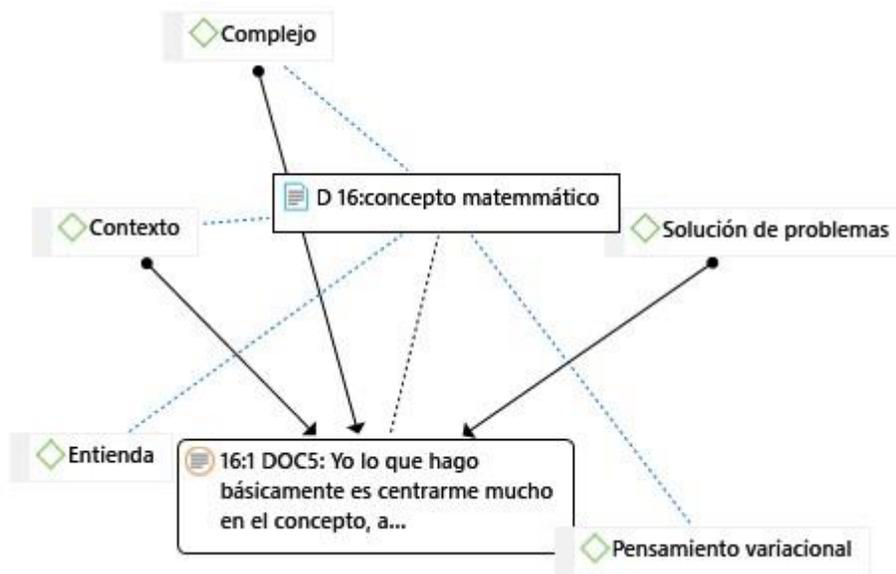
*inferencia, vamos a ver si podemos proponer porque igualmente con las pruebas en Colombia están diseñadas para que el estudiante también aparte de argumentar.*

Desde esta perspectiva, los docentes tienen la responsabilidad de conseguir que los niños, las niñas y los adolescentes puedan desarrollar el pensamiento matemático, a través de actividades que les invite a comprender, argumentar, reflexionar, proponer, hacer abstracción, contrastar, las temáticas enseñadas en clase, Jara (2012) señala:

Al estar conscientes de que el cerebro del ser humano se lo utiliza en forma limitada, el objetivo es reflexionar de qué manera se produce el pensamiento matemático, cuáles son los factores que impulsan su desarrollo y cómo llegar al pensamiento crítico. No se puede ignorar que el pensamiento es una necesidad del ser humano no solamente en la exigencia académica e intelectual, sino en la toma de decisiones, en la realidad socioeconómica y política de su entorno, así como en el diario accionar dentro un mundo globalizado como el que vivimos (p. 2).

Desde este planteamiento, en el plano escolar los coordinadores y los profesores deben primero buscar la manera de mejorar las estrategias pedagógicas para alcanzar que en los centros de enseñanza no se les limite la capacidad de pensar y de concebir las diferentes temáticas a los estudiantes, es decir, que los docentes puedan establecer de manera frecuente nuevas formas de facilitarles los aprendizajes.

En razón de lo precedido, se propone en la misma categoría descriptiva desarrollo del pensamiento donde se establece en la segunda categoría emergente denominada concepto matemático, a continuación se presenta la imagen proveniente de los testimonios proporcionados por los informantes:



**Figura 15. Concepto Matemático.**

**Fuente:**Lobo (2022).

De acuerdo a lo expuesto, en la categoría emergente concepto matemático se puede observar una serie de situaciones como: Pensamiento variacional, complejo, contexto, entienda, solución de problemas y entienda a profundidad, lo que señala el informante a continuación:

**DOC5:** *Yo lo que hago básicamente es centrarme mucho en el concepto, a mí me gusta mucho centrarme en el concepto, que el estudiante entienda el concepto para que a partir del concepto él pueda luego buscar esas ideas y llevarlas a la solución de problemas, no solamente de pensamiento variacional sino a otras situaciones matemáticas. Centrarme que el estudiante entienda a profundidad el concepto y a partir de ese entendimiento, pues el estudiante pueda resolver problemas. En el entendimiento de este concepto hay un problema grave que es la falta de comprensión lectora del estudiante, básicamente el estudiante no comprende un concepto, no porque ese concepto como tal sea muy complejo sino porque realmente muchas veces no conoce las palabras, lee sin hacer las pausas correctas y entonces todo eso*

*hace que el contexto no quede bien fijado y al no haber una fijación del concepto y una comprensión de él, pues no se puede aplicar.*

Por lo que, para Piaget, una forma de concebir “el concepto matemático se deriva de la coordinación de las acciones que realizan el sujeto con los objetos, que los niños van construyendo al relacionar las experiencias obtenidas” (p. 1). De lo que se puede deducir que, en los ambientes de clase los profesores tienen el compromiso de hacer que los educandos puedan a través de las diferentes acciones y actividades que se llevan a cabo en cada temática, establecer y formular la conceptualización sobre los contenidos y después poder manifestarlo en las pruebas ejecutadas por los maestros y en la realidad que experimentan día a día los alumnos.

### **Categoría Pensamiento Variacional**

El pensamiento variacional, lo constituye uno de los aspectos que favorece el desarrollo humano, y que incide de manera favorable en el desarrollo integral de la personalidad, en este sentido, es necesario referir lo señalado por el MEN (2006) respecto a la definición del mismo, para ello, es necesario considerar lo siguiente:

El reconocimiento, la percepción, identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación, y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (p. 73).

De acuerdo con lo anterior, es necesario referir como el pensamiento variacional, se asume desde diferentes características, en este caso se manifiesta como uno de los procesos en los cuales se reflejan los intereses que son la base en el desarrollo de sistemas de modelación y de representación, con atención en ello, se reflejan las competencias que subyacen desde los registros simbólicos, como uno de los procesos que se

orientan de manera didáctica en el contexto de estudio, para ello, es pertinente plantear la siguiente sistematización:

### Cuadro 3.

#### Categoría Central Pensamiento Variacional

N°	Código	Categoría Emergente	Categoría Descriptiva	Categoría Central
1	Indaga	Actuación del estudiante	Reconocimiento	Pensamiento Variacional
2	Expresa			
3	Percepción			
4	Graficar la variación			
5	Identificar patrones			
6	Patrones o secuencias			
7	Procedimiento, algoritmo o fórmula			
8	Forma como cambia			
9	Aumenta o disminuye			
10	Formulación			
11	Visualización			
12	Situaciones problemáticas			
13	Fenómeno en particular			
14	Conceptos matemáticos			
15	Operacionalización de variables			
16	El ejercicio así lo amerita			
17	Calcular una ecuación			
18	Función de algunas variables			
19	Variable dependiente e independiente			
20	Establecer relaciones	Capacidades del estudiante		
21	Dependiendo una de la otra			
22	Preguntas			
23	Identificar situaciones			
24	Formulación de problemas			
25	Construya el modelo			
26	Encontrar valores			
27	Fase de inicio			
28	Pregunta problematizadora			
29	Descubrir cuál es la percepción			
30	Forma de pensar dinámicamente			
31	Producción mental			
32	Apropiación del lenguaje			

33	Comprensión		
34	Solución de la situación problemática		
35	Esquematizar los objetivos	Fuente de error	
36	Pensamiento variacional		
37	Condiciones		
38	Interacción de variables		
39	Solución a un problema		
40	Bien delimitado		
41	Forma directa		
42	Imagen mental		
43	Pensamiento menos concreto		
44	Comportamientos	Variables	Identificación
45	Estrategias adecuadas		
46	Pensamiento matemático		
47	Alcance claro de las competencias		
48	Argumentar sobre una cuestión		
49	Relación entre variables		
50	Ecuación		
51	Construcción gráfica		
52	Contextos reales	La matemática en el mundo real	Modelación matemática
53	Trabajos de campo		
54	Pandemia		
55	Gráficas		
56	Lenguajes matemático		
57	Desarrollo del pensamiento variacional		
58	Comprender una situación		
59	Confirmar una solución		
60	Esquematizando		
61	Formulando		
62	Visualizando		
63	Método de prueba y error	Método científico	
64	Seguimiento		
65	Interpretación rigurosa		
66	Etapas de modelación		
67	Identificar las variables		
68	Interacción de variables		
69	Investigaciones de tipo cuantitativo		
70	Habiendo identificado	Conocimiento del estudiante	
71	Variables involucradas		
72	Ecuación matemática		
73	Modelos lineales		
74	Relación entre variables		
75	Aplicar a ese problema		
76	Cantidades de longitud	Matemática	

77	Pensamiento variacional		Relación entre cantidades de magnitud
78	Sistema métrico		
79	Procesos de medición		
80	Elaboración de registros		
81	Cambian las medidas		
82	Magnitudes asociadas a los objetos		
83	Patrón multiplicativo		
84	Comparación		
85	Saber identificar	Unidades de medición	
86	Magnitudes y unidades		
87	Medidas de longitud		
88	Magnitudes de energía		
89	Unidades fundamentales		
90	Sistemas de medición		
91	Factores de conversión		
92	Representación de unidades		
93	Unidades lineales		
94	Columna vertebral	El concepto matemático	
95	Establecer relaciones entre magnitudes		
96	Comprender a cabalidad		
97	Relación entre variables		
98	Establecer el modelo		
99	Establecer predicciones		

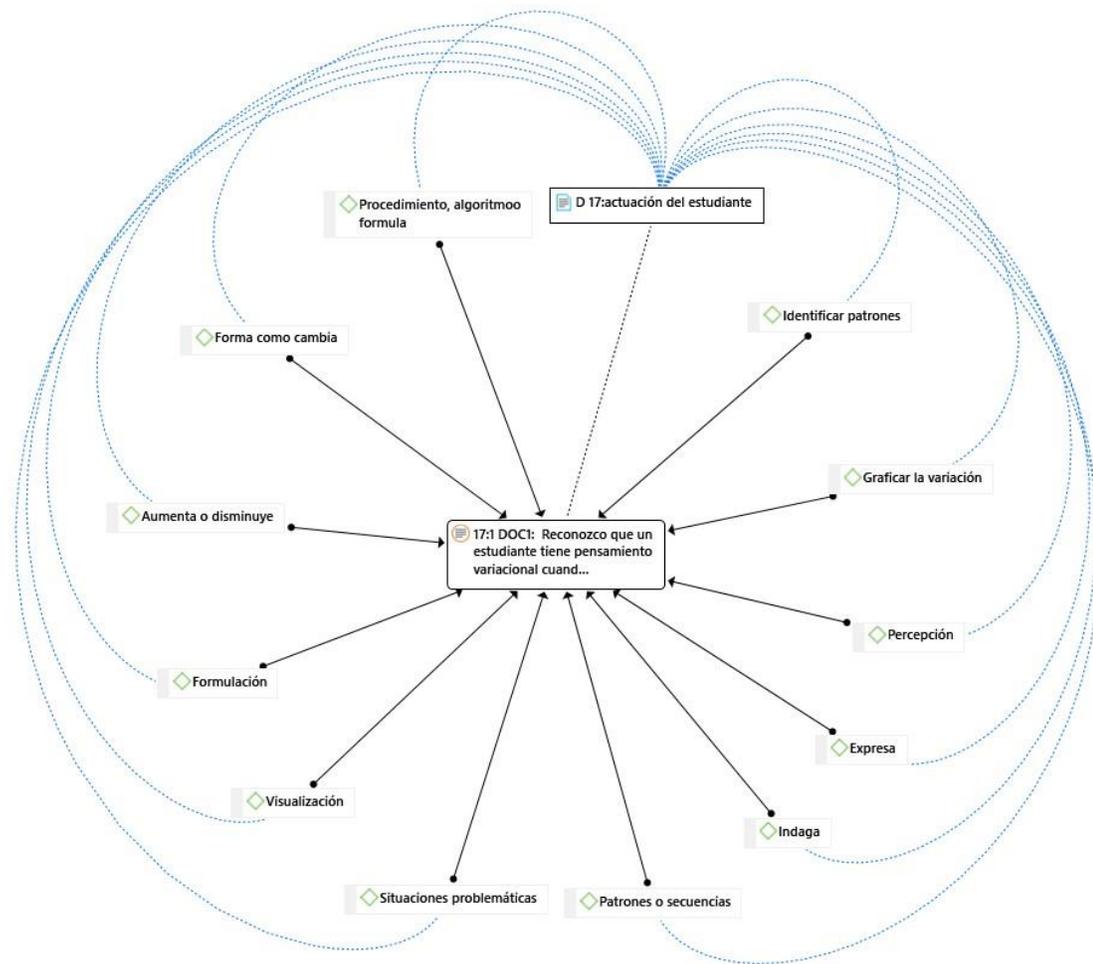
**Fuente:** Lobo (2022)

De acuerdo con las apreciaciones previamente referidas, es necesario establecer que en esta categoría central, se presentan una serie de evidencias que son la base en función de comprender el comportamiento del pensamiento variacional:

### **Categoría Descriptiva Reconocimiento**

El reconocimiento, es una de las competencias que se encuentran asociadas al pensamiento variacional, para ello, es necesario que los estudiantes incorporen la misma en función de desarrollar procesos de investigación en los cuales se fomenta el desarrollo de una apreciación de la realidad, por ello, Vasco (2006) sostiene que la capacidad de reconocimiento en el pensamiento variacional: “va más allá de las interpretaciones clásicas del

álgebra, en esesentido, proporciona algunas ideas sobre lo que se puede entenderpor este tipo de pensamiento” (p. 11), de esta manera, se establece como ese reconocimiento va de la mano con la capacidad de comprensión de una realidad determinada, para ello, es necesario adentrarse en la categoría emergente **actuación del estudiante**, en la cual, se ha establecido la siguiente red semántica:



**Figura 16. Actuación del Estudiante**

**Fuente:** Lobo (2022)

La actuación del estudiante, con énfasis en el pensamiento variacional, integra en su haber, situaciones definidas por: indaga, expresa, percepción, graficar la variación, identificar patrones, patrones o secuencias,

procedimiento, algoritmo o fórmula, forma como cambia, argumenta o disminuye, formulación visualización, situaciones problemáticas, estos códigos han emergido de los siguientes testimonios:

**DOC1:** *Reconozco que un estudiante tiene pensamiento variacional cuando el indaga y expresa que sucede al cambiar, transformar, ampliar, disminuir, es decir, la percepción que este tiene al enfrentarse en una situación planteada. El estudiante se reconoce por que puede expresar y graficar la variación y el cambio, también, puede representarlo algebraicamente.*

**DOC2:** *-Cuando poseen la habilidad de identificar patrones y secuencias. -Cuando demuestran esa capacidad para reproducirlo esos patrones o secuencias por medio de un cierto procedimiento, algoritmo o fórmula. - Cuando el estudiante analiza la forma como cambia, aumenta o disminuye la forma o el valor en una secuencia o sucesión de figuras, números o letras.*

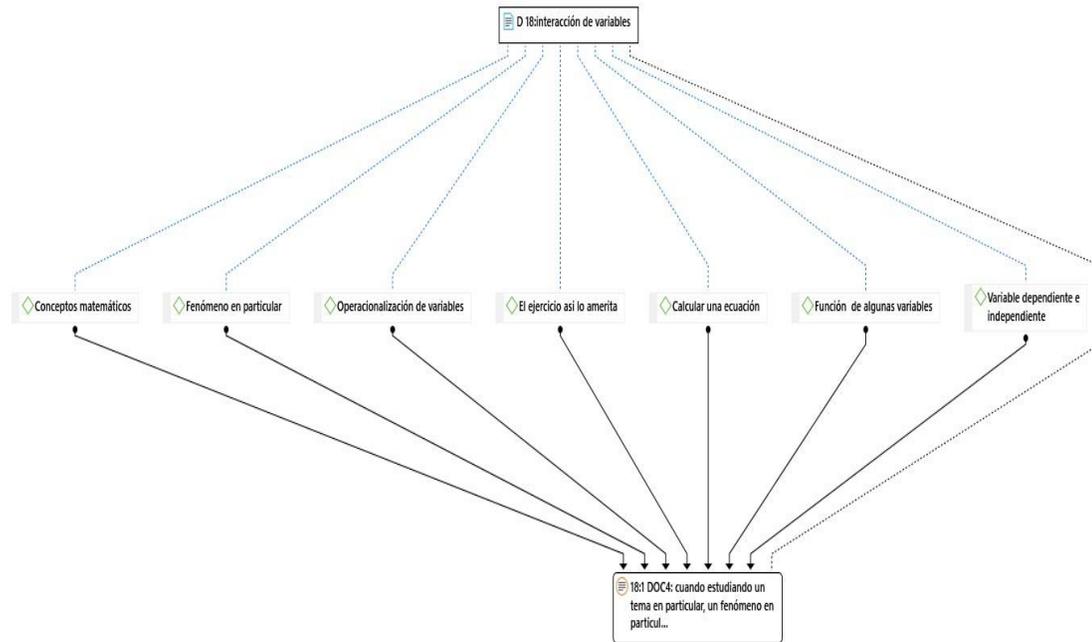
**DOC3:** *En la formulación y visualización diversas formas de situaciones problemáticas.*

Con atención en lo anterior, es preciso manifestar que el reconocimiento en la actuación de los estudiantes, al respecto, se evidencia la capacidad de indagación y de expresión, como uno de los procesos que se encuentran asociados a la percepción. De la misma manera, se asume el reconocimiento por la graficación de la variación, como uno de los elementos en los cuales se fomenta el cambio, lo cual se puede representar algebraicamente. Además de ello, es necesario que se establezca la habilidad en relación con la identificación de los patrones, además de ello, se configura la presencia de algoritmos como elementos que definen una realidad específica.

En este sentido, es necesario que se reflejen situaciones que tienen que ver de manera directa con la formulación y visualización de las situaciones que implican un problema, por ello, Vasco (2006) considera que: “el estudiante actúa de una forma compleja, en relación con el desarrollo del pensamiento variacional, como una de las formas de contribuir con el logro de acciones inherentes a la formación integral” (p. 14), en consecuencia, se definen

aspectos en los cuales se considera la necesidad de desarrollar conocimientos relacionados con el pensamiento variacional.

Aunado a lo anterior, se presenta la categoría emergente **interacción de variables**, para ello, se plantea la siguiente red semántica:



**Figura 17. Interacción de Variables**

**Fuente:** Lobo (2022)

Las variables, son el fundamento en el desarrollo de las acciones que convergen entre sí para comprender la realidad, por ello, es necesario referir códigos tales como: fenómeno en particular, conceptos matemáticos, operacionalización de variables, el ejercicio así lo amerita, calcular una ecuación, función de algunas variables, variable dependiente independiente, establecer relaciones, estos son el producto emergente del siguiente testimonio:

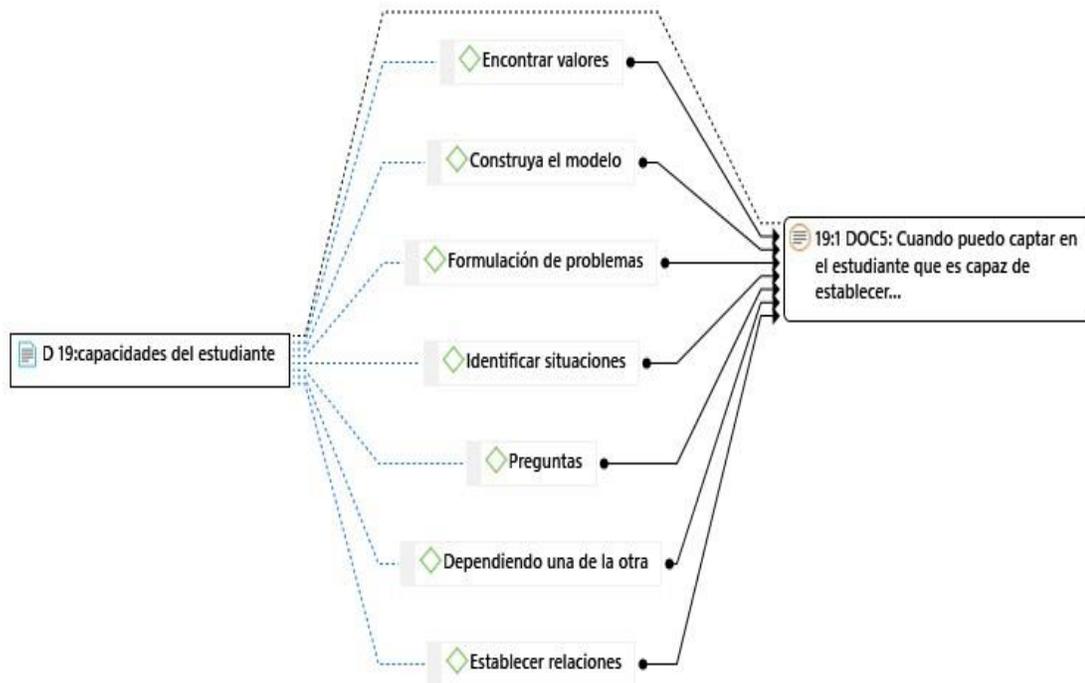
**DOC4:** cuando estudiando un tema en particular, un fenómeno en particular, ellos se preguntan por la interacción de variables; es decir, al interior de una situación en particular de las ciencias, de las matemáticas, que estamos hablando aquí, entonces ellos dicen bueno y estas variables ¿cómo

*interactúan?, estos conceptos matemáticos e inmersos en este problema, ¿cómo interactúan?, ¿ cómo encajan? y cómo puedo yo, es como un rompecabezas y sobre todo en la operacionalización de las variables, cuando el estudiante entra en esa fase y logra decir: bueno esto se relaciona con esto, la ley de la potenciación las puedo aplicar en este problema en particular porque el ejercicio así lo amerita porque necesito saber muy bien el tema de los números reales, necesito muy bien calcular una ecuación en función de algunas variables; necesito reconocer cuál es la variable dependiente e independiente en una función, es para lograr proyectar una situación en particular, ahí hay pensamiento variacional.*

De acuerdo con las consideraciones previamente descritas, es necesario tomar en cuenta que las variables se definen como un fenómeno particular, en este sentido, se manifiesta como uno de los aspectos en los cuales se toma en cuenta la ciencia, como uno de los aspectos sobre los cuales se destaca la posibilidad de desarrollo de conceptos matemáticos, los cuales se manifiestan en función de tomar en cuenta situaciones didácticas, como es el caso del empleo de los rompecabezas, para de esta manera delimitar ejercicios en los cuales se comprenda el establecimiento de la operacionalización de las variables, la cual es necesaria.

Por este motivo, se manifiesta el interés en función de una fase en la que se establece la ley de potenciación, donde se establecen acciones relacionados con lo número reales, donde el estudiante es capaz de establecer algunas variables, con énfasis en la concreción de un marco dependiente o independiente, en este sentido, Borba y Penteado (2010) refiere que: “el estudio de las variables, se configura como uno de los aspectos en los que el sujeto refleja el interés por reconocer las interrelaciones en la misma, con base en la dependencia e independencia” (p. 43), de manera que la interrelación de variables, se concibe como uno de los aspectos en los cuales se reconoce un accionar dinámico particular.

Aunado a lo anterior, se refiere la categoría emergente **capacidades del estudiante**, al respecto, es necesario referir la siguiente red semántica:



**Figura 18. Capacidades del Estudiante.**

**Fuente:** Lobo (2022)

Las capacidades del estudiante, se manifiesta en función de elementos tales como: establecer relaciones, dependiendo una de la otra, preguntas, identificar situaciones, formulación de problemas, construya el modelo, encontrar valores, estos códigos emergen desde el siguiente testimonio:

**DOC5:** *Cuando puedo captar en el estudiante que es capaz de establecer relaciones entre dos cantidades que están variando y están dependiendo una de la otra; para eso se puede hacer de muchas maneras, se puede hacer a través de preguntas, de preguntas que no son problemas, preguntas por decir algo falso o verdadero, donde el estudiante tenga que identificar situaciones que tienen que ver con pensamiento variacional y decir si existe relación o no existe relación entre las variables, podemos hacerlo también a través de la formulación de problemas, unos más simples, otros más complejos a través*

*que el estudiante no resuelva el modelo como tal, sino que construya el modelo porque esa es otra de las situaciones o dado un modelo que el estudiante sea capaz de encontrar valores a partir de ese modelo y entienda por qué los valores se transformaron de unos a otros.*

Como se logra apreciar, es necesario considerar que los estudiantes cuando desarrollan el pensamiento variacional, asumen el establecimiento de relaciones, esto desde la cotidianidad es esencial, porque por medio de este tipo de pensamiento se demuestra la dependencia, así como también la referencia en relación con el planteamiento de preguntas, todo ello, refiere una dinámica en la que el sujeto manera d manera pertinente la concreción de un escenario en el que se fomenta la resolución de problemas, donde se asume la identificación de situaciones para de esta manera establecer criterios de falsedad o de verdad.

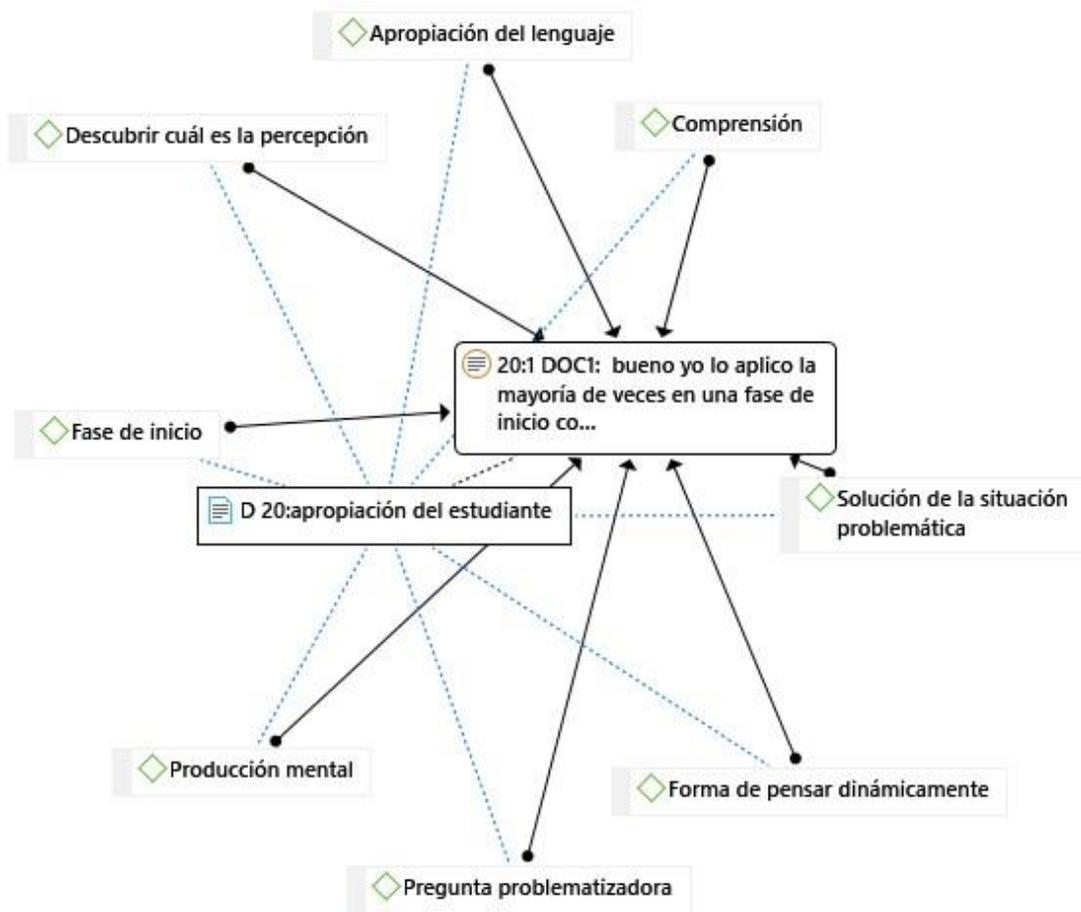
En este sentido, es preciso reconocer como se requiere de la construcción de modelos, los cuales se reflejan en función de fomentar en el estudiante el encontrar valores, para sus acciones relacionadas con la concreción de situaciones que son el sustento en función de apreciaciones que tiene que ver con evidencias reales, para ello, Vasco (2006) refiere que: “los estudiantes en el manejo del pensamiento variacional, se enfocan hacia las demandas de acciones pedagógicas en las cuales los docentes promueve el desarrollo del pensamiento variacional” (p. 12), de esta manera, es necesario reconocer como se requiere tanto del compromiso de los docentes, como de los estudiantes, para el desarrollo de este tipo de pensamiento.

### **Categoría Descriptiva Percepción**

La percepción, como competencia asociada al pensamiento variacional, se muestra como uno de los aspectos en los cuales se reconoce este pensamiento, como uno de los procesos en los cuales se asume el estudiante, como uno sujeto activo en el dominio de la percepción, sobre este particular, Vasco (2006) señala:

Como una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud en los subprocesos recortados de la realidad (p.138).

De acuerdo con lo anterior, es pertinente referir que el desarrollo del pensamiento se enfoca en función de una dinámica donde se logren situaciones relacionadas con patrones de covariación, este es uno de los pensamientos complejos, puesto que los mismos se enfocan en función de procesos reales, los que se definen como aspectos en los que el estudiante actúa de manera favorable, por este motivo, se plantea la categoría emergente ***apropiación del estudiante***, para ello, se constituye la siguiente red semántica:



**Figura 19. Apropiación del Estudiante**

Fuente: Lobo (2022)

El estudiante asume consideraciones específicas de la realidad, en función de ello, es necesario que se tomen aspectos tales como. fase de inicio, pregunta problematizadora, describir cual es la percepción, forma de pensar dinámicamente, producción mental, apropiación del lenguaje, comprensión, solución de la situación problemática, con atención en lo anterior, es preciso referir que estos códigos emergen de los siguientes testimonios:

***DOC1:** bueno yo lo aplico la mayoría de veces en una fase de inicio con una pregunta problematizadora respecto al tema que voy abordar y temas ya vistos, para descubrir cuál es la percepción que tiene el estudiante pues el pensamiento variacional se caracteriza por la forma de pensar dinámicamente,*

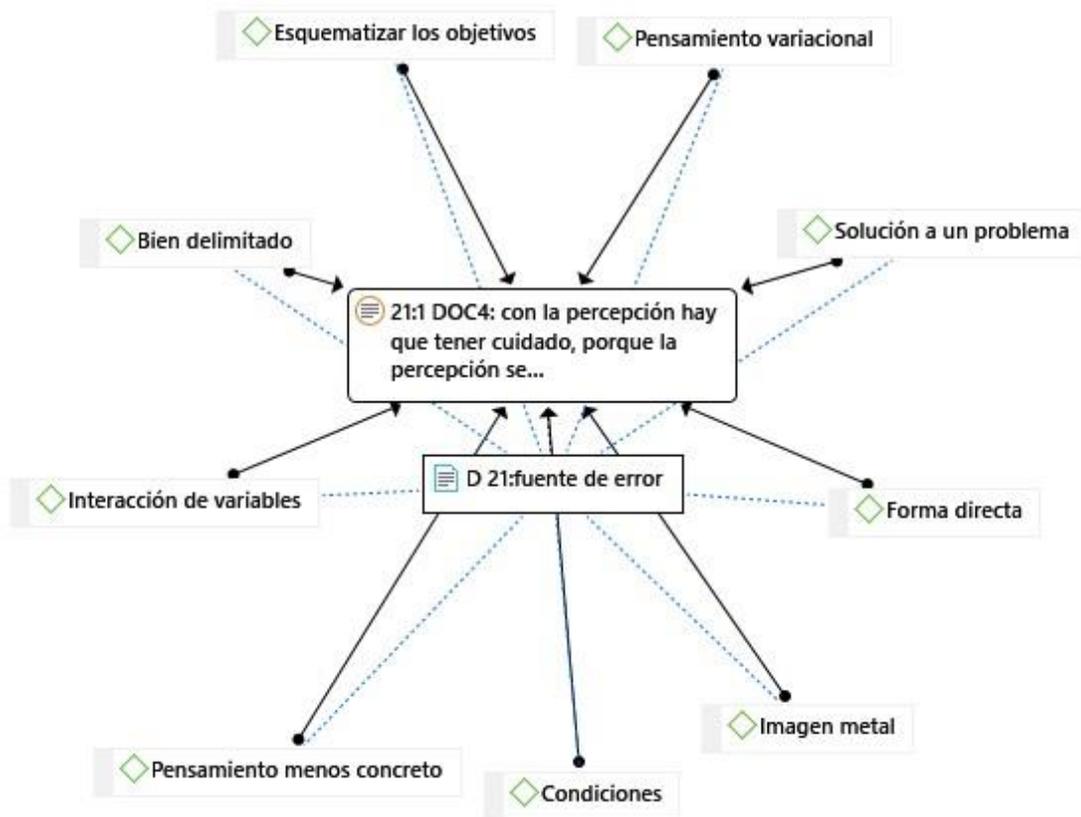
intentando la producción mental que relacionen variables que varíen de forma semejante a los iniciales.

**DOC3:** A través de la apropiación del lenguaje por parte del estudiante en la comprensión y solución de la situación problemática presentada.

De acuerdo con lo anterior, es preciso referir que los docentes parten desde la sistematización que les ofrece el desarrollo de las clases, en las cuales se manifiesta el interés en relación con esa fase de inicio, donde se realizan planteamientos los cuales son referidos a una pregunta problematizadora, lo cual es esencial porque a partir de allí, se fomenta la manera como los sujetos perciben su realidad, para ello, es necesario considerar que se requiere de estos aspectos para que el estudiante ponga de manifiesto su forma de pensar, así como también la producción mental. mediante una apropiación del lenguaje para atender situaciones problemáticas.

Por lo anterior, es preciso reconocer lo señalado por Villa y Ruiz (2010). “Los estudiantes muestran en algunos casos una actitud incierta, ante el dominio de los contenidos de la variación, por ello, el docente debe valerse de estrategias que se conjuguen en la realidad, para establecer su significado” (p. 36), de acuerdo con lo anterior, es preciso sostener que el desarrollo de las acciones se manifiesta en función de aspectos sobre los cuales se enfoca un desarrollo evidente que se enfoque desde las manifestaciones de aprendizajes significativos.

Por lo anterior, es preciso referir la categoría emergente **fuentes de error**, para ello, es necesario plantear la siguiente red semántica:



**Figura 20. Fuente de error**

**Fuente:** Lobo (2020)

En la fuente de error, intervienen situaciones tales como esquematizar los objetivos, pensamiento variacional, condiciones, interacción de variables, solución a un problema, bien delimitado, forma directa, imagen mental, pensamiento menos concreto, en este caso, se han tomado en cuenta los siguientes testimonios:

***DOC4:** con la percepción hay que tener cuidado, porque la percepción se puede convertir en una de las principales fuentes de error, la percepción podría convertirse en una fuente de error, primero esquematizar los objetivos muy claros de lo que se pretende conseguir cuando queremos desarrollar pensamiento variacional, que existen alrededor de un problema en particular, unos límites, unas condiciones, una interacción de variables, una solución a*

*un problema y una mirada en particular para no desviarnos de eso, porque la percepción tanto de un docente como un estudiante puede ser fuente de error entonces si yo tengo en una situación en particular muy bien delimitado lo que yo quiero conseguir.*

**DOC5:** *En forma indirecta, por ejemplo yo le diría a una estudiante ¿qué pasa?, si yo construyo esta caja, si tengo este molde para hacer esta caja. El estudiante debe hacer una imagen mental, ejemplo ¿qué pasa si yo estiro el radio de esta circunferencia y la coloco a rotar por el eje horizontal ?, ¿que figura cree que se forma? pero ya es una imagen más mental porque ese estudiante ya tiene un pensamiento menos concreto, acercándose más a lo abstracto.*

En virtud de lo anterior, se asumen las consideraciones en las cuales se favorece esa fuente de error, por tanto, se manifiesta la esquematización de los objetivos, como uno de los aspectos en los cuales, se promueve la esquematización de los objetivos del pensamiento variacional, por tanto, es necesario que se fomente esa comprensión de la interacción de las variables, con atención en la solución de un problema específico, por ello, se requiere de la delimitación de acciones en las que se favorezca el desarrollo de la imagen mental, de acuerdo con el pensamiento concreto.

Por lo anterior, Villa y Ruiz (2008) señala que: “los estudiantes, asumen la formación en relación con la fuente de error, por ello, se refiere la interacción de las variables, como uno de los aspectos que orienta la investigación” (p. 11), por ello, la percepción de los estudiantes, en relación con las variables, parte de las condiciones en las cuales se definen situaciones, donde se reflejen aspectos que se enfoquen hacia el pensamiento variacional.

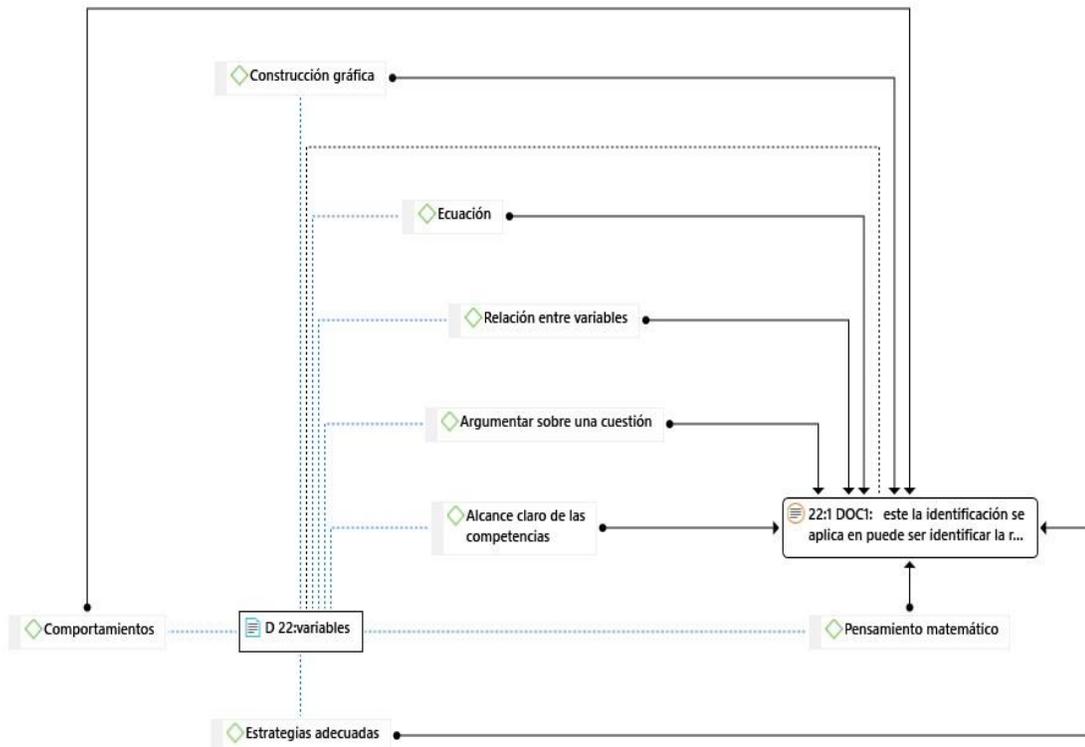
### **Categoría Descriptiva Identificación**

La identificación, es uno de los procesos que se muestra como un aspecto en el cual, se hace presente la capacidad del estudiante, para que de

esta manera, se logre la caracterización de una variable o de una realidad como tal, al respecto, Leung (2008) refiere que

El dinamismo implícito aquellas actividades o razonamientos matemáticos que se emplean para comprender los conceptos abstractos de las matemáticas mediante algún tipo de “animación mental”, es decir, la visualización mental de las variaciones de objetos conceptuales de los que se espera “observar” patrones de variación o propiedades invariantes (p. 21).

De acuerdo con lo referido, la identificación, como una de las competencias relacionadas con la comprensión de los conceptos abstractos que guardan la matemática, por ello, son las variaciones elementos en los cuales, se fundamentan situaciones donde se reflejan patrones, los cuales son necesarios en la comprensión de las variables, por lo anterior, es preciso referir la categoría emergente **variables**, para ello, es pertinente proponer la siguiente red semántica:



**Figura 21. Variables**

Fuente: Lobo (2022)

La variables, se constituyen en función de una identificación de las mismas, por ello, en este caso, se toma en cuenta: comportamientos, estrategias adecuadas, pensamiento matemático, alcance claro de las competencias, argumentar sobre una cuestión, relación entre variables, ecuación, construcción gráfica, con atención en ello, se proponen los siguientes testimonios:

**DOC1:** *este la identificación se aplica en puede ser identificar la relación de variación existente en dos variables, identificar patrones, identificar comportamientos, permitiendo a los estudiantes buscar estrategias adecuadas para lograr soluciones validadas dentro de este pensamiento matemático.*

**DOC4:** *aquí es claro los objetivos, tenemos un alcance claro de las competencias que yo quiero desarrollar; si yo quiero sencillamente argumentar sobre una cuestión y plantear posibles hipótesis de la solución de un problema, pues todo se reduce a una mera argumentación, de un entendimiento básico de una situación en particular.*

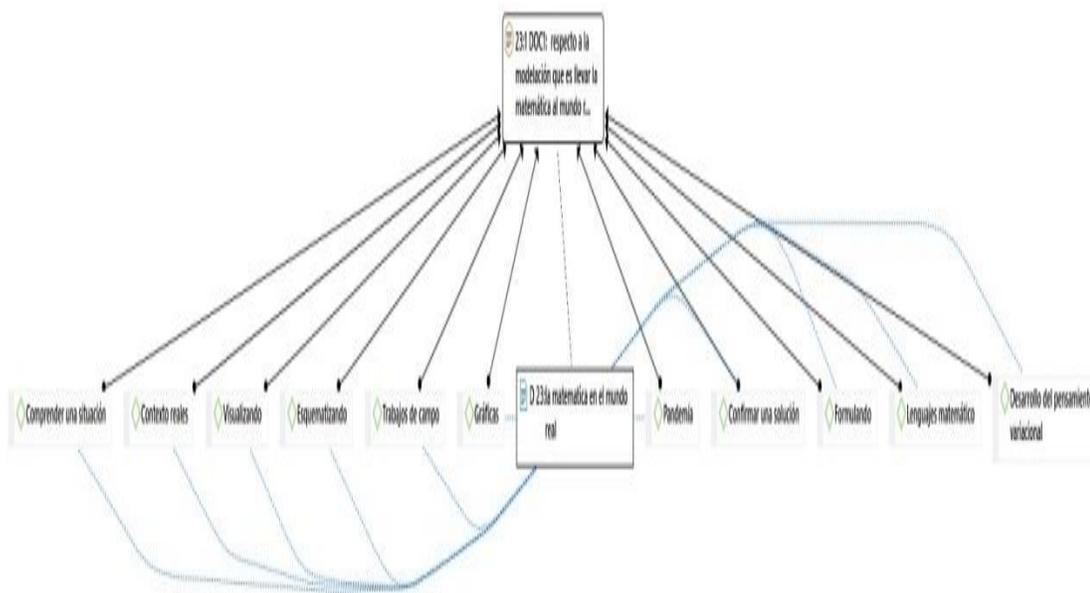
**DOC5:** *que el estudiante pueda establecer de una forma escrita la relación que existe entre esas variables, allí está identificando, puede ser de forma verbal o puede ser a partir de una ecuación, ejemplo el estudiante identificó que cuando aumenta una variable otra variable disminuyo, entonces el estudiante podría construir una gráfica que relacione las variables, para que el estudiante entienda cómo es la relación que existe entre las variables, se puede concretar a través de un objeto físico observable.*

De acuerdo con lo anterior, es necesario que se determinen aspectos en los que se evidencia como, esa dinámica de la identificación, se manifiesta como uno de los aspectos en los cuales se promueve la variación y los patrones de comportamiento, en relación con el empleo de estrategias, las cuales deben ser desarrolladas de manera efectiva para que se desarrolle el pensamiento matemático. De esta forma, se manifiesta como el desarrollo de competencias en la identificación, se define en función del proceso de argumentación como una acción de entendimiento.

Por lo anterior, se requiere de la relación entre las variables, por lo que se requiere del dominio de ecuaciones, por medio de una construcción gráfica, en este caso, Vasco (2006) señala que: “el estudio de las variables, es el sustento del pensamiento variacional, en el cual, se promueve el desarrollo del pensamiento matemático” (p. 21), por este motivo, se refiere la adopción de las variables, como uno de los aspectos en los cuales se destaca la importancia del pensamiento variacional.

### **Categoría Modelación Matemática**

La modelación matemática, es uno de los aspectos en los cuales, se reconoce como los estudiantes adoptan elementos de la realidad, para demostrar el conocimiento matemático, por ello, el MEN (2006) considera que: “un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las Matemáticas mismas” (p. 66), de acuerdo con lo anterior, es necesario reconocer como la modelación parte desde la variación de cambio, donde las matemáticas toman una connotación particular, enfocada hacia las demandas de la comunidad escolar, por este motivo, es preciso hacer referencia a la categoría emergente ***la matemática en el mundo real***, por este motivo, se refiere la siguiente red semántica:



**Figura 22. La Matemática en el Mundo Real.**

**Fuente:** Lobo (2022)

La matemática en el mundo real, se encuentra definida en función de contextos reales, trabajos de campo, pandemia, gráficas, lenguajes matemáticos, desarrollo del pensamiento variacional, comprender una situación, conformar una solución, esquematizado, formulando, visualizando, cada uno de estos códigos, emergen desde los siguientes códigos:

**DOC1:** *respecto a la modelación que es llevar la matemática al mundo real lo aplico ya sea por contextos reales o trabajos de campo por ejemplo ahora que nos encontramos en pandemia pues se les da a los estudiantes gráficas para que hagan sus proyecciones respecto a la tendencia futura en la población, pasar todo ese informe a lenguaje matemático y analizar que variación puede existir o como ha variado desde que inicio a la fecha de hoy, que proyecciones podemos hacer.*

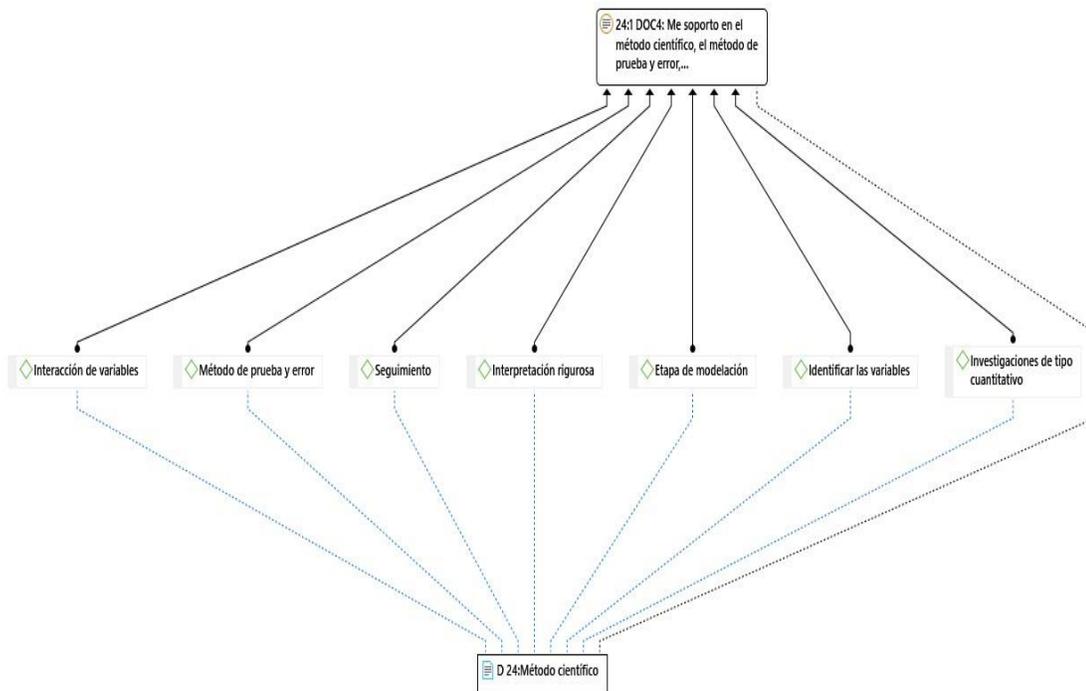
**DOC2:** *La modelación matemática es un aspecto fundamental en el desarrollo del pensamiento variacional ya que permite representar situaciones a través de esquemas que le servirán al estudiante para comprender una situación, interpretar y/o validar, rechazar o confirmar una solución a determinada situación.*

**DOC3:** *Esquemmatizando, Formulando y visualizando un problema de diversas formas (Verbal, tabular, instruccional, fórmula, gráfica cartesiana o sagital, pictórica e icónica)*

Con relación en lo anterior, es preciso sostener que los docentes parten del proceso de modelación matemática, en este caso, se asumen los contextos reales, por ello, es importante que se tomen en cuenta los trabajos de campo, como uno de los aspectos en los cuales se promueve ese lenguaje matemático, no obstante, en tiempos de pandemia, se evidencia como este es un particular, poco adecuado, por ello, es necesario considerar que la modelación se tuvo que transformar dado que se realiza por medio de la virtualidad.

Además de ello, se promueve desde la modelación matemática, el desarrollo del pensamiento variacional, para ello, es pertinente la comprensión de una situación, por medio de una interpretación que permita la confirmación de una solución, por medio de procesos de esquematización, formulación y visualización, en relación con ello, se manifiesta lo propuesto por Vasco (2006): “la modelación, matemática, favorece el desarrollo integral de los educandos, con base en la apropiación del lenguaje matemático, para comprender una situación determinada” (p. 72), de manera que la adopción de la modelación matemática, se manifiesta como uno de los soportes del pensamiento variacional.

Aunado a lo anterior, se presenta la categoría emergente **método científico**, en este caso, se manifiesta en función de la siguiente red semántica:



**Figura 23. Método Científico**

**Fuente:** Lobo (2022)

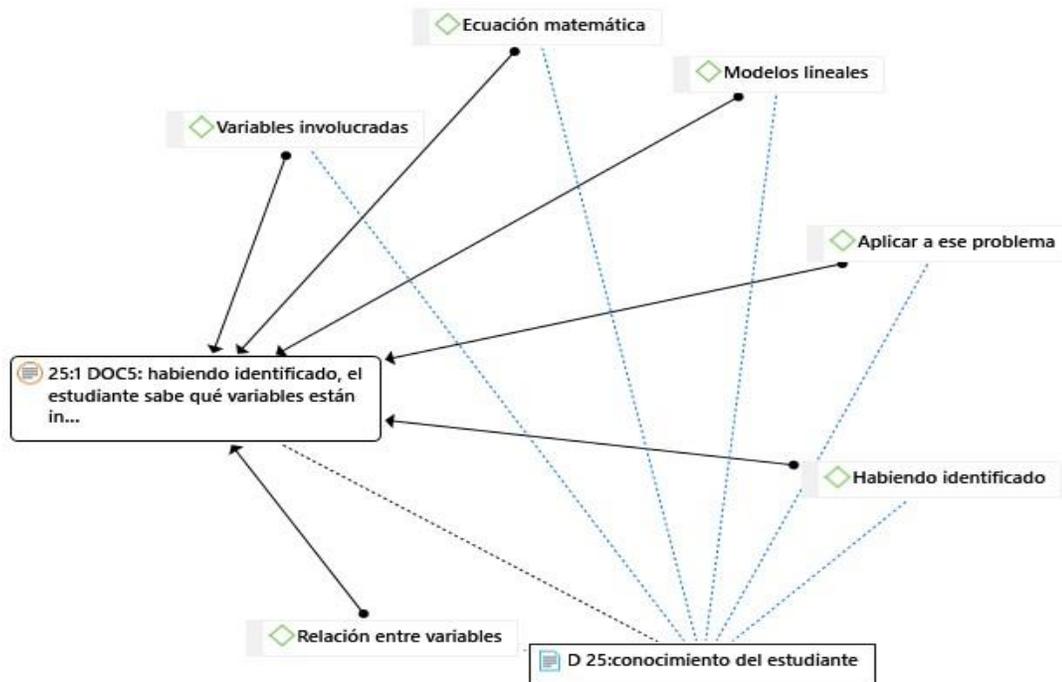
El método científico, se constituye como uno de los procesos en los cuales se reconocen aspectos tales como: método de prueba y error, seguimiento, interpretación rigurosa, etapa de modelación, identificar las variables, interacción de variables, investigaciones de tipo cuantitativo, de acuerdo con lo señalado, es necesario referir los siguientes códigos que emergen desde el siguiente testimonio:

***DOC4:** Me soporto en el método científico, el método de prueba y error, un seguimiento o una interpretación rigurosa del método científico, el método científico me sirve a mí para efectivamente llegar a esa etapa de modelación, porque también para llegar al modelo tenemos que identificar las variables y la interacción de esas variables, entonces el método científico es una muy*

*buena herramienta no solamente en las ciencias también en las matemáticas o en las investigaciones de tipo cuantitativo, el método científico es una muy buena herramienta.*

Con atención en lo anterior, es preciso referir como el método científico, se asume desde un contexto en el que toma connotación relevante la prueba y el error, como una de las metodologías que se desarrollan en función del seguimiento, por ello, es requiere de una interpretación rigurosa, por ello, se asumen las etapas de la modelación, donde se promueve la identificación de las variables, así como la interacción con la misma, por ello, es uno de los procesos, en medio de los cuales se accede al desarrollo de las investigaciones cuantitativas, por tal motivo, Vasco (2006) sostiene que: “el dominio del método científico, en el dominio de las variables, es uno d los aspectos en los cuales se constituye el dominio de la investigación cuantitativa” (p. 73), por lo anterior, el interés en el estudio de las variables, constituyen un desarrollo para alcanzar una formación integral.

En el mismo orden de ideas, se presenta la categoría emergente **conocimiento del estudiante**, por este motivo, se plantea la siguiente red semántica:



## Figura 24. Conocimiento del Estudiante

Fuente: Lobo (2022)

Como se logra apreciar, en el caso del conocimiento del estudiante, se integran aspectos tales como: habiendo identificado, variables involucradas, ecuación matemática, modelos lineales, relación entre variables, aplicar a ese problema, por lo anterior, es preciso referir que estos códigos emergen desde el siguiente testimonio:

**DOC5:** *habiendo identificado, el estudiante sabe qué variables están involucradas y cuando voy a hacer la modelación lo primero que debo hacer es concretar y luego lo que tiene que construir a partir de eso y relacionarlas a partir de una ecuación matemática, un modelo, ese modelo pues dependerá directamente del problema. Por eso el estudiante debe conocer los distintos modelos que existen de relación entre variables, en el caso específico de grado 8, básicamente los modelos son lineales entonces el estudiante tendría que entender primero si esa relación entre las variables es directa o es inversa, entonces a partir de ahí él debe construir el modelo que es la ecuación matemática que luego le va a permitir no solamente aplicar a ese problema sino a problemas similares a ese.*

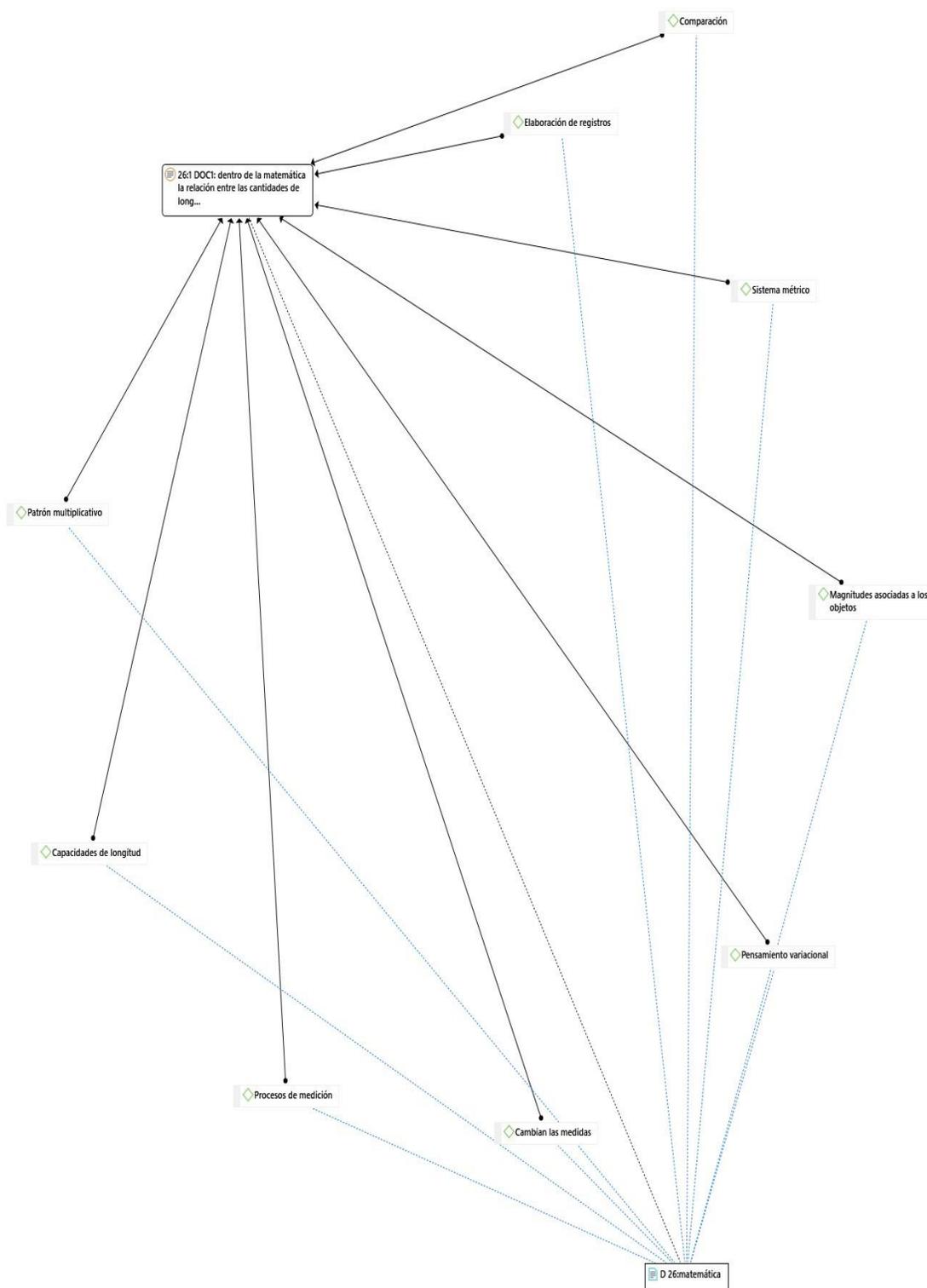
Con atención en lo anterior, es conveniente considerar que se promueve la identificación, la cual se fomenta en función de las variables, las cuales se involucran como uno de los aspectos que inciden en la modelación, por ello, es necesario que se asuma el dominio con la ecuación matemática, donde se asume un modelo que se crea a partir de un problema específico, donde los más resaltante son los modelos lineales, en los cuales se considera una aplicación práctica del pensamiento variacional en la resolución de problemas.

En este sentido, Villa y Ruiz (2010) considera que: “el conocimiento del estudiante sobre el pensamiento variacional, es uno de los aspectos que debe tomarse como un aspecto que favorece la resolución de problemas” (p. 23), de manera que el conocimiento de los estudiantes acerca de la modelación

matemática, como uno de los sustentos, se manifiesta en función de situaciones inherentes al dominio del campo variacional.

### **Categoría Descriptiva Relación entre Cantidades de Magnitud**

El pensamiento variacional, es uno de los aspectos que permite establecer la relación entre cantidades de magnitud, por ello, es necesario que se reconozca lo planteado por Vasco (2006), quien señala: “El objeto del pensamiento variacional es pues la captación y modelación de la covariación entre cantidades de magnitud, principalmente—pero no exclusivamente—las variaciones en el tiempo” (p. 6), de esta forma, se manifiesta el interés por referir que pensamiento variacional, se manifiesta como uno de los procesos que complementan acciones en las que se fomenta el establecimiento de las cantidades de magnitud, por ello, se presenta la categoría emergente **matemática**, para lo cual, se plantea la siguiente red semántica:



**Figura 25. Matemática**

**Fuente.** Lobo (2022)

La matemática, es uno de los procesos en los cuales se integran aspectos tales como: cantidades de longitud, pensamiento variacional, sistema métrico, procesos de medición, elaboración de registros, cambian las medidas, magnitudes asociadas a los objetos, patrón multiplicativo, comparación, cada uno de estos códigos emergen desde los siguientes testimonios:

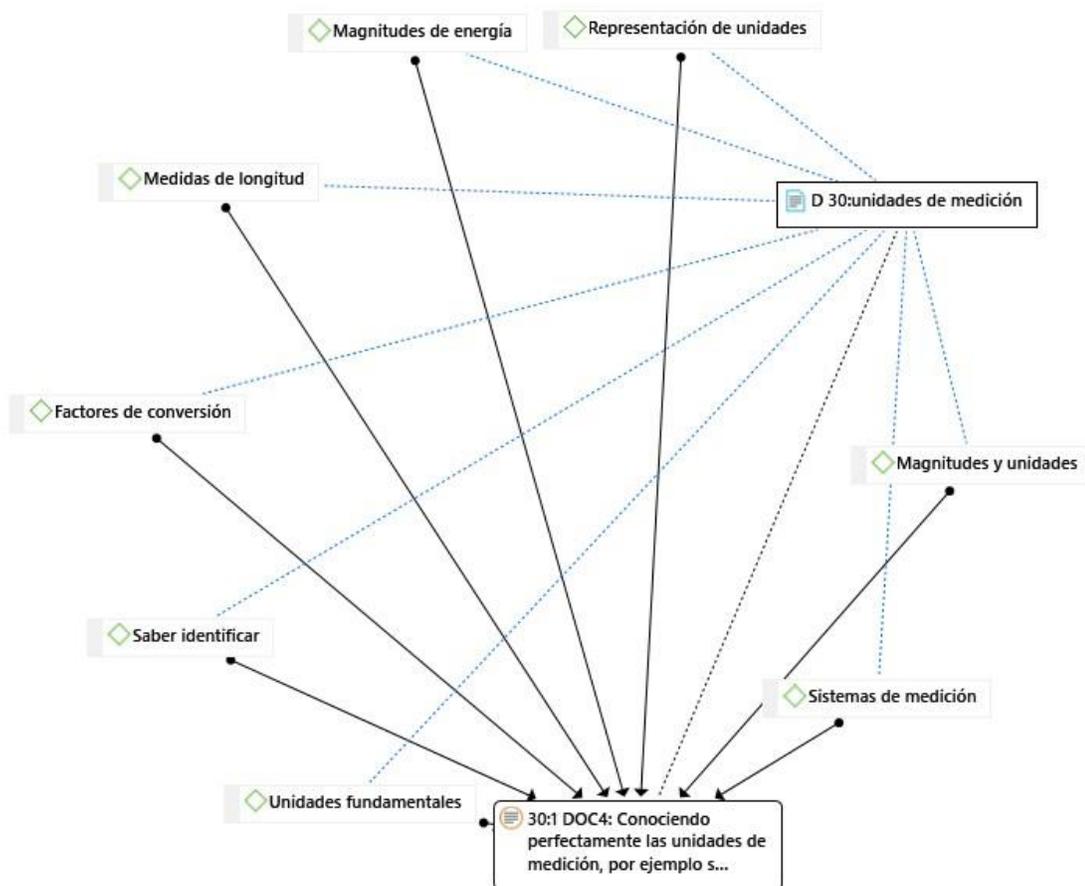
**DOC1:** *dentro de la matemática la relación entre las cantidades de longitud es que existe una relación directa el pensamiento variacional con el sistema métrico, de donde se requiere de la activación constante en los procesos de medición y elaboración de registros.*

**DOC2:** *En el pensamiento variacional se plantea la manera cómo cambian las medidas de esas cantidades o magnitudes asociadas a los objetos*

**DOC3:** *Es una patrón multiplicativo o de comparación en el proceso de medir.*

Por lo anterior, es necesario que se determine la relación entre las cantidades de longitud, aspecto en el que se permite el pensamiento variacional donde se toma en cuenta el sistema métrico, por lo que es necesario asumir los procesos de mediación y de elaboración de registros los cuales se encuentran asociados a los objetos, en este caso, se toma en cuenta un patrón multiplicativo en el que prima la comparación, por ello, Vasco (2006): “el pensamiento variacional, agrupa el estudio de las variables, por ello, es necesaria la valoración de las medidas, en la que se constituyen elaboraciones de registros” (p. 61), de manera que la relación entre cantidades, es uno de los aspectos que se valora en función de la matemática.

De acuerdo con lo anterior, se hace presente la categoría emergente ***unidades de medición***, en la cual se formula la presente red semántica:



**Figura 26. Unidades de Medición**

**Fuente:** Lobo (2022)

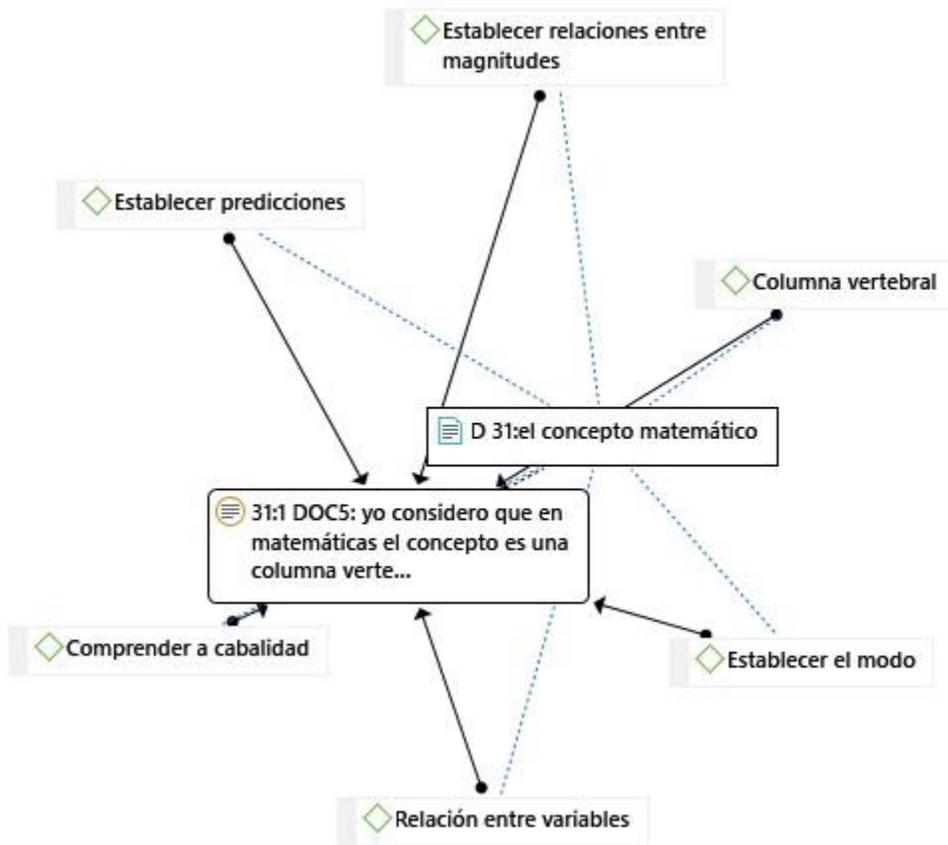
Las unidades de medición, se muestran como uno de los aspectos en los cuales intervienen situaciones tales como: saber identificar, magnitudes y unidades, medidas de longitud, magnitudes de energía, unidades fundamentales, sistemas de medición, factores de conversión, representación de unidades y unidades lineales, cada uno de estos códigos emergen desde el siguiente testimonio:

**DOC4:** *Conociendo perfectamente las unidades de medición, por ejemplo saber identificar que la presión tiene unas magnitudes y unidades que representan efectivamente la presión, saber que las medidas de longitud tienen unas unidades y magnitudes de energía, las temperaturas y tener el*

*conocimiento de las unidades fundamentales, los sistemas de medición, los factores de conversión y la representación de unidades y magnitudes de área, volumen, superficie; unidades lineales es decir si el estudiante tiene esa base y conoce perfectamente cuáles son las magnitudes que representan las diversas unidades de medición.*

Con atención en lo anterior, es preciso reportar que las unidades de medición, se manifiesta en función del saber identificar, donde se promueve las magnitudes y las unidades en las que se debe tomar en cuenta las medidas de longitud, así como las unidades fundamentales, donde se muestren los factores de conversión, por lo que la representación de diversas unidades de medición es una de las bases de desarrollo del pensamiento variacional, en relación con ello, Vasco (2006) considera que: “el dominio de las unidades de medición se describe como uno de los aspectos en los cuales se toma en cuenta los factores de conversión y el pensamiento métrico” (p. 11), de manera que las unidades de medición se convierten en un sustento para el logro de una formación integral.

En el mismo orden de ideas, se presenta la categoría emergente **el concepto matemático**, en este caso, se hace referencia a la siguiente red semántica:



**Figura 27. El Concepto Matemático**

**Fuente:** Lobo (2022)

Con atención en lo anterior, es preciso reconocer que el concepto matemático, se asume desde la presencia de aspectos tales como: unidades lineales, columna vertebral, establecer relaciones entre magnitudes, comprender a cabalidad, relación entre variables, establecer el modelo, establecer predicciones, estos aspectos emergen desde el siguiente testimonio:

***DOC5:** yo considero que en matemáticas el concepto es una columna vertebral que hemos dejado de atacar en el aula desafortunadamente. aquí la idea sería todo aquello que se puede cuantificar a partir de una medida, aquí la idea sería establecer relaciones entre magnitudes primero tengo que comprender a cabalidad ¿cuáles son las variables que quiero relacionar? y*

*cómo se relacionan esas variables, qué tipo de relación existe entre esas variables y a partir de entender ese tipo de relaciones entre las variables, establecer el modelo y luego a partir de esa modelación poder establecer predicciones que me permitan a mí comprender.*

Con atención en lo anterior, es preciso reconocer como el pensamiento variacional, se asume desde una perspectiva de relevancia, en la cual, la matemática se convierte en uno de los aspectos en los cuales se desarrollan las competencias de los estudiantes, por ello, es necesario asumir consideraciones en las cuales se requiere del establecimiento de conocimientos en los cuales, se orientan las predicciones, con énfasis en lo anterior, Villa y Ruiz (2010): “el pensamiento variacional, involucra el concepto matemático, desde el establecimiento de las variables, las cuales se desarrollan con base en su medición” (p. 11), por este motivo, las variables, son el fundamento del pensamiento variacional, como una de las bases para el desarrollo integral de los sujetos.

### **Categoría Central Importancia de la Lúdica**

La lúdica, es uno de los procesos que se muestran como innovadores, dado que esta se manifiesta como uno de los aspectos en los cuales se fomenta la motivación de los estudiantes, por ello, Torre (2011): “la lúdica, es uno de los procesos que se enfoca hacia la motivación de los estudiantes en los procesos educativos, implica la creatividad de los docentes, como uno de los aspectos que inciden en la construcción del aprendizaje significativo” (p. 36), de allí, el interés por reconocer el desarrollo de la lúdica, como uno de los procesos que impacta de manera favorable en el desarrollo de los procesos pedagógicos, por lo anterior, es preciso considerar la siguiente sistematización.

#### Cuadro 4.

#### Categoría Central Importancia de la Lúdica

N°	Código	Categoría Emergente	Categoría Descriptiva	Categoría Central
1	Estimular	Clases lúdicas	Cambios	Importancia de la Lúdica
2	Proceso de enseñanza – aprendizaje			
3	Enseñanza de las matemáticas			
4	Disciplinas del saber			
5	Resolver situaciones			
6	Actividades desconectadas			
7	Pensamiento computacional			
8	Práctica pedagógica	Tecnologías de la Información y Comunicación		
9	Plataformas digitales			
10	Páginas de internet			
11	Blogs			
12	Utilizando programas			
13	Nuevas tecnologías			
14	Nivel en el que se trabaja	Cambios		
15	Primaria			
16	Manipular en el aula			
17	Transformar un objeto en otro			
18	Desarrollo del estudiante			
19	Teoría piagetana	Motivación	Aporte del Juego	
20	Cambiando su forma de pensar			
21	Conocimiento efectivo			
22	Desarrollar habilidades			
23	Atención			
24	Memoria activa			
25	Indagación			
26	Creatividad			
27	Procesos enseñanza aprendizaje			
28	Manera interesante y significativa			
29	Atmosfera para explorar			
30	Comprobar y aplicar ideas	Lúdica en la clase		
31	Suavizar la introducción			
32	Tranquilizar			
33	Emociones			
34	Disposición			
35	Alistamiento			
36	Trabajo lúdico	Juego en el pensamiento variacional		
37	Motivación			
38	Capacidades			
39	Jugando a aprender			

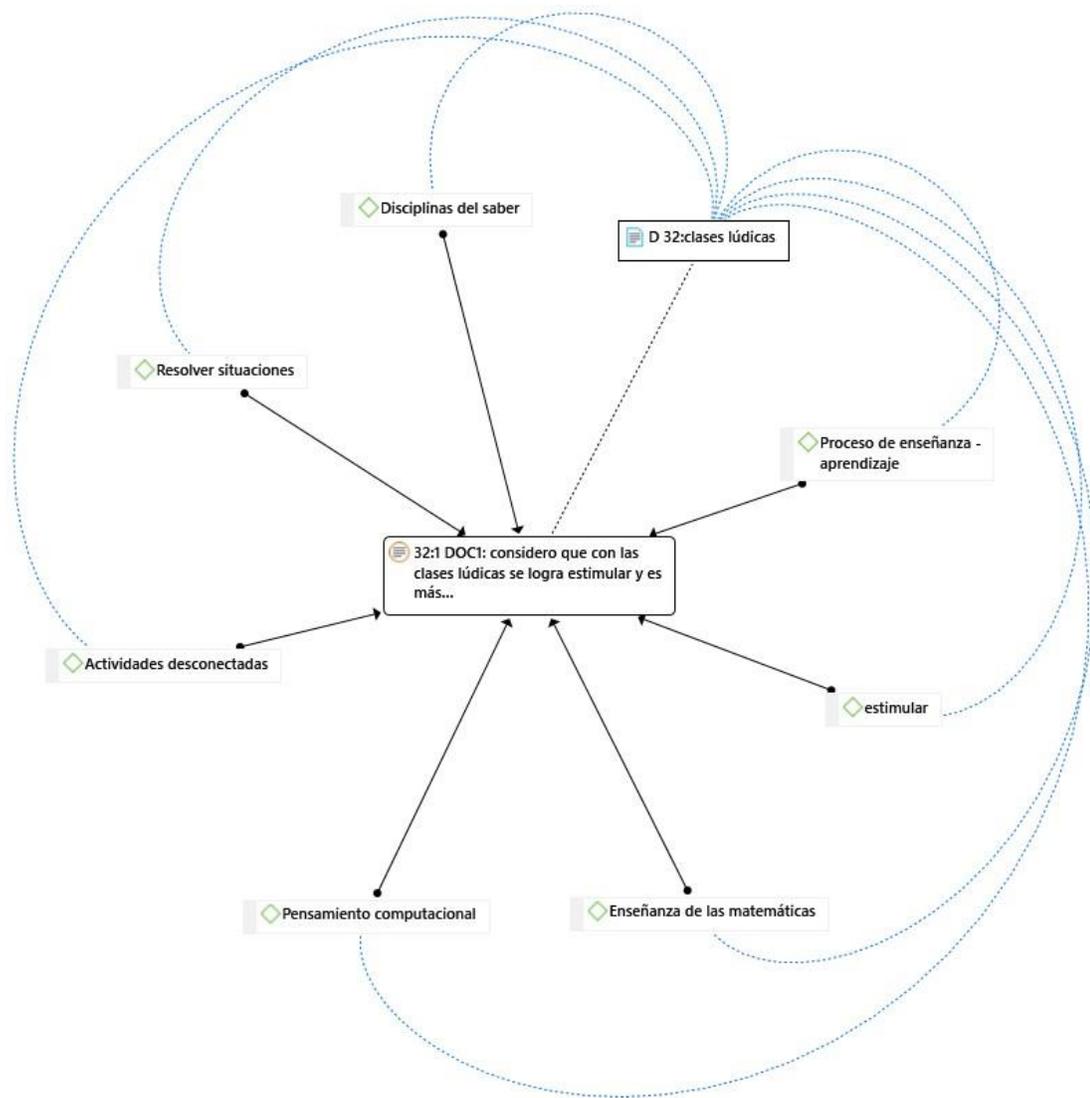
40	Estándares de competencias
41	Observación
42	Identificación
43	Modelación
44	Tangram
45	Origami

**Fuente:** Lobo (2022)

De acuerdo con las referencias previamente planteadas, se considera en relación con una serie de categorías emergentes que definen la realidad demarcada por la importancia de la lúdica, de allí el análisis de las categorías descriptivas, tal como se desarrolla a continuación:

### **Categoría Descriptiva Cambios**

Los cambios, son uno de los aspectos que orienta en relación con la lúdica, como uno de los procesos en relación con el desarrollo de procesos pedagógicos motivantes, en relación con ello, Díaz (2016) refiere que: “la lúdica, en los procesos de enseñanza y aprendizaje, orienta posibilidades motivantes que son esenciales para que se fomente el interés por los contenidos que se desarrollan en el aula de clase” (p. 23), de acuerdo con lo anterior, es preciso considerar como la lúdica, es uno de los procesos en los cuales se orientan una serie de actividades, donde se promueve la transformación del campo laboral, por ello, se presenta la categoría emergente ***clases lúdicas***, en este caso, se presenta la siguiente red semántica:



**Figura 28. Clases Lúdicas**

**Fuente:** Lobo (2022)

La presencia de la lúdica, como uno de los elementos que orientan el desarrollo de las clases, asumen aspectos tales como: estimular, proceso de enseñanza-aprendizaje, enseñanza de las matemáticas, disciplina del saber, resolver situaciones, actividades desconectadas, pensamiento computacional, estos códigos emergen desde los siguientes testimonios:

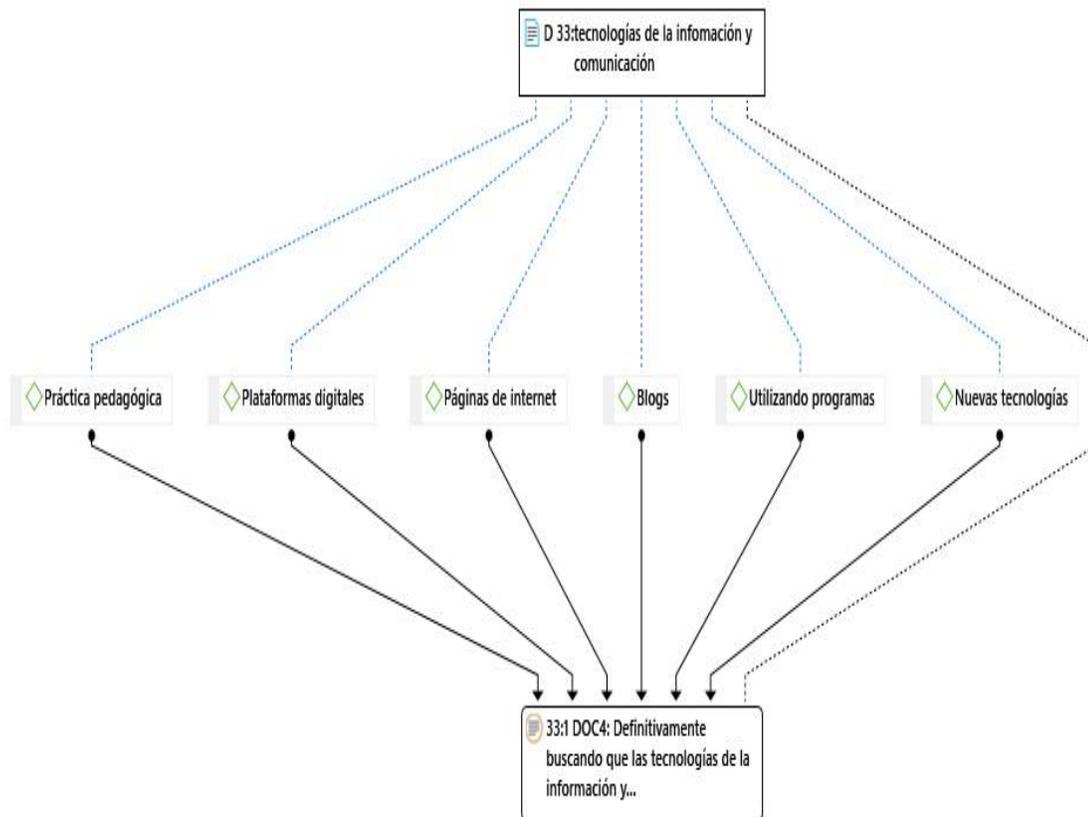
**DOC1:** considero que con las clases lúdicas se logra estimular y es más enriquecedor el proceso de enseñanza – aprendizaje y sobre todo el pensamiento variacional en la enseñanza de las matemáticas.

**DOC2:** Bueno podría ser que en los aportes de la lúdica al desarrollo de este tipo de pensamiento, también sean involucrados los demás pensamientos y todas las disciplinas del saber y no solo la se enfoque en resolver situaciones simples propias de las matemáticas y de este pensamiento en particular.

**DOC3:** Utilizando Actividades desconectadas que conlleven al estudiante a procesos de pensamiento computacional, como herramienta para el desarrollo del pensamiento variacional.

Con atención en lo anterior, es necesario considerar que las clases lúdicas, se refieren como uno de los aspectos en los cuales se integran las estimulaciones, para que de esa forma se orienten procesos de enseñanza y aprendizaje que privilegien el desarrollo de las matemáticas, por ello, la lúdica, se muestra como uno de los procesos en los cuales se aplican actividades que pueden impactar de manera directa en el conocimiento de los estudiantes, al respecto, Torre (2011) refiere que: “la lúdica, es una de las formas de dinamizar las clases, en las que se logren integrar actividades que fomenten el interés por el aprendizaje” (p. 72), de acuerdo con lo anterior, es necesario integrar la lúdica en aspectos complejos como es el caso de la enseñanza del pensamiento variacional.

Por lo anterior, se presenta la categoría emergente ***tecnologías de la información y la comunicación***, para la definición de esta se plantea la siguiente red semántica:



**Figura 29. Tecnologías de la Información y la Comunicación**

**Fuente.** Lobo (2022)

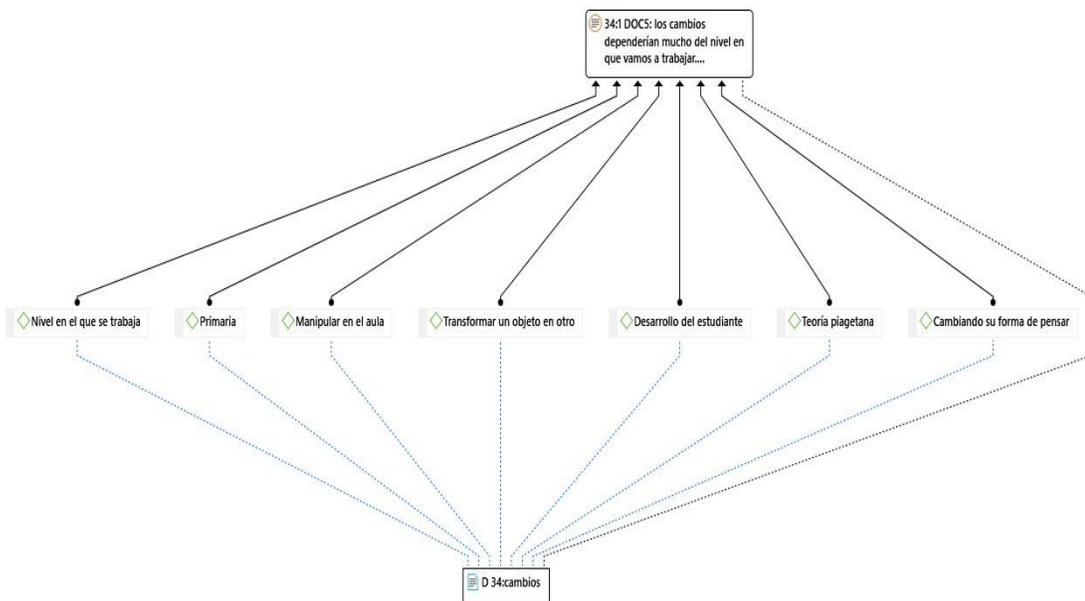
Las tecnologías de la información y la comunicación, imponen aspectos en los cuales se toman aspectos tales como: práctica pedagógica, plataformas digitales, páginas de internet, blogs, utilizando programas, nuevas tecnologías, estos códigos emergen desde el siguiente testimonios:

**DOC4:** *Definitivamente buscando que las tecnologías de la información y la comunicación medien en la práctica pedagógica, aquí es fundamental la tecnología porque son personas que están muy relacionadas con la tecnología, con plataformas digitales, páginas de internet, con blogs. Entonces la lúdica puede mediar utilizando la tecnología y utilizando programas que precisamente logren introducir de manera preliminar al estudiante en todo el desarrollo del pensamiento variacional; hacer crecer en el aula esos pequeños científicos, los pequeños científicos, esa aproximación a la ciencia utilizando*

la lúdica, pero ya hoy en día es haciendo que las nuevas tecnologías de la información y la comunicación medien o permeen la práctica pedagógica sin ninguna sin ninguna duda es necesario hacerlo

De acuerdo con lo anterior, es preciso reconocer como las tecnologías de la información y la comunicación, promueven el desarrollo de las prácticas pedagógicas, donde se evidencia la presencia de la tecnología, en la cual, se puede desarrollar la lúdica, dado que se puede asumir por medio de plataformas digitales, las cuales contribuyen con el desarrollo de clases lúdicas, por medio de la tecnología, al respecto, Díaz (2016): “las clases lúdicas, se definen como la integración de estrategias lúdicas, donde el estudiante pueda aprender por medio de la diversión” (p. 11), con atención en lo anterior, se evidencia como la lúdica, es uno de los aspectos en los que se reflejan acciones que se orientan los procesos de aprendizaje por medio de la motivación.

En el mismo orden de ideas, se presenta como una de las categorías emergentes **cambios**, al respecto, se evidencia la presente red semántica:



**Figura 30. Cambios**

**Fuente:** Lobo (2022)

Los cambios que se manifiestan en función de la adopción de la lúdica, se presentan en función de: nivel en el que se trabaja, primaria, manipular en el aula, transformar un objeto en otro, desarrollo del estudiante, teoría piagetiana, cambiando su forma de pensar, cada uno de estos elementos han surgido del siguiente testimonio:

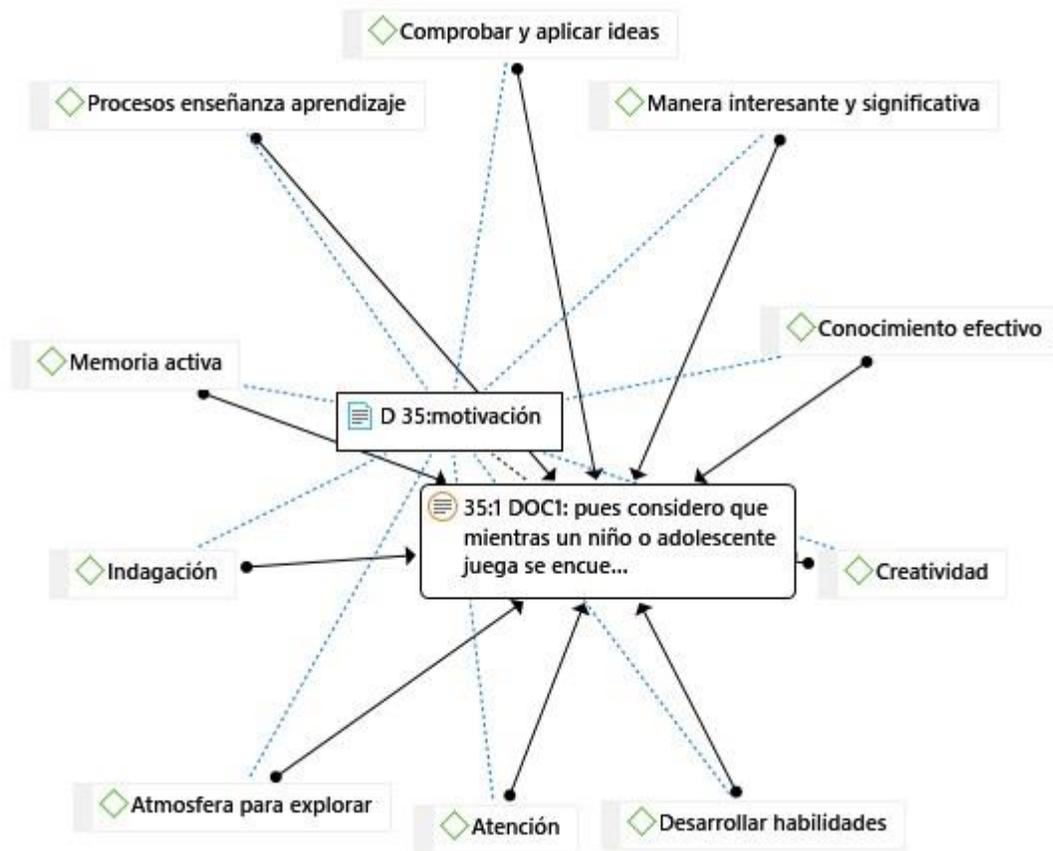
***DOC5:** los cambios dependerían mucho del nivel en que vamos a trabajar. En primaria por ejemplo sería necesario que los profesores empezaran a llevar objetos que se puedan manipular en el aula, que se puedan transformar un objeto en otro, ejemplo un origami, donde el estudiante pueda ver una transformación en una dimensión. Esto tendría mucho que ver con el momento al desarrollo del estudiante. Consideró que la teoría Piagetiana en el desarrollo de pensamiento es una base fundamental del estudio, porque el estudiante a medida que va desarrollándose biológicamente también va cambiando su forma de pensar. Ese pensamiento que al principio es mucho más concreto se va haciendo más abstracto.*

Las evidencias previamente referidas, permiten comprender que el uso de la lúdica debe adaptarse a los niveles en los cuales se maneja la misma, para ello, es necesario que se tome en cuenta la manipulación de objetos dentro de los escenarios escolares, por ello, es necesario que se promueva el uso de elementos tales como el origami, lo cual fomenta la motivación de los estudiantes, por tal motivo, Díaz (2016) refiere que: “la lúdica, es uno de los principios que promueve la transformación constante de los espacios escolares, porque se adoptan estrategias que definen una realidad en la que se busque el desarrollo del estudiante” (p. 24), por lo anterior, los cambios, son uno de los elementos en los que se favorece el desarrollo de clases en las que se busca innovar constantemente.

### **Categoría Descriptiva Aporte del Juego**

El juego, es la esencia de la lúdica, dado que por medio de este se alcanza el desarrollo de conocimientos que emergen desde el contexto escolar, como lo señala Díaz (ob. cit): “el juego toma una connotación pedagógica, en la medida en que este se desarrolla desde una intencionalidad, motiva a los estudiantes a interesarse en temas que pueden ser complejos” (p. 32), de acuerdo con lo anterior, el juego puede aportar notables evidencias en el desarrollo de áreas complejas como la matemática, específicamente en el desarrollo del pensamiento variacional.

Por ello, se presenta la categoría emergente **motivación**, al respecto, se presenta la siguiente red semántica:



**Figura 31. Motivación**

Fuente: Lobo (2022)

Las apreciaciones que se manifiestan en relación con la motivación, por ello, se toman en cuenta aspectos tales como: conocimiento efectivo, desarrollar habilidades, atención, memoria activa, indagación, creatividad, procesos de enseñanza aprendizaje, manera interesante y significativa, atmosfera para explorar, comprobar y aplicar ideas, estos códigos emergen de los siguientes testimonios:

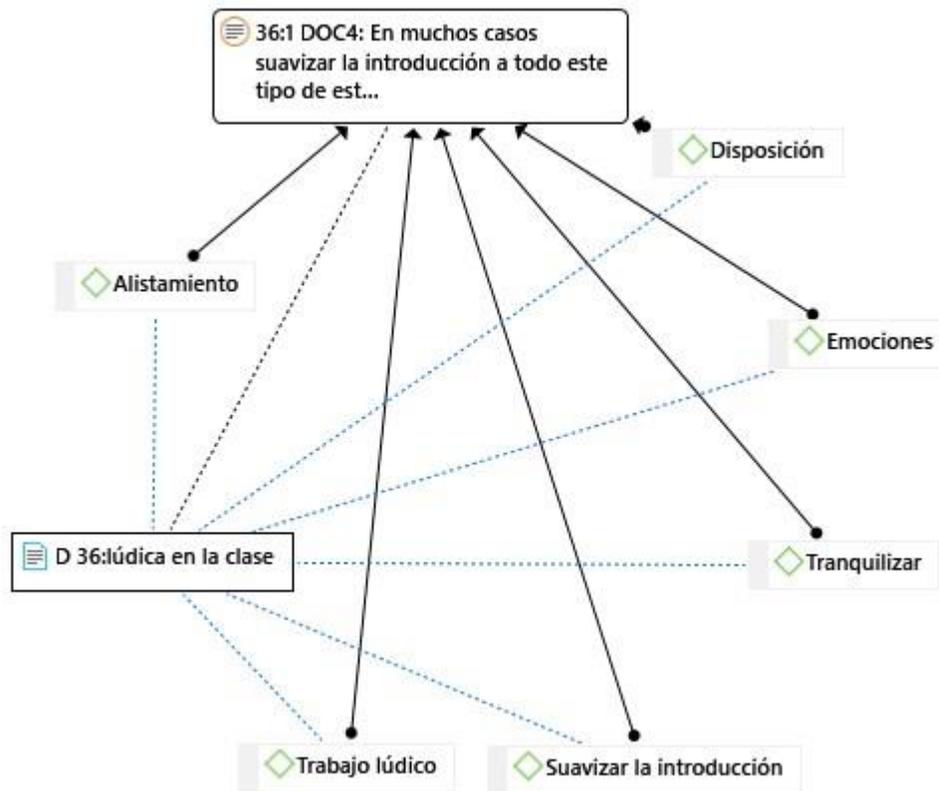
**DOC1:** *pues considero que mientras un niño o adolescente juega se encuentra motivado obteniendo sin darse cuenta un conocimiento efectivo, pues el discente puede desarrollar habilidades como la atención, la memoria activa y la indagación, y además explora por medio de su conocimiento y su creatividad poniendo a funcionar su imaginación.*

**DOC2:** *El juego tiene un papel preponderante en el desarrollo del pensamiento variacional ya que hace más atractivos los procesos enseñanza aprendizaje permitiendo de manera interesante y significativa el desarrollo de este pensamiento en los educandos.*

**DOC3:** *Crear una atmósfera para explorar, comprobar y aplicar ideas*

Con atención en lo anterior, es preciso referir como el juego, es uno de los elementos en los cuales se promueve el conocimiento efectivo, en el que se promueve el desarrollo de habilidades, por medio del juego se logra captar la atención de los estudiantes y se promueve el desarrollo de la memoria activa, así como también la indagación, por lo cual favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje, como una forma de acceder al mismo desde una perspectiva significativa en la que se comprueban y aplican ideas, por tal motivo, Torre (2011) señala que: “la motivación, es uno de los procesos que requiere de la presencia de estimulantes, como es el caso del juego, por medio del cual se alcanzan aprendizajes significativos” (p. 24), por tanto, se manifiesta el interés por aplicar acciones en las que se generen aprendizajes significativos por medio de la lúdica.

En el mismo orden de ideas, se presenta la categoría emergente ***lúdica en la clase***, en este caso, se presenta la siguiente red semántica:



**Figura 32. Lúdica en la Clase**

**Fuente:** Lobo (2022)

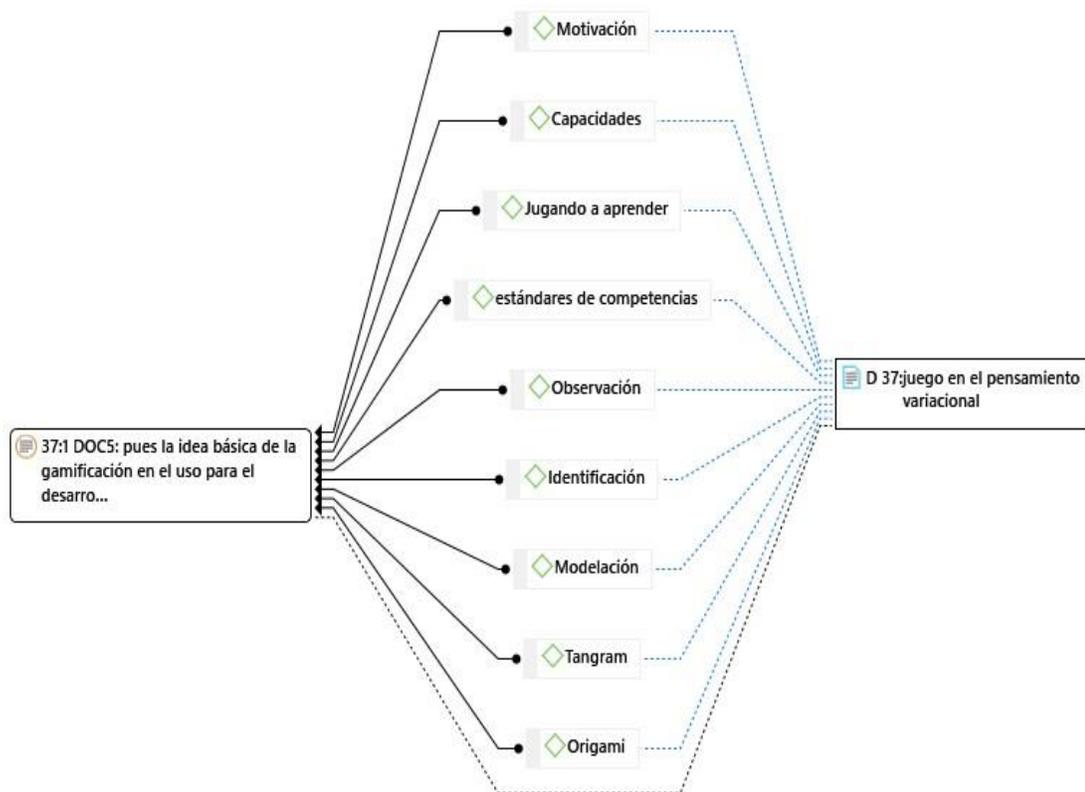
La lúdica, dentro de las clases, se sistematiza como uno de los aspectos que se aplican en función de suavizar la introducción, tranquilizar, emociones, disposición, aislamiento, trabajo lúdico, cada uno de estos códigos emergen desde el siguiente testimonio:

**DOC4:** *En muchos casos suavizar la introducción a todo este tipo de estudios, en muchos casos hacer ver al niño, al joven, al adolescente que efectivamente todo comienza con juego, el tema de tranquilizar, desde trabajar mucho desde las emociones, ya sería un tema mental el tema de la lúdica, un tema de disposición. El tema de la lúdica es un tema de alistamiento, de introducción, de trabajo desde las emociones de nuevas perspectivas, de la aproximación de ese pequeño científico. Entonces la lúdica si juega un papel*

*muy importante, pero en los comienzos, cuando el chiquillo ya abandona la primaria y va al sexto o al primer año de bachillerato o desde 3º de primaria o de 1º de primaria, hacer todo un trabajo lúdico.*

Las perspectivas previamente referidas, se manifiestan en función de usar la lúdica, como una de las acciones que implica flexibilizar los contenidos, sobre todo en el inicio, además de ello, se promueve un tema de tranquilidad para los estudiantes, desde el aprovechamiento de las emociones, donde se tome en cuenta la disposición de los estudiantes por medio del juego, mediante un trabajo lúdico, por tanto Torre (2011) refiere que: “la lúdica, es uno de los aspectos que demanda desde la realidad, las emociones de los estudiantes, porque por medio del juego se promueve un aprendizaje significativo” (p. 21), de allí que el aporte del juego, se define como uno de los aspectos que favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este mismo orden de ideas, se presenta la categoría emergente ***el juego en el pensamiento variacional***, para ello, se presente la siguiente red semántica:



**Figura 33. Juego en el Pensamiento Variacional**

**Fuente:** Lobo (2022)

El pensamiento variacional, es uno de los aspectos complejos que requiere de un elemento dinamizante, por ello, es necesario tomar en cuenta: la motivación, capacidades, jugando a aprender, estándares de competencias, observación, identificación, modelación, tangram, origami, estos códigos emergen desde los siguientes testimonios:

**DOC5:** *pues la idea básica de la gamificación en el uso para el desarrollo del pensamiento variacional sería la motivación ya sea que el juego sea un motivador para que los estudiantes puedan desarrollar sus capacidades, que sea un motivador que el estudiante entienda que jugando puede aprender. Cuando se hace juego, está desarrollando todas las dimensiones de la que hablan los Estándares de Competencias: la observación, la identificación, la modelación, ahí se está desarrollando, lo que pasa es que hay que ser muy*

*precisos en la escogencia del juego que se va a llevar al aula. Ejemplo un TANGRAM es un juego de transformación y podría decir que un TANGRAM es una función, tengo un rectángulo y yo hago alguna operación que me transforma en un objeto, ahí estoy usando juego y estoy usando variación, transformación que es la idea del pensamiento variacional, poder transformar un objeto en otro, el origami por ejemplo es un juego interesante en el sentido de que el estudiante entiende como algo se puede transformar en otro y un origami es una función. Luego la transformación geométrica es una forma de pensamiento variacional en la cual como un objeto se transforma en otro a través de unas reglas determinadas, ahí estoy trabajando pensamiento variacional.*

De acuerdo con lo anterior, es necesario referir que el uso del juego, es uno de los aspectos en los cuales se destaque el desarrollo del pensamiento variacional, donde se pone de manifiesto la motivación para el desarrollo de competencias, es desde allí, donde se refleja el uso de aspectos tales como el tangram y el origami, los cuales, son aspectos en los que se reconoce el desarrollo del pensamiento variacional, por ello, Torre (2011) refiere que: “la lúdica, se convierte en uno de los aspectos favorables dentro de los procesos de enseñanza, porque motiva tanto al docente, como a los estudiantes en el logro de aprendizajes significativos” (p. 11), de esta manera, la lúdica, favorece el desarrollo cognitivo de los estudiantes y por tanto incide en la construcción de un escenario para el aprendizaje significativo.

### **Contrastación de los Hallazgos**

Para la concepción de un estudio enmarcado en la investigación cualitativa requiere de la contrastación de los hallazgos como un medio necesario para alcanzar otorgarle a la indagación la eficacia y la confiabilidad que este proceso metodológico solicita, el camino de la contrastación tiene su origen en las categorías presentadas en la investigación producto de la

información suministrada por los entrevistados, al respecto Rodríguez, Gil y García (2003) esboza que es “Un proceso que da cientificidad a la investigación cualitativa, porque permite establecer la correspondencia de los hallazgos con los referentes teóricos” (p. 92). Por tal motivo, cuando se ejecuta la contrastación se procede a hacer un análisis de la información obtenida por los informantes y la derivada de los fundamentos teóricos.

En tal sentido, es imperioso manifestar que seguido a la contrastación de la información se establece a partir de las categorías centrales y de las categorías descriptivas la matriz de triangulación que también consiste en una vía propia de la investigación cualitativa, que según la perspectiva de Bisquerra (2003) expone que “Es una técnica cualitativa que permite reconocer y analizar datos desde distintos ángulos para compararlos y contrastarlos entre sí” (p. 264). Por ende, la matriz de triangulación tiene como finalidad que el investigador logre realizar un análisis de los testimonios para luego efectuar la confrontación.

### **Contrastación de la Categoría Central Prácticas Pedagógicas**

En lo referente a la contrastación de la categoría central prácticas pedagógicas, es necesario acotar que para plasmar la descripción de la misma en el estudio el autor debe basarse en la matriz de triangulación, en la que surgen las categorías centrales, las categorías descriptivas y las categorías emergentes que fueron de significancia de los aspectos encontrados en la indagación, lo cual se refleja a continuación:

#### **Cuadro 5.**

#### **Matriz triangular de la Categoría Central Prácticas Pedagógicas**

<b>Categoría Descriptiva</b>	<b>Categorías Emergentes</b>	<b>Entrevistas</b>	<b>Fundamento Teórico</b>
-. Decisión Inicial	Pensamiento Variacional	√	√
	Dinámica del estudiante	√	√
	Presaberes	√	√

	Diganóstico	√	√
-. Acciones docentes	Planeación	√	√
	Ciencias de la matemática	√	√
-. Intencionalidad	Formas de ver la matemática	√	√
	Enseñanza de la matemática	√	√
	Interés del estudiante	√	√
	Relación de variables	√	√
-. Rendimiento estudiantil	Tipos de estrategias	√	√
	Fortalecimiento del Aprendizaje	√	√
-. Desarrollo del pensamiento	Software matemático	√	√
	Pensamientomatemático	√	√
	Conceptomatemático	√	√

**Fuente:** Lobo (2022)

**Leyenda:** √: Presente- X: Ausente

Con base en lo expuesto en la matriz triangular, donde se presentan los insumos que requiere el investigador para ejecutar el análisis de las categorías descriptivas y de las categorías emergentes con el objetivo de contrastar la información recabada y seguidamente ofrecer un excelente estudio en cuanto a todos las características que están vinculadas; comenzando por la decisión inicial según Diccionario de la Real Academia Española (DRAE, 2010) es “un valor o energía para realizar una actividad (s/p). Por lo tanto, es un hecho importante en cada una de las estrategias que colocan en práctica los directivos y los docentes en los colegios del país, para lo cual es preciso que se arranque de un diagnóstico que permita conocer las realidades existentes en la escuela y en los estudiantes.

En este orden de ideas se presentan las acciones docentes, situaciones que se llevan a cabo de manera continua en cada una de las instituciones educativas públicas y privadas en el territorio colombiano, convirtiéndose en un aval imprescindible para la ejecución de actividades que conlleven a optimizar el proceso de enseñanza con el fin de que los niños, las niñas y los adolescentes puedan conseguir el aprendizaje en el área de matemáticas, para Gutiérrez (2011) las acciones docentes consisten en “la habilidad para

hacer que los estudiantes utilicen y relacionen los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento” (p.38). En esta categoría descriptiva, se pueden observar las categorías emergentes planeación y ciencias de la matemática.

En tal sentido, en la categoría descriptiva intencionalidad en el área de matemáticas es preciso tomar en cuenta la responsabilidad y el compromiso de los docentes y de los estudiantes en el quehacer educativo, pues esto permitirá poder comprender las formas de ver las matemáticas y el interés de cada uno de los educandos por enseñar y por aprender, según Gutiérrez (2011) la intencionalidad en el contexto escolar “promueve la construcción de conocimientos que tienen incidencia directa en las adquisición de los saberes, de las habilidades y de las destrezas” (p. 23). Dicha situación debe ser incluida en la planificación que realizan los docentes en los diferentes contenidos o temáticas abordadas en el área de matemáticas.

De la misma manera, se encuentra la categoría descriptiva rendimiento estudiantil la cual debe ser una de las principales metas de la educación, que los estudiantes puedan alcanzar los conocimientos con la finalidad de que puedan conseguir mejores resultados en todas las pruebas internas y externas que llevan a cabo los profesores, Ministerio de Educación Nacional (MEN:2006) plantea que: “En las matemáticas se requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas” (p. 50). Por lo que, los docentes deben hacer uso de los distintos tipos de estrategias para que se alcance un fortalecimiento de los aprendizajes todo ello por medio de procesos de análisis y posterior comprensión los contenidos para la resolución de problemas

Ahora bien, en la categoría descriptiva desarrollo del pensamiento se presentan tres categorías que emergieron de la información emitida por los entrevistados, entre ellas se destacan, la implementación de los software matemáticos, el desarrollo del pensamiento matemático y en la aplicación de

los conceptos en el área, todos ellos de gran preponderancia al momento de explicar o dar a conocer a los alumnos los temas que están plasmados en el currículo, para Iñiguez (2015) “Razonar y pensar matemáticamente va unido a la necesidad de construir adecuadamente los conceptos, siendo conscientes de que las demostraciones no sólo son propias de las matemáticas sino que son propias de muchos aspectos de la vida” (p. 3). Entonces, los profesores en sus asignaturas deben ir sumando a los métodos tradicionales la incorporación de los recursos tecnológicos como una forma de mantener la motivación en los educandos ya su vez facilitar la enseñanza de las matemáticas.

### **Contrastación de la Categoría Central Pensamiento Variacional**

Los hallazgos que emergieron en cada uno de estos casos, se dinamiza en función de diferentes aspectos, los cuales se manifiestan desde la cotidianidad del docente, por este motivo, se plantea la siguiente sistematización:

#### **Cuadro 6.**

#### **Matriz triangular de la Categoría Central Pensamiento Variacional**

<b>Categoría Descriptiva</b>	<b>Categoría Emergente</b>	<b>Entrevistas</b>	<b>Fundamento Teórico</b>
Reconocimiento	Actuación del estudiante	√	√
	Interacción de variables	√	√
	Capacidades del estudiante	√	√
Percepción	Apropiación del estudiante	√	√
	Fuente de error	√	√
Identificación	Variables	√	√
	Modelación matemática	√	√
	La matemática en el mundo real	√	√
Relación entre cantidades de magnitud	Método científico	√	√
	Conocimiento del estudiante	√	√
	Matemática	√	√
Relación entre cantidades de magnitud	Unidades de medición	√	√
	El concepto matemático	√	√

**Fuente:** Lobo (2022)

**Leyenda:** √: Presente- X: Ausente

De acuerdo con lo anterior, es preciso referir como las diferentes categorías emergentes, se manifiesta en función de una adecuada correspondencia, es decir, se evidencia como todas estas se presentan en las entrevistas y en el fundamento teórico, por ello, es necesario que se asuma el pensamiento variacional, como uno de los aspectos en los cuales se desarrolla el conocimiento de una manera adecuada, por ello, Vasco (2006) considera que:

El principal propósito del pensamiento variacional es pues la modelación matemática. No es propiamente la resolución de problemas ni de ejercicios; al contrario, para mí, los mejores problemas o ejercicios deberían ser desafíos o retos de modelar algún proceso. Para poder resolver un problema interesante tengo que armar primero un modelo de la situación en donde las variables covaríen en forma semejante a las de la situación problemática, y no puedo hacerlo sin activar mi pensamiento variacional (p. 7).

De acuerdo con lo anterior, es necesario que se fomente el pensamiento variacional, como uno de los aspectos que corresponden con la modelación matemática, en la que se destaca la resolución de problemas, por ello, es necesario que se fomente la aplicación de ejercicios en los que se favorezca el desarrollo del pensamiento variacional, como una de las bases para el desarrollo integral de los estudiantes.

### **Contrastación de la Categoría Central Importancia de la Lúdica**

La importancia de la lúdica, se manifiesta como uno de los aspectos que son relevantes en relación con su adopción dentro del pensamiento variacional, para ello, se plantea la siguiente matriz triangular.

## Cuadro 7.

### Matriz Triangular de la Categoría Central Importancia de la Lúdica

Categoría Descriptiva	Categoría Emergente	Entrevistas	Fundamento Teórico
Cambios	Clases lúdicas	√	√
	Tecnologías de la Información y Comunicación	√	√
	Cambios	√	√
Aporte del Juego	Motivación	√	√
	Lúdica en la clase	√	√
	Juego en el pensamiento variacional	√	√

**Fuente:** Lobo (2022)

**Leyenda:** √: Presente- X: Ausente

Dentro de las categorías descriptivas que hacen parte de la categoría central importancia de la lúdica, se evidencia como los hallazgos que de allí emergen poseen una relevancia significativa, como es el caso de la presencia de los mismos tanto en las entrevistas como en el fundamento teórico, lo cual le da un sustento relevante al desarrollo de la presente investigación, en relación con lo anterior, es preciso referir lo señalado por Torre (2011): “la importancia que posee la lúdica, para la recreación, es uno de los aspectos que promueve la motivación de los estudiantes, en función de situaciones inherentes al desarrollo humano” (p. 16), de allí que la importancia de la lúdica en el desarrollo del pensamiento variacional, es fundamental en la medida en que se apliquen actividades de esta naturaleza.

## **CAPÍTULO V**

### **CONSTRUCTOS TEÓRICOS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA DESDE LA LÚDICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

#### **Preámbulo**

En los contextos escolares la ejecución de la enseñanza de la asignatura de matemáticas requiere de nuevas e innovadoras formas de alcanzar que los niños, las niñas y los adolescentes puedan lograr el aprendizaje significativo, para ello, se necesita que los docentes incluyan en sus planificaciones y en las actividades que desarrollan en la cotidianidad estrategias basadas en la lúdica que permitan a los educandos de educación secundaria el desarrollo del pensamiento variacional como un medio para conseguir que los alumnos entiendan los contenidos y mejoren los resultados en las pruebas internas y externas que se realizan en los colegios en el territorio colombiano.

Desde estas consideraciones, es responsabilidad del personal directivo y el grupo de coordinadores hacer un seguimiento y asesorar a los profesores en cada una de las acciones que coloca en práctica con los estudiantes tanto dentro como fuera del ambiente de clase, por lo cual encontrar la manera de que todos trabajen en sinergia en no sólo conquistar la optimización del proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas, sino también que se pueda alcanzar la formación integral de los educandos desde los primeros niveles educativos, Tapia (2013) manifiesta que:

La educación es un factor fundamental para el desarrollo de la formación integral de los estudiantes, por ello, los docentes y los padres deben insertarse en el plano escolar con la finalidad de comprometerse con procesos de enseñanza adecuados a las

exigencias de la sociedad actual, pero también adecuados a las expectativas de los niños y los jóvenes (p. 38).

En correspondencia con lo citado, es preciso que desde los espacios escolares los rectores y los docentes que laboran en el área de matemáticas deben incorporar en la planeación de las prácticas didácticas que admitan que los padres y/o acudientes se sumen a las metodologías de enseñanza que emplean los profesores en los colegios, y de esta manera poder darle seguimiento en los hogares a las pautas pedagógicas con la finalidad de lograr que los educandos consigan el aprendizaje.

De acuerdo con lo referenciado, es de fundamental importancia asumir un elemento integrador que refiera la sistematicidad de los constructos teóricos que se están generando, por tal razón se refiere la siguiente representación semántica que recoge elementos fundamentales que han emergido directamente de la interpretación de cada uno de los hallazgos ofrecidos por los informantes clave, en razón de ello, el investigador genera el siguiente aporte:

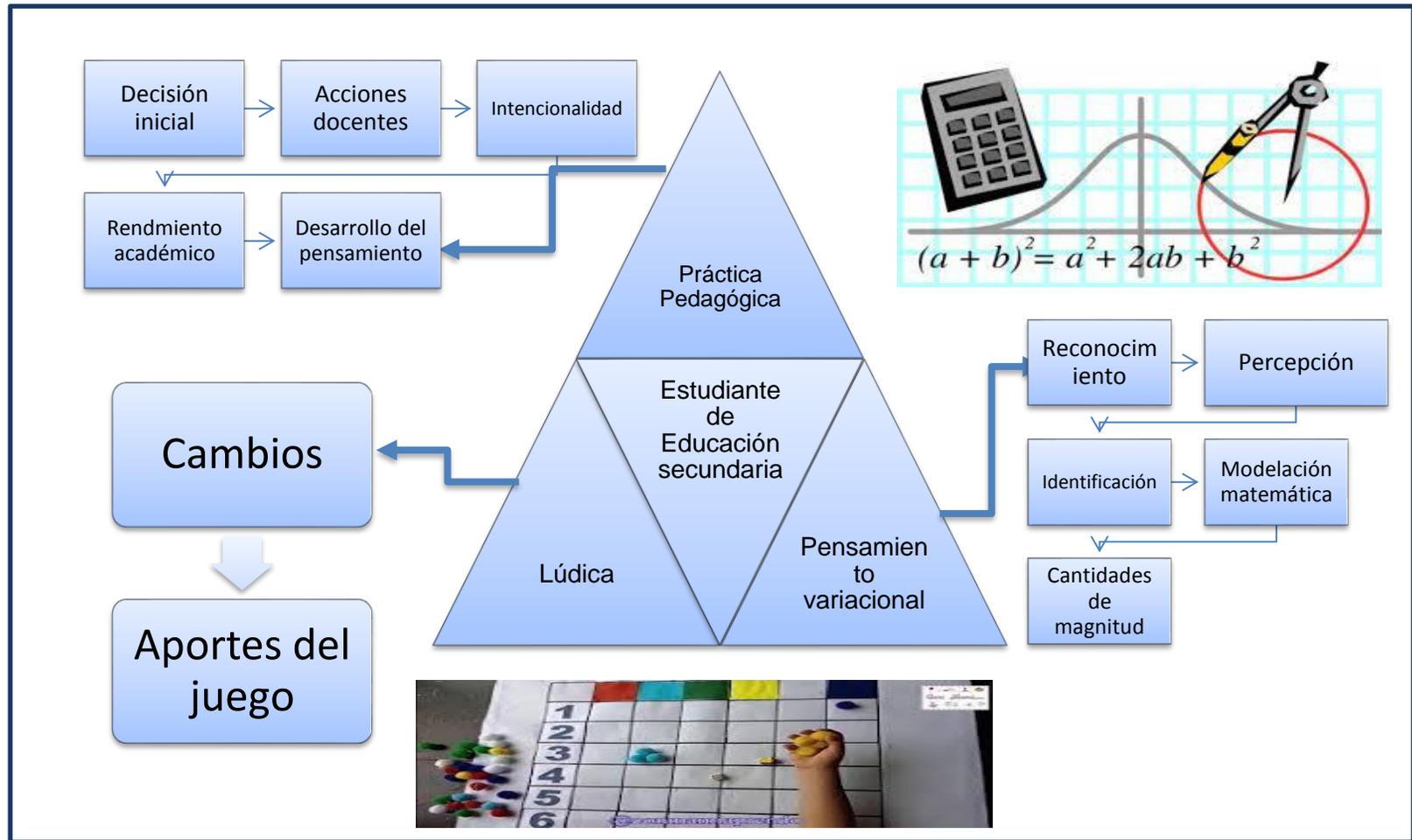


Figura 34. Integración de los Constructos Teóricos

Fuente: Lobo (2022)

## **Sistematización de los Constructos Teóricos**

Plasmar una sistematización de los constructos teóricos se plantean desde la necesidad de ofrecer desde la lúdica una serie de estrategias y herramientas que conlleven a los docentes a desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes de educación secundaria, por ende, es oportuno reconocer el valor de una serie de aspectos que involucran los constructos formulados, los cuales se presentan a continuación:

1. Prácticas pedagógicas.
2. Pensamiento variacional.
3. Importancia de la lúdica.

Seguidamente se establece el aporte desde un punto de vista específico, tomando en cuenta en la conformación de los mismos los conocimientos y la experiencia del investigador, debido a la particularidad de la contribución teórica que se está brindando.

### **1. Prácticas pedagógicas.**

La implementación de prácticas pedagógicas en los contextos educativos en los diferentes niveles de enseñanza en el territorio colombiano tiene como fundamento que los docentes en las distintas áreas de estudio puedan hacer que en los ambientes de clase se logren incorporar innovadoras formas de instruir a los niños, las niñas y los adolescentes en la obtención de los aprendizajes, más en lo referente a la asignatura de matemáticas donde a los alumnos se les dificulta entender los contenidos que imparten los profesores.

En razón de lo señalado, debido a la importancia que tienen las estrategias didácticas en la reestructuración y modificación de las prácticas que llevan a cabo los docentes en el desarrollo de la enseñanza para Encisoellez (2002), las prácticas pedagógicas son "el conjunto de actividades

que el profesor aplica para llevar a cabo un logro" (p.111). De esta manera, los profesores deben realizar ejercicios de investigación de forma continua que sirvan para que con los conocimientos que poseen y las experiencias adquiridas para establecer acciones que conduzcan a optimizar la enseñanza.

Es de hacer notar que, el rector como la persona que encabeza la institución debe realizar este minucioso trabajo de velar por el cumplimiento de un proceso escolar cónsono con las prácticas pedagógicas provistas en la actualidad, con el fin de que se efectúen los objetivos que conlleven a las metas educativas, al respecto Roser (1995) señala que son: "...aquellas secuencias ordenadas y sistematizadas de actividades y recursos que los profesores utilizan en su práctica; determina a su vez un modo propio de actuar y tiene como principal objetivo facilitar el aprendizaje de los alumnos" (p. 55). Por tal motivo, los docentes deben conocer cuáles son los requerimientos de los alumnos, porque así podrá aplicar las prácticas orientadas a mejorar la calidad de la enseñanza.

Aunado a ello, en los contextos escolares debe ser preponderante incluir las nuevas tecnologías y la creatividad en la enseñanza de las matemáticas, por lo tanto, la aplicación de prácticas pedagógicas cimentadas en la lúdica se muestra como un elemento que colabora con mantener el estímulo entre los educandos, haciendo que entre los compañeros se intercambie información, los conocimientos, las destrezas y las habilidades adquiridas en torno al aprendizaje de la asignatura, Velazco y Mosquera (2010) definen las prácticas pedagógicas como "Aquellas donde se involucra con la selección de actividades y practicas pedagógicas en diferentes momentos formativos, métodos y recursos en los procesos de Enseñanza - Aprendizaje" (p. 1). Por lo que, es imperioso agregar elementos que conlleven a los alumnos a la comprensión de los contenidos abordados en clase.



**Figura 35. Prácticas Pedagógicas.**

**Fuente:** Lobo (2022).

En relación con lo presentado en la imagen precedida, la influencia de las prácticas pedagógicas en el marco de la enseñanza en las instituciones educativas en el país, puede darse de manera positiva o negativa, a tal efecto se debe establecer un trabajo mancomunado entre las personas participantes del hecho educativo, como lo representan como primero los estudiantes como el ser más importante y el sujeto ante el cual se eligen las prácticas, seguido de los directivos y de los profesores como los seres que se encargan de llevar la instrucción a los alumnos, y por último los representantes como los individuos que tienen el compromiso de darle prosecución a las pautas emanadas desde los colegios.

Por consiguiente, se pretende que en los entornos escolares los profesores y los estudiantes puedan entender la significancia que tienen las prácticas pedagógicas como un espectro complejo al que hay que abordar desde la concepción de una educación bajo los postulados de la lúdica que

servirá para recrear espacios de colaboración y cooperación entre los participantes, Díaz y Hernández (1992) definen las prácticas pedagógicas como “los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos, éstas se aplican en diferentes momentos: Pre-instruccionales, co-instruccionales y pos-instruccionales” (p. 3). De lo que se puede deducir que, son los profesores los responsables de los recursos que son empleados durante la enseñanza con el objetivo de perseguir y alcanzar los saberes de los educandos.

Desde la concepción epistemológica de la investigación, amparada en la teoría del aprendizaje situado, comunidades de aprendizaje o aprendizaje sociocultural, es imprescindible mencionar que para el desarrollo de las prácticas pedagógicas los docentes tienen la responsabilidad de crear espacios de enseñanza colaborativos y cooperativos donde los educandos en los diferentes espacios escolares puedan establecer interrelaciones de sociabilidad con sus compañeros y con los profesores, de esta manera se logren modificar los antiguos contextos de individualismo tanto dentro como fuera del aula de clases.

En relación con los postulados emanados por los filósofos en cumplimiento de las prácticas pedagógicas de los en el área de las matemáticas, al ser descritas éstas como una ciencia exacta compromete a los docentes a que en sus labores diarias emplean de la mejor forma las estrategias y los recursos necesarios durante la enseñanza para conseguir que los niños, las niñas y los adolescentes puedan obtener los aprendizajes de una forma significativa tomando en cuenta las experiencias y las ideas de los alumnos.

### **Pensamiento variacional.**

La educación, siempre se ha enfocado por ser dinámica y estar en constante búsqueda de recursos con el fin de lograr cumplir lo procesos

principales de la educación como es el proceso de enseñanza y aprendizaje, es por ello que en el caso específico del desarrollo del pensamiento variacional, el cual se desarrolla en el área de matemáticas, es preciso reconocer que los docentes tienen un arduo trabajo, puesto que debe realizar su planeación en busca de transmitir los conocimientos y que el receptor que es el estudiante no solo pueda comprender una que a su vez desarrolle competencias y logre así obtener el pensamiento variacional, de esta manera Orozco (2010) manifiesta:

El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, tienen que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (p. 25).

Este pensamiento variacional es muy importante, puesto que el estudiante aprende las matemáticas de manera más dinámica, puesto que se centra en el reconocimiento, el cual se enfoca en reconocer figuras, geométricas, formulas cálculos utilizando la percepción, logrando así la identificación y la caracterización de la variación, como su mismo nombre lo indica varia y permite que el estudiante desarrolle otros pensamientos y comience a trabajar con la lógica, el pensamiento variacional, para Caicedo (2013), describe el pensamiento variacional como:

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud en los subprocesos recortados de la realidad (p. 75).

Este pensamiento permite que el niño piense de forma dinámica, es necesario que el docente investigue con referencia al pensamiento variacional y así pueda buscar en el área de matemáticas que el estudiante produzca sistemas relacionados a las variables, el docente debe estar sienta atento a trabajar y buscar nuevas prácticas para lograr desarrollar capacidades en los

niños y darle solución a las problemáticas que se adentran en las aulas de clase, de esta manera Contreras (2007) expone:

La función concreta del pensamiento variacional consiste en descubrir las propiedades ocultas, determinar las conexiones y correlaciones de una situación mediante la transformación de la realidad, donde sólo a través del pensamiento conceptual y visual-figurativo se haría difícil o imposible. Diferentes investigaciones sostienen la importancia de utilizar diferentes experiencias, metodologías, contextos y representaciones para desarrollar diferentes nociones y objetos matemáticos (p. 44).

Es importante como el pensamiento variacional va modelando y logrando de esta manera que el estudiante vea la geometría o la matemática de forma dinámica, donde en su mente puede modular y dar respuestas lógicas a lo que está observando, el docente de matemática, anteriormente solo tenía como estrategia el tablero y el marcador, en la actualidad existe un sin fin de recursos que se pueden aplicar y lograr de esta manera que el estudiante desarrolle capacidades y alcance competencias con relación a la inteligencia lógico-matemática, el MEN (2006), manifiesta que:

En las situaciones de aprendizaje que fomentan el desarrollo de este tipo de pensamiento, también se dan múltiples oportunidades para la formulación de conjeturas, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una conjetura o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico (p. 68).

En la actualidad las investigaciones muestran que el desarrollar estos pensamientos hacen que los estudiantes logren comprender con facilidad así como pensar de manera más rápida y lógica, pero para que esto suceda es necesario que el docente comience a trabajar con tareas que beneficien al estudiante y que puedan así desarrollar el pensamiento variacional, puesto que al guardar relación directa con el área de matemáticas, es un poco complicado que el estudiante sienta la motivación de querer aprender y comprender las matemáticas y a la vez conseguir un aprendizaje significativo partiendo del dinamismo del pensamiento variacional, la educación está en

constante actualización y es por esto que las instituciones educativas deben buscar las estrategias para preparar a los estudiantes y lograr que alcancen las competencias y desarrolle habilidades numéricas de manera dinámica en la naturaleza del pensamiento variacional.

Desde lo epistemológico, el pensamiento variacional se asume de lo estipulado por, Inhelder & Piaget, (1958), que manifiestan “a medida que los adolescentes entran en este periodo, adquieren la capacidad de pensar de manera abstracta manipulando ideas en su mente, sin depender de la manipulación concreta del objeto” (p. 18). Entonces, cuando se plantean las enseñanzas para alcanzar el aprendizaje en los estudiantes con base en el pensamiento variacional los docentes deben tener claro que, durante la educación secundaria los adolescentes empiezan a ver los contenidos del área de una forma abstracta y pueden ejecutar el pensamiento lógico de una manera más estructurada.

Desde la perspectiva filosófica, es preciso abordar una teoría que hace referencia a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y del pensamiento variacional, al respecto Fernández (2014) señala que: “El realismo, por tanto, es el punto de vista que sostiene que la matemática es la ciencia de los números, conjuntos, funciones, etc” (p. 73). Por lo tanto, en cuanto a lo desarrollado en el estudio, se presenta la lúdica como un recurso que busca cambiar o transformar el medio escolar, es decir, que en el ambiente de clase el personal docente consigan plasmar las mejores prácticas pedagógicas basadas en la lúdica para brindarle un espacio de enseñanza más ameno y más armónico, donde se mantenga la motivación entre todos los educandos.

### **Importancia de la lúdica.**

El sistema educativo, es un proceso que busca beneficiar a la sociedad en general, el propósito es formar y educar a los niños, niñas y adolescentes,

para que en el futuro sean ellos quienes tomen las riendas del país, dándole solución a las problemáticas, gerenciando y logrando así el progreso del mismo, pero para ello es necesario el trabajo arduo de parte de los estudiantes, docente y padres de familia, es por ello que las instituciones educativa están en una constante búsqueda por tener una calidad educativa y poderles brindar a los estudiante al seguridad que se necesita, se han incluido temas que fueron creados para otras ramas pero han tenido bueno resultados, adaptarlas a la educación, tal es el caso de la lúdica, que ha facilitado el proceso de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes, de esta manera Roser (1995) expone:

La lúdica hace referencia a la necesidad que tiene el ser humano de sentir, comunicar y expresar emociones, orientadas al esparcimiento, y que conlleva a gozar, reír, gritar o inclusive llorar en una verdadera manifestación de emociones, las cuales deben ser canalizadas por el facilitador del proceso (p. 97).

La lúdica, no es esta simplemente como un juego, que busca entretener al niño, sino que cada una de las actividades se centra en la transmisión de un conocimiento y en la recepción del mismo para convertirlo en aprendizaje, es preciso resaltar que los dos procesos principales de la educación deben trabajar en equipo para lograr el objetivo primordial de la formación, el docente debe buscar implementar prácticas lúdicas que permitan que el estudiante se motive y comience a tomar interés por temas que no le llaman la atención pero que son necesarios para su formación integral, la lúdica está enfocada en el juego es una estrategia muy usada en la actualidad, ya que los estudiantes lo ven como una distracción o como un rato de risas con los compañeros, crear este ambiente en el aula de clase permite que el estudiante este más tranquilo y pueda asumir el conocimiento desde una perspectiva favorable, puesto cuando esta tenso puede crear predisposición y de esta manera el adolescente se bloque y no puede captar ningún tipo de información, por otra parte Díaz (2016), expresa:

La lúdica ha sido considerada desde los diversos ámbitos de la educación, como aquella metodología o manera de enseñar algún contenido a partir del juego, siendo este un escenario donde se proponen diversas actividades utilizando así materiales o recursos que conlleven a una participación activa e integrante del estudiante, siendo el maestro un guía y motivador (p. 59).

La lúdica puede ser utilizada en todas las asignaturas, desde las más complejas, hasta las más sencillas, pero es necesario que existe una planeación previa de la misma, inicialmente el docente debe realizar un diagnóstico, para conocer la debilidades y fortaleza de los estudiantes en cuando al trabajo en equipo y a la participación de los juegos, después de ello es necesario la planeación y organización de las diferentes actividades, asumiendo objetivos para lograr el alcance pedagógico que en la misma debe tener en el estudiante y la ejecución, la cual se lleva a cabo en la práctica pedagógica y es aquí donde el docente debe estar activo para que todo participen, que exista la motivación y sea el quien guie cada uno de los procesos, logrando de esta manera que el estudiante vea los procesos de enseñanza y aprendizaje de manera dinámica y sienta curiosidad por seguir investigando y conociendo más de los temas, para aclarar un poco más sobre tema e trae a colación a Díaz (2016) quien manifiesta:

A partir del escenario que brinda la lúdica como recreativo y experimental, este ha sido propuesto para la primera infancia, siendo esta etapa aquella donde se vive y se piensa a través de la imaginación, la expresión y la alegría. En ocasiones se observa cómo, en la edad adulta, se deja de lado cada una de estas experiencias y vivencias, creyendo que lo que en esta etapa se necesita es una estrategia tradicional donde el protagonista de la enseñanza y aprendizaje no solo es el maestro y el alumno, sino que se incorporan en ella una mesa, una silla y una pizarra convirtiéndose así en los principales materiales de apoyo de aquel proceso. Frente a este escenario, vale la pena reflexionar sobre cómo la lúdica puede tomar posición en la estrategia utilizada para el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que a partir de ella se pueden obtener cambios no solo en dicho proceso, sino en el desarrollo personal y social del ser humano (p. 67).

Anteriormente el proceso de enseñanza y aprendizaje eran muy rígidos, exigentes y poco flexibles, lo que hacía que muchos estudiantes dejaran los estudios, pues no se sentían motivados querer aprender, pero en la actualidad, el sistema continua brindado calidad en estos procesos pero flexibiliza las practicas pedagógicas ha dejado de ser una camisa de fuerza tanto para el estudiante como para el docente, es por ello que la inclusión de diferentes estrategias, técnicas y recursos ha logrado dinamizar el proceso de enseñanza y aprendizaje, hace que los docentes se sientan motivados, tenga experiencias bonitas con sus estudiantes y se logra esa interacción que es necesaria entre el estudiante y el docente, en el caso del estudiante, en las practicas pedagógicas siempre va a estar dispuesto a querer aprender más, porque está concentrado en lo que hace por medio de estrategias que por su edad son las favoritas. Para Contreras (2007) la lúdica es vista como:

Conocer cómo el proceso de enseñanza y aprendizaje no solo se basa en un desarrollo o avance cognitivo, sino cómo la lúdica genera en personas una motivación intelectual, para así adaptarse a los diversos escenarios de la educación y sus competencias, en un ambiente lúdico que favorezca al estudiante en su proceso de aprendizaje y a la vez su desarrollo personal (p. 67).

La educación, siempre ha estado en ese constante cambio, en busca de diferentes prácticas que faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje y más cuando se tratan de área como la matemática, física, química, geometría entre otras, puesto que los estudiantes no se sienten motivados a aprender estas área por la rigurosidad de la mismas y en mucha ocasiones por la monotonía en los docentes de estas áreas tienen, pues la estrategia más usada es la explicación en el tablero contando como recursos solo el tablero y el marcador, pero cuando el docente comienza a incluir diferentes recursos en su planeación tal es el caso del juego, que permite desarrollar diferentes competencias y alcanzar habilidades de una manera divertida, ya los estudiantes prefieren estas asignaturas, que cualquier otra, porque no está haciendo que el muchacho se frustre, sino al contrario que se sienta motivado

y logre de esta manera aprender, es por ello que, Domínguez (2015) deja claro la importancia de la lúdica en el sistema educativo:

Asumir el juego desde el punto de vista didáctico, implica que este sea utilizado en muchos casos para manipular y controlar a los niños, dentro de ambientes escolares en los cuales se aprende jugando; violando de esta forma la esencia y las características del juego como experiencia cultural y como experiencia ligada a la vida. Bajo este punto de vista el juego en el espacio libre-cotidiano es muy diferente al juego dentro de un espacio normado e institucionalizado como es la escuela. La lúdica es una dimensión del desarrollo humano que fomenta el desarrollo psicosocial, la adquisición de saberes, la conformación de la personalidad, es decir encierra una gama de actividades donde se cruza el placer, el goce, la actividad creativa y el conocimiento (p. 76).

La importancia de la lúdica, es que el niño tome interés por lo que está haciendo y logre de esta manera conseguir el aprendizaje, y por otro lado que el docente pueda motivarlo y hacer que las practicas pedagógicas, en muchas ocasiones cuando se habla de lúdica, se piensa que es llevar el juego a la aula sin ningún propósito, pero la misma hace que no solo se faciliten los proceso de enseñanza y aprendizaje, sino que se centren en el verdadero significado del conocimiento, que el estudiante crezca y logre así obtener conocimientos, vistos desde diferentes ópticas y de esta manera logran un aprendizaje significativo, construido por su propia experiencia, en las prácticas pedagógicas, al impartirlas el docente se encuentra con debilidades y fortalezas que deben ser asumidas con responsabilidad, es por ello que al afianzarse en la lúdica como estrategia de enseñanza, las debilidades van a ser menos y las va prevalecer las fortalezas en el proceso de enseñanza.

El docente debe estar convencido que cada estrategia planificada, va a tener buenos resultados más cuando se incluye la lúdica, puesto que esta permite que el salón de clase se convierta en un escenario de creatividad, imaginación y puedan así comprender y analizar cada tema explicado por el docente, el proceso de enseñanza no solo se trata de transmitir conocimientos,

sino que debe haber una relación para que el mismo se convierta en conocimientos para los estudiantes y se logre el objetivo de la educación.

En razón de lo señalado, en cuanto a la epistemología de la enseñanza de la matemática y del pensamiento variacional que se puede llevar a cabo por medio de la lúdica, para alcanzar un aprendizaje significativo en los estudiantes es necesario seguir los postulados de Ausubel, Novak y Hanesian, (1968) que destacan que: “se puede afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, conduce a un cambio en el significado de la experiencia” (p. 1). De lo que se puede deducir que, es imprescindible que se cambien las antiguas concepciones sobre metodologías de enseñanza sobre la matemática que permitía el aprendizaje memorístico como la única forma de que los alumnos adquirieran la instrucción, por lo que la lúdica juega un papel fundamental al modificar las maneras de educar a los estudiantes cimentados en el juego y en la interacción entre los participantes del hecho escolar.

En concordancia el mismo autor, Ausubel (1963) manifiesta que para conseguir el aprendizaje significativo: “Se requiere que los contenidos sean relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe” (p. 2). Es decir, el personal directivo, de coordinadores y por supuesto los docentes tienen que sentarse a planificar las mejores prácticas pedagógicas para cada área temática sabiendo que no todos los educandos perciben la enseñanza de la misma forma y no con la misma rapidez, por lo que tienen que buscar los mejores medios para optimizar la instrucción, es allí donde la lúdica se incorpora como ese aspecto que proporciona a los estudiantes las herramientas necesarias para aprender significativamente.

## CAPÍTULO VI

### CONSIDERACIONES FINALES

El proceso investigativo, permite que el ser humano pueda darle repuesta a las interrogantes o que se puedan crear teorías y se genere ciencias, con este fin se realizan los trabajos de investigación, y dentro de ellos se cumplen pautas que le permite al investigador conocer a profundidad el tema que esta estudiante, tal es el caso de la presente investigación quien se centra el tres categorías que emergen de los objetivos de la investigación que fueron diseñados para lograr el objetivo principal al cual quiere llegar el investigador, es por ello que en primera momento se encuentran las practicas pedagógicas, las cuales son ejecutadas por el docente en el proceso de enseñanza, en busca de poder trasmitir conocimientos de la manera indicada, para que las practicas pedagógicas se den con efectividad influyen una serie de elementos como lo es la estrategias y los recursos que se deben implementar en las aulas de clase con el fin de que los estudiantes puedan obtener un aprendizaje significativo.

De esta manera, las estrategias y recursos buscan facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje y que las practicas pedagógicas logren el objetivo propuesto, las prácticas son utilizadas en todo los grados y las asignaturas, aunque hace algún tiempo las áreas como la matemática, la geometría, la estadística eran áreas que solo eran enseñadas con un tablero y el pizarrón, con el pasar de los años estas prácticas han tomado carácter didáctico y se han incluidos otras estrategias y recursos que facilitan el proceso en el área de matemáticas y permiten que el estudiante logre obtener un aprendizaje significativo y desarrollo competencias que pueden ser utilizadas en cualquier oportunidad de la cotidianidad, es por ello que los docentes se deben apropiar de las prácticas pedagógicas y de esta manera facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por otra parte todo lo que realizan los seres humanos tienen que ver con la matemática, es por ello que en las instituciones educativas se deben fomentar el interés por esta área y desarrollar en ellos los pensamientos matemáticos entre ellos el pensamiento variacional el cual permite que a través del aprendizaje dinámico pueda imaginar y dar a conocer las figuras y los problemas desde otro ámbito así mismo se incluye la lúdica como elemento principal para el desarrollo de este pensamiento, es por ello que se hace necesario incluir los juegos educativos que permitan que el estudiante y los jóvenes se sientan tranquilos a la hora de aprender y que no se sientan presionados a tener que conocer cualquier tema y más cuando se trata con áreas relacionadas a calculo, lógica o matemática, e necesario la inclusión del mismo para enseñar de manera dinámica a los estudiantes.

Es importante que le eje central del proceso de enseñanza y aprendizaje las prácticas pedagógicas, ya que es donde el estudiante plasman todas sus ideas y lleva un orden de cómo debe ir desarrollando el tema, colocando todo el entusiasmo y llevando a los estudiantes toda la motivación posible para que puedan comprender y facilitar el proceso de aprendizaje, asimismo desde una perspectiva propia uno de los pensamientos más importantes es el variacional, ya que permite que el estudiante observe las matemáticas desde un punto más dinámico y pueda prepare para lograr el desarrollo de los pensamientos lógico – matemáticos, asimismo se asume la lúdica como principal práctica para la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento variacional para lograr el aprendizaje significativo.

De allí, el interés por referir de manera concreta los hallazgos de la investigación, en este caso, se logró establecer al caracterizar las prácticas pedagógicas empleadas en el área de matemática para el desarrollo del pensamiento variacional, se concluye que los docentes para el desarrollo de las mismas parten de una decisión inicial, en la que consideran el pensamiento variacional, el cual se va desarrollando de acuerdo con la dinámica del

estudiante, por lo que se deben tomar en cuenta los presaberes, los cuales se detectan por medio de un diagnóstico.

En el mismo orden de ideas, dentro de las prácticas pedagógicas de los docentes de matemática, se evidencian las acciones que son planificadas, por medio de las ciencias que atienden la matemática. Además de ello, se toma en cuenta la intencionalidad de la práctica pedagógica, en la que se refieren las formas de ver la matemática y su enseñanza, donde se valora el interés del estudiante en relación con el estudio de las variables. De igual forma, en las prácticas pedagógicas, se toma en cuenta el rendimiento estudiantil, con énfasis en el uso de estrategias que permiten el fortalecimiento del aprendizaje y generan un desarrollo del pensamiento matemático.

Respecto a interpretar la presencia de pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, es necesario asumir que dicho pensamiento se reconoce en la realidad, en la que se valora la actuación y las capacidades del estudiante, para que este tome en cuenta la percepción, como una de las formas de apropiarse en relación con las fuentes de error, por lo que se desarrolla e proceso de identificación de las variables, además de ello, entre en juego la modelación matemática, por medio de una matemática real con énfasis en el método científico que generen relaciones entre cantidades de magnitud en los que valore las unidades de medición.

En relación a develar la importancia de la lúdica en el desarrollo del pensamiento variacional en educación secundaria, es necesario referir como la lúdica promueve cambios, en los que se logre la concreción de clases lúdicas, donde incluso se logre la integración de las tecnologías de la información y la comunicación. En este sentido, se asumen los aportes del juego, en relación con la adopción de la motivación por medio del juego para lograr el desarrollo del pensamiento variacional.

Lo anterior, permitió concebir constructos teóricos de las prácticas pedagógicas desde la lúdica para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de educación secundaria, donde se evidencia un todo integrado

del conocimiento, en el que queda demostrado que se alcanzaron los objetivos de la investigación y que a su vez, los hallazgos se han convertido en a base fundamental para la construcción de ciencia que dinamiza el pensamiento variacional, lo cual favorece la razón epistemológica de la presente investigación.

## REFERENCIAS

- Adam, F. (1984). *Historia de la Educación de Adultos*. Universidad Nacional Abierta. Venezuela.
- Aguirre, B. (1999). *Etnográfico-Metodología Educativa en la investigación Sociocultural*. Alfa-omega. México.
- Ausubel, D. (1963). *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. First edition. New York: Grune & Stratton.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. First edition. New York: Holt, Rinehart & K. Winston.
- Azcarate, P. (1998). *La Formación Inicial del Profesor de Matemática: Análisis desde la Perspectiva del Conocimiento Práctico Profesional. Interuniversitaria de Formación del Profesorado*. 32. Recuperado el 20 de Junio del 2021 en [dialnet.unirioja.es/servlet/dcfichero\\_articulo?codigo=117983](http://dialnet.unirioja.es/servlet/dcfichero_articulo?codigo=117983)
- Bavaresco, A. (2006). *Proceso metodológico de la investigación*. Maracaibo:
- Bisquerra, R. (2003). *Orientación, Tutoría y Educación Emocional*. Ediciones Corporación Social Chilena.
- Bixio, L. (2000). *La práctica pedagógica*. Una propuesta para la formación de maestros.
- Bolívar, A., Domingo, J. y Fernández Cruz, M. (2001). *La Investigación (auto) biográfica narrativa. Guía para la indagación en el campo*. Granada: Force.
- Borba, M., & Penteado, M. (2010). *Informática e Educación Matemática*. Belo Horizonte: Auténtica
- Bravo. (2007). *Metodología de la Investigación Educativa*. Editorial Humanitas. Argentina.
- Brown, S. (s/f). *La forma más efectiva de desarrollar el cerebro, enriquecer la imaginación y alegrar el alma*.
- Buendía, E., Colas, M y Hernández, P. (1998). *Métodos de Investigación en Psicopedagogía*. Madrid: McGraw-Hill.
- Cabezas y Mendoza (2017). *Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Cálculo Inicial*. Universidad Católica de

- Maule. Chile. Disponible en Línea: <http://d.oi.org/165/e2.35>. Consulta: Diciembre de 2018.
- Caicedo, M. (2013). *Competencias Matemáticas en la Escuela*. Ediciones Norma. Colombia
- Caillois, R. (1958). *Teoría de los juegos*. Ed. Seix Barral, S.A.
- Carlson, M. (2015). *Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: Un marco conceptual y un estudio*. Revista EMA 8.
- Coll, C. (2017). *Aprendizaje significativo y ayuda pedagógica*. En Cuaderno de Pedagogía 168. 4. edición. Barcelona.
- Contreras, A. (2017). *Fortalecer la Competencia de Interpretación Matemática a través de la Implementación de una Estrategia Pedagógica*. Universidad Autónoma del Bucaramanga. <http://dx.doi.org/10.19.4341>. Consulta: Diciembre de 2018.
- Contreras, F. (2007). *Una visión filosófica acerca de la enseñanza de las matemáticas Política y Cultura*.
- Contreras, J. (2010). *Educación y tecnologías: De lo excepcional a lo cotidiano. Aula de innovación educativa*.
- Denis, L y Gutiérrez, L. (2002). *La etnografía como metodología de investigación*. Caracas.
- Díaz Barriga, F. (2003). *Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo*. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 5(2). Recuperado de <http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html>
- Díaz, J. (2016). *Estrategias para la Enseñanza y el Aprendizaje*.
- Díaz, Frida y Hernández, Gerardo. (1999). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México: Red Escolar ilce [en línea]. Disponible en: <http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/biblioteca/articulos/pdf/estrategia.pdf> [Consulta 10/07/2013].
- Diccionario de la Real Academia Española (DRAE, 2010). *Decisión Inicial*.
- Diccionario Vox (2005). Ediciones Planeta. Venezuela

- Diem, C. (1966). *Historia de los deportes*. Ed. Luis de Caralt, Barcelona.
- Diez, S. (2010). *Un Poco de Historia del Pensamiento Matemático*. Ediciones Norma. Colombia
- Domínguez, L. (2015). *Actividades Lúdicas*. Universidad de Juárez. México Editorial de la Universidad del Zulia
- Encisoellez, N. (2002). *Las Estrategias para Lograr Aprendizajes Significativos*. Barcelona – España. Editorial: Hilux.
- Farci, G. y Ruíz C. (2007). *Proyecto de investigación en Ciencias*. Editorial Panapo. Impreso en Venezuela. Arte Digital.
- Fernández, M. (2014). *Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas*. Editorial Universidad Nacional de Colombia.
- Freudenthal, R. (1978). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados en Educación Básica*.
- García, F. Fonseca, G. Concha, L. (2015). *Aprendizaje y Rendimiento Académico en Educación Superior: Un Estudio Comparado*. Volumen 15 – Núm. 3.
- Giannini, H. (1998). *Hermenéutica y Análisis Cualitativo*. Ediciones GRAO. España.
- Gispert y Vidal (2000). *Enciclopedia de la Pedagogía*. Ediciones OCEANO
- Glaser, B y Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. Chicago, IL. Aldine.
- Godino, J. (2003). *Matemática y su Didáctica para los Maestros*. Proyecto Edumat.
- González, E. (2004). *Patrones y representaciones de alumnos de 5° de educación primaria en una tarea generalización*.
- Guba, E. & Lincoln, Y. (1985). *Paradigmas en pugna en la investigación cualitativa*. Londres.
- Gutiérrez, H. (2011). *Competencias en Matemática*. Cuadernos de Educación. Bogotá
- Guyot, R. (2000). *La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones*. 1–7. Recuperado de: [http://rhurtado.cl/bits/pag\\_arco.pdf](http://rhurtado.cl/bits/pag_arco.pdf)

- Heidegger, M. (2003). *Ser y tiempo*. Madrid: Trotta.
- Heidegger, M. (2006). *Prolegómenos Para Una Historia Del Concepto De Tiempo*. Alianza Editorial, Madrid, España, 2006.
- Hernández, Fernández y Baptista. (2010). *Metodología de la Investigación*. México. Editorial: Mc Graw Hill.
- Huizinga, J. (1972). *Homo Ludens*. Alianza Editorial. p. 47.
- Hurtado, J. (2010). *La Investigación Holística*. SYPAL. Venezuela.
- Iñiguez, F. (2015). *El desarrollo de la competencia matemática en el aula de ciencias experimentales*. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y la Matemática, Facultad de Formación del Profesorado, Universidad de Barcelona, España.
- Jara, V. (2012). *Desarrollo Del Pensamiento y Teorías Cognitivas para Enseñar a Pensar y Producir Conocimientos*. Sophia, Colección de Filosofía de la Educación, núm. 12. Universidad Politécnica Salesiana. Cuenca, Ecuador
- Jiménez, H. (2016). *Pensamiento Numérico y sus Componentes*. Mac Graw Hill ediciones. Argentina
- Kerlinger, F. (1981). *Investigación del Comportamiento*. Mac Graw Hill ediciones Interamericana. México
- Lave y Wenger. (1991). *Teoría del aprendizaje situado y teoría de la representación social: convergencias y posibles articulaciones*, 2(2), 173–191.
- Leung, A. (2008). *Dragging in a Dynamic Geometry Environment Through the Lens of Variation*. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 13(2), 135 -157.
- Ley 115. (1994). *Ley general de Educación: Colombia*.
- Mandell, R. (2000). *Historia cultural del deporte*. Ed. Bellaterra, Barcelona.
- Mantilla, G. (2021). *Desarrollo de Competencias Matemáticas Mediante las Tecnologías de la Información y la Comunicación (Tic) en la Educación Secundaria*. Trabajo de Grado (No Publicado).

- Martínez, M. (2002). *La Investigación cualitativa etnográfica en educación. Manual teórico – práctico*. Caracas: Texto.
- Martínez, M. (2006). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa*. 2ª edic México: Trillas.
- Martínez, M. (2011). *La Investigación Cualitativa Etnográfica en Educación*. México: Trillas.
- Martínez, P. (2001). *Orientaciones y criterios para el diseño de programas de Formación de Profesores*. Revista Iberoamericana de Educación N° 19. Madrid –España.
- Ministerio de Educación Nacional (2012). *Análisis de la Práctica Pedagógica en el Aula de Clase*. Bogotá.
- Ministerio Nacional de Educación. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá, Colombia Obregón (2017)
- Miras, L. (1999). *Un Punto de Partida para el Aprendizaje de Nuevos Contenidos: Los Conocimientos Previos*. Barcelona, Grao.
- Monereo, S. (2004). *Iniciación del aprendizaje y sus consecuencias para la enseñanza*.
- Monroy, A. (2007). *Historia del Deporte. De la Prehistoria al Renacimiento*, Wanceulen, Sevilla.
- Mora, K; Cedillo, J; Bravo, J; y, Saltos, M. (2018). *La Matemática en el Contexto de las Ciencias*. Revista Científica Mundo de la Investigación y el Conocimiento. Vol. 2 – Num. 2. Editorial Saberes del Conocimiento.
- Morin, E. (1990). *El Pensamiento de la Complejo*. Barcelona – España.
- Morín, E. (2004). *El Pensamiento Complejo*. [Artículo en Línea]. Disponible en: <http://www.multidiversidad.real.edu.mx.com>. [Consulta: 2019 enero 07].
- Navarro, L. (2017). *El pensamiento matemático: una herramienta necesaria en la formación inicial de profesores de matemática*. VARONA, núm. esp., mayo-agosto, 2017, pp. 1-7 Universidad Pedagógica Enrique José Varona La Habana, Cuba

- Orozco, J. (2010). *Juega y Construye la Matemática*. Noveno Grado. Bogotá: Ediciones Maristas.
- Padrón, J. (2000). *Estructura de los procesos de investigación*. Revista educación y ciencias humanas Año VII, n° 15 julio-diciembre de 2000. Decanato de Postgrado, Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez.
- Paz, M (2012). *Metodología de la Investigación*. Editorial Trillas. México.
- Piaget, J. (1946). *El Desarrollo de la Noción del Tiempo*.
- Pinto, H. (2000). *Formación en Competencias Docentes en Matemática de Educación Básica. Cuaderno de Educación y Desarrollo*. Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/ced/26/hp.htm>
- Posada, F. (2014). *Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Gobernación de Antioquía. Medellín
- Rodríguez, G., Gil, J., y García, E. (2002). *Metodología de la investigación cualitativa*. España. Alijibe.
- Rodríguez, G.; Gil, J. y García, E. (2003). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Editorial Alijibe. Málaga.
- Rodríguez, G.; Gil, J; y García, E. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Granada. Ediciones Alijibe.
- Ros, R. (2016). *Pensamiento y Lenguaje Matemático en el Contexto de Educación Infantil: Un Acercamiento Interpretativo*. Universidad Complutense de Madrid en el Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Disponible en Línea: <http://h.dle.net/8449>. Consulta: Diciembre de 2018.
- Roser, T. (1995). *Estrategias y Recursos Didácticos en la Escuela Rural*.
- Rueda, Parada y Fiallo. (2017). *Habilidades Inherentes al Pensamiento Variacional de Estudiantes de Nuevo Ingreso a la Universidad*. Universidad Industrial de Santander Colombia (UIS).
- Sáenz (2017). *Desarrollo de las Competencias Matemáticas en el Pensamiento Geométrico, a Través del Método Heurístico de Polya*”. Disponible en Línea: [www.fism.org/uni](http://www.fism.org/uni). Consulta: Septiembre de 2018.

- Sarramona, R. (2009). *La educación Formal*. Universidad Javeriana. Colombia.
- Sobrado, L. (2005). *El Diagnóstico Educativo en Contextos Sociales y Profesionales*. Revista de Investigación Educativa, vol. 23, núm. 1. Asociación Interuniversitaria de Investigación Pedagógica. Murcia, España.
- Sosa, J. (2018). *La Enseñanza de la Matemática*. Documento en Línea. Disponible en: <http://www.matemetenseñanz.org/pe/edu.com> Fecha de Consulta: 10 de enero de 2019.
- Spradley, J. (2000). *Método Etnográfico*.
- Tapia, E. (2013). *Participación y Aprendizaje y Servicio*. Bogotá Universidad de los Andes.
- Torre, S. (2011). *La Lúdica como Estrategia Pedagógica*. España: Gedisa
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador (2016). *Manual de trabajos de grado de especialización y maestrías y tesis doctorales*. Caracas: Fedupel.
- Vasco, C. (2006). *Didáctica de las Matemáticas*. Artículos Selectos. 1a edición, 9-155, editorial Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
- Vasco, C. (2006). *El Pensamiento Variacional, la Modelación y las Nuevas Tecnologías*. In C. Vasco, *Didáctica de las matemáticas: artículos selectos*. (pp. 134-148). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Velazco, M. y Mosquera. (s.f). *Estrategias Didácticas para el Aprendizaje Colaborativo*. PAIEP. Consultado el 12 de abril de 2021, en: [http://acreditacion.udistrital.edu.co/flexibilidad/estrategias\\_didacticas\\_aprendizaje\\_colaborativo.pdf](http://acreditacion.udistrital.edu.co/flexibilidad/estrategias_didacticas_aprendizaje_colaborativo.pdf)
- Veliz, A. (2012). *Cómo hacer y defender una tesis*. 23ava ed. Dirección de Artes Gráficas del M.P.P.D. Venezuela.
- Vera, J. (2012). *Juega y Construye la Matemática*. Quinto Grado. Bogotá: Editorial Kimpres Ltda.
- Vergara, G. (2011). *Acciones Pedagógicas*. Repositorio de la Universidad de Chile.

Villa, J. y Ruiz, M. (2010). *Pensamiento variacional: Sereshumanos-con GeoGebra en la visualización de nociones variacionales*. Educación Matemática Pesquisa, 10(3), 514-528

Vintro, J. (2007). *Relación entre Variables*. Vol. 26 num. 2. Barcelona.

Wolf, T. (2003). *Paradigma Interpretativo*. Editorial Trillas. México.

## **ANEXOS**

**Anexo A.**  
**Transcripción de las Entrevistas**

**GUIÓN DE ENTREVISTA DIRIGIDO A DOCENTES**

1. ¿De qué manera decide sobre la estrategia pedagógica a usar para la enseñanza del pensamiento variacional?

**DOC1:** respecto a la estrategia pedagógica a utilizar en el pensamiento variacional se decide cuando uno se da cuenta que las explicaciones u orientaciones se vuelven muy abstractas y estáticas, si yo propongo por ejemplo una formula y reemplace una variable que resultado le dio, se da uno cuenta que es algo estático, entonces, toca buscar estrategias donde el estudiante pueda indagar acerca de que pasa si la variable aumenta si la variable disminuye, se puede modelar, es muy importante reconocer que esta pasando por la mente de los estudiantes, y tratar de convertir esa matemática estática que estamos acostumbrados en una matemática mas dinámica.

**DOC2:** Esta decisión se toma en base a las necesidades , intereses y motivación de los estudiantes y también en función de los resultados arrojados en la manera como se están dando los aprendizajes en los educandos.

**DOC3:** Mediante el Uso de contextos de dependencia en situaciones de la vida real que conlleven al estudiante a utilizar el conocimiento y las habilidades para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas.

**DOC4:** bueno lógicamente los pre saberes son claves para diagnosticar el grupo, mirar qué información hay en el grupo, qué fortaleza tiene el grupo, que debilidades hay y qué se puede mejorar, se hace básicamente una retroalimentación de las habilidades que hay alrededor del pensamiento matemático. En mi caso particular hacer un diagnóstico de los grados, de la situación, pues empezamos a crear hábitos de pensamiento matemático; sí, porque estamos hablando de pensamiento variacional, para mi concepto muy

personal es que el pensamiento variacional es el eje transversal de los pensamientos matemáticos,

**DOC5.** Por ejemplo, bueno listo le decía que lo primero que yo hago es hacer un pequeño diagnóstico con el objetivo de entender cómo están los chicos en pensamiento variacional, ya que les cuesta mucho establecer relaciones entre variables, para ellos es bastante complejo entender cómo una variable depende de la otra; teniendo ese diagnóstico pues yo decido de qué manera voy a abordarlo. Normalmente comienzo trabajando con relaciones lineales de dependencia lineal que son las más simples y que son las que se fortalecen mucho más en el grado octavo que es donde yo estoy trabajando particularmente este año.

## 2. **¿Cuáles son las acciones docentes que desarrolla con base en el pensamiento variacional?**

**DOC1:** las acciones docentes que constantemente empleo empieza desde la planeación si usted no planea no se puede dar una clase exitosa, esto del pensamiento variacional no es de llegar y vamos a ver que hacemos, lo que se da sobre la marcha es acerca de que piensan los estudiantes, como analizan que concluyen, pero siempre llevándolos al entendimiento.

**DOC2:** Revisar el plan de área,

- planear secuencias didácticas referidas al desarrollo del pensamiento variacional
- organizar ese material de acuerdo al orden de las temáticas que se abordan en cada periodo en relación con el desarrollo del pensamiento variacional.
- Aplicar las secuencias didácticas
- Evaluar y retroalimentar el desarrollo de estas secuencias.

**DOC3:** Los estudiantes mediante la observación de situaciones reales, registran en tabla sus datos y observaciones para sacar sus conclusiones y poder hacer predicciones.

**DOC4:** lecturas de algunos textos de investigación básica e ir atrayendo al estudiante, sobre todo a quitar el temor de las ciencias de las matemáticas,

reforzando algunos temas de matemáticas, sí algunos conceptos matemáticos reforzarlos en la repetición, pero sobre todo sobre todo a los conceptos matemáticos, mostrar que hay una utilidad de que sirven para algo de que no son conocimientos archivados, es decir lo aprendí, lo memorice, porque uno de los errores que se cometen y que no permiten desarrollar bien o llegar a esa fase de pensamiento variacional expandido es precisamente eso

**DOC5:** He tenido chicos con problemas pero de conocimientos previos y eso realmente no es una discapacidad sino que son dificultades de aprendizaje que se han ido acumulando a través del tiempo y normalmente lo que hago es cuando planeo la clase, programo 10 a 15 minutos de trabajo en el tablero, cómo tratar de explicar las relaciones que existen entre las variables del tema que voy a tratar y a partir de ahí lo que hago es que los chicos ejerciten, hagan un trabajo grupal o trabajo individual, buscando la forma de desarrollar problemas que tengan que ver con pensamiento variacional.

3. ¿Cuál es la intencionalidad de las estrategias pedagógicas en el desarrollo del pensamiento variacional?

**DOC1:** es que los estudiantes no vean una matemática estática sino una matemática dinámica y que los estudiantes se enamoren de la matemática que piensen que sucede no solo con los datos e información que uno les da sino que concluyan por sus propios pensamientos que miren más allá de lo que se pueda observar aplicando ese pensamiento variacional.

**DOC2:** Al aplicar estrategias pedagógicas en la enseñanza de las matemáticas, específicamente en relación al desarrollo del pensamiento variacional, el interés es construir distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, como también en la modelación de procesos de la vida cotidiana referidos a la matemáticas y otras disciplinas.

**DOC3:** Desarrollar un ambiente donde el estudiante secomunique, explore, comprueba y encuentre regularidades y relaciones entre variables.

**DOC4:** el eje central es despertar el interés en las ciencias y en el aprendizaje de las matemáticas, muchas teorías de grandes pedagogos en Colombia, no solo en Colombia sino en otros países hablan de que lo primero es la sensibilidad, el interés por la asignatura por las matemáticas, cuando hay ese interés, cuando el estudiante dice yo puedo aprender, no es difícil, no es un mito, no es complicado, yo tengo acceso, yo puedo, cuando el interés se despierta sobre todo en jóvenes de grados menores y cuando hay ese contacto ya hoy en día con la mediación de las tics, en un programa, en un fenómeno, en un software, una simulación, cuando despertamos el interés, vamos ganando los docentes porque el estudiante entonces se va enfocando y uno lo va orientando. A la final uno se convierte en un mediador.

**DOC5:** la intencionalidad básicamente es buscar que el estudiante comprenda como en la realidad unas variables inciden en otras, básicamente lo que se busca es que el estudiante comprenda como una variable o unos valores de una variable llevan a otros. para poner un ejemplo, si estudiamos un problema de velocidad, mirar como la distancia y el tiempo van transformando esa velocidad, entonces la idea es que el estudiante establezca relaciones entre variables, esa dependencia que ellas tienen y el tipo de dependencia que tienen; porque nosotros sabemos que esta dependencia puede ser lineal, puede ser cuadrática, en la lineal, puede ser inversa, puede ser directa entonces básicamente que el chico entienda, como las variables se relacionan y cómo a partir de esa relación una variable transforma a la otra .

4. ¿Cuáles son las estrategias pedagógicas que emplea para mejorar el rendimiento estudiantil en el pensamiento variacional?

**DOC1:** Bueno dentro de las estrategias que utilizo cuando inicio una clase es hacer una pregunta acerca de que puede pasar si tenemos esto ahora y que pasaría después, les doy ejercicios que involucren tablas, situaciones problemas de secuencias, determinar el valor de una incógnita en problemas de aplicación, en las funciones sin hacer ningún procedimiento que hagan el

bosquejo gráfico, que se imaginan, hacia donde se dirige, por donde pasa, como son, todo esto lo ponemos en panel de discusión, aplico lluvia de ideas, trabajo colaborativo, entre otros.

**DOC2:** Para mejorar el desempeño de los educandos, previamente hay que detectar los aspectos en los cuales presentan falencia y ahondar en estos, enfocando las secuencias o actividades a fortalecer estas dificultades.

**DOC3:** -Estudio de fenómenos de cambio y variación de la vida diaria.

-Análisis de situaciones de variación presentadas en diversos formatos.

-Solución de retos

**DOC4:** lo primero es fortalecer las bases, las bases de las matemáticas y fortalecer los conceptos, yo primero hago el diagnóstico, del sondeo de qué información hay, hacemos una discusión, presentamos los conceptos básicos. A esos conceptos básicos asociamos unos ejemplos resueltos que explican los conceptos y ya después que miramos algunas actividades que el estudiante pueda resolver sobre todo actividades de calidad no tanto cantidad sino calidad.

**DOC5:** pues yo básicamente lo que hago con los chicos es establecer situaciones problema y tratar de guiarles la forma como deben modelarlas para empezar y a partir de esa guía tratar de que ellos puedan hacerse nuevos modelos a partir de problemas diferentes. Tratar entonces de hacerles entender por ejemplo que una función lineal por ejemplo puede resolver distintas situaciones problemas y como un modelo no es algo particular, sino que es algo más general.

5. ¿Cuáles son las estrategias pedagógicas que emplea para el desarrollo del pensamiento?

**DOC1:** me gusta trabajar con software matemáticos por ejemplo el GeoGebra es excelente para *desarrollar este pensamiento*, si estamos viendo funciones se puede revisar que sucede si se amplía por ejemplo en una función lineal  $y=mx+b$ , que sucede si aumenta b, que sucede si disminuimos b, que

representa, y al mover la pendiente que esta sucediendo. Con estas visualizaciones con software especializados para matemáticas dinámicas de desarrolla el pensamiento variacional.

**DOC2:** -Modelación de situaciones reales que involucren funciones

-Planteamiento de situaciones problemas asociadas al cambio y la variación.

-Implementación de juegos donde implique el desarrollo de este pensamiento.

**DOC3:** Estudio de patrones y manejo de programas (Geogebra, polypro, etc) y lenguajes de programación Makecode para uso de la Microbit

**DOC4:** hacerle ver al estudiante, que el pensamiento matemático es sistémico, existen fases de ese pensamiento y no hacer mucho énfasis que si tenemos muy buena memoria podemos ser exitosos, NO, muchas veces hay que ir allá, tratar de que el estudiante logre entender, asimilar y logre argumentar, logre comprender y logre proponer también, entonces si yo en esas competencias básicas las puedo llevar a que sean propositivas en matemáticas yo creo que hemos logrado avanzar en los procesos mentales del área y no solamente utilizar la ecuación resolvió y ya pero ningún análisis, ninguna interpretación, ninguna proyección de los resultados, ni una inferencia, vamos a ver si podemos proponer porque igualmente con las pruebas en Colombia están diseñadas para que el estudiante también aparte de argumentar.

**DOC5:** Yo lo que hago básicamente es centrarme mucho en el concepto, a mí me gusta mucho centrarme en el concepto, que el estudiante entienda el concepto para que a partir del concepto él pueda luego buscar esas ideas y llevarlas a la solución de problemas, no solamente de pensamiento variacional sino a otras situaciones matemáticas. Centrarme que el estudiante entienda a profundidad el concepto y a partir de ese entendimiento, pues el estudiante pueda resolver problemas. En el entendimiento de este concepto hay un problema grave que es la falta de comprensión lectora del estudiante, básicamente el estudiante no comprende un concepto, no porque ese concepto como tal sea muy complejo sino porque realmente muchas veces no

conoce las palabras, lee sin hacer las pausas correctas y entonces todo eso hace que el contexto no quede bien fijado y al no haber una fijación del concepto y una comprensión de él, pues no se puede aplicar.

6. ¿Cómo reconoce el pensamiento variacional en sus estudiantes?

**DOC1:** Reconozco que un estudiante tiene pensamiento variacional cuando el indaga y expresa que sucede al cambiar, transformar, ampliar, disminuir, es decir, la percepción que este tiene al enfrentarse en una situación planteada. El estudiante se reconoce por que puede expresar y graficar la variación y el cambio, también, puede representarlo algebraicamente.

**DOC2:** -Cuando poseen la habilidad de identificar patrones y secuencias.

-Cuando demuestran esa capacidad para reproducirlo esos patrones o secuencias por medio de un cierto procedimiento, algoritmo o fórmula.

- Cuando el estudiante analiza la forma como cambia, aumenta o disminuye la forma o el valor en una secuencia o sucesión de figuras, números o letras.

**DOC3:** En la formulación y visualización diversas formas de situaciones problemáticas.

**DOC4:** cuando estudiando un tema en particular, un fenómeno en particular, ellos se preguntan por la interacción de variables; es decir, al interior de una situación en particular de las ciencias, de las matemáticas, que estamos hablando aquí, entonces ellos dicen bueno y estas variables ¿cómo interactúan?, estos conceptos matemáticos e inmersos en este problema, ¿cómo interactúan?, ¿ cómo encajan? y cómo puedo yo, es como un rompecabezas y sobre todo en la operacionalización de las variables, cuando el estudiante entra en esa fase y logra decir: bueno esto se relaciona con esto, la ley de la potenciación las puedo aplicar en este problema en particular porque el ejercicio así lo amerita porque necesito saber muy bien el tema de los números reales, necesita muy bien calcular una ecuación en función de algunas variables; necesito reconocer cuál es la variable dependiente e

independiente en una función, es para lograr proyectar una situación en particular, ahí hay pensamiento variacional.

**DOC5:** Cuando puedo captar en el estudiante que es capaz de establecer relaciones entre dos cantidades que están variando y están dependiendo una de la otra; para eso se puede hacer de muchas maneras, se puede hacer a través de preguntas, de preguntas que no son problemas, preguntas por decir algo falso o verdadero, donde el estudiante tenga que identificar situaciones que tienen que ver con pensamiento variacional y decir si existe relación o no existe relación entre las variables, podemos hacerlo también a través de la formulación de problemas, unos más simples, otros más complejos a través que el estudiante no resuelva el modelo como tal, sino que construya el modelo porque esa es otra de las situaciones o dado un modelo que el estudiante sea capaz de encontrar valores a partir de ese modelo y entienda por qué los valores se transformaron de unos a otros.

7. ¿Cómo aplica la percepción para el desarrollo del pensamiento variacional?

**DOC1:** bueno yo lo aplico la mayoría de veces en una fase de inicio con una pregunta problematizadora respecto al tema que voy abordar y temas ya vistos, para descubrir cual es la percepción que tiene el estudiante pues el pensamiento variacional se caracteriza por la forma de pensar dinámicamente, intentando la producción mental que relacionen variables que varíen de forma semejante a los iniciales.

**DOC2:** No emitió respuesta

**DOC3:** A través de la apropiación del lenguaje por parte del estudiante en la comprensión y solución de la situación problemática presentada.

**DOC4:** con la percepción hay que tener cuidado, porque la percepción se puede convertir en una de las principales fuentes de error, la percepción podría convertirse en una fuente de error, primero esquematizar los objetivos muy claros de lo que se pretende conseguir cuando queremos desarrollar pensamiento variacional, que existen alrededor de un problema en particular, unos límites, unas condiciones, una interacción de variables, una solución a

un problema y una mirada en particular para no desviarnos de eso, porque la percepción tanto de un docente como un estudiante puede ser fuente de error entonces si yo tengo en una situación en particular muy bien delimitado lo que yo quiero conseguir.

**DOC5:** En forma indirecta, por ejemplo yo le diría a una estudiante ¿qué pasa?, si yo construyo esta caja, si tengo este molde para hacer esta caja. El estudiante debe hacer una imagen mental, ejemplo ¿qué pasa si yo estiro el radio de esta circunferencia y la coloco a rotar por el eje horizontal ?, ¿que figura cree que se forma? pero ya es una imagen más mental porque ese estudiante ya tiene un pensamiento menos concreto, acercándose más a lo abstracto.

8. ¿Cómo se aplica la identificación en el desarrollo del pensamiento variacional?

**DOC1:** este la identificación se aplica en puede ser identificar la relación de variación existente en dos variables, identificar patrones, identificar comportamientos, permitiendo a los estudiantes buscar estrategias adecuadas para lograr soluciones validadas dentro de este pensamiento matemático.

**DOC2:** No emitió respuesta

**DOC3:** No emitió respuesta

**DOC4:** aquí es claro los objetivos, tenemos un alcance claro de las competencias que yo quiero desarrollar; si yo quiero sencillamente argumentar sobre una cuestión y plantear posibles hipótesis de la solución de un problema, pues todo se reduce a una mera argumentación, de un entendimiento básico de una situación en particular.

**DOC5:** que el estudiante pueda establecer de una forma escrita la relación que existe entre esas variables, allí está identificando, puede ser de forma verbal o puede ser a partir de una ecuación, ejemplo el estudiante identificó que cuando aumenta una variable otra variable disminuyo, entonces el estudiante podría construir una gráfica que relacione las variables, para que el estudiante

entienda cómo es la relación que existe entre las variables, se puede concretar a través de un objeto físico observable.

9. ¿Cómo aplica la modelación matemática en el desarrollo del pensamiento variacional?

**DOC1:** respecto a la modelación que es llevar la matemática al mundo real lo aplico ya sea por contextos reales o trabajos de campo por ejemplo ahora que nos encontramos en pandemia pues se les da a los estudiantes graficas para que hagan sus proyecciones respecto a la tendencia futura en la población, pasar todo ese informe a lenguaje matemático y analizar que variación puede existir o como a variado desde que inicio a la fecha de hoy, que proyecciones podemos hacer.

**DOC2:** La modelación matemática es un aspecto fundamental en el desarrollo del pensamiento variacional ya que permite representar situaciones a través de esquemas que le servirán al estudiante para comprender una situación, interpretar y/o validar, rechazar o confirmar una solución a determinada situación.

**DOC3:** Esquematizando, Formulando y visualizando un problema de diversas formas (Verbal, tabular, instruccional, fórmula, gráfica cartesiana o sagital, pictórica e icónica)

**DOC4:** Me soporto en el método científico, el método de prueba y error, un seguimiento o una interpretación rigurosa del método científico, el método científico me sirve a mí para efectivamente llegar a esa etapa de modelación, porque también para llegar al modelo tenemos que identificar las variables y la interacción de esas variables, entonces el método científico es una muy buena herramienta no solamente en las ciencias también en las matemáticas o en las investigaciones de tipo cuantitativo, el método científico es una muy buena herramienta.

**DOC5:** habiendo identificado, el estudiante sabe qué variables están involucradas y cuando voy a hacer la modelación lo primero que debo hacer

es concretar y luego lo que tiene que construir a partir de eso y relacionarlas a partir de una ecuación matemática, un modelo, ese modelo pues dependerá directamente del problema. Por eso el estudiante debe conocer los distintos modelos que existen de relación entre variables, en el caso específico de grado 8, básicamente los modelos son lineales entonces el estudiante tendría que entender primero si esa relación entre las variables es directa o es inversa, entonces a partir de ahí él debe construir el modelo que es la ecuación matemática que luego le va a permitir no solamente aplicar a ese problema sino a problemas similares a ese.

**10. ¿Cuál es la relación entre las cantidades de magnitud que plantea el pensamiento variacional?**

**DOC1:** dentro de la matemática la relación entre las cantidades de longitud es que existe una relación directa el pensamiento variacional con el sistema métrico, de donde se requiere de la activación constante en los procesos de medición y elaboración de registros.

**DOC2:** En el pensamiento variacional se plantea la manera cómo cambian las medidas de esas cantidades o magnitudes asociadas a los objetos

**DOC3:** Es una patrón multiplicativo o de comparación en el proceso de medir

**DOC4:** Conociendo perfectamente las unidades de medición, por ejemplo saber identificar que la presión tiene unas magnitudes y unidades que representan efectivamente la presión, saber que las medidas de longitud tienen unas unidades y magnitudes de energía, las temperaturas y tener el conocimiento de las unidades fundamentales, los sistemas de medición, los factores de conversión y la representación de unidades y magnitudes de área, volumen, superficie; unidades lineales es decir si el estudiante tiene esa base y conoce perfectamente cuáles son las magnitudes que representan las diversas unidades de medición

**DOC5:** yo considero que en matemáticas el concepto es una columna vertebral que hemos dejado de atacar en el aula desafortunadamente. aquí la

idea sería todo aquello que se puede cuantificar a partir de una medida, aquí la idea sería establecer relaciones entre magnitudes primero tengo que comprender a cabalidad ¿cuáles son las variables que quiero relacionar? y cómo se relacionan esas variables, qué tipo de relación existe entre esas variables y a partir de entender ese tipo de relaciones entre las variables, establecer el modelo y luego a partir de esa modelación poder establecer predicciones que me permitan a mí comprender.

11. ¿Cuáles son los cambios que se pueden incluir en relación con la incorporación de la lúdica para el pensamiento variacional?

**DOC1:** considero que con las clases lúdicas se logra estimular y es más enriquecedor el proceso de enseñanza – aprendizaje y sobre todo el pensamiento variacional en la enseñanza de las matemáticas.

**DOC2:** Bueno podría ser que en los aportes de la lúdica al desarrollo de este tipo de pensamiento, también sean involucrados los demás pensamientos y todas las disciplinas del saber y no solo la se enfoque en resolver situaciones simples propias de la matemáticas y de este pensamiento en particular.

**DOC3:** Utilizando Actividades desconectadas que conlleven al estudiante a procesos de pensamiento computacional, como herramienta para el desarrollo del pensamiento variacional

**DOC4:** Definitivamente buscando que las tecnologías de la información y la comunicación medien en la práctica pedagógica, aquí es fundamental la tecnología porque son personas que están muy relacionadas con la tecnología, con plataformas digitales, páginas de internet, con blogs. Entonces la lúdica puede mediar utilizando la tecnología y utilizando programas que precisamente logren introducir de manera preliminar al estudiante en todo el desarrollo del pensamiento variacional; hacer crecer en el aula esos pequeños científicos, los pequeños científicos, esa aproximación a la ciencia utilizando la lúdica, pero ya hoy en día es haciendo que las nuevas tecnologías de la

información y la comunicación median o permeen la práctica pedagógica sin ninguna sin ninguna duda es necesario hacerlo

**DOC5:** los cambios dependerían mucho del nivel en que vamos a trabajar. En primaria por ejemplo sería necesario que los profesores empezaran a llevar objetos que se puedan manipular en el aula, que se puedan transformar un objeto en otro, ejemplo un origami, donde el estudiante pueda ver una transformación en una dimensión. Esto tendría mucho que ver con el momento al desarrollo del estudiante. Considero que la teoría Piagetiana en el desarrollo de pensamiento es una base fundamental del estudio, porque el estudiante a medida que va desarrollándose biológicamente también va cambiando su forma de pensar. Ese pensamiento que al principio es mucho más concreto se va haciendo más abstracto.

12. ¿Cuál es el aporte del juego en el desarrollo del pensamiento variacional?

**DOC1:** pues considero que mientras un niño o adolescente juega se encuentra motivado obteniendo sin darse cuenta un conocimiento efectivo, pues el discente puede desarrollar habilidades como la atención, la memoria activa y la indagación, y además explora por medio de su conocimiento y su creatividad poniendo a funcionar su imaginación.

**DOC2:** El juego tiene un papel preponderante en el desarrollo del pensamiento variacional ya que hace más atractivos los procesos enseñanza aprendizaje permitiendo de manera interesante y significativa el desarrollo de este pensamiento en los educandos.

**DOC3:** Crear una atmósfera para explorar, comprobar y aplicar ideas

**DOC4:** En muchos casos suavizar la introducción a todo este tipo de estudios, en muchos casos hacer ver al niño, al joven, al adolescente que efectivamente todo comienza con juego, el tema de tranquilizar, desde trabajar mucho desde las emociones, ya sería un tema mental el tema de la lúdica, un tema de disposición. El tema de la lúdica es un tema de alistamiento, de introducción, de trabajo desde las emociones de nuevas perspectivas, de la aproximación de ese pequeño científico. Entonces la lúdica si juega un papel muy

importante, pero en los comienzos, cuando el chiquillo ya abandona la primaria y va al sexto o al primer año de bachillerato o desde 3º de primaria o de 1º de primaria, hacer todo un trabajo lúdico.

**DOC5:** pues la idea básica de la gamificación en el uso para el desarrollo del pensamiento variacional sería la motivación ya sea que el juego sea un motivador para que los estudiantes puedan desarrollar sus capacidades, que sea un motivador que el estudiante entienda que jugando puede aprender. Cuando se hace juego, está desarrollando todas las dimensiones de la que hablan los Estándares de Competencias: la observación, la identificación, la modelación, ahí se está desarrollando, lo que pasa es que hay que ser muy precisos en la escogencia del juego que se va a llevar al aula.

Ejemplo un TANGRAM es un juego de transformación y podría decir que un TANGRAM es una función, tengo un rectángulo y yo hago alguna operación que me transforma en un objeto, ahí estoy usando juego y estoy usando variación, transformación que es la idea del pensamiento variacional, poder transformar un objeto en otro, el origami por ejemplo es un juego interesante en el sentido de que el estudiante entiende como algo se puede transformar en otro y un origami es una función. Luego la transformación geométrica es una forma de pensamiento variacional en la cual como un objeto se transforma en otro a través de unas reglas determinadas, ahí estoy trabajando pensamiento variacional.